

Санкт–Петербургский государственный университет

Ташкинов Владимир Андреевич

Выпускная квалификационная работа
*Динамическая ходьба двуногого шагающего
робота*

Уровень образования: бакалавриат

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Основная образовательная программа СВ.5005.2016 «Прикладная математика, фундаментальная информатика и программирование»

Профиль «Прикладная математика, информатика и процессы управления»

Научный руководитель:

доцент, кафедра механики управляемого движения,
к.ф. - м.н., Шиманчук Дмитрий Викторович

Рецензент:

главный администратор CRIS-системы СПбГУ,
к.ф.-м.н., Лепихин Тимур Андреевич

Санкт-Петербург

2020 г.

Содержание

Введение	3
Обзор литературы	5
Описание модели	6
Постановка задачи	7
Глава 1. Нахождение выражений для обобщённых координат q_1, q_2, q_3, q_4	8
1.1. Решение прямой задачи кинематики	8
1.2. Решение обратной задачи кинематики.	10
1.3. Геометрический подход определения обобщённых координат	11
Глава 2. Определение положения корпуса робота q_5 в зависимости от положения центра масс	14
Глава 3. Параметризация траекторий	17
Глава 4. Численный эксперимент	20
Заключение	22
Список литературы	23

Введение

Человечество никогда не стоит на месте, научно-технический прогресс движется просто огромными шагами. Уже давно в фильмах и книгах пользуется популярностью тема научной фантастики. Люди задумываются о том как будет выглядеть их будущее и чего сможет достичь человечество в области технологий. Одним из довольно частых представлений является робототехника, в частности, антропоморфные роботы. Причину такой направленности гадать особо не нужно, люди стремятся облегчить себе жизнь, следовательно нужно сделать так, чтобы робот выполнял задачи совместно или вместо человека, а для этого удобно, чтобы робот обладал такими же возможностями как и человек или даже лучше. Антропоморфные роботы уже давно перестали быть фантастикой, они создаются для различных целей от простого домашнего компаньона до курьера или роботизированного пожарного. В скором будущем их использование может стать совершенно обычным делом, множество компаний работают над созданием антропоморфного робота, и добились уже немалых успехов.

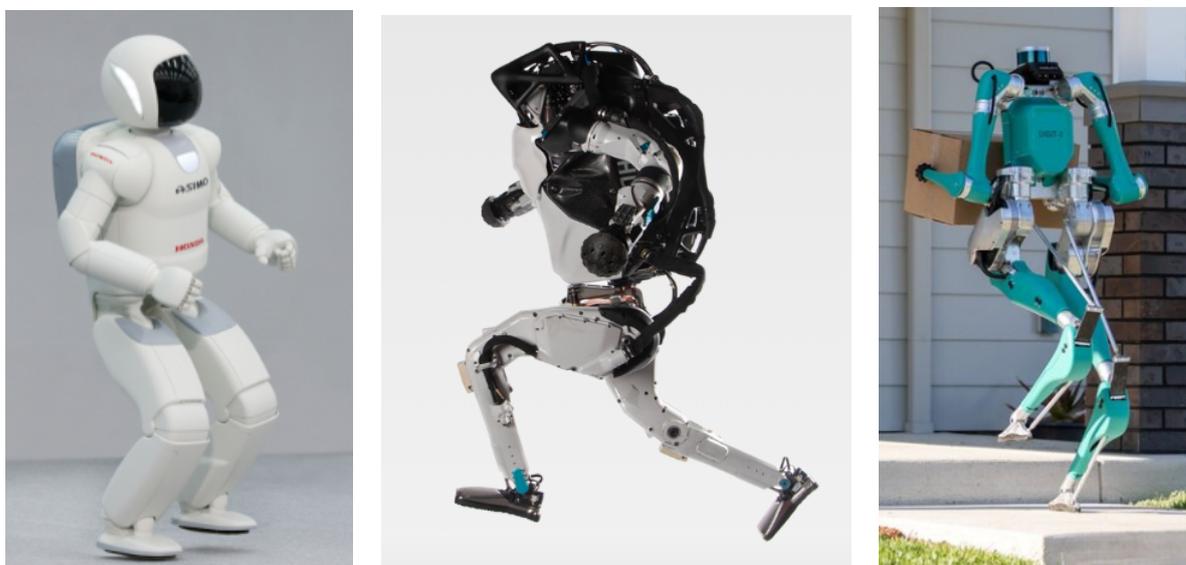


Рис. 1: Роботы ASIMO от Honda, ATLAS от Boston Dynamics и DIGIT от Agility Robotics.

На рис. 1 показаны роботы ASIMO от Honda (Япония), ATLAS от Boston Dynamics (США), показывающий лучшие результаты в подвижности, и DIGIT от Agility Robotics (США), прототип робота-курьера. Одной

из основных проблем этой задачи представляется как раз имитация подвижности человека, движение рук и ног.

В работе будет рассматриваться движение ног при динамической ходьбе двуногого робота с обеспечением условия балансировки. Считаю, что это важнейшая часть имитации реальных движений человека в задаче динамической ходьбы двуногого шагающего робота.

Обзор литературы

В ходе исследования были изучены следующие работы:

В работах [1] и [7] рассматривается метод Денавита-Хартенберга, используемый для решения обратной задачи кинематики, также из работы [7] взята идея использовать систему разгон-торможение.

В работе [2] рассмотрены плоские модели ходьбы двуногого робота.

В работах [3], [6] решается ряд проблем по кинематике и динамике антропоморфных систем, их моделированию, управлению походкой и поддержания равновесия при ходьбе.

В работе [4] проводится исследование по динамике и управлению двуногими и четырёхногими шагающими аппаратами.

В статье [10] рассмотрен порядок выбора конструкции суставов пространственной манипуляционной системы в зависимости от типа двуногого робота и типа ходьбы, который позволяет составить алгоритм управления движением рук.

В статье [11] создан прототип робота, который используется для тестирования управления движениями робота, такими как движение вперед, назад, поворот влево и вправо, подъём со спины и назад, перекачивание влево и вправо.

В работе [12] представлены исследования и разработки в области мобильной робототехники и связанных с ними технологий поддержки, большое внимание уделяется роботам вне заводских условий.

Описание модели

Рассматривается пятизвенный двуногий робот. Каждая нога которого имеет два звена, длины верхнего и нижнего равны l_1 и l_2 соответственно, каждая нога имеет по два поворотных сочленения. Туловище робота также имеет свой поворотный шарнир. Углы q_5 между туловищем и горизонталь-

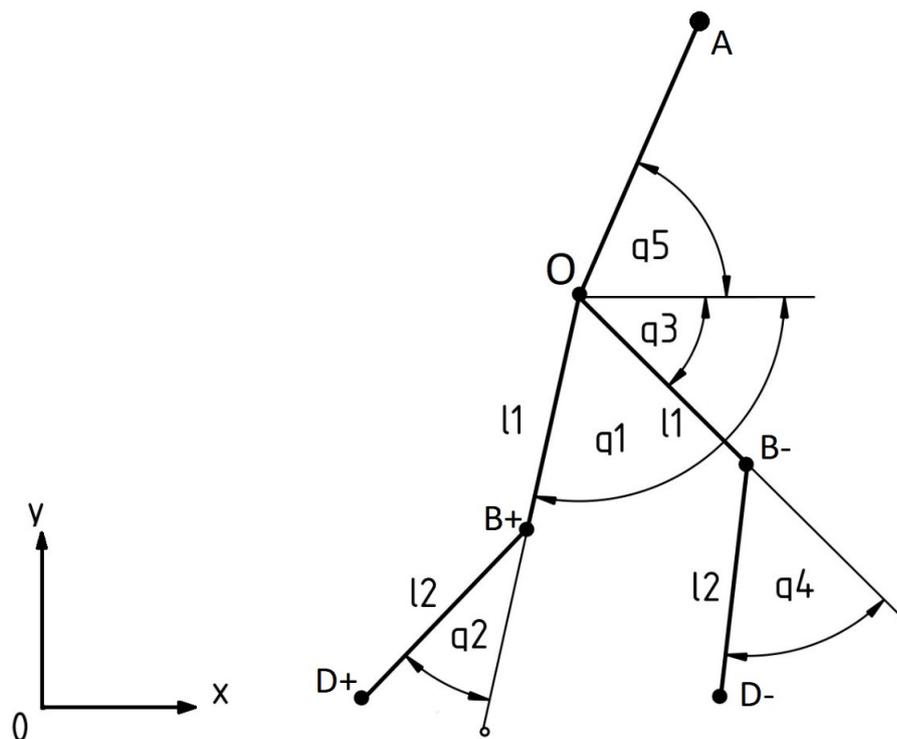


Рис. 2: Кинетическая модель робота.

ной прямой проходящей через точку O , q_1, q_3 , между той же прямой и звеньями длины l_1, q_2, q_4 между продолжениями звеньев длины l_1 и звеньями длины l_2 (см. рис. ??). Следовательно обобщёнными координатами модели являются q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 , задание которых определяет конфигурацию всего механизма, массы сконцентрированы в точках A, O, B_+, B_-, D_+, D_- и соединены невесомыми стержнями. Заметим, что знаку «+» отвечают точки переносимой ноги, а знаку «-» точки опорной ноги.

Постановка задачи

Пусть для модели заданы траектории точек стоп D_+ , D_- как радиус-векторы \vec{r}_{D_+} и \vec{r}_{D_-} соответственно, и \vec{r}_O – радиус-вектор точки подвеса ног O . Требуется для определённых \vec{r}_{D_+} , \vec{r}_{D_-} , \vec{r}_O

- рассмотреть подходы к нахождению обобщённых координат q_1, q_2, q_3, q_4 ,
- найти аналитическое представление зависимости обобщённых координат от положения точек на траектории,
- определить положение корпуса робота – q_5 , в зависимости от положения центра масс всего механизма,
- определить возможную схему передвижения робота и его движение в зависимости от времени.

Целью работы является программная реализация решения поставленной задачи, построение графиков зависимостей координат от времени.

Глава 1. Нахождение выражений для обобщённых координат q_1, q_2, q_3, q_4

1.1 Решение прямой задачи кинематики

Для решения обратной задачи кинематики необходимо сначала решить прямую задачу и найти матрицу перехода, для определения положения точки стопы в системе координат с началом в точке O через нужные нам углы. Для построения матриц перехода будем использовать метод Денавита-Хартенберга, описание которого можно увидеть в [1]. Рассмотрим переносимую ногу, для которой системы координат изображены на рис. 3. Согласно источнику [1] вычислим параметры:

$$a_1 = l_1; d_1 = 0; \alpha_1 = 0,$$

$$a_2 = l_2; d_2 = 0; \alpha_2 = 0.$$

q_1 и q_2 - обобщённые координаты.

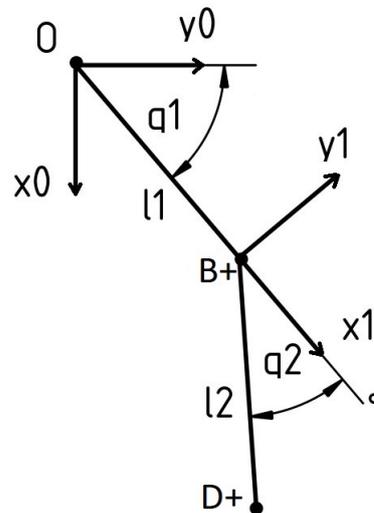


Рис. 3: Системы координат.

Вычисляем матрицу перехода:

$$T_0 = E,$$

$$T_1^1 = \begin{pmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T_1^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_1^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T_1^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T_1 = T_1^1 T_1^2 T_1^3 T_1^4,$$

$$T_1 = \begin{pmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & l_1 \cos(q_1) \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & l_1 \sin(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Аналогичным образом можно определить матрицу, которая определяет положение стопы в системе координат $B_+x_1y_1$:

$$T_2 = \begin{pmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & l_2 \cos(q_2) \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & l_2 \sin(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, окончательно получаем результирующую матрицу однородного преобразования, которая определяет положение стопы в системе координат Ox_0y_0 в виде

$$T = T_0 T_1 T_2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & l_1\cos(q_1) \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & l_1\sin(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&\cdot \begin{pmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & l_2\cos(q_2) \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & l_2\sin(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} \cos(q_1 + q_2) & -\sin(q_1 + q_2) & 0 & l_2\cos(q_1 + q_2) + l_1\cos(q_1) \\ \sin(q_1 + q_2) & \cos(q_1 + q_2) & 0 & l_2\sin(q_1 + q_2) + l_1\sin(q_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

1.2 Решение обратной задачи кинематики.

Согласно источнику [1] находим координаты стопы в системе координат Ox_0y_0 :

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

или

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2\cos(q_2 + q_1) + l_1\cos(q_1) \\ l_2\sin(q_2 + q_1) + l_1\sin(q_1) \end{pmatrix}.$$

Далее, используя выражения координат стопы и подвеса ног в зависимости от времени, можно получить выражение для координат стопы через нужные нам углы в статической системе координат Oxy :

$$\begin{pmatrix} r_x^+(t) \\ r_y^+(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_x^O(t) \\ r_y^O(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_2\cos(q_2 + q_1) + l_1\cos(q_1) \\ l_2\sin(q_2 + q_1) + l_1\sin(q_1) \end{pmatrix},$$

где r^O и r^+ – вектор-функции определяющие положение точки O и точки ступни D_+ в системе координат Oxy . Таким образом, задача сводится к решению системы тригонометрических уравнений:

$$\begin{cases} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) = c_1(t), \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) = c_2(t), \end{cases}$$

где $c_1(t) = r_x^+(t) - r_x^O(t)$, $c_2(t) = r_y^+(t) - r_y^O(t)$.

Для второй ноги углы находятся точно таким же образом, нужно будет только определить какое из решений отвечает движению механизма, поскольку ограничений на углы не наложено.

Ниже изложен метод для расчёта обобщённых координат при заданных ограничениях.

1.3 Геометрический подход определения обобщённых координат

Рассмотрим также второй метод нахождения обобщённых координат, без использования матриц перехода. Он позволяет найти более простое аналитическое представление изменения углов q_1, q_2, q_3, q_4 , которое может использоваться только в определённом типе задач.

Рассмотрим треугольник образуемый тремя точками: O, B_+, D_+ . Большую часть времени система из этих трёх точек будет находиться в состоянии показанном на рис. 4. Введём в рассмотрение два промежуточных угла α и γ , которые пригодятся нам в поиске углов q_1 и q_2 . Определим угол $\gamma \in (0, \pi]$ как угол между бедром и голенью, а угол $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2})$ – это угол между бедром и отрезком OD_+ .

Можем определить вектор \vec{OD}_+ как разность векторов \vec{r}_{D_+} и \vec{r}_O :

$$\vec{OD}_+ : \begin{cases} x = r_x^{D_+} - r_x^O, \\ y = r_y^{D_+} - r_y^O. \end{cases}$$

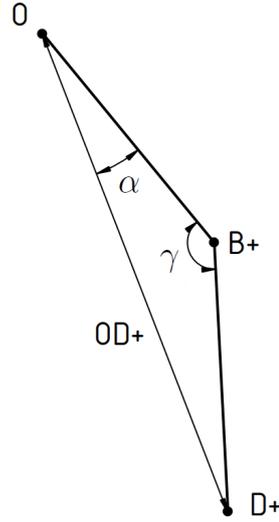


Рис. 4: Углы α и γ .

Определим длину отрезка OD_+ :

$$|\vec{OD}_+| = \sqrt{(r_x^O - r_x^{D_+})^2 + (r_y^O - r_y^{D_+})^2}.$$

Зная его длину, можем выразить углы γ и α из теоремы косинусов:

$$\gamma = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - |\vec{OD}_+|^2}{2l_1l_2}\right), \alpha = \arccos\left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + |\vec{OD}_+|^2}{2l_1|\vec{OD}_+|}\right).$$

Отсюда можем получить выражение для q_2 , учитывая, что $q_2 \leq 0$ для $t \in [0, T]$:

$$q_2 = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - |\vec{OD}_+|^2}{2l_1l_2}\right) - \pi, \quad (1)$$

то есть $q_2 \in (-\pi, 0]$.

Рассмотрим угол между \vec{OD}_+ и горизонталью, который является суммой α и $-q_1$, можем его определить как

$$\alpha - q_1 = \arccos\left(\frac{OD_x^+}{|\vec{OD}_+|}\right),$$

где $0 \leq \alpha - q_1 \leq \pi$.

Отсюда получаем представление для q_1 :

$$q_1 = \arccos \left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + |\vec{OD}_+|^2}{2l_1|\vec{OD}_+|} \right) - \arccos \left(\frac{OD_x^+}{|\vec{OD}_+|} \right), \quad (2)$$

где $q_1 \in [-\pi, 0]$.

Вычисления для опорной ноги проводятся аналогично:

$$\vec{OD}_- : \begin{cases} x = r_x^{D_-} - r_x^O, \\ y = r_y^{D_-} - r_y^O, \end{cases}$$

$$q_3 = \arccos \left(\frac{l_1^2 - l_2^2 + |\vec{OD}_-|^2}{2l_1|\vec{OD}_-|} \right) - \arccos \left(\frac{OD_x^-}{l_1 + l_2} \right), \quad (3)$$

$$q_4 = \arccos \left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - |\vec{OD}_-|^2}{2l_1l_2} \right) - \pi, \quad (4)$$

где $q_3 \in [-\pi, 0]$, $q_4 \in (-\pi, 0]$.

Тем самым углы q_1, q_2, q_3, q_4 определяются согласно формулам (1),(2),(3),(4) как функции от координат радиус-векторов точек O, B_+, B_-, D_+, D_- .

Глава 2. Определение положения корпуса робота q_5 в зависимости от положения центра масс

Рассмотрим корпус, определяемый стержнем OA , как балансир, таким образом, угол q_5 будет определяться в зависимости от того, где должен находиться центр масс всей системы в определённый момент.

Считаем что массы отдельных частей робота сконцентрированы в точках O, D_+, D_-, B_+, B_-, A , показанных на рис. 2.

Выразим координаты центра масс:

$$Mr\vec{c} = m_O r\vec{O} + m_A r\vec{A} + m_B(r\vec{B}_+ + r\vec{B}_-) + m_D(r\vec{D}_+ + r\vec{D}_-), \quad (5)$$

где m_O, m_A, m_B, m_D – массы соответствующих точек, M – сумма масс точек, $r\vec{c}, r\vec{O}, r\vec{A}, r\vec{B}_+, r\vec{B}_-, r\vec{D}_+, r\vec{D}_-$ – вектор-функции определяющие положение соответствующей точки.

Вектора $r\vec{O}, r\vec{D}_+, r\vec{D}_-$ – заданы из постановки задачи. Составим выражения для $r\vec{B}_+$ и $r\vec{B}_-$:

$$r\vec{B}_+ : \begin{cases} x = l_1 \cos(q_1) + x_O, \\ y = y_O + l_1 \sin(q_1), \end{cases}$$

$$r\vec{B}_- : \begin{cases} x = l_1 \cos(q_3) + x_O, \\ y = y_O + l_1 \sin(q_3). \end{cases}$$

Рассмотрим теперь составляющую уравнения (5) по x :

$$Mx_C = m_O x_O + m_A x_A + m_B(x_{B_+} + x_{B_-}) + m_D(x_{D_+} + x_{D_-}).$$

Для движения робота определим, что на первой половине шага $t \in [0, \frac{T}{2}]$ центр масс находится над точкой D_- опорной ноги, то есть $x_C = x_{D_-}$, на второй половине шага $t \in [\frac{T}{2}, T]$ закрепим центр масс над точкой D_+ переносимой ноги то есть $x_C = x_{D_+}$. Тогда для $t \in [0, \frac{T}{2}]$ можем выразить координату x точки A как \hat{x}_A :

$$\hat{x}_A = -\frac{1}{m_A}(-Mx_{D_-} + m_O x_O + m_B(x_{B_+} + x_{B_-}) + m_D(x_{D_+} + x_{D_-})).$$

Откуда можно выразить $\sin(q_5)$:

$$\hat{x}_A = x_O + OA \sin(q_5),$$

$$\sin(q_5) = \frac{\hat{x}_A - x_O}{OA}, \quad |\hat{x}_A - x_O| \leq OA. \quad (6)$$

На второй половине шага $t \in [\frac{T}{2}, T]$ получим:

$$\bar{x}_A = -\frac{1}{m_A}(-Mx_{D+} + m_Ox_O + m_B(x_{B+} + x_{B-}) + m_D(x_{D+} + x_{D-})),$$

$$\sin(q_5) = \frac{\bar{x}_A - x_O}{OA}, \quad |\bar{x}_A - x_O| \leq OA. \quad (7)$$

Следовательно на всём отрезке времени $t \in [0, T]$ можем определить $\sin(q_5)$, объединив 6 и 7 с помощью функции Хевисайда, описание которой можно увидеть в [8]:

$$\sin(q_5) = \frac{\tilde{x}_A H(\frac{T}{2} - t) + \bar{x}_A H(t - \frac{T}{2}) - x_O}{OA}.$$

Окончательно получаем выражение для q_5 :

$$q_5 = \arcsin \left(\frac{\tilde{x}_A H(\frac{T}{2} - t) + \bar{x}_A H(t - \frac{T}{2}) - x_O}{OA} \right), \quad (8)$$

где $H(\zeta)$ - функция Хевисайда, $q_5 \in [0, \pi]$.

Можно заметить, что учитывая полученные выражения для q_5 , для статической устойчивости механизма, необходимо чтобы длина стопы была равна половине длины шага. Это относится к ситуации, когда робот движется по горизонтальной плоскости. В данном случае углы между стопой и голенью, назовём их q_{s+}, q_{s-} , выражаются довольно просто:

$$q_{s+} = -\pi - (q_1 + q_2),$$

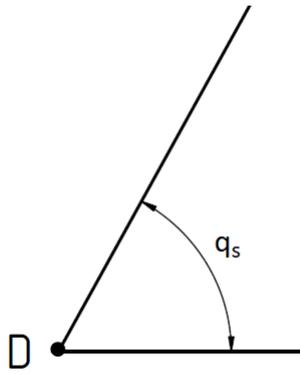


Рис. 5: Стопа робота.

$$q_{s-} = -\pi - (q_3 + q_4).$$

Далее стопы рассматривать не будем, так как более они ни на что не влияют. Таким образом, выражения для всех углов найдены, можем перейти к параметризации траекторий.

Глава 3. Параметризация траекторий

Определимся с траекториями, которые мы используем. Рассмотрим движение механизма с периодом в один шаг, полагаем также, что при передвижении нога, на которую идёт упор, не сгибается, и соответствующий угол q_2 (или q_4 в зависимости от того какая из ног является опорой) всегда равен нулю. Такой же способ передвижения рассматривается в [6]. Точка D переносимой ноги двигается по заранее заданной траектории в виде верхней части эллипса, а точка подвеса ног O , так как нога на которую опирается модель при переносе остаётся прямой, движется по дуге окружности. На разных шагах во время движения будут различия лишь в том

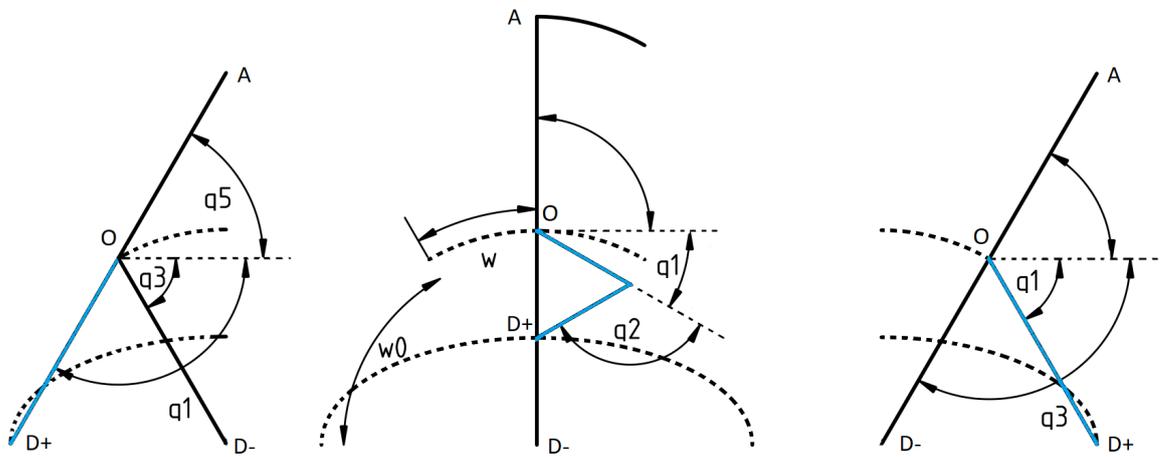


Рис. 6: Схема движения.

какая нога переносится, а какая действует в качестве опоры, в остальном же движение будет периодичным, поэтому можно рассмотреть только один шаг, следовательно можем рассматривать ногу регулируемую углами q_1, q_2 как переносимую, а вторую как опору.

Для эллипса справедливо следующее уравнение:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где a – определяемая как половина длины шага, и b – высота шага, параметры эллипса. Тогда для параметризации верхней части эллипса

$$x = a - a\cos(\varphi), \quad y = b\sin(\varphi),$$

где угол $\varphi \in [0, \pi]$.

Это определяет траекторию переносимой стопы:

$$r_{+}^{\vec{}} : \begin{cases} x = a - a\cos(\varphi), \\ y = b\sin(\varphi). \end{cases}$$

Для опорной стопы:

$$r_{-}^{\vec{}} : \begin{cases} x = a, \\ y = 0. \end{cases}$$

Аналогично для точки подвеса ног можно получить представление:

$$r_{O}^{\vec{}} : \begin{cases} x = a - (l_1 + l_2)\cos(\psi), \\ y = (l_1 + l_2)\sin(\psi), \end{cases}$$

где угол $\psi \in [\psi_0, \pi - \psi_0]$,

$$\cos(\psi_0) = \frac{a}{2(l_1 + l_2)}, \quad \frac{a}{2} \leq l_1 + l_2,$$

$$\psi_0 = \arccos\left(\frac{a}{2(l_1 + l_2)}\right).$$

Движение по траектории определяется углами φ и ψ , согласно источнику [7] выведем для них зависимость от времени:

$$\varphi = \varphi_0 - (\varphi_0 - \varphi_T)\tau(t),$$

$$\psi = \psi_0 - (\psi_0 - \psi_T)\tau(t),$$

где $\tau(0) = 0, \tau(T) = 1$. Рассмотрим какому условию должна удовлетворять функция $\tau(t)$:

$$\dot{\varphi} = (\varphi_T - \varphi_0)\dot{\tau}(t),$$

$$d\varphi = (\varphi_T - \varphi_0)\dot{\tau}(t)dt,$$

$$\int_0^T (\varphi_T - \varphi_0)\dot{\tau}(t)dt = \varphi_T - \varphi_0,$$

$$\int_0^T \dot{\tau}dt = 1. \quad (9)$$

При $\tau(t) = \frac{t}{T}$ имеет место равномерное движение. Но в таком случае соприкосновение с поверхностью будет слишком жёстким, лучше рассмотреть более плавный шаг с разгоном и торможением. Для этого зададим функцию $\tau(t)$ в виде:

$$\tau(t) = \frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right). \quad (10)$$

Функция (10) удовлетворяет условию (9) и обеспечивает нулевую скорость в момент касания земли. Следовательно, можем выразить углы как функции:

$$\varphi = \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right),$$

$$\psi = \psi_0 - (\psi_0 - \psi_T) \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right).$$

Данная схема движения подходит под ограничения на углы для формул (1)-(4). Исходя из параметризации можем записать выражения для обобщённых координат q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 используя формулы (1)-(4), (8) соответственно. Учитывая их размер, можно привести представления только для q_3 и q_4 :

$$q_3 = -\arccos\left(\cos\left(\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2\pi}\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)\right)\right)\right),$$

$$q_4 = 0.$$

Глава 4. Численный эксперимент

Начальные данные системы:

$$a = 0.04\text{м}, b = 0.02\text{м}, l_1 = l_2 = 0.1\text{м}, T = 1\text{с},$$

$$OA = 0.15\text{м}, m_D = 0.1\text{кг}, m_B = 0.1\text{кг}, m_O = 0.2\text{кг}, m_A = 0.6\text{кг}.$$

Графики построены с помощью программы Matlab R2019b, угол $q_4 = 0$.

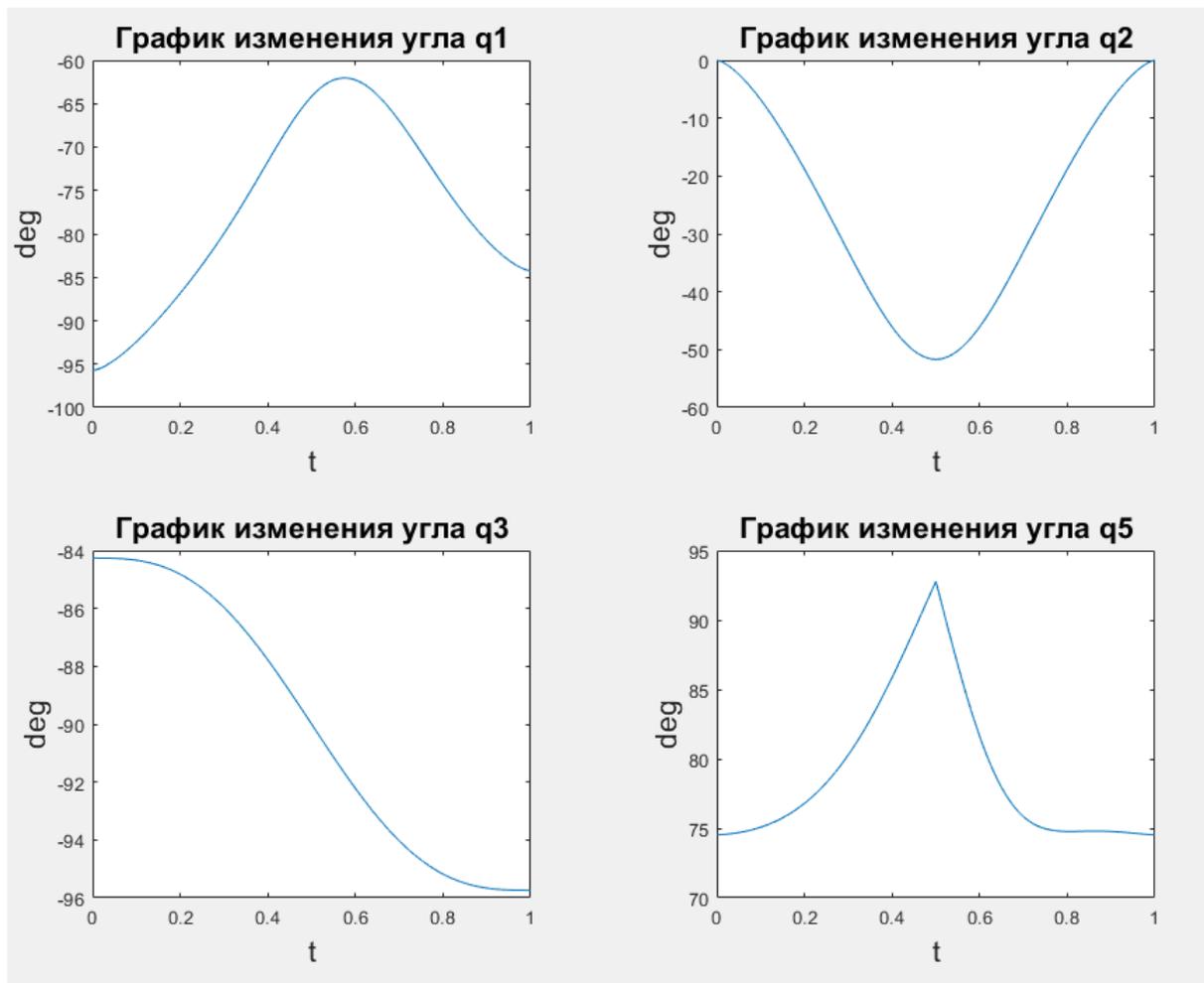


Рис. 7: Графики изменения обобщённых координат от времени.

По графикам на рис. 7 можем видеть как изменяются обобщённые координаты в зависимости от времени. Заметим также, что скорость изменения углов уменьшается при приближении к точкам $t = 0, t = T$, из чего следует, что система разгон-торможение работает корректно. Также можем видеть, что графики удовлетворяют условию периодичности движения, учитывая что выражения для углов q_1, q_2 , при переходе на следующий

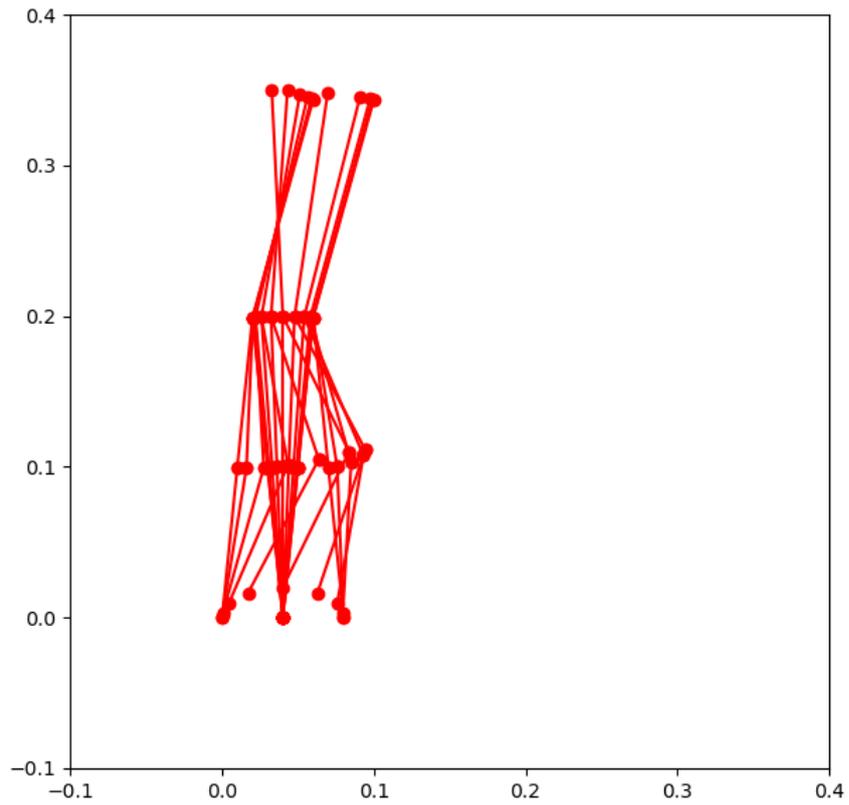


Рис. 8: Движение двуногого робота.

шаг, соответственно заменятся на выражения для углов q_3 , q_4 на этом шаге, а для углов q_3 , q_4 , при переходе на следующий шаг, соответственно заменятся на выражения для углов q_1 , q_2 на этом шаге. На рис. 8 представлено положение робота в моменты времени $0.1t$ сек., для $t = \overline{0, 10}$.

Заключение

В результате проделанной работы были выполнены следующие задачи:

1. Рассмотрены два способа нахождения обобщённых координат.
2. Решена обратная задача кинематики с использованием метода Дена-вита-Хартенберга.
3. Аналитически найдены изменения обобщённых координат по заданным траекториям движения стоп и точки подвеса ног.
4. Рассчитано изменение угла корпуса в зависимости от положения центра масс всей системы.
5. Определена схема передвижения робота в зависимости от времени.
6. Выполнена программная реализация динамической ходьбы.

Результаты данной работы в перспективе могут быть использованы для решения более сложных задач в области робототехники и движения антропоморфных роботов. В дальнейшем задачу можно расширить, добавив дополнительные звенья механизму, например, руки.

Список литературы

- [1] Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. «Методы управления робототехническими приложениями». Учебное пособие. — СПб.: Университет ИТМО, 2016. — 108 с.
- [2] Белецкий В. В. «Плоские линейные модели двуногой ходьбы». М.: Институт прикладной математики АН СССР, 1973, Препринт № 95, - 69с.
- [3] Вукобратович М. «Шагающие роботы и антропоморфные механизмы». М.: Мир, 1976. - 541 с.
- [4] Ларин В. Б. «Управление шагающими аппаратами». Киев: Наук. думка, 1980. - 168 с.
- [5] Маркеев А. П. «Теоретическая механика». Учебник для университетов. - Москва: ЧеРо, 1999, 572 стр.
- [6] Формальский А. М. «Перемещение антропоморфных механизмов». М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. - 368 с.
- [7] Шиманчук Д.В. «Введение в современную робототехнику». – Санкт-Петербург, 2018. – 203 с.
- [8] Сетевой ресурс: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/913201>.
- [9] Сетевой ресурс: <https://www.mathworks.com/help/> – документация MATLAB
- [10] С.В. Шаныгин «Методика расчета и проектирования многозвенной пространственной манипуляционной системы». - Москва: Известия высших учебных заведений, 2012. - 5с.
- [11] Seong Chiun Lim, Gik Hong Yeap «The Locomotion of Bipedal Walking Robot with Six Degree of Freedom». Published by Elsevier Ltd. Procedia Engineering 41 (2012) 8 – 14.

- [12] Mohammad Osman Tokhi, Noah J Cowan, Abul K M Azad, Gurvinder S Virk, Roger D Eastman «Adaptive Mobile Robotics». World Scientific Publishing Company, 2012. - 904.