

Санкт-Петербургский государственный университет

ВИТЧАК Иван Дмитриевич

Выпускная квалификационная работа

Моделирование и анализ рельефа автоэмиссионной поверхности

Магистратура

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Образовательная программа: ВМ.5718.2018 «Прикладные информационные технологии. Информационные экспертные системы»

Научный руководитель:

кандидат физ.-мат. наук,

доцент

Никифоров К.А.

Рецензент:

кандидат физ.-мат. наук,

доцент

Антонов С.Р.

Санкт-Петербург

2020

Содержание

Введение.....	3
Постановка задачи	5
Обзор литературы	6
Глава 1. Моделирование поверхности	8
1.1. Понятие поверхности	8
1.2. Механизм моделирования.....	9
1.3. Пример моделирования поверхности	12
Глава 2. Статистические характеристики поверхности	17
2.1. Постановка задачи статистического описания	17
2.2. Пример статистической характеристики: метод выделения пи- ков.....	18
Выводы.....	27
Заключение	28
Список литературы	29
Приложение	30

Введение

Автоэлектронной эмиссией (автоэмиссией) называют явление испускания электронов проводящими жидкими или конденсированными средами под действием внешнего электрического поля E достаточно высокой напряженности (при напряженности порядка $10^6 - 10^7$ В/м) [1]. В 1928 – 1929 гг. Р. Фаулер и Л. Нордгейм теоретически обосновали явление на основе туннельного эффекта.

В 1929 году Р. Милликен и Ч. Лоритсен экспериментально установили линейную зависимость логарифма плотности тока j автоэмиссии от величины, обратной напряженности E :

$$\lg j = A - \frac{B}{E},$$

где A и B – константы.

Явление автоэмиссии, т. е. покидание электроном объема катода, происходит при совершении работы против сил, удерживающих электрон внутри катода. Это равнозначно тому, что электрон преодолевает некоторый потенциальный барьер U , созданный этими силами. Основными из них служат силы зеркального изображения: электрон, покидающий катод, поляризует электронный газ внутри твердого тела, как бы создавая внутри положительный заряд, равный по абсолютной величине заряду эмитированного электрона. Взаимодействие между этими зарядами осуществляется по закону Кулона, и потенциал этих сил имеет вид

$$U = -\frac{e^2}{4x},$$

где e – заряд электрона, x – расстояние, на которое эмитированный электрон удален от поверхности катода.

Автоэмиссия представляет интерес по причине отсутствия инерционных эффектов – по сравнению с термо-, фото- и вторичной эмиссией, в которых

эмиссионный акт происходит, соответственно, вследствие передачи энергии электронам эмиттера за счет тепловых колебаний решетки при нагреве катода, квантами света или другими частицами (электронами или ионами), бомбардирующими катод.

Наиболее полно изучена теория автоэлектронная эмиссия из металлов в вакуум. В этом случае величина тока j подчиняется закону Фаулера–Нордгейма:

$$j = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{E^2}{\varphi t^2(y)} e^{-6,85 \cdot 10^7 \frac{\sqrt[3]{\varphi^2}}{E} v(y)}, \quad (1)$$

где

$$y = 3,79 \cdot 10^{-4} \frac{\sqrt{E}}{\varphi},$$

φ – потенциал работы выхода. Функции $t(y)$ и $v(y)$ табулированы [1]; функция $t^2(y)$ близка к единице и слабо меняется с изменением аргумента [1, 2], а функция

$$v(y) \doteq 0,95 - 1,03y^2$$

называется функцией Нордгейма и учитывает понижение потенциального барьера. Величины j , E и φ измеряются, соответственно, в $\frac{A}{cm^2}$, $\frac{B}{cm}$ и эВ.

Постановка задачи

Задачей настоящей работы является:

- 1) разработка подхода моделирования поверхности, учитывающего шероховатость, а также природу и метод получения экспериментальных данных;
- 2) предложение критериев статистического описания поверхности на основе разработанного подхода.

Разработанный метод должен позволять моделировать различные ситуации, а также учитывать уже имеющиеся наработки в этом направлении.

Обзор литературы

Формула (1) получена при следующих предположениях: свободные электроны в металле подчиняются статистике Ферми–Дирака, вне металла на электрон действуют только силы зеркального изображения. Теория хорошо согласуется с экспериментом, но получена в предположении о том, что поверхность катода – *идеальная плоскость*.

Вместе с этим, из эксперимента известно, что плотность тока намного выше, если рассматривается излучение с одиночного пика – на этом эффекте основано применение автоэлектронных эмиттеров (Приложение, рис. 1, 2). Несмотря на это, обычной практикой является аппроксимация экспериментальных данных различными кривыми – например, усеченным рядом Фурье [3], полиномами различной степени или вейвлет-преобразованием [4] – основной целью такой аппроксимации является получение непрерывной функции, посредством которой можно было бы определить высоту поверхности в каждой точке (интерполяция) для целей численного расчета эмиссионного тока, однако всюду делается *лишь предположение* о том, что такой подход оправдан.

В качестве примера рассмотрим двумерный случай: пусть набор значений аппроксимируется полиномами различной степени по методу наименьших квадратов (рис. 1) – подход, подобный этому, используется, например, в [4]. Из рисунка наглядно видно, что в зависимости от степени полинома значения функции между узлами интерполирования могут существенно различаться. Вместе с этим, никакой априорной информации о том, какую степень выбрать, не имеется: так, в [4] порядок ядра Добеши никак не обоснован.

С математической точки зрения резких различий можно было бы избежать, увеличивая количество узлов, но в настоящее время этот путь закрыт из-за физических ограничений измерительной аппаратуры.

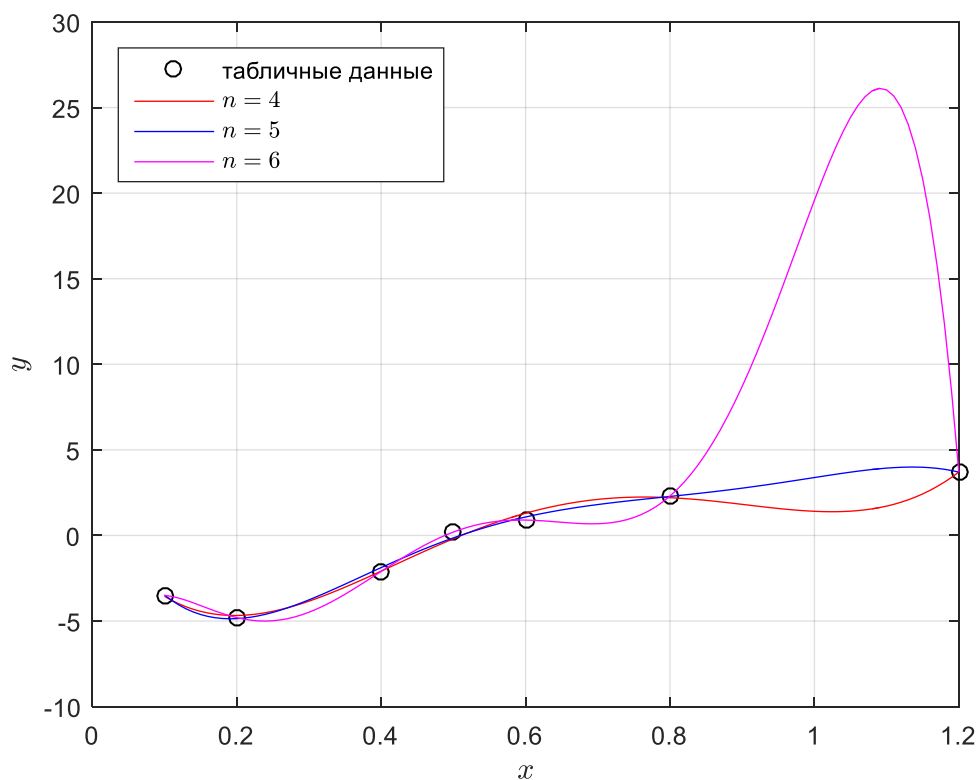


Рис. 1. Различные варианты полиномиальной аппроксимации

Лишенным таких недостатков является подход, описанный, например, в [5], где расчетная сетка моделируется на основе изображений, полученных в атомно-силовом микроскопе, однако с его помощью нельзя заранее предъявить требований к технологическому процессу производства подложки, в результате которого поверхность катода имела бы заранее известный коэффициент усиления (или для этого потребуется большее количество уже изготовленных образцов).

Глава 1. Моделирование поверхности

1.1. Понятие поверхности

Целью настоящей работы является разработка механизма моделирования поверхностей, примеры которых приведены на рис. 1 – 3 Приложения А. Следует отметить, что автоэмиссионная поверхность в настоящее время обычно представляет собой регулярную структуру (Приложение А, рис. 4 – 6), смоделировать рельеф которой довольно просто, поэтому основной упор в работе сделан на моделировании мелких деталей.

Таким образом, понятие «поверхность» в настоящей работе имеет следующую структуру: она состоит из медленных колебаний (МК) небольшой амплитуды (которые здесь упоминаются скорее для большего сходства с физической поверхностью), собственно структуры (С), которую стремятся получить при изготовлении катода (ровная поверхность, конус или другие варианты правильной формы), и небольших колебаний (отклонений), которые и называются шероховатостью (Ш):

$$П = МК + С + Ш.$$

Отклонение может быть типа «впадина» (взятое со знаком минус) и типа «возвышение» (взятое со знаком плюс от некоего базового уровня). Первое из них не представляет интерес с точки зрения усиления поля (эмиссия усиливается в случае пика), поэтому моделируются только отклонения типа «возвышение».

В свою очередь отклонения типа «возвышение» могут быть разбиты на два вида: «пик» и «гребень» (возвышение, вытянутое вдоль некоторой линии). Наилучшим образом оба этих типа представлены на рис. 1 Приложения. Опираясь этими понятиями, рельеф поверхности на рис. 1 и 2 Приложения можно описать как совокупность отклонений типа «возвышение» вида «пик», отстоящих ближе или дальше друг от друга.

1.2. Механизм моделирования

Чтобы достичь некоторой универсальности в описании различных деталей рельефа, в качестве «базовой единицы» предлагается использовать функцию из теории вероятностей, описывающую распределение совокупности случайных величин:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{\frac{(x-a_1)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-a_2)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2r(x-a_1)(y-a_2)}{\sigma_x\sigma_y}}{2(1-r^2)}}. \quad (1)$$

Она выбрана лишь в качестве примера, поскольку для различных типов пиков требуются функции с различными характеристиками (например, с различным эксцессом).

Параметры a_1 и a_2 суть координаты x_0 и y_0 центра пика; σ_x и σ_y есть СКО случайных величин x и y , характеризующие растяжение вдоль координатных осей. Коэффициент корреляции r показывает (в случае различных σ_x и σ_y) наклон эллипса к положительному направлению оси X (рис. 10).

Кроме этого, пик должен характеризоваться случайной высотой h , для чего сгенерированный массив нормируется, а затем умножается на случайную величину h , распределенную по равномерному закону от 0 до h_{\max} .

В качестве основания выбран квадрат со стороной длины $N = 100$ с шагом сетки 0,5; h_{\max} дается в процентах от длины стороны квадрата, принятой за базовую линию (программно задается непосредственно h_{\max}). Формула (1) переписывается в выражение (2) с учетом новых обозначений и дополнения величиной h :

$$f(x, y) = \frac{h}{2h_{\max} \pi \sigma_x \sigma_y \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{\frac{(x-x_0)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-y_0)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2r(x-x_0)(y-y_0)}{\sigma_x \sigma_y}}{2(1-r^2)}}. \quad (2)$$

Рис. 2 показывает пример такого пика.

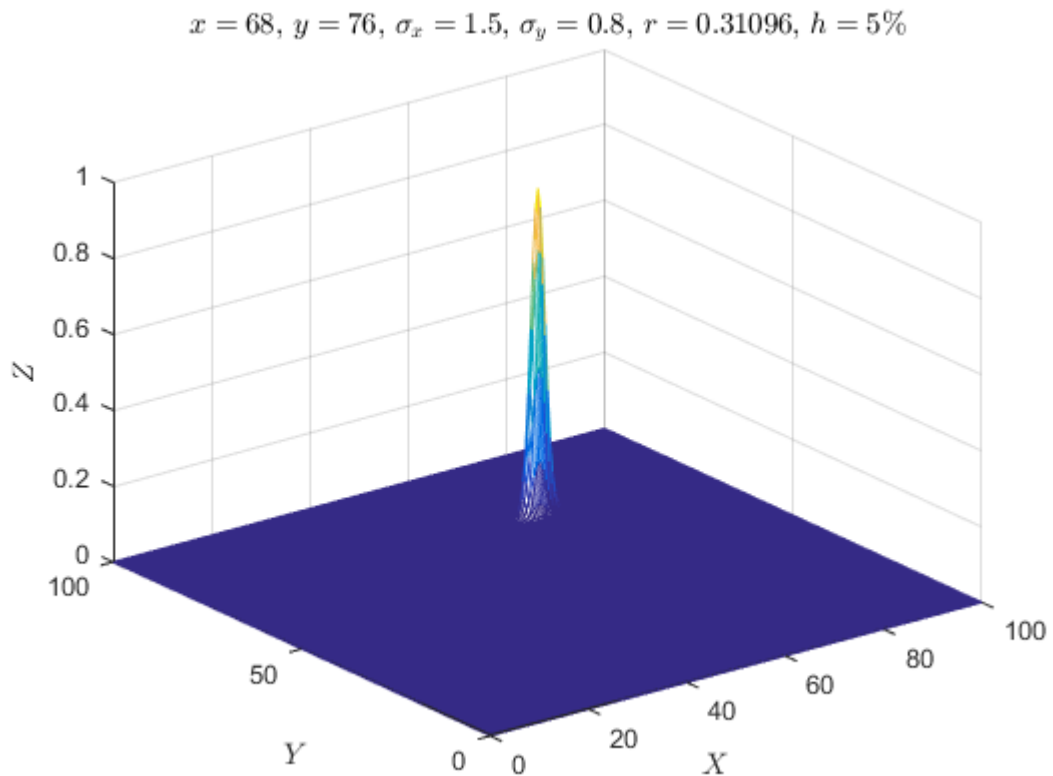


Рис. 2. Пример пика

Плоскость XOY представляет собой матрицу (массив) \mathbf{Z} , содержащий в качестве значений амплитуды (высоты) z_{ik} рельефа в соответствующей точке:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{N1} & z_{N2} & \dots & z_{NN} \end{bmatrix}, \quad z_{ik} = (x_i, y_k).$$

Таким образом, механизм моделирования состоит в следующем:

1. задаться числом пиков и по нему выбрать случайно точки на плоскости;

2. задаться для каждой точки случайными значениями σ_x , σ_y и коэффициентом r ;
3. задаться значением h_{\max} ;
4. получить результирующую поверхность как сумму поверхностей.

Все величины распределены по равномерному закону; обоснование выбору распределения приведено в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Пределы	Обоснование
координаты точек	любые значения из массивов координат x и y	равномерное заполнение поверхности пиками
σ_x и σ_y	зависит от того, какой масштабный уровень необходимо смоделировать; для уровня Ш $0 < \sigma_i \leq \frac{N}{2}$	для того чтобы иметь «возвышения» различного вида («пик» и «гребень»)
r	$-1 < r < 1$	для того чтобы возвышения были по-разному наклонены к осям координат
h_{\max}	зависит от того, какой масштабный уровень необходимо смоделировать; для уровня Ш h_{\max} составляет 5..10%.	для моделирования различных шероховатостей

Такой подход намного ближе к процедуре получения экспериментальных данных. Кроме того, имеется возможность уменьшением шага (дроблением сетки) повышать точность модели. В результате моделирования получается матрица (двумерный массив), содержащий информацию о высоте рельефа в каждой точке (x, y) дискретной структуры.

1.3. Пример моделирования поверхности

В настоящем разделе рассматривается процесс моделирования поверхности: приводятся последовательно примеры для K (количества точек), равного 5, 10, 25, 50, 100, 500, 1000, 2500 и 5000 (рис. 3 – 11 соответственно).

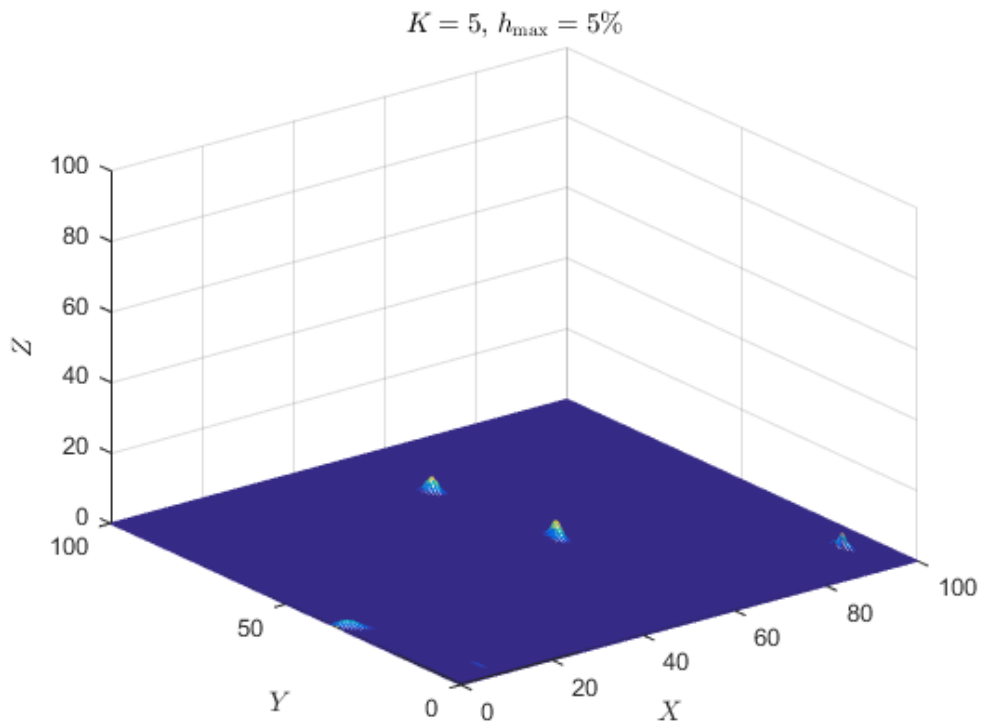


Рис. 3

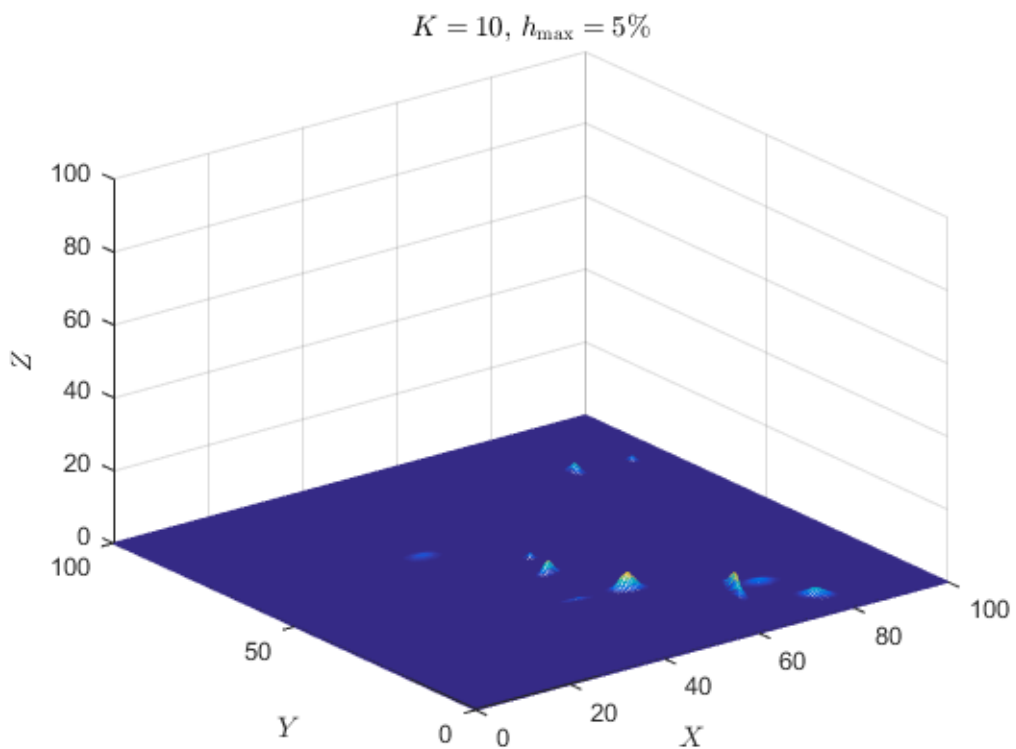


Рис. 4

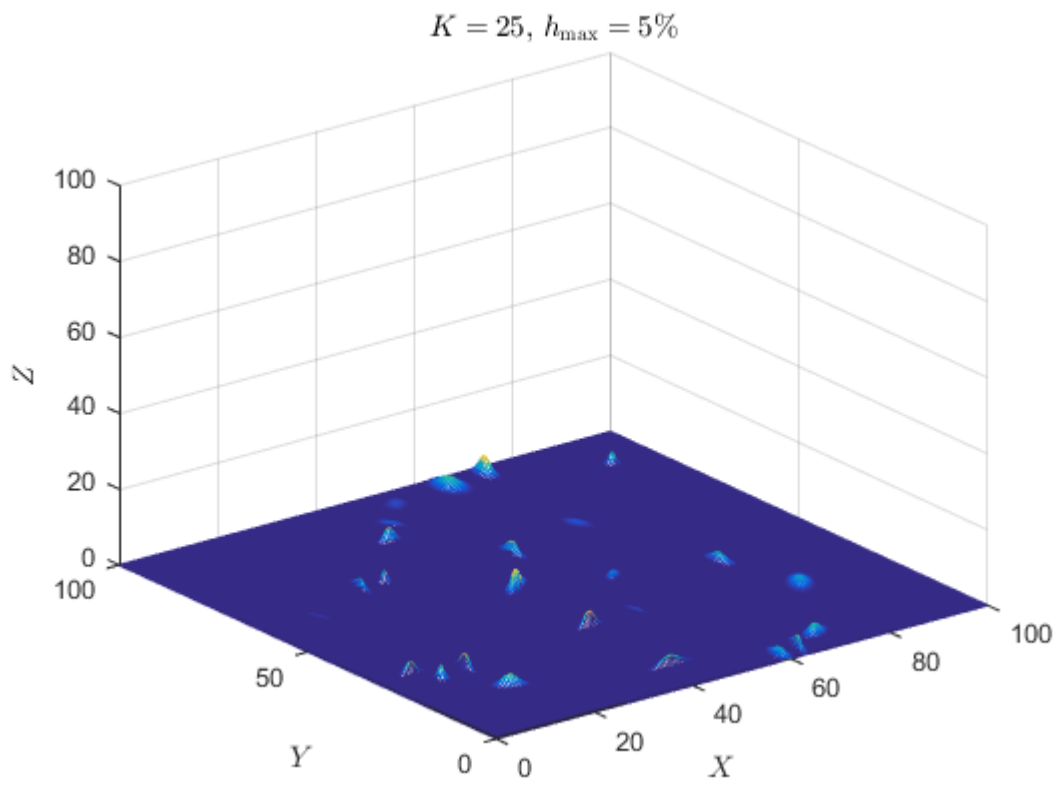


Рис. 5

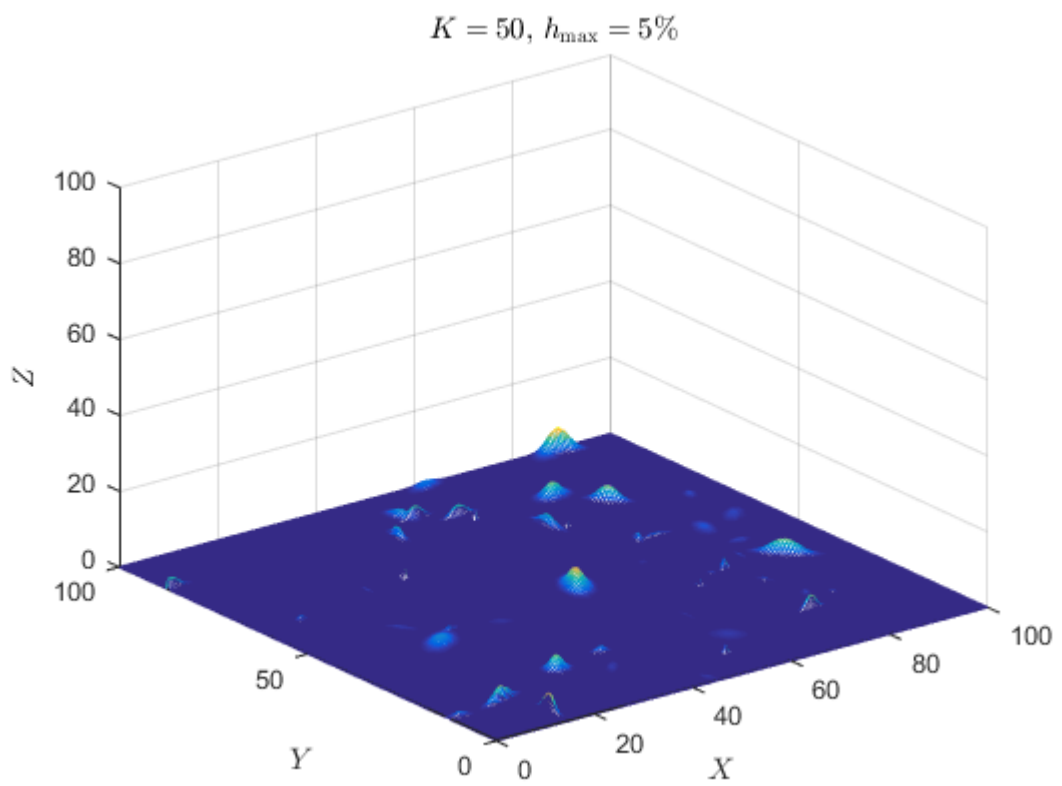


Рис. 6

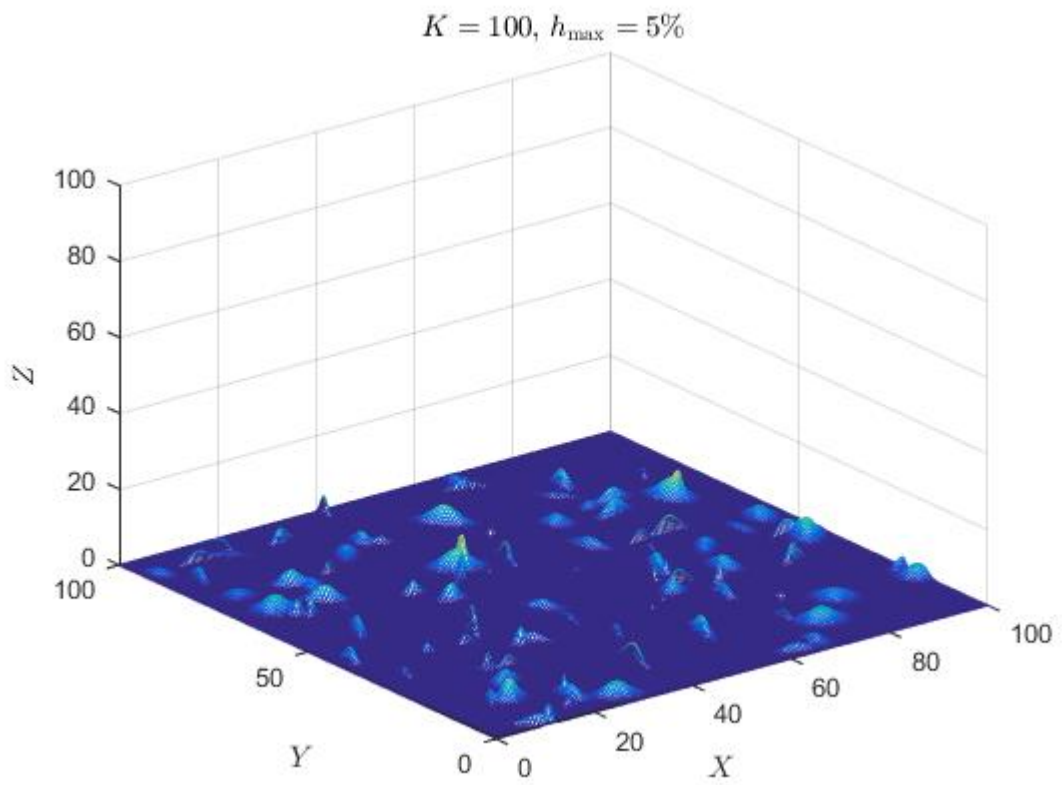


Рис. 7

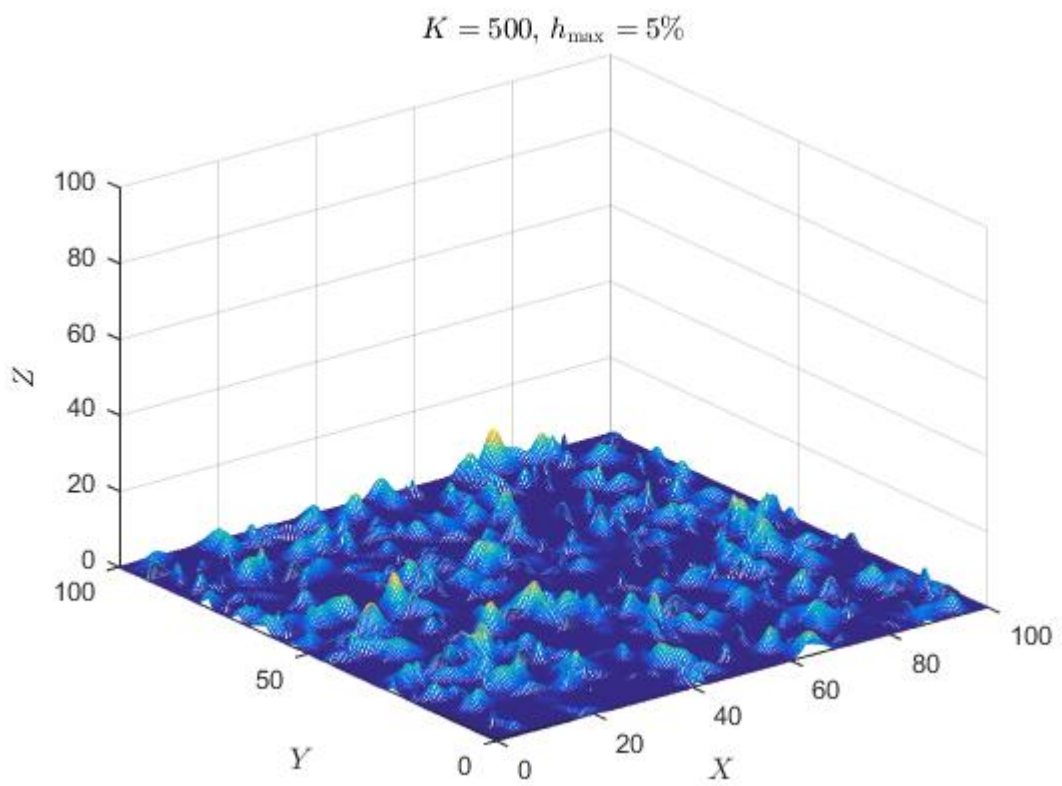


Рис. 8

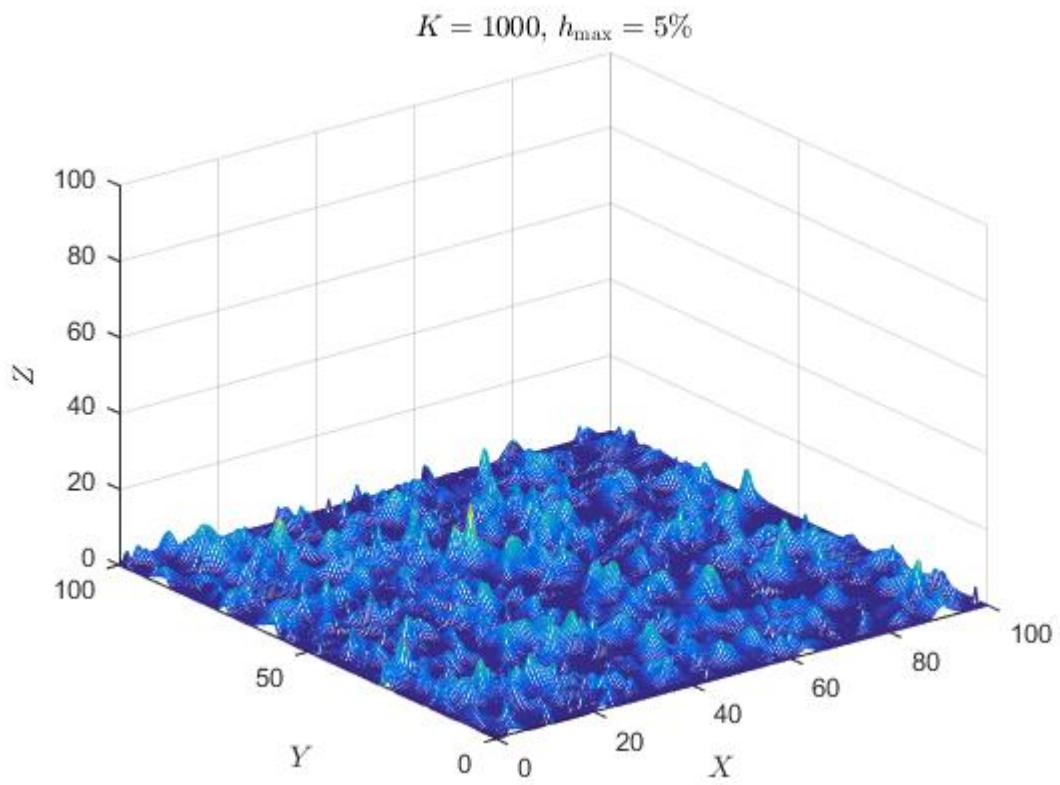


Рис. 9

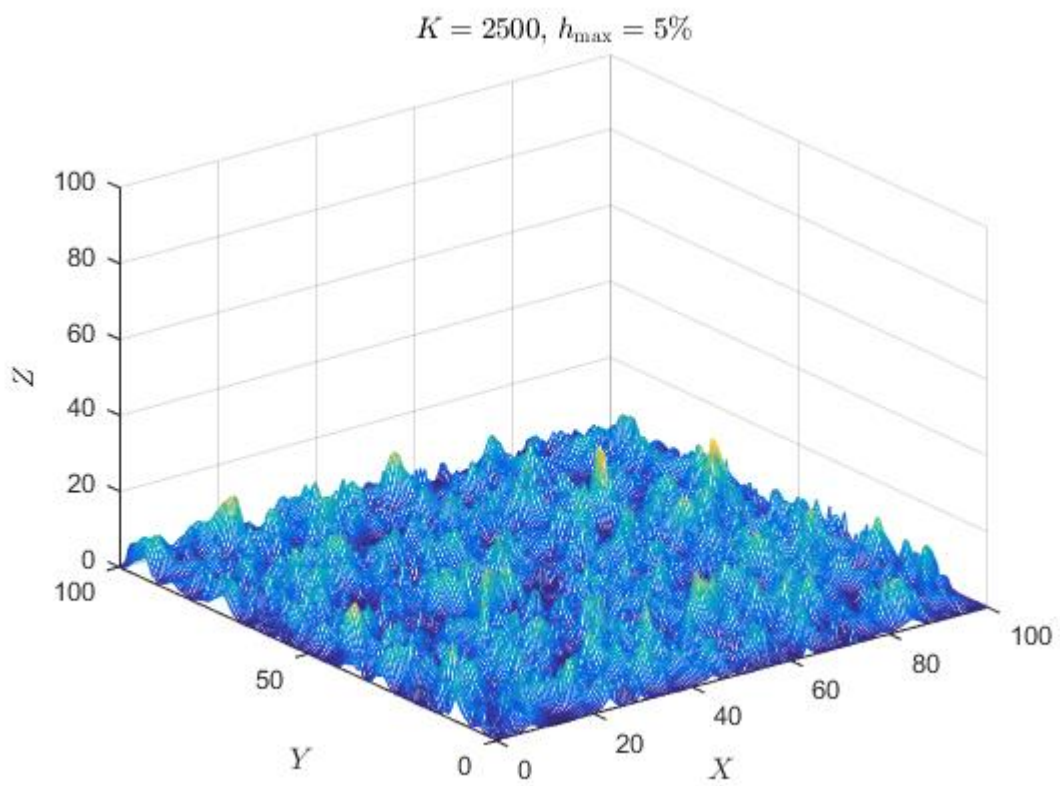


Рис. 10

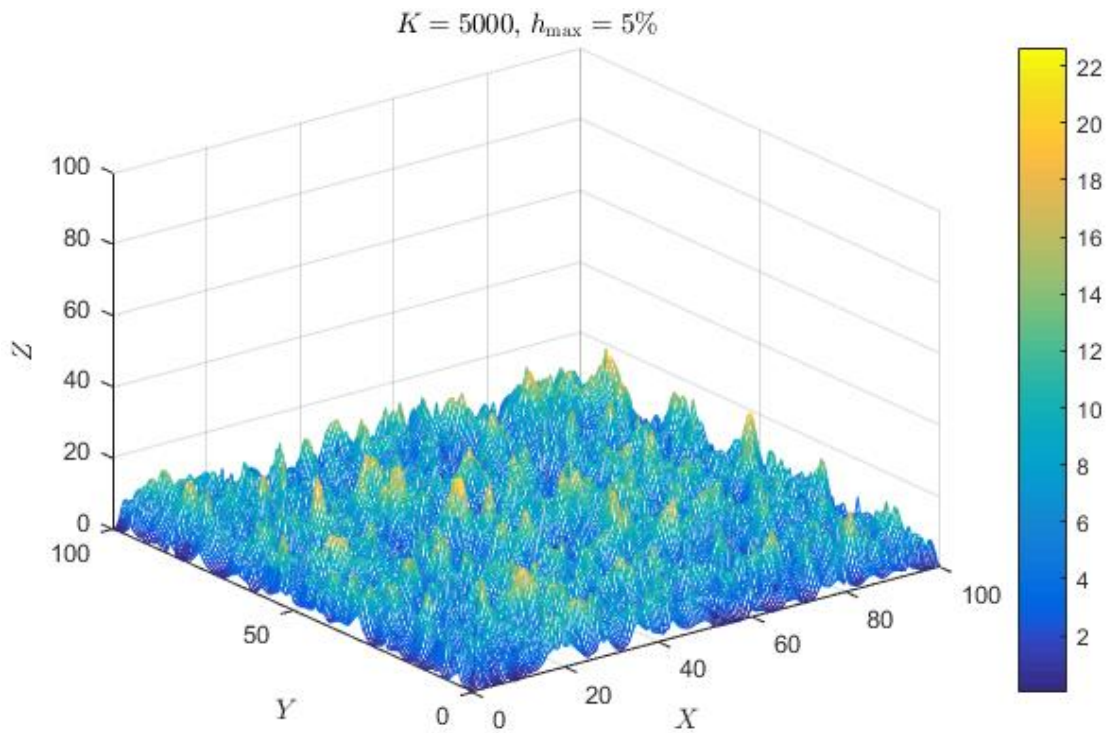


Рис. 11. Изменение абсолютных величин пиков в результате суперпозиции

На рис. 11 видно, что высотные отметки превзошли величину $h_{\max} = 5\%$; это произошло вследствие суммирования отдельных амплитуд. Чтобы устранить этот эффект, производится дополнительная нормировка результата и умножение полученной матрицы поэлементно на h_{\max} (рис. 12):

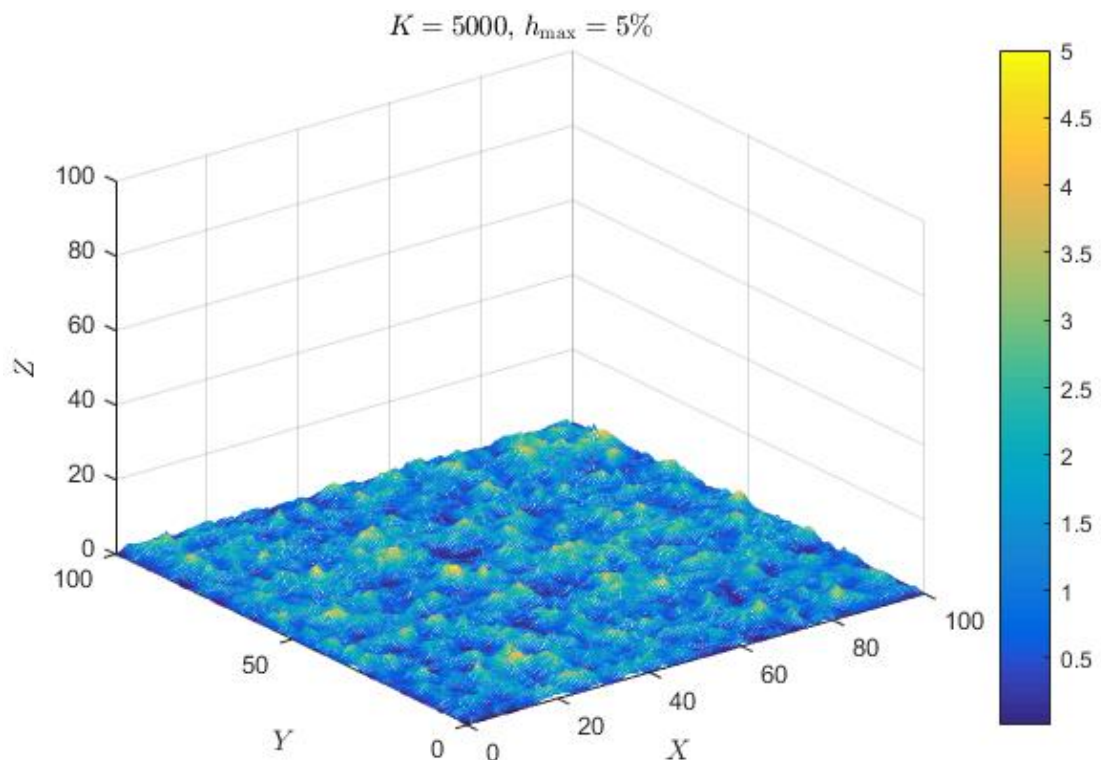


Рис. 12. Результат моделирования после корректировки

Глава 2. Статистические характеристики поверхности

2.1. Постановка задачи статистического описания

Полученные поверхности (особенно при большом числе точек) уже существенно разнятся от поверхности с несколькими ярко выраженными пиками. Для их характеристики выбраны следующие критерии.

1) *Количество пиков* могло уменьшиться вследствие случайности при наложении одиночных пиков.

2) За счет случайности при сложении появились пики *существенно разной амплитуды*.

Таким образом, прежде всего требуется:

- 1) разработать алгоритмы определения количества пиков;
- 2) установить статистическое распределение высот.

Вторая задача представляется технически сложнее, однако этот параметр представляется наиболее обоснованным для рассмотрения. Возьмем какой-нибудь произвольный участок сформированной поверхности. Известно, что чем больше пиков на нем, тем больше эмиссия, однако к пику предъявляются два требования:

1. пик должен быть достаточно изолированным, т. е. две вершины (или, тем более, слишком много вершин) не должны быть слишком близко друг к другу, иначе это будет эквивалент участка поверхности, содержащий только элемент МК;

2. пики должны быть примерно равной высоты, иначе на фоне вклада одного пика в эмиссионный ток вторым можно будет пренебречь.

Кроме того, количество пиков может разниться в зависимости от того, какой участок поверхности выбрать.

В связи с этим предлагается термин «пиковая плотность», под которым понимается то, как близко или далеко друг от друга расположены пики одной

высоты и одного типа (наиболее интересны те, которые имеют острую вершину), т. е. представляют интерес параметры распределения такого расположения.

Алгоритмическая сложность при сетке из n точек оценивается следующим образом: количество $M(n)$ операций для оценки расстояний между всеми точками

$$M(n) = \frac{n(n+1)}{2} \doteq \frac{n^2}{2} = O(n^2).$$

Например, рис. 22 размеры квадрата 100×100 с шагом $0,5$ – итого $201 \times 201 = 40401$ точка, так что $M(n) \approx 816\,120\,400$ операций. На практике их будет существенно меньше, потому что не каждая из точек будет представлять собой пик. Кроме того, расстояния нужно вычислять только внутри группы, что еще уменьшает количество операций.

2.1. Пример статистической характеристики.

Метод выделения пиков

При разработанном подходе поверхность представляется таблицей чисел (матрицей, массивом). По определению локального максимума (пика), все соседние с ними значения будут иметь меньшую величину:

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & z_{(l-1)(m-1)} & z_{(l-1)m} & z_{(l-1)(m+1)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & z_{l(m-1)} & z_{lm} & z_{l(m+1)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & z_{(l+1)(m-1)} & z_{(l+1)m} & z_{(l+1)(m+1)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{N1} & z_{N2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & z_{NN} \end{bmatrix},$$

(z_{lm} – локальный максимум, local max) – на этом основан алгоритм поиска пиков. При его реализации основное требование – добиться наибольшей вычислительной эффективности.

Рассмотрим строку l : ввиду того, что

$$z_{lm} > z_{l(m-1)} \quad \text{и} \quad z_{lm} > z_{l(m+1)},$$

имеем

$$(z_{lm} - z_{l(m-1)})(z_{lm} - z_{l(m+1)}) = \Delta l_{m(m-1)} \Delta l_{m(m+1)} > 0, \quad (3)$$

где Δl_{np} – разность значений между n -ым и p -ым элементом матрицы Z , стоящими в строке l , называемая *строчной разностью*;

$$\text{fp}(\Delta l_{m(m-1)} \Delta l_{m(m+1)}) = 1$$

– характеристика локального экстремума (то же будет и для минимума),

$$\text{fp}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

(сокр. find plus). Таким образом, каждому значению z_{ik} при разыскании строчных разностей сопоставляется число 1, если соответствующее произведение положительно, или нуль (в противном случае).

Идею ускорения поиска экстремумов, достигаемого за счет параллельности операций среды MATLAB [6] при работе с векторами, удобно продемонстрировать на примере строки. Обозначим через \mathbf{Z}_i i -ую строку матрицы \mathbf{Z} . Чтобы найти $\Delta \mathbf{Z}_{i(i-1)}$, строку дополним нулем слева и справа соответственно:

$$\Delta \mathbf{Z}_{i(i-1)} = [\mathbf{Z}_i \quad 0] - [0 \quad \mathbf{Z}_i]$$

(вычитание производится поэлементно, квадратные скобки означают объединение [конкатенацию] векторов). Формула (3) тогда переписется так:

$$\Delta \mathbf{Z}_i = \left[\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{Z}_i & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{Z}_i \end{bmatrix} \right] \cdot \left[\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{Z}_i & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} \right],$$

где $\Delta \mathbf{Z}_i$ – вектор строчных разностей i -ой строки. Умножение так же производится поэлементно, а дополнение нулями в указанном порядке необходимо для того, чтобы вектора имели одинаковую длину.

Этот подход обобщается на все строки следующим образом. Пусть \mathbf{N} – вектор-строка размера N , содержащая в качестве своих элементов нули. Все строчные разности тогда вычисляются как

$$\Delta \mathbf{Z}^i = [\mathbf{N}^T \mathbf{Z} \mathbf{N}^T - \mathbf{N}^T \mathbf{N}^T \mathbf{Z}] \cdot [\mathbf{N}^T \mathbf{Z} \mathbf{N}^T - \mathbf{Z} \mathbf{N}^T \mathbf{N}^T],$$

где $\Delta \mathbf{Z}^i$ – матрица строчных разностей, \mathbf{N}^T – транспонированный вектор \mathbf{N} . После формирования матрицы $\Delta \mathbf{Z}^i$ в ней удаляются, соответственно, первый и последний столбцы.

Аналогично, матрица $\Delta \mathbf{Z}^k$ представляет собой матрицу *столбцевых разностей*:

$$\Delta \mathbf{Z}^k = \left[\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{Z} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{N} \\ \mathbf{Z} \end{bmatrix} \right] \cdot \left[\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{Z} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Z} \\ \mathbf{N} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} \right],$$

в ней после формирования удаляются первая и последняя строки.

Матрицы $\Delta \mathbf{Z}^i$ и $\Delta \mathbf{Z}^k$ имеют размер $N \times N$; на первом этапе из них формируется матрица \mathbf{M}_1 , называемая *картой пиков* (от Map):

$$\mathbf{M}_1 = \text{fp}(\Delta \mathbf{Z}^i) \cdot \text{fp}(\Delta \mathbf{Z}^k): \quad (4)$$

она содержит нули на тех пересечениях строк и столбцов, где заведомо нет экстремумов (умножение поэлементное), и единицы на местах тех элементов, которое подозрительны по экстремуму.

Полученная карта является предварительной; эффективность отсеивания составляет, как правило, не менее 85% (при $N = 100$, $\Delta n = 0,5$, $K = 5000$).

Следующим шагом формируется карта \mathbf{M}_2 : поскольку в строке минимумы и максимумы строго чередуются, в каждой строке матрицы \mathbf{M}_1 единицы заменяются нулем через одного, в зависимости от того, был ли первый из элементов строки больше (меньше) соседнего элемента в строке. Ускорение здесь достигается поэлементным умножением на

$$\mathbf{M}_{i \max} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \mathbf{n}}{2}\right) \text{ или } \mathbf{M}_{i \max} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi[\mathbf{n}-1]}{2}\right)$$

соответственно, где $\mathbf{M}_{i \max}$ – вектор-строка, содержащая номера позиций экстремумов в i -ой строке матрицы \mathbf{M}_1 , \mathbf{n} – вектор-строка, составленный из натуральных чисел и имеющий ту же размерность, что и $\mathbf{M}_{i \max}$.

Эффективность второго шага составляет около 50% по отношению к результатам, полученным на первом шаге (отсеивается примерно половина точек), или около 7,5% от общего числа точек. Эффективность первых двух итераций составления карты пиков составляет (при $N = 100$, $\Delta n = 0,5$, $K = 5000$) обычно около 94%.

После проведения первых двух итераций остается еще возможной ситуация, когда в матрице \mathbf{M}_2 единицы находятся рядом друг с другом по диагонали:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & 1 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

эти точки проверяются непосредственно по определению: значение в точке (x, y) сравнивается с близлежащими значениями (рис. 13 – 14). Если оказывается, что в точке (x, y) локального максимума нет, то в матрице \mathbf{M}_2 соответ-

ствующий элемент заменяется на нуль; если же в наличии локальный максимум, то обнуляются все соседние к нему точки с целью сокращения объема проверяемых значений.

Результатом третьей итерации выступает матрица \mathbf{M} , содержащая единицы только на тех местах, которые имеют локальный максимум.

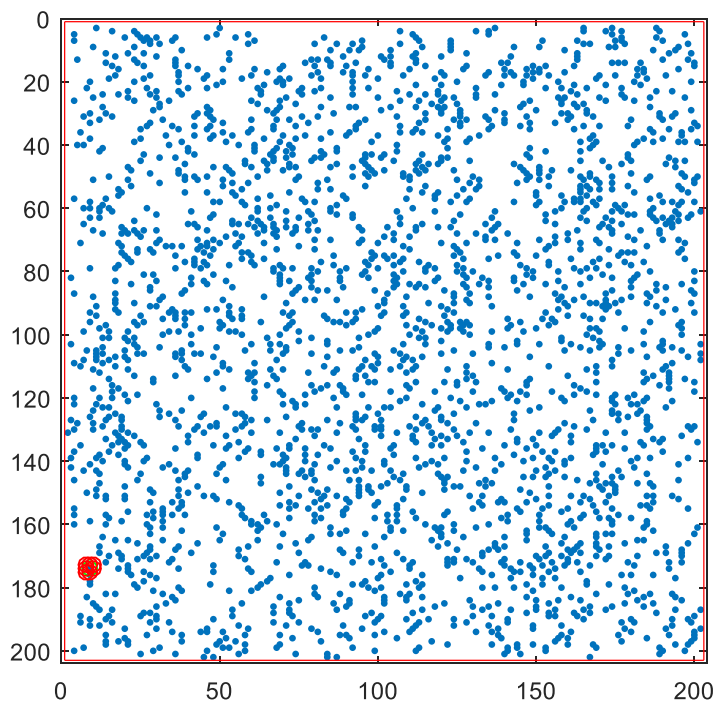


Рис. 13. Поточечная оценка локальных максимумов

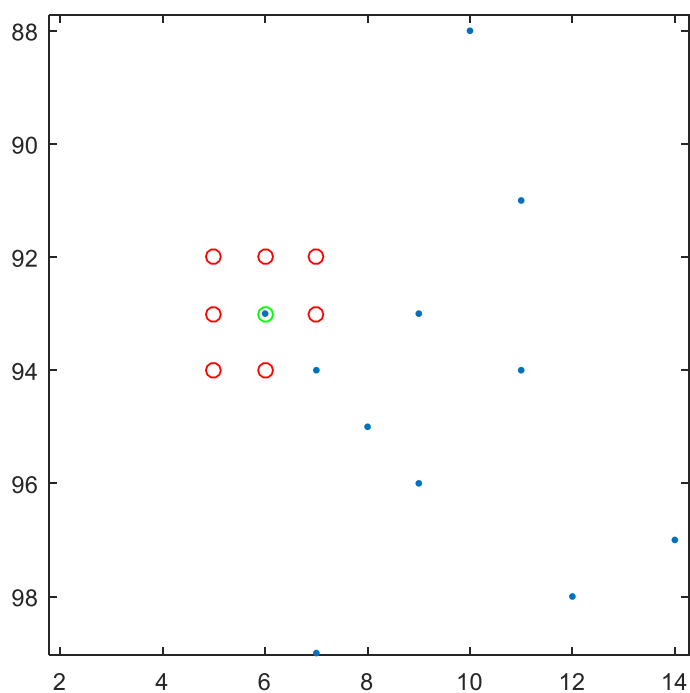


Рис. 14

После получения итоговой карты пиков, матрицы \mathbf{M} и \mathbf{Z} поэлементно перемножаются, что позволяет выбрать только те значения, которые будут отличны от нуля – это будут значения высот, отвечающие локальным максимумам.

Пример распределения высот приведен на рис. 15:

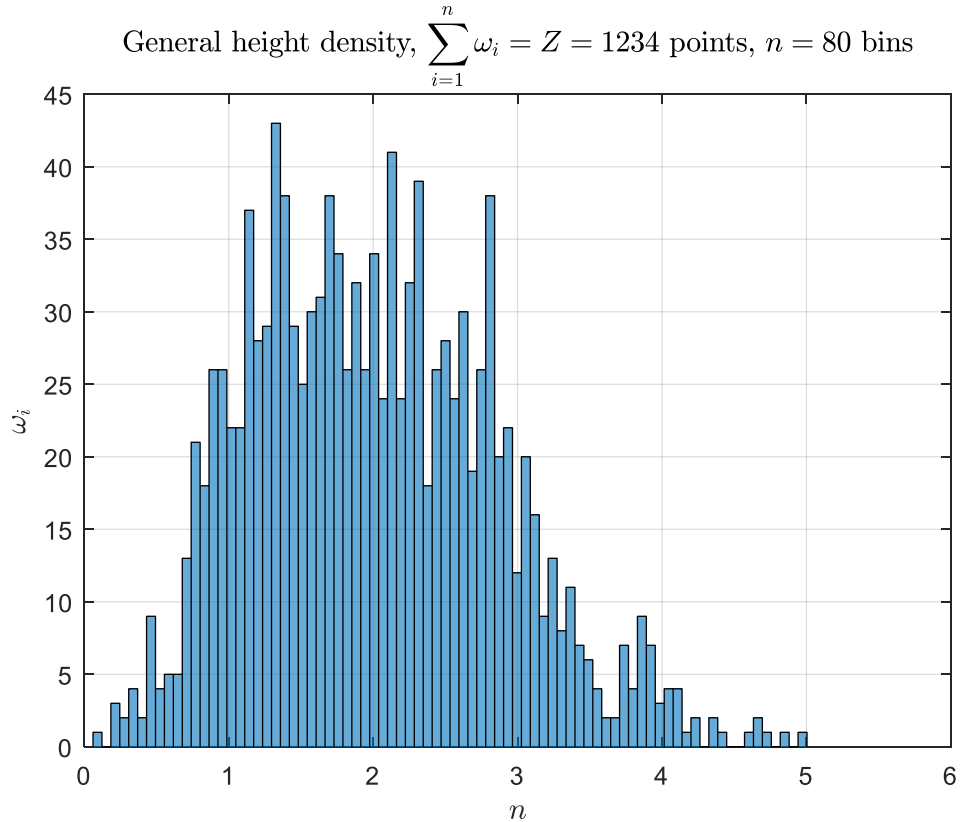


Рис. 15. Пример статистического распределения высот

здесь отмечено количество попаданий в каждый карман. Нормируя гистограмму, мы приходим к вероятностному распределению пиков (рис. 16).

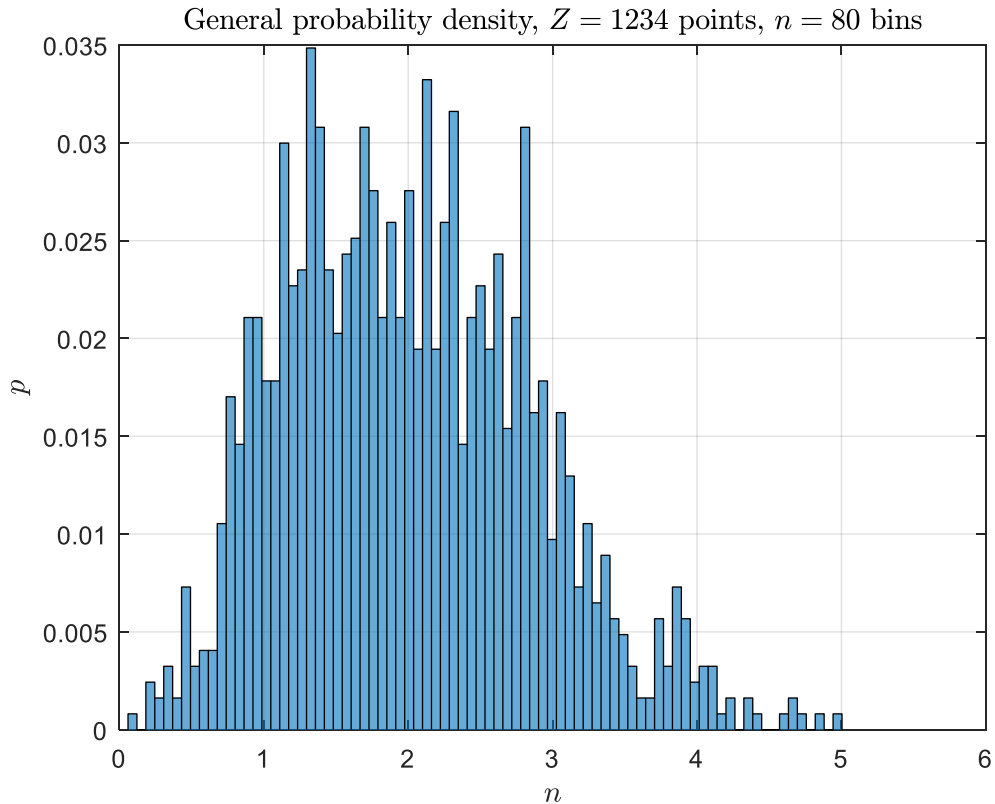


Рис. 16. Вероятностное распределение пиков

На рис. 16 параметры распределения: оценка m математического ожидания составляет 1,97, оценка дисперсии $S^2 = 0,74$, оценка СКО $\sigma = 0,86$.

Если, для примера, разбить ось высот на три группы, то внутри групп распределения расстояний (в условных безразмерных единицах расстояний) будут следующими (наибольшая высота равна 5):

- 1) группа 1 (высоты от 0 до $5/3$) – распределение изображено на рис. 17;
- 2) группа 1 (высоты от $5/3$ до $10/3$) – распределение изображено на рис. 18;
- 3) группа 1 (высоты от $10/3$ до 5) – распределение изображено на рис. 19.

Величина k_i ($i=1,2,3$) показывает пиковую плотность (количество пиков) внутри группы.

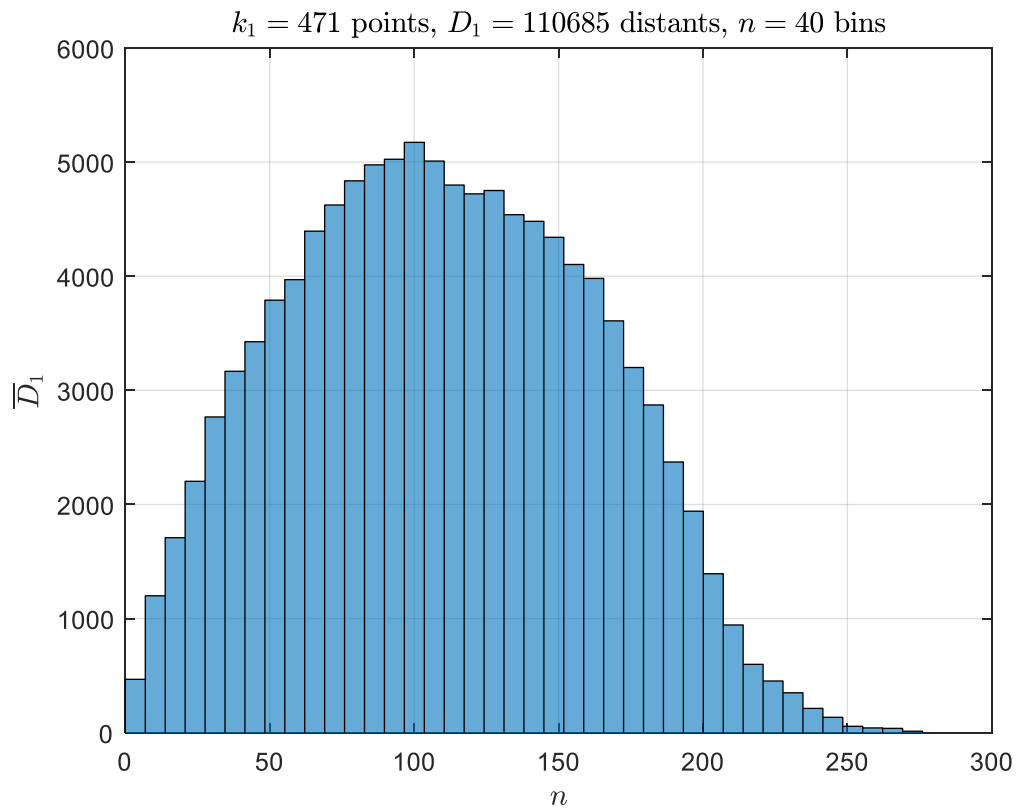


Рис. 17. Распределение расстояний внутри первой группы

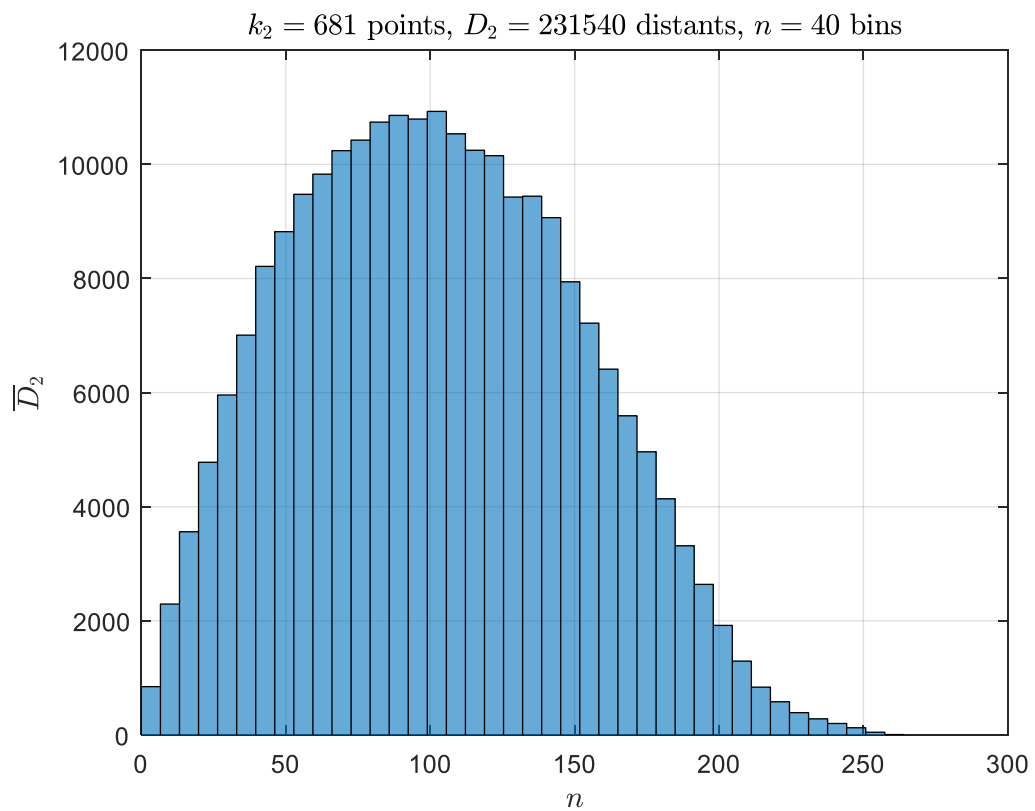


Рис. 18. Распределение расстояний внутри второй группы

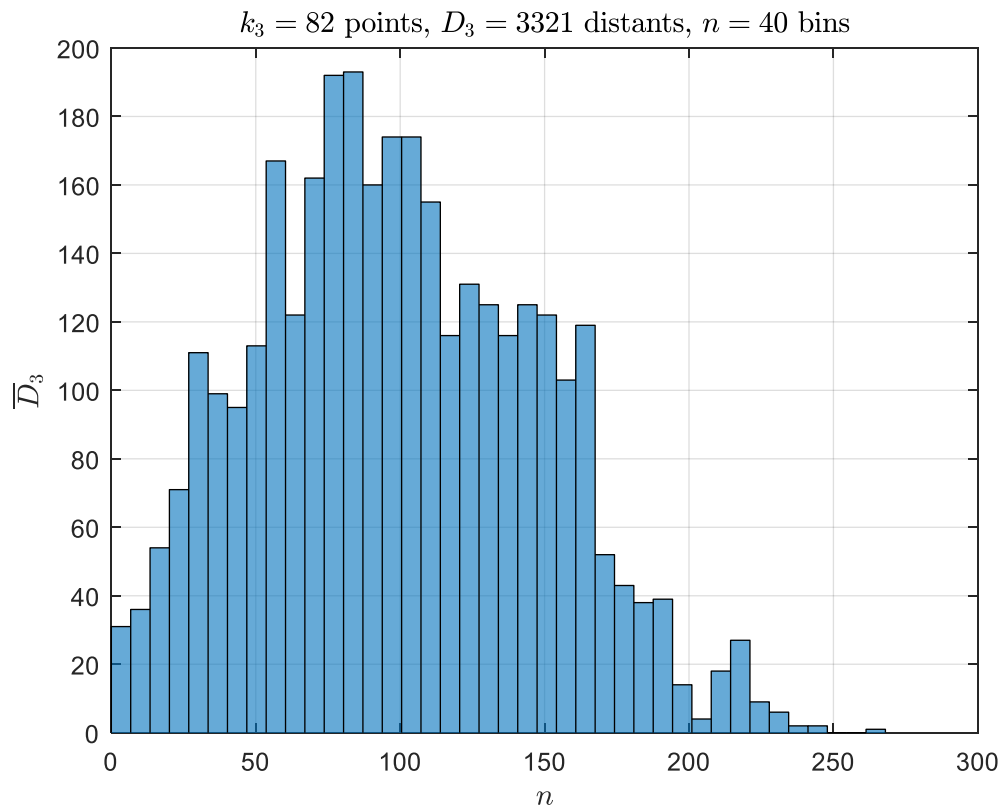


Рис. 19. Распределение расстояний внутри третьей группы

Выводы

По полученным результатам можно сделать следующие выводы.

- 1) алгоритм моделирования удовлетворяет поставленным требованиям (моделирование занимает около 2 секунд, включая прорисовку графиков; физически затрачиваемое время является не строгой, но допустимой оценкой при оценке пригодности алгоритма для практического применения);
- 2) в процессе моделирования количество пиков уменьшается примерно втрое (1234 против 5000);
- 3) характеры распределения пиковой плотности не меняются внутри групп;
- 4) законы распределения близки к рэлеевскому;
- 5) вероятностная гистограмма общего пикового распределения имеет вид нормального закона (рис. 16).

Заключение

В настоящей работе предложен метод формирования поверхности на основе наложения отдельных пиков и разработан соответствующий алгоритм, реализуемый средствами системы MATLAB; разработан алгоритм поиска локальных пиков и предложены некоторые статистические критерии описания поверхности.

Дальнейшим направлением работы является установление связи между исходными данными:

- 1) количеством точек K ;
- 2) геометрическими размерами площадки, на которой моделируется поверхность;
- 3) величиной h_{\max} ;
- 4) формой одиночного пика;

и характером статистического распределения пиков:

- 1) по высотам;
- 2) по различным группам;
- 3) по степени островершинности.

Кроме того, если полиномиальную аппроксимацию заменить на аппроксимацию сплайнами (пространственными, порядка 3, дефекта 1), то можно путем простого повышения количества точек (что легко достигается разработанным подходом) исключить резкие флуктуации между узлами интерполирования (подобные тем, которые приведены на рис. 1).

Список литературы

- 1) Д.А. Усанов, Р.К. Яфаров. Исследование автоэлектронной эмиссии из нанотрубок: учеб. пособие для студ. фак. нано- и биомедицинских технологий. Изд-во Сарат. ун-та, 2006. 23 с.: ил.
- 2) Фурсей Г.Н. Автоэлектронная эмиссия. // Соросовский образовательный журнал, 2000. т. 6. № 11. С. 96 – 103.
- 3) «How to Generate Random Surfaces in COMSOL Multiphysics®», URL (<https://www.comsol.com/blogs/how-to-generate-random-surfaces-in-comsol-multiphysics/>), дата обращения 22.03.2019
- 4) А.А. Потапов, С.Ш. Рехвиашвили. Моделирование некоторых свойств изображений с атомарным разрешением в сканирующем зондовом микроскопе. Журнал технической физики, 2018, т. 88, вып. 6.
- 5) K. Neumann, J. Moeller, L. Kuehnel, A. Rennings, N. Benson, R. Schmechel, D. Erni. Modeling of Random Nanostructures Based on SEM Images and Analysis of Resulting RF Performance. Excerpt from the Proceedings of the 2018 COMSOL Conference in Lausanne
- 6) Ануфриев И. Е., Смирнов А. Б., Смирнова Е. Н. MATLAB 7. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.: ил.

Приложение

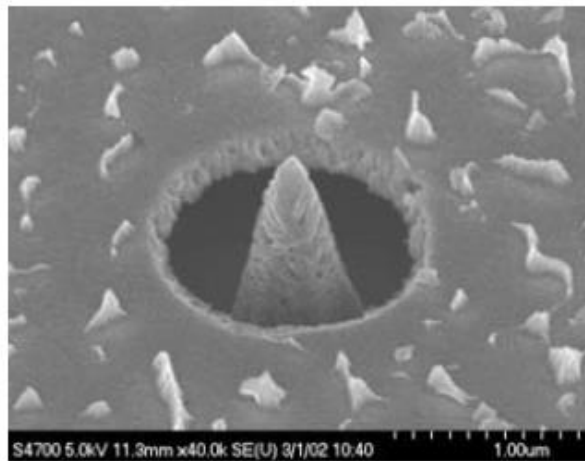


Рис. 1. Изображение одиночного молибденового острия катода Спиндта

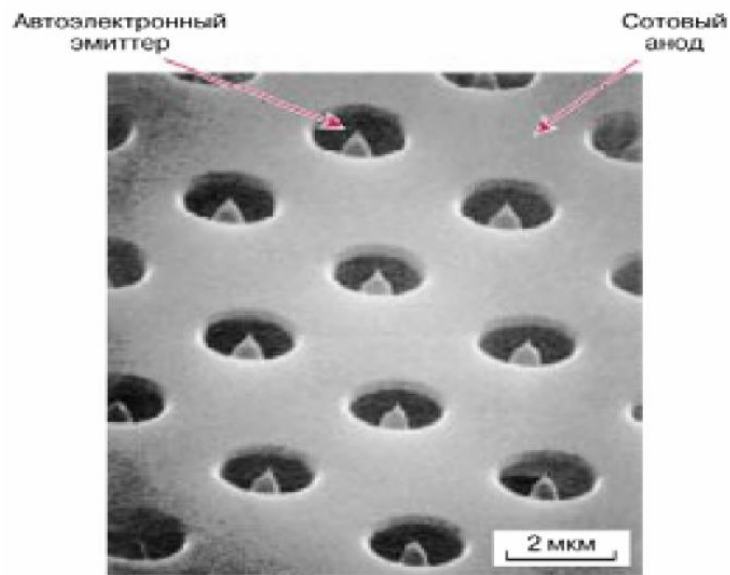


Рис. 2. Многоострийная матрица с сотовым анодом.

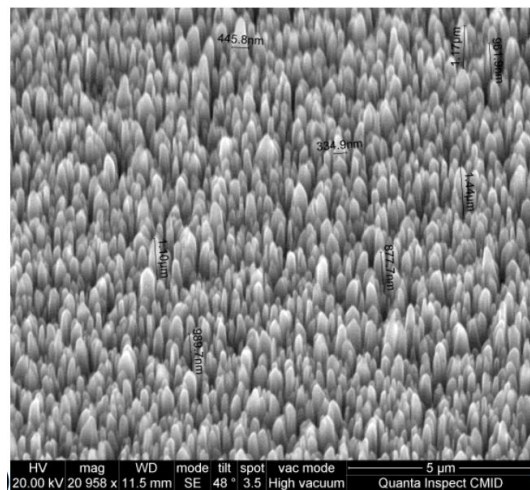


Рис. 3

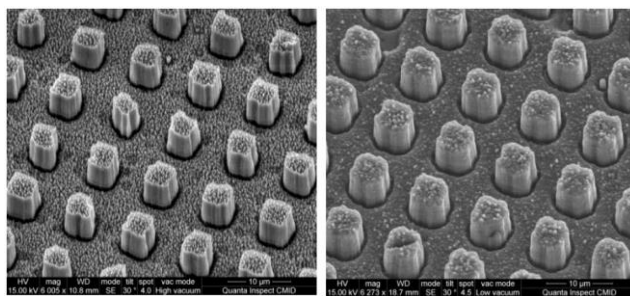


Рис. 4

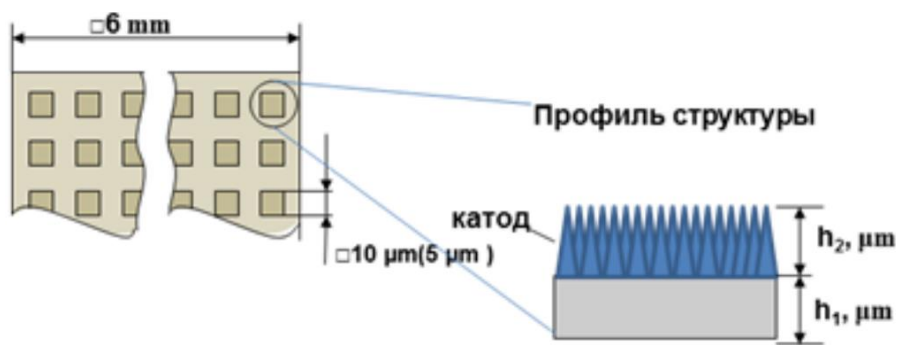


Рис. 5

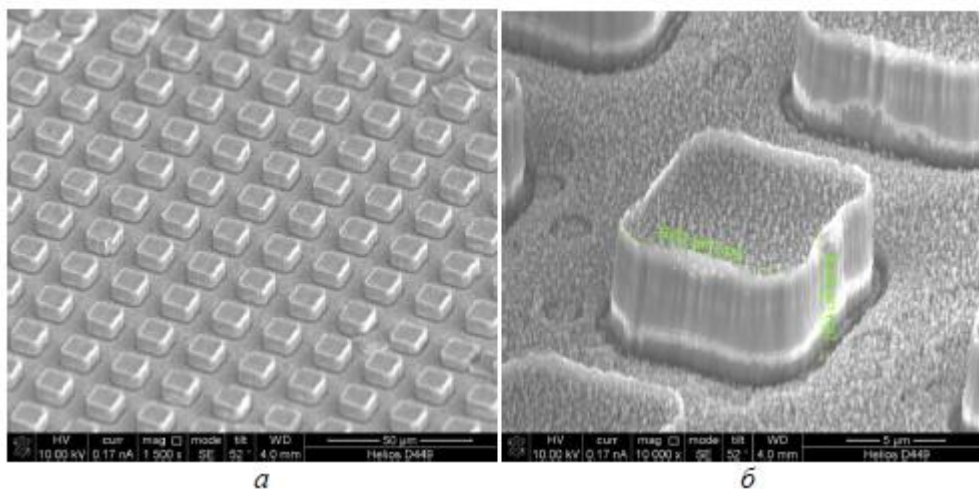


Рис. 6. РЭМ-изображения полевого катода:

На рис. 6:

а – матрица микроэммитеров с линейными размерами 10×10 мкм, периодом 20 мкм и высотой 8 мкм;

б – двухуровневая структура катода (высота острий не более 1,5 мкм, средний диаметр основания 300 нм).