

Отзыв научного руководителя
о выпускной квалификационной работе
Альбины Андреевны Волковой
“Оценки числа остовных деревьев графа”

Число остовных деревьев конечного связного графа, иногда называемая просто “сложность графа” является одной из важных комбинаторных характеристик. Оценкам этой величины для конкретных графов и классов графов посвящено множество опросов и несколько открытых вопросов. Один из самых интересных из них принадлежит Ричарду Эренборгу: он предположил, что для двудольного графа число остовных деревьев не превосходит произведения степеней вершин делить на произведение размеров долей. Интерес к этому вопросу во многом вызван тем, что имеется широкий граф графов, для которых достигается равенство — так называемые графы Юнга (вершины одной доли соответствуют столбцам диаграммы Юнга, а другой — строкам, каждой клетке диаграммы соответствует ребро.) Сложности этому вопросу добавляет также то обстоятельство, что оно не верно “покоэффициентно” (в смысле производящих многочленов деревьев по степеням вершин).

В работе Альбины доказываемая эта гипотеза в случае, если степени вершин одной из долей равны (в этом случае равенство достигается для полных двудольных графов). Доказательство нетривиально, оно использует матричную теорему о деревьях Кирхгофа (что ожидаемо) и неравенство Грона на второй инвариант симметричной матрицы. Кроме того, для бирегулярного двудольного графа она улучшает полученную оценку для количества деревьев, имеющих ограничения сверху или снизу на степень данной вершины (например, полученная оценка на число деревьев с данной висячей вершиной также оказывается точной для полного двудольного графа.)

Альбина работала самостоятельно и увлечённо, я лишь поставил задачу и несколько раз беседовал с ней о прогрессе в работе.

Считаю, что работа интересна, её результаты могут быть опубликованы в хорошем комбинаторном журнале. Безусловно, она заслуживает оценки “отлично”.

доктор ф.-м. наук
профессор
Ф. В. Петров
