

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ – ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ

Томилова Анастасия Сергеевна

Магистерская диссертация

**Разработка робастного закона управления
подвижным объектом с использованием
оптимизационного подхода**

Направление 01.04.02 Прикладная математика и информатика
Магистерская программа «Методы прикладной математики
и информатики в задачах управления»

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук,
доцент Жабко Н. А.

Рецензент,
кандидат технических наук,
доцент Лопарев А. В.

Санкт-Петербург

2020

Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Постановка задачи.....	5
1.1. Математическая модель подвижного объекта.....	5
1.2. Закон управления с многоцелевой структурой.....	6
1.3. Постановка задачи оптимизации робастного закона управления	9
1.4. Обзор литературы	10
Глава 2. Разработка робастного закона управления при использовании оптимизационного подхода.....	13
2.1. Анализ робастной устойчивости объекта управления.....	13
2.2. Метод оптимизации робастного закона управления.....	17
2.3. Поиск настраиваемых элементов закона управления	23
Глава 3. Примеры моделирования управляемого движения для подвижных объектов.....	25
3.1. Моделирование динамики для системы магнитной левитации	25
3.1.1. Описание математической модели	25
3.1.2. Построение закона управления	28
3.1.3. Описание программного комплекса	30
3.1.4. Имитационное моделирование.....	34
3.2. Моделирование движения морского судна	43
3.2.1. Описание математической модели	43
3.2.2. Построение закона управления	45
3.2.3. Описание программного комплекса	46
3.2.4. Имитационное моделирование.....	51
Заключение	61
Список литературы	62
Приложение	65

Введение

Вопросы анализа и синтеза робастных законов управления являются одними из наиболее значимых и актуальных вопросов при моделировании динамики подвижных объектов. В современной теории управления им уделяется особое внимание. Это связано с тем, что построенные математические модели определяют лишь приближенную динамику объекта управления. Следовательно, возникает вопрос о сохранении определенных свойств системы управления. Таким образом, для хорошо спроектированной системы управления малое варьирование параметров модели не приведет к принципиальным изменениям динамических свойств замкнутой системы. Если же это не так, то систему нельзя считать работоспособной.

В процессе построения математической модели объекта управления могут возникнуть неточности. Они следуют из ряда сложностей, таких как неполнота информации об исследуемом объекте управления, стремление к упрощению математической формализации, наличие различных неучтенных факторов и т. д. Все это влияет на работу системы управления и приводит к необходимости проведения анализа робастных свойств и синтеза робастного закона управления.

Существуют два основных класса неопределенностей математической модели: параметрические и неструктурированные. В первом случае для анализа и синтеза систем управления используются подходы, основанные на использовании линейных матричных неравенств, теоремы Харитонова об устойчивости семейства полиномов и др. Во втором случае обычно применяются частотные методы анализа и синтеза.

Целью работы является синтез динамического регулятора, который обеспечивает наилучшие робастные свойства системы управления при заданных ограничениях на качество переходных процессов. Рассматривается математическая модель подвижного объекта и проводится построение многоцелевого закона управления, обеспечивающего наилучшие робастные

свойства, при помощи использования оптимизационного подхода. Применение многоцелевого подхода [3, 11, 25] для синтеза регулятора обусловлено тем, что замкнутая система управления должна обладать желаемыми качествами функционирования в различных режимах. Предлагается метод синтеза регулятора, обеспечивающего максимальную ширину частотного «коридора» робастной устойчивости. Данный метод основан на формализованной постановке задачи оптимизации и разработке метода её решения.

Проведение имитационного моделирования в работе выполняется на примере двух объектов управления: в задаче управления системой магнитной левитации [7, 9, 10, 24] и в задаче управления морским судном [2]. Для системы магнитной левитации необходимо стабилизировать шарик в заданном положении, а для морского судна нужно обеспечить движение по заданному курсу. Для каждого из объектов проводится построение робастного закона управления. Настраиваемые параметры динамического регулятора находятся из решения задачи оптимизации на основе предлагаемого метода. Результаты научно-исследовательской работы представлены в среде MATLAB/Simulink.

Глава 1. Постановка задачи

1.1. Математическая модель подвижного объекта

Для построения математических моделей в основном используют два подхода [1]. Первый базируется на законах природы, которые характеризуют содержательную сущность функционирования объектов управления, и имеет аналитическую основу. Для подвижных объектов такими законами являются законы механики. Необходимо также учитывать законы, которым подчиняются процессы в той или иной окружающей среде, это связано с тем, что системы управления невозможно рассматривать вне окружающей среды.

Второй подход носит экспериментальный характер и применяется тогда, когда содержательные законы природы для объекта либо не полностью известны, либо слишком сложны для непосредственного применения.

В качестве математических моделей объектов управления выступают обыкновенные дифференциальные уравнения. Получение таких уравнений осуществляется двумя способами, описанными выше. Использование системы дифференциальных уравнений позволяет описать динамику объекта.

Пусть имеется система нелинейных дифференциальных уравнений и задано уравнение измерения [1]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}(\mathbf{x}, u, d), \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x},\end{aligned}\tag{1.1}$$

где $\mathbf{x} \in E^n$ – вектор состояний, $u \in E^1$ – управление, $d \in E^1$ – внешнее возмущение, действующее на объект, $y \in E^1$ – измеряемая переменная.

Система (1.1) формирует нелинейную математическую модель объекта управления. Однако работать с нелинейной моделью существенно трудно, поэтому уравнения системы (1.1) линеаризуют в окрестности некоторого частного решения, которое представляет определенный интерес.

Рассмотрим линейную математическую модель подвижного объекта, полученную путем линеаризации нелинейной системы (1.1):

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{H}d, \\ y &= \mathbf{C}\mathbf{x}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Здесь матрицы \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{H} определены следующим образом:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ h_n \end{pmatrix}, \mathbf{C} = (c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n).$$

В связи с тем, что измеряемая переменная y и управляющий сигнал u скалярные величины, систему (1.2) принято называть SISO-системой, системой с одним входом и одним выходом.

Линейная математическая модель (1.2) будет использоваться для проведения исследования, представленного в данной работе.

1.2. Закон управления с многоцелевой структурой

В работе применяется многоцелевой подход для синтеза закона управления [3, 11, 25]. Использование закона управления с многоцелевой структурой обусловлено тем, что такой регулятор позволяет обеспечить желаемое качество функционирования замкнутой системы управления в различных режимах. Рассматриваются следующие режимы: собственное движение (движение без внешних возмущений) и движение под воздействием внешних возмущений. Для второго режима необходимо обеспечить астатизм по измеряемой переменной системы (1.2).

Основными показателями качества функционирования замкнутой системы, рассматриваемые в данной работе, являются длительность переходного процесса и колебательность.

Построим динамический регулятор с многоцелевой структурой [3, 11, 25], представленный формулами

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}u + \mathbf{G}(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ \dot{\mathbf{p}} &= \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \boldsymbol{\beta}(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ \xi &= \boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} + \mu(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ u &= \mathbf{K}\mathbf{z} + \xi,\end{aligned}\tag{1.3}$$

где $\mathbf{z} \in E^n$ – вектор состояния асимптотического наблюдателя, который позволяет восстановить информацию о неизвестных компонентах вектора состояния; $\mathbf{p} \in E^m$ – вектор состояния динамического корректора; $\xi \in E^1$ – выход динамического корректора.

Настраиваемыми элементами закона управления (1.3) с многоцелевой структурой являются

- компоненты вектора \mathbf{K} базового закона управления $u = \mathbf{K}\mathbf{x}$, определяющие динамику собственного движения системы управления;
- компоненты вектора \mathbf{G} асимптотического наблюдателя, обеспечивающей гурвицевость матрицы $\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}$;
- компоненты матрицы $\boldsymbol{\alpha}$, векторов $\boldsymbol{\beta}$, $\boldsymbol{\gamma}$ и числа μ динамической корректора, которые обеспечивают желаемое функционирование замкнутой системы (1.2), (1.3) при воздействии внешнего возмущения.

Поиск настраиваемых элементов осуществляется таким образом, чтобы достичь желаемого качества функционирования замкнутой системы управления (1.2), (1.3) в различных режимах, и при этом обеспечить наилучшие робастные свойства системы управления при условии, что на качество переходных процессов наложены ограничения.

Компоненты вектора \mathbf{K} базового закона управления находятся так, чтобы обеспечивалась асимптотическая устойчивость замкнутой системы при использовании управления вида $u = \mathbf{K}\mathbf{x}$. То есть необходимо, чтобы матрица $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}$ была гурвицевой, а именно нужно обеспечить расположение

корней характеристического полинома замкнутой системы в левой открытой полуплоскости комплексной плоскости.

Вектор \mathbf{G} асимптотического наблюдателя находится из условия гурвицевости матрицы $\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C}$. Существуют различные методы поиска, в частности в работе используется метод назначения полюсов, таких, чтобы полученный многоцелевой закон управления (1.3) обеспечивал максимальную ширину частотного «коридора» робастной устойчивости.

Аналогичным образом ищется матрица динамического корректора α , то есть матрица α должна быть гурвицевой. И так же, как и асимптотический наблюдатель, должна обеспечивать расширение границ робастной устойчивости для динамического регулятора (1.3). И при этом матрица α представлена в форме Фробениуса.

Компоненты вектора β динамического корректора находятся из условий астатизма и фильтрации, то есть должно обеспечиваться выполнение следующих равенств

$$F_{dy}(0) = 0,$$
$$F_{du}(j\omega_0) = 0.$$

Здесь $F_{dy}(s)$ и $F_{du}(s)$ – это передаточные функции замкнутой системы (1.2), (1.3) от входа d к выходу y и от входа d к выходу u соответственно, ω_0 – это настраиваемая частота.

Под астатизмом и фильтрацией будем понимать следующее:

- Астатизм – это свойство системы управления сводить установившиеся ошибки к нулю, возникающие под влиянием постоянного внешнего возмущения на данную систему.
- Фильтрация позволяет при значительных внешних возмущениях колебательного характера снизить интенсивность работы приводов.

Вектор γ и число μ имеют следующий вид:

$$\gamma = (0, 0, \dots, 0, 1),$$
$$\mu = 0.$$

Отметим, что от выбора настраиваемых элементов многоцелевого закона управления (1.3) зависит динамика замкнутой системы. Поэтому в процессе поиска параметров управления необходимо учитывать ограничения, накладываемые на качество переходных процессов.

1.3. Постановка задачи оптимизации робастного закона управления

В большинстве случаев математическая модель, описывающая объект управления, отличается от номинальной модели. Это связано с тем, что при построении математической модели возникает ряд неточностей, таких как наличие неучтенных факторов и неполнота информации об объекте управления. Следовательно, возникают вопросы: сохранит ли замкнутая система управления при любых вариациях коэффициентов модели (1.2) в заданных пределах желаемое качество функционирования и обеспечивает ли динамический регулятор (1.3) наилучшие робастные свойства системы управления при условии, что на качество переходных процессов наложены ограничения.

Будем считать, что некоторые коэффициенты математической модели (1.2) варьируются в заданных пределах, то есть

$$a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}], \quad b_i \in [\underline{b}_i, \bar{b}_i], \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (1.4)$$

Здесь \underline{a}_{ij} , \bar{a}_{ij} и \underline{b}_i , \bar{b}_i – границы пределов варьирования, a_{ij} и b_i – варьируемые коэффициенты математической модели (1.2), однако некоторые из этих коэффициентов могут быть фиксированными.

В работе проводится построение многоцелевого закона управления, обеспечивающего наилучшие робастные свойства замкнутой системы управления при заданных ограничениях на качество переходных процессов, а именно на длительность перехода и колебательность. Приведем определения длительности перехода и колебательности [1].

Длительностью собственного движения будем называть время T_p , необходимое для перевода выхода системы y из начального состояния $y(0)$ в заданную малую окрестность числа ρ_z :

$$T_p = \inf\{t_m : \frac{|y(t) - \rho_z|}{\rho_z} \leq \Delta, \forall t \geq t_m\},$$

где Δ – фиксированное вещественное число (обычно $\Delta = 0.05$).

Колебательностью процесса по отношению к рассматриваемым движениям будем называть целое вещественное число $N_p = [n_r/2]$, где через n_r обозначено количество вещественных корней нелинейного уравнения

$$y(t) = \rho_z$$

на отрезке $t \in [0, T_p]$ (полагаем, что их число конечно).

Для синтеза динамического регулятора используется оптимизационный подход, который заключается в том, чтобы обеспечить максимальную ширину частотного «коридора» робастной устойчивости.

Ставится задача разработки робастного закона управления (1.3) подвижным объектом с математической моделью (1.2) с использованием оптимизации, при условии, что на качество переходного процесса, а именно на длительность перехода и колебательность, наложены ограничения. Задача оптимизации состоит в том, чтобы расширить границы робастной устойчивости и при этом сохранить качество переходных процессов в допустимых пределах (1.4).

1.4. Обзор литературы

В теории управления работам в области робастности уделяется особое внимание. По данной теме проводится и посвящается множество научных исследований, статей и книг, например [1, 6-8, 10-12]. Исследования в данной области связаны с тем, что динамика используемой при синтезе регуля-

тора математической модели может существенно отличаться от динамики истинного объекта управления.

Для анализа робастных свойств системы управления принято использовать два основных направления: параметрический метод для структурированных неопределенностей и частотный метод для неструктурированных неопределенностей [1]. К классу параметрических методов анализа и синтеза робастного закона управления относят подход, связанный с применением линейных матричных неравенств [16], к примеру, метод, основанный на инвариантных эллипсоидах, изложенный в статье [19]. Другой подход основывается на теореме Харитоновой об устойчивости семейства полиномов, впервые сформулированной в работе [15].

К классу частотных методов анализа и синтеза робастного закона управления при наличии неструктурированной неопределенности относятся методы, представленные в работах [17, 18]. Данные методы имеют особенность, заключающуюся в том, что структура модели заранее не фиксирована, в частности неизвестны степени полиномов в числителях и знаменателях передаточных функций. При этом ограничения на допустимые вариации модели накладываются в частотной области.

Существуют множество различных подходов для синтеза закона управления. К примеру, классическими вариантами синтеза стабилизирующих регуляторов являются линейно-квадратичный регулятор (LQR) и модальный синтез [1, 4, 5, 20]. Также применяют оптимизационные подходы к синтезу закона управления. Одним из таких методов является аналитический синтез регулятора, обеспечивающего экстремум некоторого функционала, заданного на движениях замкнутой системы. Такой подход принято называть модальной оптимизацией, так как он связан с вопросами модального управления [1].

В статье [14] рассматривается задача разработки многоцелевого закона управления, обеспечивающего наилучшие робастные свойства замкнутой системы управления при условии, что на качество переходных процессов на-

ложены ограничения, и предлагается метод решения, основанный на модальной параметрической оптимизации.

В данной работе делается акцент именно на использовании метода модальной параметрической оптимизации для синтеза робастного регулятора. В качестве метода анализа робастной устойчивости применяется частотный метод.

Глава 2. Разработка робастного закона управления при использовании оптимизационного подхода

2.1. Анализ робастной устойчивости объекта управления

Анализ робастной устойчивости системы управления подвижным объектом более подробно рассматривался в бакалаврской работе «Анализ робастных свойств многоцелевого закона управления движением судна по курсу» [13]. В качестве подвижного объекта в бакалаврской работе выступало морское судно. В данной работе могут рассматриваться различные объекты, описываемые SISO-системой вида (1.2), и проведение анализа робастной устойчивости необходимо для того, чтобы показать, что многоцелевой закон управления, полученный при решении задачи оптимизации, гарантирует сохранение робастной устойчивости при вариации коэффициентов модели объекта (1.2) в заданных пределах (1.4).

Также как и в бакалаврской работе [13], дадим общее понятие робастной устойчивости линейных систем [1]. Для этого введем следующие обозначения: $\mathbf{T}(s, \Delta)$, $\mathbf{K}(s)$, $\mathbf{H}(s, \mathbf{K}, \Delta)$ – передаточные матрицы объекта, регулятора и замкнутой системы $\mathbf{e} = \mathbf{H}(s, \mathbf{K}, \Delta)\mathbf{d}$ соответственно. Неопределенность в задании математической модели обозначена символом Δ . О неопределенности Δ известно лишь, что она принадлежит некоторому заданному множеству: $\Delta \in D$. Также введем в рассмотрение характеристический полином $\delta(s, \mathbf{K}, \Delta)$ замкнутой системы, зависящий от выбора регулятора и от конкретной реализации неопределенности. Пусть $\delta_i = \delta_i(\mathbf{K}, \Delta)$ – корни характеристического полинома, которые для работоспособной системы должны нахо-

даться в открытой левой полуплоскости C^- на плоскости корней. Тогда определение робастной устойчивости будет звучать следующим образом.

Определение. Будем говорить, что замкнутая система $\mathbf{e} = \mathbf{H}(s, \mathbf{K}, \Delta)\mathbf{d}$ обладает свойством робастной устойчивости (является робастно устойчивой) по отношению к неопределенности Δ , если для любого варианта $\Delta \in D$ выполняется условие $\delta_i(\mathbf{K}, \Delta) \in C^-$. При этом будем говорить, что регулятор $\mathbf{u} = \mathbf{K}(s)\mathbf{y}$ обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы.

Приведем аналогичные рассуждения анализа робастной устойчивости, которые использовались в бакалаврской работе [13].

Применяя преобразование Лапласа, представим математическую модель (1.2) и многоцелевой закон управления (1.3) в tf-форме. В результате получим

$$y = P_n(s)u + F_n(s)d, \quad (2.1)$$

$$u = K(s)y. \quad (2.2)$$

Здесь $P_n(s)$ и $F_n(s)$ – номинальные передаточные функции объекта, $K(s)$ – передаточная функция регулятора. Не трудно проверить, что передаточные функции $P_n(s)$, $F_n(s)$ и $K(s)$ определяются равенствами

$$P_n(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B},$$

$$F_n(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{H},$$

$$K(s) = (1 - \mathbf{K}\mathbf{K}_1(s)\mathbf{B} + K_d(s)\mathbf{C}\mathbf{K}_1(s)\mathbf{B}s^{-1})^{-1}(\mathbf{K}\mathbf{K}_1(s)\mathbf{G} + K_d(s) - K_d(s)\mathbf{C}\mathbf{K}_1(s)\mathbf{G}),$$

где $K_d(s) = \gamma(s\mathbf{E} - \boldsymbol{\alpha})^{-1}\boldsymbol{\beta} + \mu$ – передаточная функция динамического корректора, $K_1(s) = (s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{G}\mathbf{C})^{-1}$ – вспомогательная передаточная функция.

Будем полагать, что передаточная функция $K(s)$ динамического регулятора (1.3) не изменяется в процессе функционирования, а передаточные функции $P_n(s)$ и $F_n(s)$ объекта управления (1.2) имеют неопределенность. Поэтому регулятор (2.2) фактически замыкает не объект с моделью (2.1), а другой объект с моделью:

$$y = P(s)u + F(s)d ,$$

передаточные функции $P(s)$ и $F(s)$ которого отличаются от номинальных.

Дадим определения относительного и взвешенного относительного возмущения модели или номинальной передаточной функции, приведенные в книге [1].

Определение 1. Относительным возмущением модели или номинальной передаточной функции будем называть рациональную дробь

$$\Delta_0(s) = [P(s) - P_n(s)]P_n^{-1}(s). \quad (2.3)$$

Определение 2. Взвешенным относительным возмущением модели или номинальной передаточной функции (или просто возмущением либо неопределенностью) будем называть выражение

$$\Delta(s) = [P(s) - P_n(s)][P_n(s)W_d(s)]^{-1}, \quad (2.4)$$

где $W_d(s)$ – это заданная весовая дробно-рациональная функция.

Сформулируем теорему о малом коэффициенте усиления, приведенную в книге [1].

Теорема 1. Пусть неопределенность $\Delta(s)$ удовлетворяет условию

$$|\Delta(j\omega)| \leq 1, \quad \forall \omega \in R^1,$$

то есть принадлежит множеству $D = \{\Delta(s) : |\Delta(j\omega)| \leq 1 \quad \forall \omega \in R^1\}$ дробно-рациональных функций. Если объект с передаточной функцией $M(s)$ устойчив, однако система с обратной связью сохраняет устойчивость не для любого возмущения из множества D , то найдется такая функция $\Delta^*(s) \in D$ и такая частота $\omega^* \in R^1$, что выполнится равенство

$$1 - \Delta^*(j\omega^*)M(j\omega^*) = 0.$$

Это значит, что годограф Найквиста $F(j\omega) = -\Delta^*(j\omega)M(j\omega)$ для разомкнутой цепи на частоте $\omega = \omega^*$ пройдет через критическую точку $(-1, 0j)$ на комплексной плоскости.

Приведем рассуждения, о предельно допустимых гарантированных границах изменения возмущений модели объекта, которые не приводят к потере устойчивости.

По теореме о малом коэффициенте усиления, достаточным условием устойчивости возмущенной замкнутой системы является выполнение неравенства

$$\max_{\omega \in R^1} |\Delta(j\omega)M(j\omega)| < 1, \quad (2.5)$$

где $M(s) = -W_d(s)K(s)[1 + P_n(s)K(s)]^{-1}P_n(s)$.

С учетом (2.4) и (2.3), достаточное условие (2.5) примет вид

$$\max_{\omega \in R^1} |\Delta_0(j\omega)T(j\omega)| < 1,$$

где $T(s) = K(s)[1 + P_n(s)K(s)]^{-1}P_n(s)$, $\Delta_0(s) = [P(s) - P_n(s)]P_n^{-1}(s)$.

Представляя неравенство (2.3) в виде

$$|\Delta(j\omega)M(j\omega)| < 1, \text{ или } |[P(j\omega) - P_n(j\omega)]P_n^{-1}(j\omega)T(j\omega)| < 1$$

для любого $\omega \in [0, \infty)$, получим следующее достаточное условие

$$|[P(j\omega) - P_n(j\omega)]P_n^{-1}(j\omega)| < 1/|T(j\omega)|, \quad \forall \omega \in [0, \infty).$$

Функция частоты $b(\omega, P_n, K) = 1/|T(j\omega)|$ представляет предельно «широкий коридор» вариации амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) объекта управления (1.2), в пределах которого гарантируется сохранение устойчивости замкнутой регулятором (2.2) системы.

Таким образом, частотные границы робастной устойчивости для динамического регулятора (2.2) определяются следующими формулами

$$\begin{aligned} A_{up}(\omega) &= \left(1 + \frac{1}{|T(j\omega)|}\right) |P_n(j\omega)|, \\ A_{lo}(\omega) &= \left(1 - \frac{1}{|T(j\omega)|}\right) |P_n(j\omega)|. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Теперь построим частотные границы, в пределах которых варьируется АЧХ объекта управления (1.2) при изменении коэффициентов модели в за-

данных диапазонах (1.4). Для этого введем в рассмотрение функцию

$$A(\omega, \mathbf{a}) = |P(j\omega, \mathbf{a})|, \quad (2.7)$$

где \mathbf{a} – вспомогательный вектор, состоящий из варьируемых элементов модели объекта (1.2). Тогда верхняя и нижняя частотные границы вариаций АЧХ объекта будут определяться как максимальное и минимальное значение функции (2.7) для любого $\omega \in [0, \infty)$:

$$\begin{aligned} A_1(\omega) &= \max_{\mathbf{a} \in \Omega} A(\omega, \mathbf{a}), \\ A_2(\omega) &= \min_{\mathbf{a} \in \Omega} A(\omega, \mathbf{a}). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь Ω – допустимое множество, определяемое выражениями (1.4), $A_1(\omega)$ и $A_2(\omega)$ – верхняя и нижняя границы соответственно.

Таким образом, границы (2.8) образуют частотный «коридор», в пределах которого фактически варьируется АЧХ объекта, при условии, что коэффициенты модели изменяются в заданных пределах (1.4). Построение этих границ (2.8) проводилось численно в среде MATLAB.

Для того чтобы многоцелевой закон управления (1.3) гарантировал сохранение робастной устойчивости замкнутой системы (1.2), (1.3) необходимо и достаточно, чтобы границы робастной устойчивости регулятора (2.6) включали построенный частотный «коридор» (2.8).

2.2. Метод оптимизации робастного закона управления

Будем рассматривать задачу оптимизации робастного закона управления (1.3) подвижным объектом с математической моделью (1.2) при ограничениях на качество переходного процесса, а именно на время переходного процесса и колебательность. Для упрощения формализации ограничений будем предполагать, что ограничения, накладываемые на длительность и коле-

бательность, задаются с помощью введения области расположения корней на комплексной плоскости специального вида.

Передаточная функция $K(s)$ зависит от выбора настраиваемых элементов многоцелевого закона управления (1.3). Объединим эти элементы в вектор параметров $\mathbf{h} = \{\mathbf{K}, \mathbf{G}, \alpha, \beta, \gamma, \mu\}$, тогда $K(s, \mathbf{h})$ – передаточная функция регулятора.

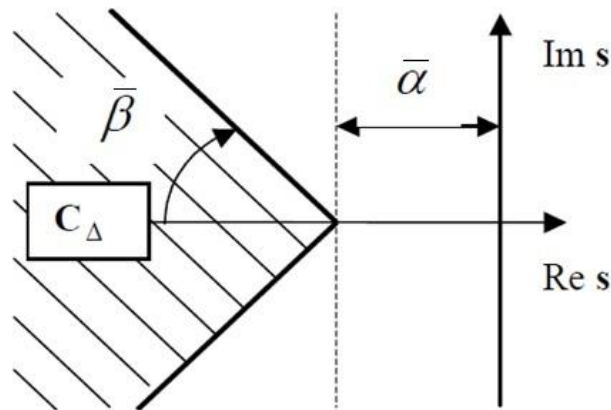


Рис. 1. Область C_{Δ} .

С целью оптимизации робастных свойств будем максимизировать ширину частотного «коридора» робастной устойчивости, которая, согласно [1], является функцией частоты и равна

$$W(\omega, \mathbf{h}) = \frac{1}{|T(j\omega, \mathbf{h})|}.$$

Максимизация функции $W(\omega, \mathbf{h})$ по вектору \mathbf{h} эквивалента минимизации $|T(j\omega, \mathbf{h})|$. В связи с этим будем рассматривать два функционала:

$$J_1(\mathbf{h}) = \max_{\omega \in [\omega_1, \omega_2]} |T(j\omega, \mathbf{h})|, \quad J_2(\mathbf{h}) = \int_{\omega_1}^{\omega_2} |T(j\omega, \mathbf{h})| d\omega, \quad (2.9)$$

где $\omega_1 \geq 0$ и $\omega_2 \geq 0$ – границы рабочего диапазона.

Оба функционала (2.9) могут использоваться для оптимизации робастных свойств регулятора (2.2). При этом первый из них определяет ширину самой узкой части «коридора», а второй – интегральную характеристику ширины «коридора» на всем диапазоне частот.

Таким образом, получим задачу модальной параметрической оптимизации, которую можно представить в виде

$$J_i = J_i(\mathbf{h}) \rightarrow \min_{\mathbf{h} \in \Omega_H}, \quad i = 1, 2. \quad (2.10)$$

Здесь множество Ω_H допустимых параметров таково, что все корни характеристического полинома замкнутой системы (1.2), (1.3) лежат в заданной области C_Δ комплексной плоскости. Область C_Δ , изображенная на рис. 1, задается следующим образом:

$$C_\Delta = \{s = x \pm yj \in \mathbf{C}^1 : x \leq -\bar{\alpha}, 0 \leq y \leq (-x - \bar{\alpha})tg\bar{\beta}\}, \quad (2.11)$$

где $x = \text{Re}(s)$, $y = \text{Im}(s)$, s – произвольная точка комплексной плоскости, $\bar{\alpha} > 0$ и $0 \leq \bar{\beta} < \pi/2$ – заданные вещественные числа.

Сформулируем утверждение, осуществляющее параметризацию области C_Δ с помощью вещественного евклидова пространства. В книге [1] приведено аналогичное утверждение для более простого задания области C_Δ .

Теорема 2. Для любого вектора $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$ все корни полинома

$$\Delta^*(s, \gamma) = \begin{cases} \tilde{\Delta}^*(s, \gamma), & \text{если } n_d - \text{четное}; \\ (s + a_{d+1}(\gamma, \bar{\alpha}))\tilde{\Delta}^*(s, \gamma), & \text{если } n_d - \text{нечетное}, \end{cases} \quad (2.12)$$

принадлежат области C_Δ и обратно, если все корни некоторого полинома $\Delta(s)$ принадлежат этой области, то можно указать такой вектор $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$, что справедливо тождество $\Delta(s) \equiv \Delta^*(s, \gamma)$, причем

$$\tilde{\Delta}^*(s, \gamma) = \prod_{i=1}^d (s^2 + a_i^1(\gamma, \bar{\alpha})s + a_i^0(\gamma, \bar{\alpha})), \quad d = [n_d/2], \quad (2.13)$$

$$a_i^1(\gamma, \bar{\alpha}) = 2\bar{\alpha} + 2\gamma_{i1}^2,$$

$$a_i^0(\gamma, \bar{\alpha}) = \bar{\alpha}^2 + 2\gamma_{i1}^2\bar{\alpha} + f(\gamma_{i2}) \frac{\gamma_{i1}^4}{\cos^2(\bar{\beta})}, \quad i = \overline{1, d}, \quad (2.14)$$

$$a_{d+1}(\gamma, \bar{\alpha}) = \gamma_{d0}^2 + \bar{\alpha}, \quad \gamma = \{\gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \dots, \gamma_{d1}, \gamma_{d2}, \gamma_{d0}\}. \quad (2.15)$$

При этом функция $f(\cdot) : (-\infty, +\infty) \rightarrow (0, 1)$ удовлетворяет условию существования обратной функции во всей области задания.

Таким образом, при любом выборе вектора $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$ корни полинома $\Delta^*(s, \gamma)$ расположены внутри области C_Δ , и наоборот, каждому фиксированному распределению корней в области C_Δ соответствует единственный вектор $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$ [1]. То есть существует взаимно однозначное соответствие между расположением корней характеристического полинома замкнутой системы (1.2), (1.3) внутри области C_Δ и значениями вектора $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$.

Воспользуемся теоремой 2 для построения вычислительного метода решения задачи параметрического синтеза (2.10). Зададим произвольный вектор $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$ и построим вспомогательный полином $\Delta^*(s, \gamma)$ по формулам (2.12)-(2.15).

Будем искать настраиваемые элементы регулятора (1.3), объединенные в вектор \mathbf{h} , так, чтобы обеспечивалось тождество

$$\Delta(s, \mathbf{h}) \equiv \Delta^*(s, \gamma), \quad (2.16)$$

где $\Delta(s, \mathbf{h})$ – характеристический полином замкнутой системы степени n_d . Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях s в (2.16), получим систему нелинейных уравнений

$$\mathbf{Q}(\mathbf{h}) = \chi(\gamma). \quad (2.17)$$

В общем случае данная система (2.17) имеет неединственное решение [1]. Тогда вектор \mathbf{h} может быть представлен как совокупность двух векторов $\mathbf{h} = \{\bar{\mathbf{h}}, \mathbf{h}_c\}$, где \mathbf{h}_c – свободная составляющая, $\bar{\mathbf{h}}$ – вектор, однозначно определяемый решением системы (2.17) при заданном векторе \mathbf{h}_c . Таким образом решение системы уравнений (2.17) относительно неизвестных компонент вектора \mathbf{h} можно записать в виде

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}^* = \{\bar{\mathbf{h}}^*(\mathbf{h}_c, \gamma), \mathbf{h}_c\} = \mathbf{h}^*(\gamma, \mathbf{h}_c) = \mathbf{h}^*(\varepsilon),$$

где $\varepsilon = \{\gamma, \mathbf{h}_c\} \in E^\lambda$ – произвольный вектор независимых параметров размерности λ , причем

$$\lambda = \dim(\varepsilon) = \dim(\gamma) + \dim(\mathbf{h}_c) = n_d + n_c.$$

Тогда функционалы (2.9) можно представить так

$$J_i = J_i(\mathbf{h}) = J_i^*(\mathbf{h}^*(\varepsilon)) = J_i^*(\varepsilon), \quad i = 1, 2. \quad (2.18)$$

При этом справедливо следующее утверждение. В книге [1] оно представлено для более простой области C_Δ .

Теорема 3. Если в задаче параметрического синтеза (2.10), где Ω_H – множество параметров регулятора, обеспечивающих расположение корней характеристического полинома замкнутой системы (1.2), (1.3) в заданной области C_Δ , экстремум достигается в некоторой точке $\mathbf{h}_0 \in \Omega_H$, то в пространстве E^λ найдется такая точка ε_0 , что

$$\mathbf{h}_0 = \mathbf{h}^*(\varepsilon_0),$$

причем

$$\varepsilon_0 = \arg \min_{\varepsilon \in E^\lambda} J_i^*(\varepsilon), \quad i = 1, 2. \quad (2.19)$$

И обратно: если в пространстве E^λ существует точка ε_0 , удовлетворяющая (2.19), то вектор $\mathbf{h}_0 = \mathbf{h}^*(\varepsilon_0)$ является решением задачи (2.10). Или, иными словами, в указанном смысле задача (2.10) эквивалентна задаче на безусловный экстремум

$$J_i^* = J_i^*(\varepsilon) \rightarrow \inf_{\varepsilon \in E^\lambda}, \quad i = 1, 2. \quad (2.20)$$

В результате можно перейти от минимизации функционалов (2.9) по переменной \mathbf{h} на множестве Ω_H к безусловной минимизации по переменной ε . То есть оптимизационные задачи (2.10) сводятся к задачам безусловного экстремума при помощи параметризации области C_Δ .

Таким образом, в поставленной задаче оптимизации (2.10) для каждого из функционалов (2.9) может быть применен следующий алгоритм, сформулированный в [1].

1. Задать произвольную точку $\gamma \in \mathbf{E}^{n_d}$ и построить полином $\Delta^*(s, \gamma)$ по формулам (2.12)-(2.15).

2. В соответствии с тождеством $\Delta(s, \mathbf{h}) \equiv \Delta^*(s, \gamma)$ сформировать систему уравнений

$$\mathbf{Q}(\mathbf{h}) = \chi(\gamma), \quad (2.21)$$

которая всегда совместна и, если ее решение неединственное, назначить произвольный вектор свободных переменных $\mathbf{h}_c \in E^{n_c}$.

3. При заданном векторе $\varepsilon = \{\gamma, \mathbf{h}_c\} \in E^\lambda$ решить систему (2.21), получая при этом точку $\mathbf{h}^*(\varepsilon)$.

4. Сформировать уравнение замкнутой системы (1.2), (1.3) и на соответствующем ее движении вычислить значение минимизируемого функционала $J_i^*(\varepsilon)$ (2.18).

5. С помощью любого допустимого численного метода решения задачи (2.20) на безусловный экстремум задать новую точку ε и, повторяя пункты 3, 4, минимизировать функцию $J_i^*(\varepsilon)$.

6. После нахождения точки $\varepsilon_0 = \arg \min_{\varepsilon \in E^\lambda} J_i^*(\varepsilon)$ определить вектор $\mathbf{h}_0 = \mathbf{h}^*(\varepsilon_0)$, который и принять в качестве решения задачи (2.10).

7. Если величина $J_{i0}^* = \inf_{\varepsilon \in E^\lambda} J_i^*(\varepsilon)$ не достигается в конечной точке ε_0 , то построить с помощью того же численного метода любую минимизирующую последовательность $\{\bar{\varepsilon}_i\}$, обеспечивающую сходимость к числу J_{i0}^* . Поскольку при любом ε имеем $J_i^*(\varepsilon) \geq 0$, такая последовательность обязательно найдется. Тогда решением задачи (2.10) принимается последовательность $\{\mathbf{h}_i\}$, где $\mathbf{h}_i = \mathbf{h}^*(\bar{\varepsilon}_i)$.

Таким образом, решая задачу безусловной минимизации по переменной ε , находим значения настраиваемых элементов закона управления с многоцелевой структурой (1.3).

2.3. Поиск настраиваемых элементов закона управления

От выбора настраиваемых элементов закона управления (1.3) зависит качество функционирования системы управления. Для поиска настраиваемых элементов необходимо построить характеристический полином замкнутой системы (1.2), (1.3) и обеспечить расположение корней этого полинома в заданной области S_{Δ} . В работе используется следующий метод для построения характеристического полинома.

Рассмотрим замкнутую систему управления подвижного объекта

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{H}d(t), \\
 y &= \mathbf{Cx}, \\
 \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{Az} + \mathbf{Bu} + \mathbf{G}(y - \mathbf{Cz}), \\
 \dot{\mathbf{p}} &= \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \boldsymbol{\beta}(y - \mathbf{Cz}), \\
 \xi &= \boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} + \mu(y - \mathbf{Cz}) \\
 u &= \mathbf{Kz} + \xi.
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Пусть внешнее возмущение отсутствует, то есть $d(t) = 0$, тогда подставив выражения y , ξ и u в дифференциальные уравнения системы (2.22), получим следующую систему и запишем ее в векторно-матричном виде

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{p}} \\ \dot{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mu\mathbf{C} & \mathbf{B}\boldsymbol{\gamma} & \mathbf{BK} - \mathbf{B}\mu\mathbf{C} \\ \boldsymbol{\beta}\mathbf{C} & \boldsymbol{\alpha} & -\boldsymbol{\beta}\mathbf{C} \\ \mathbf{B}\mu\mathbf{C} + \mathbf{GC} & \mathbf{B}\boldsymbol{\gamma} & \mathbf{A} + \mathbf{BK} - \mathbf{B}\mu\mathbf{C} - \mathbf{GC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \\ \mathbf{z} \end{pmatrix}. \tag{2.23}$$

Теперь для данной системы (2.23) построим характеристический полином:

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} \mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mu\mathbf{C} & -\mathbf{B}\boldsymbol{\gamma} & -\mathbf{BK} + \mathbf{B}\mu\mathbf{C} \\ -\boldsymbol{\beta}\mathbf{C} & \mathbf{E}s - \boldsymbol{\alpha} & \boldsymbol{\beta}\mathbf{C} \\ -\mathbf{B}\mu\mathbf{C} - \mathbf{GC} & -\mathbf{B}\boldsymbol{\gamma} & \mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK} + \mathbf{B}\mu\mathbf{C} + \mathbf{GC} \end{vmatrix},$$

в соответствии с известным правилом преобразования определителей прибавим к первому столбцу третий и получим

$$\Delta(s) = \begin{vmatrix} \mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK} & -\mathbf{B}\gamma & -\mathbf{BK} + \mathbf{B}\mu\mathbf{C} \\ 0 & \mathbf{E}s - \boldsymbol{\alpha} & \boldsymbol{\beta}\mathbf{C} \\ \mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK} & -\mathbf{B}\gamma & \mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK} + \mathbf{B}\mu\mathbf{C} + \mathbf{GC} \end{vmatrix},$$

а после вычитания из третьей строки первой придем к следующему

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= \begin{vmatrix} \mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK} & -\mathbf{B}\gamma & -\mathbf{BK} + \mathbf{B}\mu\mathbf{C} \\ 0 & \mathbf{E}s - \boldsymbol{\alpha} & \boldsymbol{\beta}\mathbf{C} \\ 0 & 0 & \mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{GC} \end{vmatrix} = \\ &= \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK}) \det(\mathbf{E}s - \boldsymbol{\alpha}) \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{GC}). \end{aligned}$$

Таким образом, на основе приведенных рассуждений можно представить характеристический полином замкнутой системы (2.22) в виде произведения характеристического полинома замкнутой системы с базовым законом управления, характеристического полинома асимптотического наблюдателя и характеристического полинома динамического корректора. То есть получается следующее выражение

$$\Delta(s) = \Delta_K(s) \Delta_G(s) \Delta_\alpha(s), \quad (2.24)$$

где $\Delta_K(s) = \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A} - \mathbf{BK})$, $\Delta_G(s) = \det(\mathbf{E}s - \mathbf{A} + \mathbf{GC})$, $\Delta_\alpha(s) = \det(\mathbf{E}s - \boldsymbol{\alpha})$.

Из полученного равенства (2.24) можно сделать вывод о том, что нахождение настраиваемых элементов закона управления можно производить следующим образом: к каждому характеристическому полиному $\Delta_K(s)$, $\Delta_G(s)$, $\Delta_\alpha(s)$ применять предложенный в предыдущем параграфе алгоритм. То есть для каждого из характеристических полиномов $\Delta_K(s)$, $\Delta_G(s)$, $\Delta_\alpha(s)$ строим соответствующие вспомогательные полиномы $\Delta_K^*(s)$, $\Delta_G^*(s)$, $\Delta_\alpha^*(s)$, корни которых расположены в области S_Δ , и, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях s , получаем соответствующие системы (2.17). Решения, найденные из этих системы (2.17), запишем в один вектор и далее делаем все в соответствии с алгоритмом. Таким образом, находим настраиваемые элементы векторов \mathbf{K} , \mathbf{G} и матрицы $\boldsymbol{\alpha}$.

Глава 3. Примеры моделирования управляемого движения для подвижных объектов

3.1. Моделирование динамики для системы магнитной левитации

3.1.1. Описание математической модели

В качестве подвижного объекта рассмотрим систему магнитной левитации для демонстрации предложенного подхода для синтеза закона управления, обеспечивающего наилучшие робастные свойства.

На рис. 2 изображена общая схема системы магнитной левитации. Работа данной системы выглядит следующим образом: стальной шарик находится в воздухе под действием двух сил: силы тяжести F_g , направленной вертикально вниз, и силы притяжения F_m , создаваемой электромагнитом, когда по нему течет ток I .

На схеме системы магнитной левитации приняты следующие обозначения:

- V – напряжение, подаваемое на катушку;
- R – сопротивление катушки;
- L – индуктивность катушки;
- x_b – расстояние от электромагнита до шарика.

Расположим начало координат O_{xy} на поверхности электромагнита, ось O_x направим вертикально вниз.

Введем переменные: $x_1 = x_b$, $x_2 = \dot{x}_b$, $x_3 = I$, $u = V$ и запишем систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих математическую модель магнитной левитации [7, 9, 10, 24]. Составим уравнения нелинейной математической модели магнитной левитации, основываясь на законах элек-

трических цепей и втором законе Ньютона, при этом учитывая выражения для силы притяжения электромагнита [9]. В результате получим:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= g - \frac{1}{2} \cdot \frac{K_m x_3^2}{M x_1^2}, \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} u, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где M – масса шарика, g – гравитационная постоянная, K_m – магнитная постоянная.

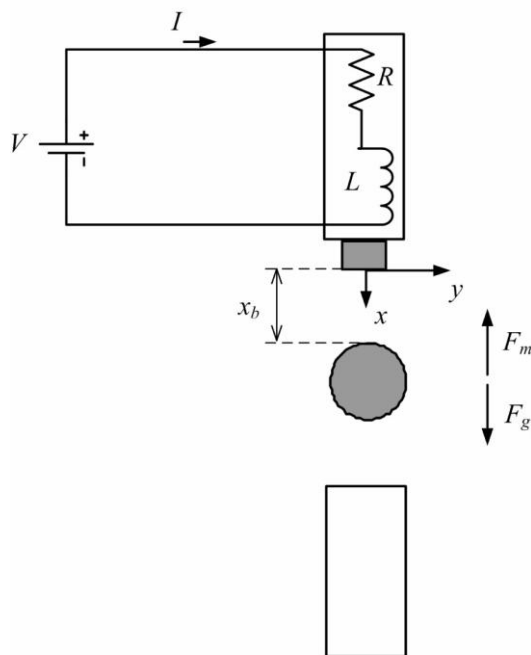


Рис. 2. Схема системы магнитной левитации.

В представленной системе измеряется положение шарика x_b при помощи оптического датчика, встроенного в пьедестал. Запишем уравнения измерения для системы (3.1):

$$y = x_1. \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1), (3.2) лишь приближенно отражают динамику системы, так как имеются существенные сложности в формализованном описании электромагнитного поля и наличия дополнительных неучтенных воздействий с его стороны. В связи с этим рассмотрим систему в отклонениях для системы (3.1) и составим уравнения линейное приближение:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2, \\
\dot{\bar{x}}_2 &= \frac{2g}{x_{b0}} \bar{x}_1 - \frac{2g}{I_0} \bar{x}_3, \\
\dot{\bar{x}}_3 &= -\frac{R}{L} \bar{x}_3 + \frac{1}{L} \bar{u}, \\
\bar{y} &= \bar{x}_1.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Переменные $\bar{x}_1 = x_1 - x_{b0}$, $\bar{x}_2 = x_2$, $\bar{x}_3 = x_3 - I_0$, $\bar{u} = u - u_0$ описывают систему в отклонениях от положения равновесия $(x_{b0}, 0, I_0)$, где x_{b0} – положение шарика, соответствующее напряжению $u = u_0$, значение силы тока I_0 найдено из соотношения: $I_0 = \sqrt{2gM/K_m x_{b0}}$.

Добавим во второе уравнение системы (3.3) постоянное внешнее возмущение d . Тогда система (3.3) в матричном виде будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\bar{u} + \mathbf{H}d, \\
\bar{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\bar{\mathbf{x}}.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Здесь матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = (1 \ 0 \ 0); \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Будем считать, что компоненты матрицы \mathbf{A} и вектора \mathbf{B} математической модели (3.4) определены неточно и варьируются в заданных пределах, а именно $\pm 15\%$ от номинальных значений, то есть

$$a_{21} \in [a_{21}, \bar{a}_{21}], \quad a_{23} \in [a_{23}, \bar{a}_{23}], \quad a_{33} \in [a_{33}, \bar{a}_{33}], \quad b \in [b, \bar{b}]. \tag{3.5}$$

Здесь \hat{a}_{21} , \hat{a}_{23} , \hat{a}_{33} , \hat{b} – номинальные значения математической модели (3.4), границы отрезков определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
\underline{a}_{21} &= \hat{a}_{21} - 0,15\hat{a}_{21}, \quad \bar{a}_{21} = \hat{a}_{21} + 0,15\hat{a}_{21}, \\
\underline{a}_{23} &= \hat{a}_{23} - 0,15\hat{a}_{23}, \quad \bar{a}_{23} = \hat{a}_{23} + 0,15\hat{a}_{23}, \\
\underline{a}_{33} &= \hat{a}_{33} - 0,15\hat{a}_{33}, \quad \bar{a}_{33} = \hat{a}_{33} + 0,15\hat{a}_{33}, \\
\underline{b} &= \hat{b} - 0,15\hat{b}, \quad \bar{b} = \hat{b} + 0,15\hat{b}.
\end{aligned}$$

В качестве физических параметров системы (3.1) будем использовать параметры конкретного устройства Quanser MAGLEV [21]:

$$L = 0.4125 \text{ Н}, R = 11 \text{ Ом}, K_m = 6.5308E - 005 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{А}^2, M = 0.068 \text{ кг}.$$

В силу конструктивных особенностей устройства, положение шарика x_b может варьироваться в диапазоне от 0 до 0.014 м. При этом $x_b = 0$ положение, когда шарик «прилипает» к магниту, а $x_b = 0.014$ м, если шарик находится на пьедестале.

Данные значения физических параметров будем считать номинальными значениями. Тогда математическая модель с этими значениями будет являться номинальной моделью.

Для синтеза оптимального закона управления с многоцелевой структурой будет использоваться линейная математическая модель (3.4).

3.1.2. Построение закона управления

Для системы магнитной левитации будем использовать многоцелевой подход, чтобы построить закон управления, который обеспечивает желаемое качество функционирования замкнутой системы управления с учетом постоянного внешнего возмущения.

Построим динамический регулятор с многоцелевой структурой [3, 11, 25], представленный формулами

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}u + \mathbf{G}(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ \dot{p} &= \alpha p + \beta(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ \dot{\xi} &= \gamma p + \mu(y - \mathbf{C}\mathbf{z}) \\ u &= u_c + \mathbf{K}\mathbf{z} + \xi, \end{aligned} \tag{3.6}$$

где $u_c = u_c(x_{b0})$ – постоянное слагаемое, компенсирующее силу тяжести в положении равновесия x_{b0} , $\mathbf{z} \in E^3$ – вектор состояния асимптотического наблюдателя, $p \in E^1$ – состояние динамического корректора.

Многоцелевой закон управления (3.6) с динамическим корректором обеспечивает астатизм замкнутой системы управления под действием постоянного внешнего возмущения.

Поиск настраиваемых элементов закона управления (3.6) происходит в соответствии с алгоритмом, представленным в главе 2. То есть вектора \mathbf{K} и \mathbf{G} базового закона управления и асимптотического наблюдателя соответственно, а также число α динамического корректора получаются при помощи расположения корней характеристического полинома замкнутой системы (3.4), (3.6) в заданной области специального вида S_{Δ} (2.11), так чтобы обеспечивалось максимальное расширение границы робастной устойчивости и при этом сохранялось качество переходных процессов.

Число β динамического корректора находится из условий астатизма, то есть должно обеспечиваться равенство:

$$F_{dy}(0) = 0,$$

где $F_{dy}(s)$ – передаточная функция уравнения $y = F_{dy}(s)d$.

Числа γ и μ зададим в следующем виде

$$\begin{aligned}\gamma &= 1, \\ \mu &= 0.\end{aligned}$$

Таким образом, найденные настраиваемые элементы закона управления с многоцелевой структурой (3.6), позволяют обеспечить желаемое качество функционирования замкнутой системы управления при наличии постоянного внешнего возмущения, а также обеспечить наилучшие робастные свойства системы управления при заданных ограничениях на качество переходных процессов.

3.1.3. Описание программного комплекса

Нахождение настраиваемых элементов закона управления с многоцелевой структурой (3.6) осуществляется с помощью использования функций: **optimization_C_2.m**, **optimization_C2_min_J.m**, **optimization_C2_J_max.m**, **optimization_C2_J_integral.m** в листингах 1, 2, 3, 4 соответственно, которые приведены в приложении.

Рассмотрим теперь, что делает каждая из этих функций. Функция **optimization_C_2.m**, листинг 1 которой представлен в приложении, определяет вектор **h**, состоящий из настраиваемых параметров многоцелевого закона управления (3.6). Решение задачи на поиск безусловного экстремума (2.20) функционалов J_1 и J_2 осуществляется при помощи функции **optimization_C2_min_J.m** [23] в листинге 2, приведенном в приложении, также в данной функции проводится выбор, какой из функционалов J_1 или J_2 использовать для решения задачи оптимизации. Для определения значений функционалов J_1 и J_2 используются соответственно следующие функции: **optimization_C2_J_max.m**, **optimization_C2_J_integral.m** в листингах 3, 4, приведенных в приложении.

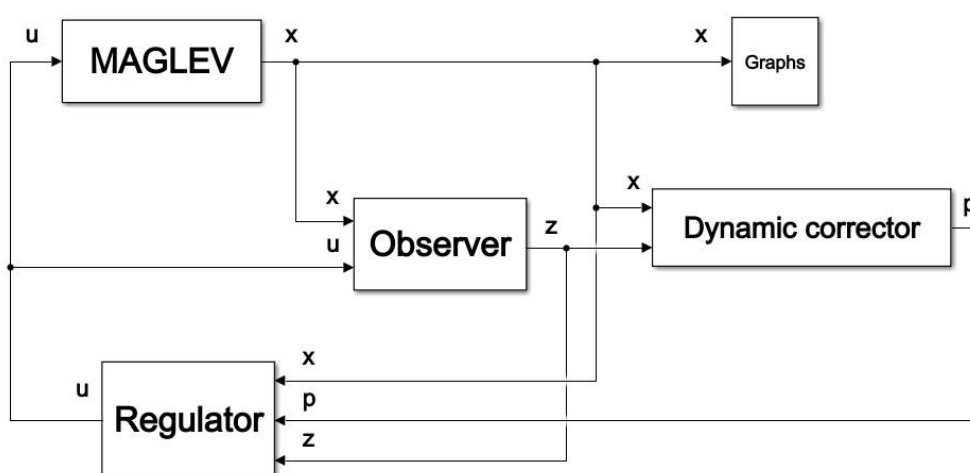


Рис. 3. Simulink-модель верхнего уровня системы магнитной левитации.

Для построения математической модели системы магнитной левитации используется среда MATLAB/Simulink. Simulink-модель верхнего уровня,

изображенная на рис. 3, состоит из следующих основных блоков: нелинейная модель магнитной левитации (**MAGLEV**), асимптотический наблюдатель (**Observer**), динамический корректор (**Dynamic corrector**) и динамический регулятор (**Regulator**). Далее будет представлено более подробное описание каждого из этих блоков.

На рис. 4 изображена нелинейная математическая модель магнитной левитации, которая имитирует динамику объекта управления в соответствии с формулой (3.1). На вход данного блока подается управление, а также в самом блоке учитывается влияние внешнего возмущения и начального состояния. На выходе предоставляется информации о компонентах вектора состояния с течением времени. Функция `sys_maglev.m`, листинг 5 которой приведен в приложении, определяет программную реализацию нелинейной математической модели системы магнитной левитации.

NonLinear Model

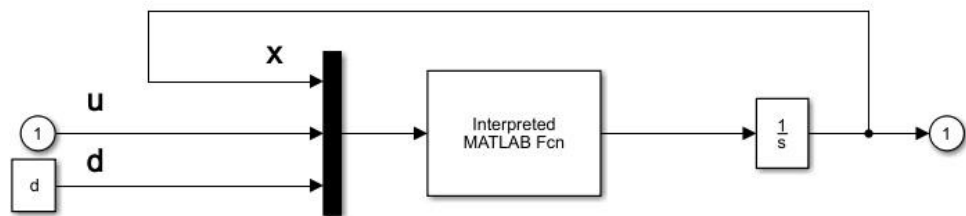


Рис. 4. Нелинейная математическая модель магнитной левитации.

Так как не все компоненты вектора состояния измеримы, необходимо использовать для восстановления информации об этом векторе асимптотический наблюдатель, представленный на рис. 5. Входными элементами для данного блока являются измеряемая переменная и управление. На выходе получаем вектор состояния асимптотического наблюдателя, который восстанавливает информацию о векторе состояния системы магнитной левитации. Программная реализация асимптотического наблюдателя осуществляется при помощи функции `observer.m` в листинге 6, приведенном в приложении.

Observer

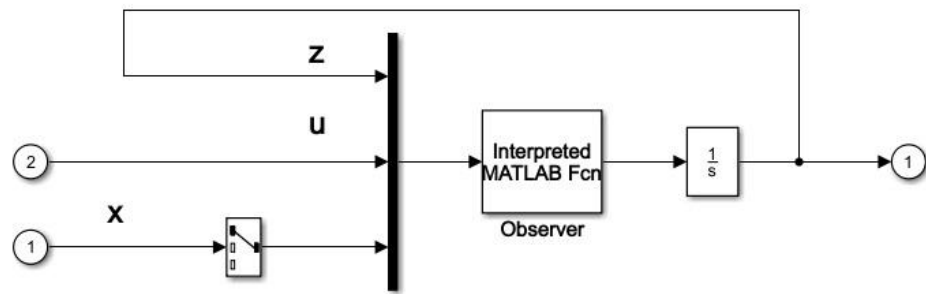


Рис. 5. Асимптотический наблюдатель.

Динамический корректор, изображенный на рис. 6, позволяет обеспечить астатизм замкнутой системы управления магнитной левитацией при наличии постоянного внешнего возмущения. Получая на вход измеряемую переменную и вектор состояния асимптотического наблюдателя, данный блок формирует вектор состояния динамического корректора. Работа динамического корректора реализована при использовании функции **dyn_corrector.m**, листинг 7 которой приведен в приложении.

Dynamic Corrector

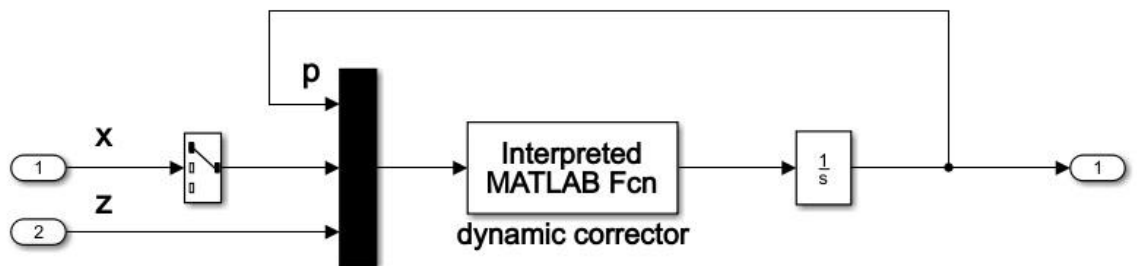


Рис. 6. Динамический корректор.

В блоке динамического регулятора содержится несколько законов управления, и есть возможность переключения между законами управления. На рис. 7 представлены два варианта реализации закона управления: динамический регулятор $u = u_c + \mathbf{Kz} + \xi$ ($\mathbf{K}*\mathbf{z} + \mathbf{k}si$) и регулятор с асимптотическим наблюдателем $u = u_c + \mathbf{Kz}$ ($\mathbf{K}*\mathbf{z}$). Использование первого из них, в отличие от второго, позволяет обеспечить астатизм замкнутой системы управления при

наличии постоянного внешнего возмущения. Использование же второго под воздействием постоянного внешнего возмущения приведет к ненулевой статической ошибке в положении равновесия.

Входными элементами рассматриваемого блока являются измеряемая переменная, вектор состояния асимптотического наблюдателя и вектор состояния динамического корректора. Выходом является управляющий сигнал, который подается на блоки нелинейной модели магнитной левитации и асимптотический наблюдатель. Реализация многоцелевого закона управления системой магнитной левитации осуществляется при помощи функции **controller.m**, листинг 8 которой приведен в приложении.

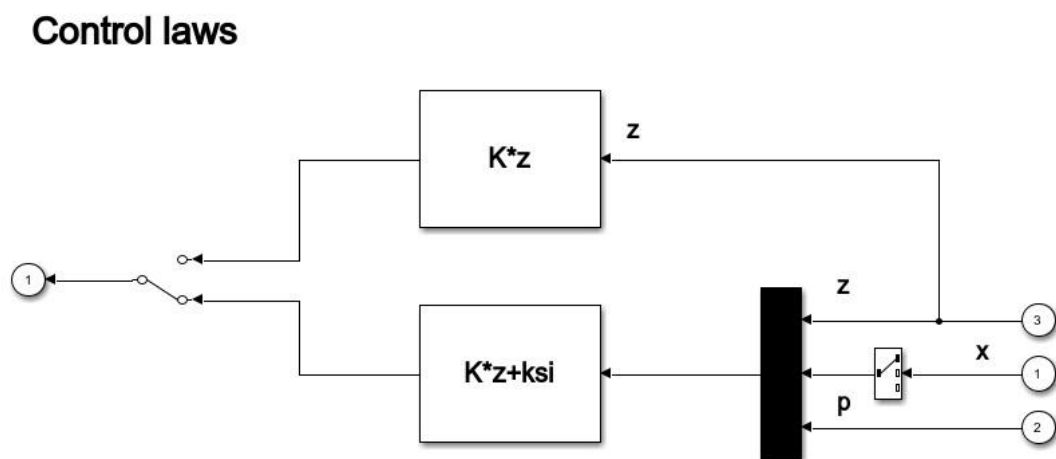


Рис. 7. Варианты законов управления.

Приведенная Simulink-модель обеспечивает желаемое качество функционирования замкнутой системы магнитной левитации, а именно позволяет стабилизировать шарик в положении равновесия.

Построение частотного коридора (2.8), который определяет вариации АЧХ объекта при изменении параметров модели в заданных пределах (3.5), осуществляется при помощи функции **FrequencyCorridor.m** [22] в листинге 9, приведенном в приложении. В функции **robust_boundaries.m**, листинг 10 которой представлен в приложении, осуществляется сравнение границ робастной устойчивости (2.6) с частотным коридором (2.8), в пределах которого варьируются АЧХ объекта управления.

В скрипте **init.m**, приведенном в листинге 11 приложения, проводится задание значений параметров модели, а именно физических параметров системы магнитной левитации и параметров закона управления. А также в этом скрипте задаются положение равновесия системы и значения параметров, формирующих область C_{Δ} (2.11).

3.1.4. Имитационное моделирование

Приведем результаты имитационного моделирования, отражающие корректное функционирование системы магнитной левитации. Построим границы робастной устойчивости закона управления (3.6), найденного с помощью решения оптимизационной задачи (2.10) для каждого из функционалов (2.9), а также приведем графики переходного процесса.

Рассмотрим случай, когда область C_{Δ} задается с помощью параметров $\bar{\alpha} = 70$, $\bar{\beta} = 30^\circ$ и для данной области решим задачу оптимизации робастного закона управления системой магнитной левитации. Будем стабилизировать математическую модель относительно положения $x_{b0} = 0.006$. Найдем значения функционалов J_1 и J_2 , построим границы робастной устойчивости, а также представим графики переходных процессов.

Пусть для нахождения значений настраиваемых элементов многоцелевого закона управления (3.6) используется функционал J_1 . Тогда, полученные в ходе решения задачи оптимизации (2.10), вектор базового закона управления \mathbf{K} , вектор асимптотического наблюдателя \mathbf{G} , а также числа α и β динамического корректора будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}\mathbf{K} &= (18565.544, 324.00002, -75.625), \\ \mathbf{G} &= (183.333, 13081.111, -3556.6351)^T, \\ \alpha &= -70, \\ \beta &= 8160640.35324.\end{aligned}$$

Численное значение функционала J_1 , полученное при решении задачи оптимизации (2.10), равно

$$J_1 = 0.9997.$$

Пусть теперь значения настраиваемых элементов регулятор (3.6) получаются путем решения задачи оптимизации (2.10) с использованием функционала J_2 . Тогда значения вектора базового закона управления \mathbf{K} , вектора асимптотического наблюдателя \mathbf{G} , а также чисел α и β динамического корректора будут иметь вид:

$$\begin{aligned}\mathbf{K} &= (18565.544, 324.00002, -75.625), \\ \mathbf{G} &= (183.333, 13081.111, -3556.6351)^T, \\ \alpha &= -70, \\ \beta &= 8160640.35324.\end{aligned}$$

Численное значение функционала J_2 , полученное при решении задачи оптимизации (2.10), равно

$$J_2 = 302.3594.$$

Покажем, что динамический регулятор с многоцелевой структурой (3.6), настраиваемые параметры которого получены при решении оптимизационной задачи (2.10) как при использовании функционала J_1 , так и при использовании функционала J_2 , обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы управления. Для этого построим графики границ робастной устойчивости (2.6) и частотного коридора (2.8), в пределах которого варьируются АЧХ объекта управления при условии, что коэффициенты изменяются в заданном диапазоне (3.5). А также проведем сравнение полученных графиков.

На рис. 8 и рис. 9 изображены верхние границы робастной устойчивости (2.6) закона управления (3.6) системой магнитной левитации и частотные коридоры (2.8), в пределах которых варьируются АЧХ объекта, полученные при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно. Нижняя граница

робастной устойчивости не представлена на рис. 8 и рис. 9, так как она лежит ниже оси Ox и, следовательно, в качестве нижней границы можно считать ось Ox . Сравнивая робастный частотный коридор и частотный коридор вариаций АЧХ объекта для каждого варианта, можно сделать вывод, что полученный регулятор гарантирует сохранение робастной устойчивости при изменении параметров модели (3.3) в заданных пределах (3.5). Это связано с тем, что частотный коридор (2.8) расположен внутри границ робастной устойчивости (2.6).

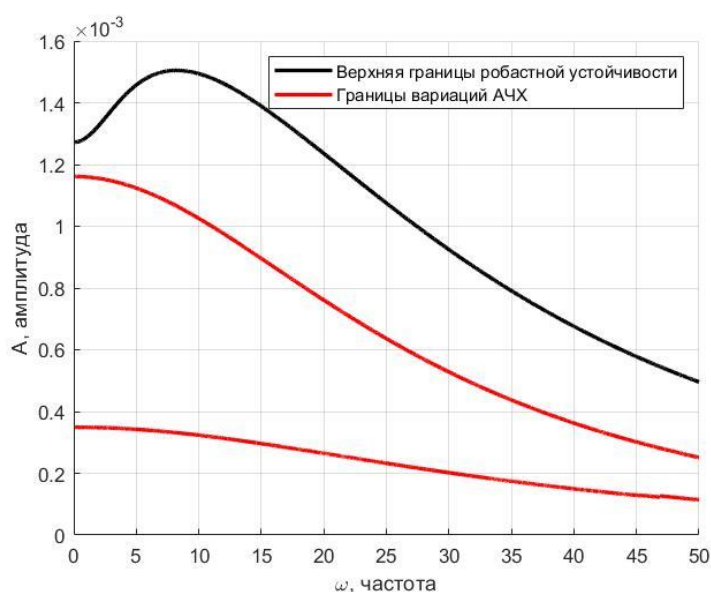


Рис. 8. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_1 .

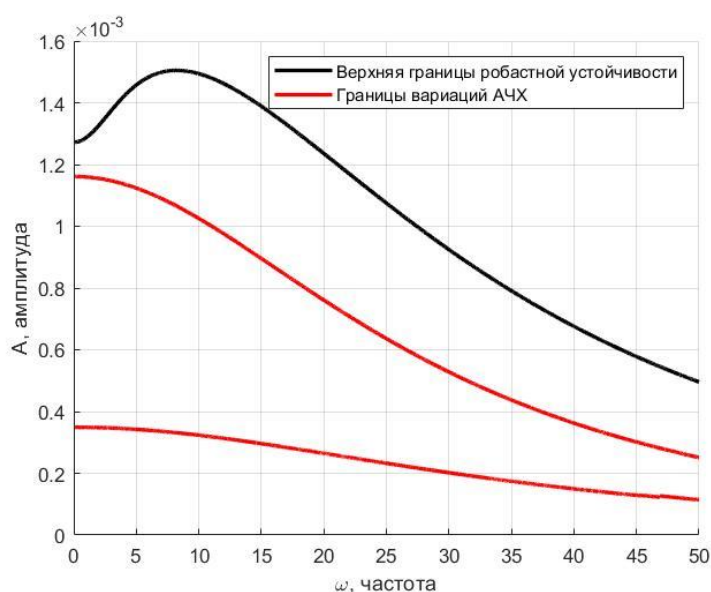


Рис. 9. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_2 .

Приведем пример имитационного моделирования с нелинейной математической моделью системы магнитной левитации (3.1) и покажем график переходного процесса.

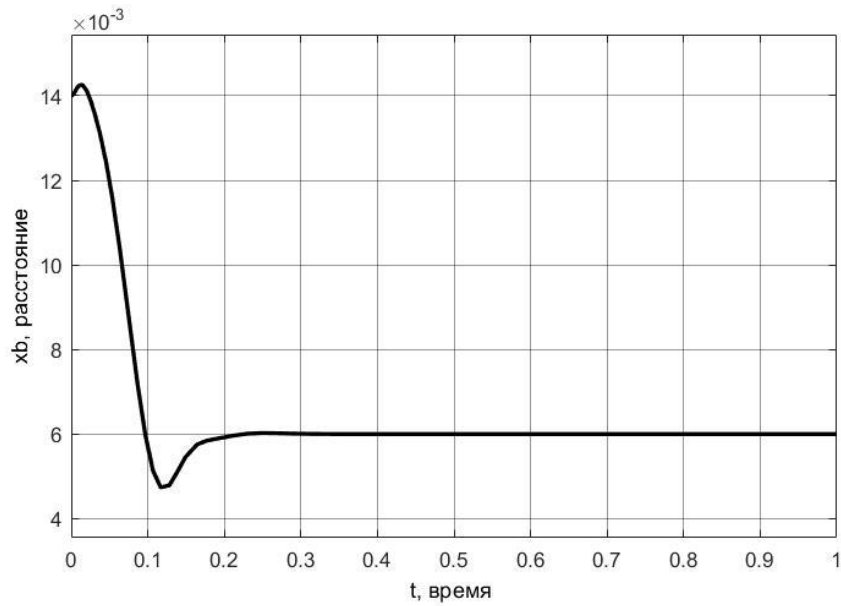


Рис. 10. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_1 с использованием корректора.

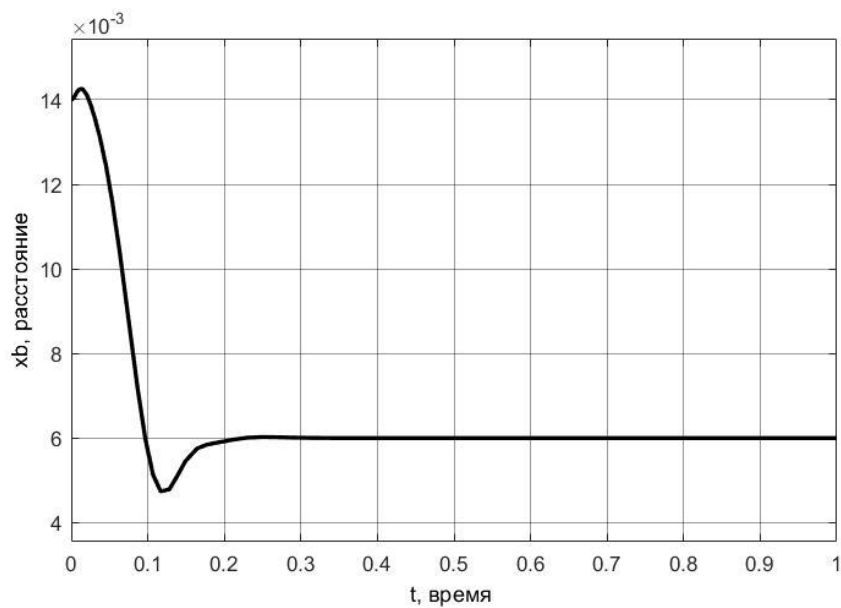


Рис. 11. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_2 с использованием корректора.

На рис. 10 и рис. 11 представлены графики изменения расстояния от электромагнита до шарика с течением времени для нелинейной модели (3.1) под действием постоянного внешнего возмущения $d = 0.5$, найденные при

оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно. Причем для получения данных графиков использовался регулятор с динамическим корректором. А на рис. 12 и рис. 13 также изображены графики изменения расстояния от электромагнита до шарика, но в отличие от графиков на рис. 10 и рис.11 эти переходные процессы строились при помощи использования закона управления без динамического корректора. На рис. 12 и рис. 13 видно, что применение регулятора без корректора приводит к ненулевой статической ошибке.

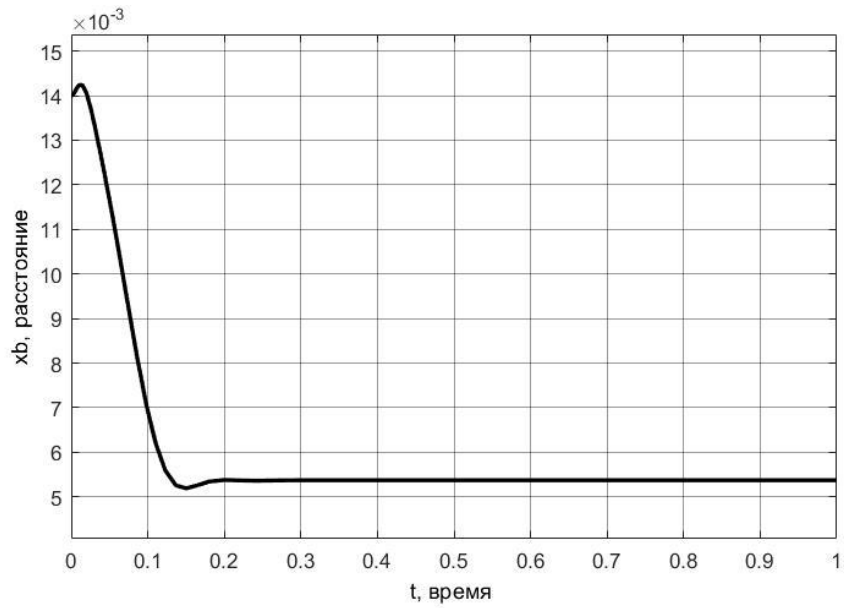


Рис. 12. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_1 без использования корректора.

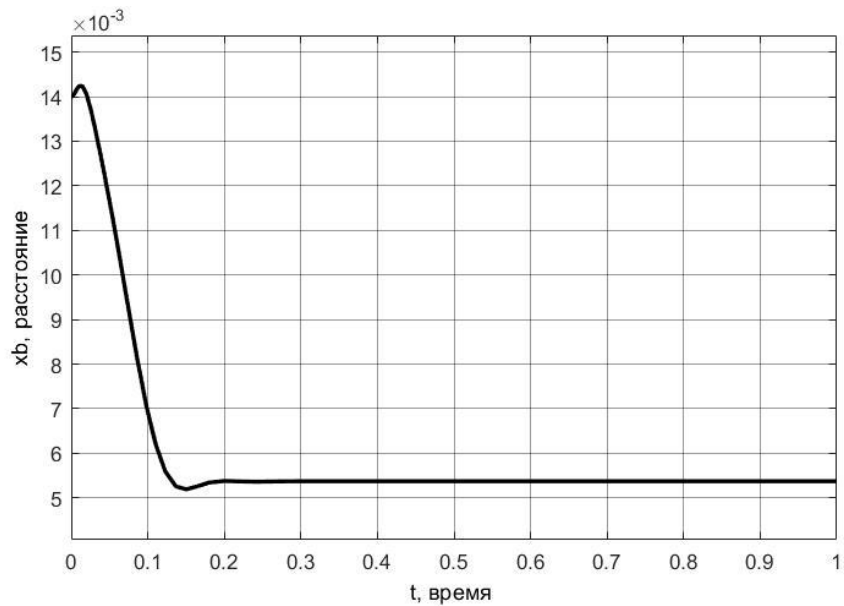


Рис. 13. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_2 без использования корректора.

На основе приведенных графиков можно сделать вывод, что многоцелевой закон управления (3.6), настраиваемые элементы которого получены при решении оптимизационной задачи (2.10) как для функционала J_1 , так и для функционала J_2 , обеспечивает астатизм замкнутой системы управления.

Сравнивая результаты для области C_Δ с параметрами $\bar{\alpha} = 70^\circ$, $\bar{\beta} = 30^\circ$, можно сделать вывод, что значения настраиваемых параметров, полученных при оптимизации функционала J_1 и функционала J_2 , одинаковые. Так что для поиска значений настраиваемых параметров можно выбрать любой из этих функционалов.

Изменим значения параметров области C_Δ : $\bar{\alpha} = 55^\circ$, $\bar{\beta} = 30^\circ$. И также как и в случае, описанном выше, найдем значения функционалов J_1 и J_2 , построим границы робастной устойчивости, а также представим графики переходных процессов.

Значения настраиваемых элементов многоцелевого закона управления (3.6) найденных при помощи функционала J_1 равны

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= (12727.8641, 222.581, -57.0625), \\ \mathbf{G} &= (138.333, 8656.111, -994.1823)^T, \\ \alpha &= -55, \\ \beta &= 3297348.49775. \end{aligned}$$

А значения настраиваемых элементов найденных при помощи функционала J_2 имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= (12727.8641, 222.581, -57.0625), \\ \mathbf{G} &= (138.333, 8656.111, -994.1823)^T, \\ \alpha &= -55, \\ \beta &= 3297348.49775. \end{aligned}$$

Численные значения функционалов J_1 и J_2 , полученные при решении задачи оптимизации (2.10), равны

$$J_1 = 0.9982, J_2 = 274.7133.$$

Аналогично предыдущему случаю покажем, что многоцелевой закон управления (3.6), настраиваемые параметры которого получены при решении оптимизационной задачи (2.10) как при использовании функционала J_1 , так и при использовании функционала J_2 , обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы управления. Для этого также приведем графики границ робастной устойчивости (2.6) и частотного коридора (2.8), в пределах которого варьируются АЧХ объекта управления, и сравним их.

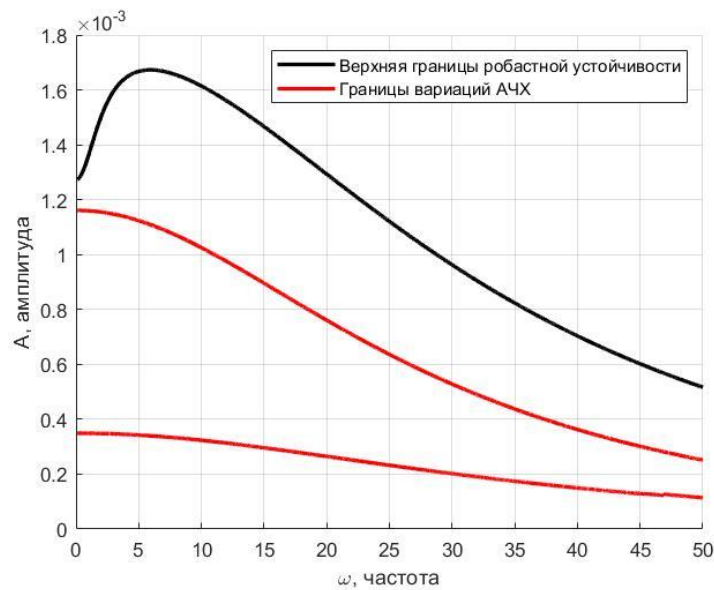


Рис. 14. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_1 .

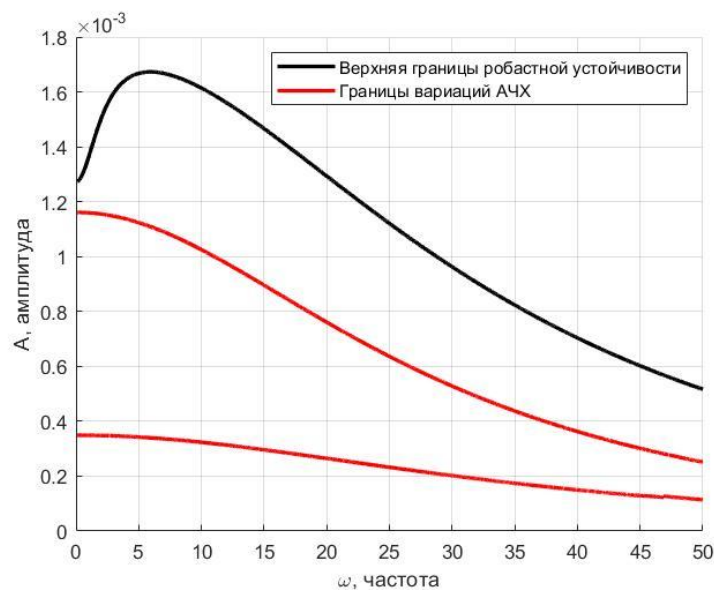


Рис. 15. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_2 .

Также как и в первом случае на рис. 14 и рис. 15 представлены верхние границы робастной устойчивости (2.6) закона управления (3.6) системой магнитной левитации и частотные коридоры (2.8), в пределах которых варьируются АЧХ объекта, полученные при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно. Нижней границы также можно считать ось Ox . Из сравнения частотных коридоров в обоих вариантах делаем вывод, что регулятор гарантирует сохранение робастной устойчивости.

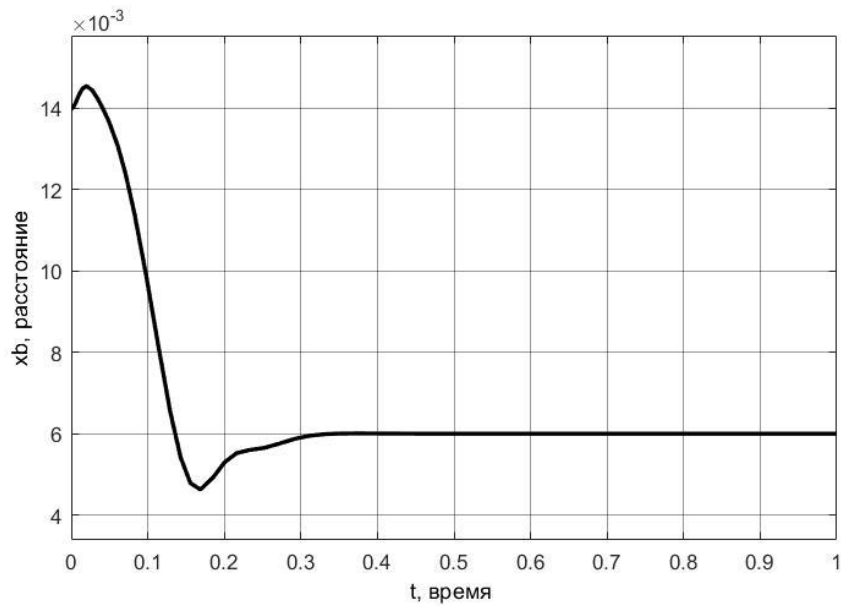


Рис. 16. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_1 с использованием корректора.

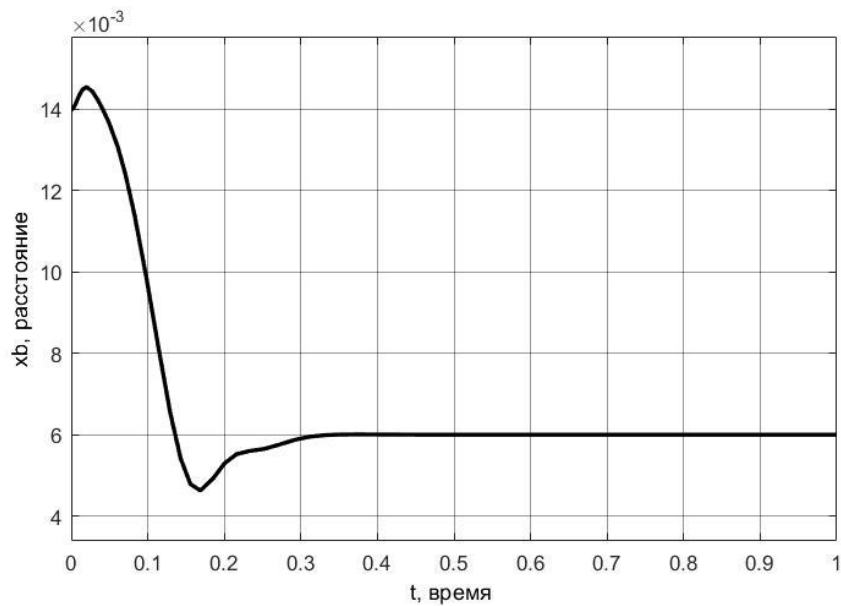


Рис. 17. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_2 с использованием корректора.

Теперь приведем пример имитационного моделирования с нелинейной математической моделью системы магнитной левитации (3.1) и покажем график переходного процесса.

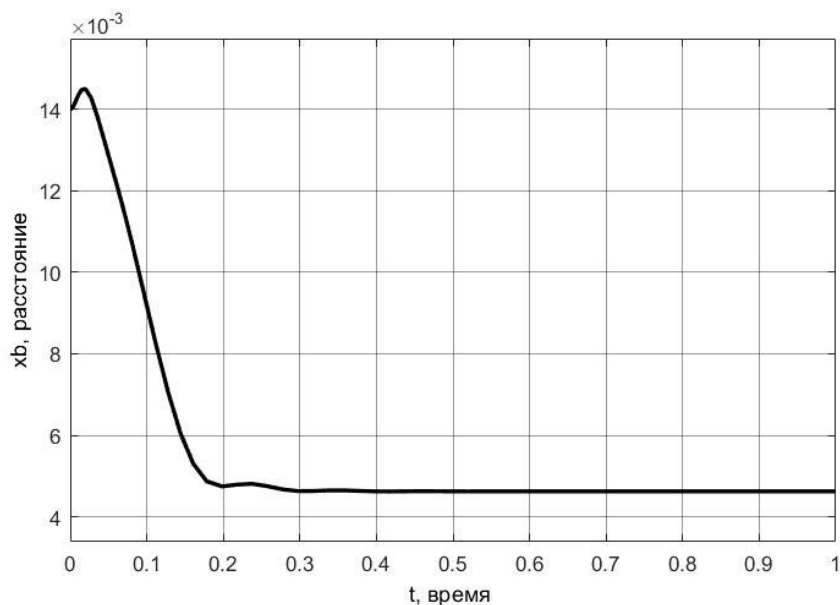


Рис. 18. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_1 без использования корректора.

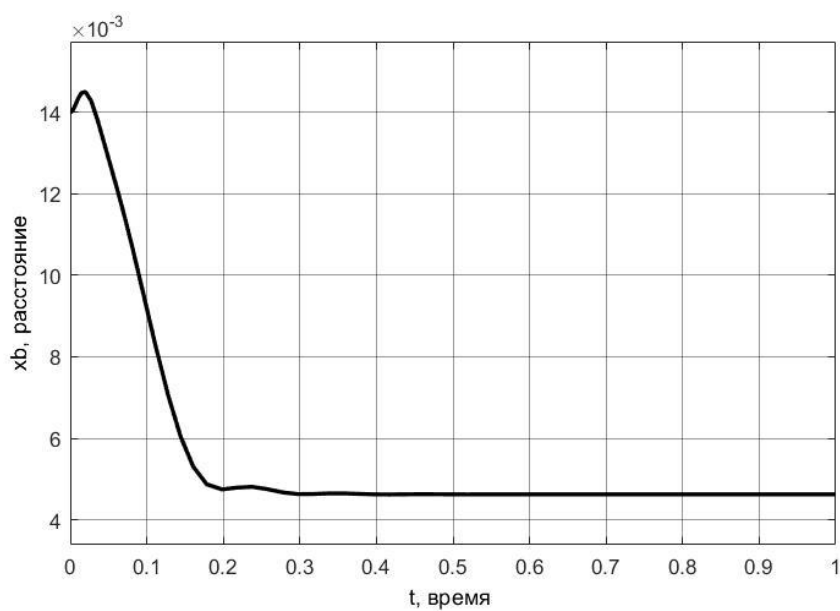


Рис. 19. Расстояние от электромагнита до шарика при оптимизации J_2 без использования корректора.

По аналогии с первым случаем на рис. 16 и рис. 17 изображены графики изменения расстояния от электромагнита до шарика для нелинейной модели (3.1) при постоянном внешнем возмущении $d = 0.5$, найденные при оп-

тимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно. Эти графики построены при использовании регулятора с динамическим корректором. А на рис. 18 и рис. 19 представлены аналогичные графики, но в данном случае использовался закон управления без динамического корректора. Нетрудно заметить, что такой регулятор приводит к ненулевой статической ошибке.

Из приведенных графиков можно сделать вывод, что многоцелевой закон управления (3.6) обеспечивает астатизм замкнутой системы управления.

Также как и в первом случае значения настраиваемых параметров, полученных при оптимизации функционала J_1 и функционала J_2 , одинаковые. Поэтому поиск значений настраиваемых параметров можно осуществлять при использовании любого из этих функционалов.

Сравнивая результаты, полученные для двух случаев задания области S_Δ , можно сделать вывод, что в первом случае переходный процесс протекает быстрее, чем во втором случае, а ширина «коридора» робастной устойчивости уже. Для второго случая все наоборот.

3.2. Моделирование движения морского судна

3.2.1. Описание математической модели

В качестве ещё одного примера рассмотрим модель движения морского судна по заданному курсу. Для исследования будем использовать линейную модель, так как работать с нелинейной довольно трудно. Полное описание нелинейной модели, используемой в данной работе, можно найти в книге [2].

Приведем линейную математическую модель движения морского судна по курсу следующего вида:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{B}\delta + \mathbf{H}d(t), \\ y &= \mathbf{Cx}, \\ \dot{\delta} &= u.\end{aligned}\tag{3.7}$$

Здесь матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = (0 \ 0 \ 1).$$

Вектор состояния $\mathbf{x} = (V_z, w_y, \varphi)^T$, V_z – боковая скорость судна, w_y – угловая скорость по курсу, φ – угол курса, δ – угол перекладки вертикального руля, $d(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) + A_3 \cos(\omega_3 t)$ – внешнее возмущение, определяемое как морское волнение, A_1, A_2, A_3 – амплитуды, $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – основные частоты спектра морского волнения, $y = \varphi$ – измеряемая переменная.

Будем считать, что коэффициенты математической модели (3.7) определены неточно и варьируются в заданных пределах, а именно $\pm 30\%$ от номинальных значений, то есть

$$a_{ij} \in [\underline{a}_{ij}, \bar{a}_{ij}], \quad b_i \in [\underline{b}_i, \bar{b}_i], \quad i, j = \overline{1,2}. \quad (3.8)$$

Здесь $\underline{a}_{ij} = \hat{a}_{ij} - 0,3\hat{a}_{ij}$, $\bar{a}_{ij} = \hat{a}_{ij} + 0,3\hat{a}_{ij}$, $\underline{b}_i = \hat{b}_i - 0,3\hat{b}_i$, $\bar{b}_i = \hat{b}_i + 0,3\hat{b}_i$, \hat{a}_{ij} , \hat{b}_i – номинальные значения модели (3.7).

В качестве номинальной математической модели будем рассматривать математическую модель (3.7) со следующими значениями:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -9.7347 \cdot 10^{-3} V; & a_{12} &= 1.6284575 V; & b_1 &= -1.9801 \cdot 10^{-3} V^2; \\ a_{21} &= 4.0748 \cdot 10^{-4} V; & a_{22} &= -7.1699 \cdot 10^{-2} V; & b_2 &= -3.8596 \cdot 10^{-4} V^2; \\ h_1 &= 1.540467 \cdot 10^{-3}; & h_2 &= 2.45945 \cdot 10^{-6} L/2, \end{aligned}$$

где L – длина судна, V – скорость хода судна.

Таким образом, линейная математическая модель (3.7) будет использоваться для построения оптимального закона управления, обеспечивающего наилучшие робастные свойства замкнутой системы, и анализа робастной устойчивости.

3.2.2. Построение закона управления

В данном примере рассмотрим многоцелевой закон управления, обеспечивающий желаемое качество функционирования замкнутой системы управления с учетом воздействия внешних возмущений, таких как ветер и морское волнение.

Построим динамический регулятор с многоцелевой структурой [3, 11, 25], представленный формулами

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\delta + \mathbf{G}(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ \dot{\mathbf{p}} &= \mathbf{a}\mathbf{p} + \mathbf{\beta}(y - \mathbf{C}\mathbf{z}), \\ \xi &= \mathbf{\gamma}\mathbf{p} + \mu(y - \mathbf{C}\mathbf{z}) \\ u &= \mathbf{K}(\mathbf{z} - \mathbf{x}^*) + K_{\delta}\delta + \xi,\end{aligned}\tag{3.9}$$

где $\mathbf{x}^* = (0, 0, \varphi^*)^T$ – командный сигнал, $\mathbf{z} \in E^3$ – вектор состояния асимптотического наблюдателя, $\mathbf{p} \in E^7$ – вектор состояния динамического корректора, размерность которого определяется по следующей формуле: $2n + 1$, где n – количество частот настройки фильтра. В данном случае $n = 3$.

Закон управления (3.9) с динамическим корректором обеспечивает астатизм и фильтрацию замкнутой системы управления с внешним возмущением в виде ветра и морского волнения. Под фильтрацией будем понимать снижение интенсивности работы приводов рулей на волнении в заданном диапазоне частот.

Настраиваемые элементы закона управления (3.9) получаются исходя из алгоритма, описанного в главе 2. То есть вектор \mathbf{K} и число K_{δ} базового закона управления, вектор \mathbf{G} асимптотического наблюдателя и матрица \mathbf{a} динамического корректора находятся с помощью расположения корней характеристического полинома замкнутой системы (3.7), (3.9) в заданной области специального вида S_{Δ} (2.11), так чтобы максимально расширить границы робастной устойчивости и при этом сохранить качество переходных процессов.

Вектор β динамического корректора находится из условий астатизма и фильтрации:

$$F_{dy}(0) = 0,$$

$$F_{d\delta}(j\omega_i) = 0, \quad i = \overline{1,3},$$

где $F_{dy}(s)$ и $F_{d\delta}(s)$ – передаточные функции соответствующих уравнений $y = F_{dy}(s)d$ и $\delta = F_{d\delta}(s)d$, ω_i – частота настройки фильтра.

Вектор γ и число μ зададим в следующем виде

$$\gamma = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1),$$

$$\mu = 0.$$

Таким образом, получаем настраиваемые элементы многоцелевого закона управления (3.9), позволяющие обеспечить желаемое качество функционирования замкнутой системы управления с учетом воздействий внешних возмущений и расширить границы робастной устойчивости максимальным образом, так чтобы выполнялись ограничения, наложенные на качество переходных процессов.

3.2.3. Описание программного комплекса

Поиск настраиваемых параметров многоцелевого закона управления (3.9) проводится в соответствии с алгоритмом, представленном в главе 2. Реализация данного алгоритма осуществляется по следующим функциям: **optimization_C_2_DCconst.m**, **optimization_C2_min_J_DCconst.m**, **optimization_C2_J_integral_DCconst.m**, **optimization_C2_J_max_DCconst.m** в листингах 12, 13, 14, 15 соответственно, которые приведены в приложении.

Рассмотрим теперь более подробно каждую из этих функций. Функция **optimization_C_2_DCconst.m**, листинг 12 которой представлен в приложении, задает вектор h , который состоит из настраиваемых параметров закона управления (3.9). В функции **optimization_C2_min_J_DCconst.m** [23], лис-

тинг 13 которой приведен в приложении, осуществляется поиск безусловного экстремума (2.20) функционалов J_1 и J_2 , а также проводится выбор, какой из функционалов J_1 или J_2 использовать для решения оптимизационной задачи. Значения функционалов J_1 и J_2 определяются с помощью соответствующих реализаций функций: `optimization_C2_J_max_DCconst.m`, `optimization_C2_J_integral_DCconst.m`, листинги 14, 15 которых приведены в приложении.

Построение математической модели движения морского судна по заданному курсу проводится в среде MATLAB/Simulink. На рис. 20 изображена Simulink-модель верхнего уровня, состоящая из следующих основных блоков: Нелинейная модель движения судна (**Ship**), асимптотический наблюдатель (**Observer**), динамический корректор (**Dynamic corrector**) и динамический регулятор (**Regulator**). Далее приведем более подробное описание каждого из этих блоков.

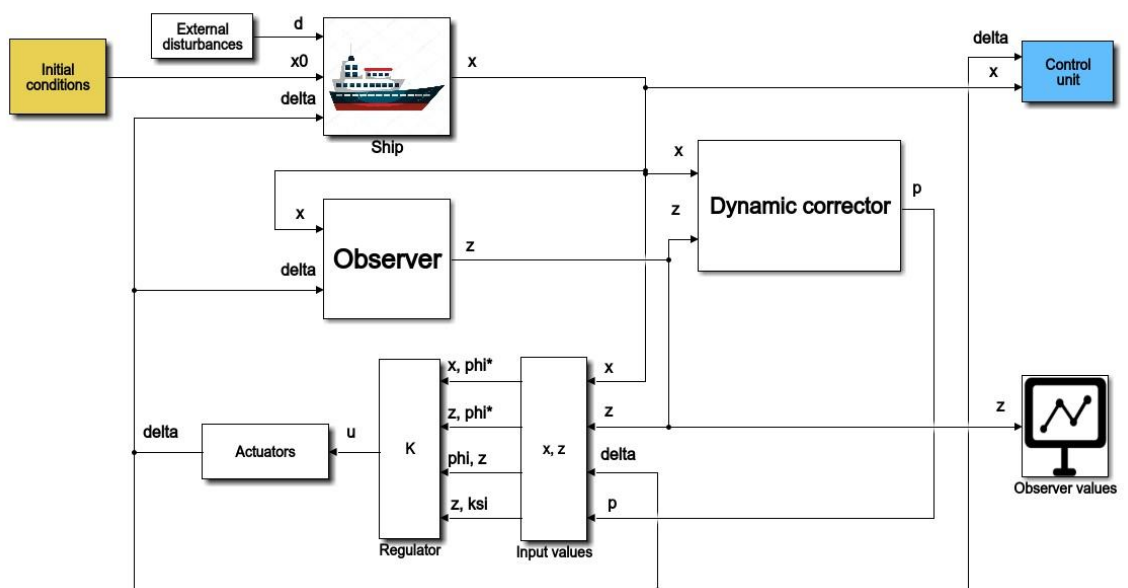


Рис. 20. Simulink-модель верхнего уровня системы движения судна.

Нелинейная математическая модель движения судна по курсу, которая представлена на рис. 21, имитирует поведение объекта управления. На вход данного блока поступают управление, внешнее возмущение и начальное состояние. На выходе получаем информацию о компонентах вектора состояния

с течением времени. Программная реализация нелинейной математической модели движения судна осуществляется с помощью функции **ripa_11356.m**, листинг 16 которой приведен в приложении, определяет.

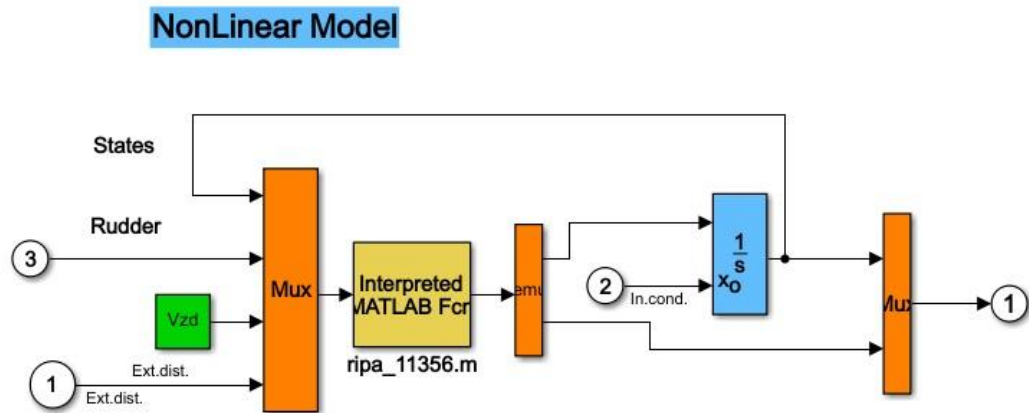


Рис. 21. Нелинейная математическая модель движения судна.

Асимптотический наблюдатель, изображенный на рис. 22, восстанавливает информацию о векторе состояния системы управления движением судна. Это связано с тем, что не все компоненты вектора состояния измеримы. Входными переменными для данного блока являются управление и измеряемая переменная – угол курса. На выходе получаем вектор состояния асимптотического наблюдателя. Программная реализация асимптотического наблюдателя осуществляется при помощи функции **observer.m** в листинге 17, приведенном в приложении.

Observer

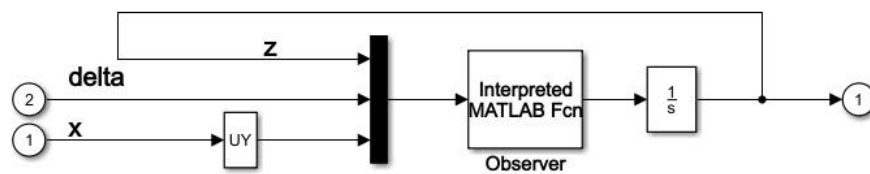


Рис. 22. Асимптотический наблюдатель.

На рис. 23 представлен динамический корректор, который обеспечивает астатизм по отношению к регулируемому выходу $y = \varphi$ при воздействии постоянного внешнего возмущения и фильтрацию полигармонического возмущения. На вход подается измеряемая переменная (угол курса) и вектор со-

стояния асимптотического наблюдателя. Выходом является вектор состояния динамического корректора. Работа динамического корректора реализована при использовании функции **dyn_corrector.m**, листинг 18 которой приведен в приложении.

Dynamic Corrector

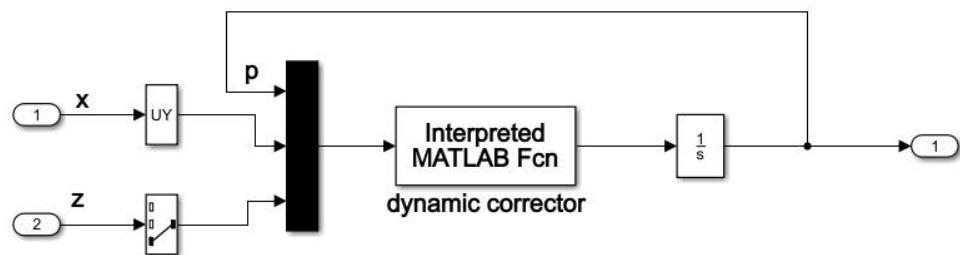


Рис. 23. Динамический корректор.

На рис. 24 приведен блок, содержащий несколько законов управления. Между этими законами управления существует возможность переключения. В данном блоке представлены различные варианты реализаций закона управления: два варианта многоцелевых законов управления (**Dynamic_corrector** и **multi-purpose control law**), базовый закон управления (**$K_0 \cdot X$**) и закон управления с асимптотическим наблюдателем (**$K_0 \cdot Z$**). Использование регулятора (**Dynamic_corrector**) позволяет обеспечить астатизм и фильтрацию замкнутой системы управления при наличии постоянного и полигармонического внешнего возмущения. Закон управления (**multi-purpose control law**) обеспечивает только астатизм. Использовать два последних закона стоит лишь в том случае, если внешнее возмущение отсутствует. В противном случае это приведет либо к ненулевой статической ошибке в положении равновесия замкнутой системы при наличии постоянного возмущения, либо к высокой интенсивности работы привода под действием полигармонического возмущения.

Получая на вход измеряемую переменную, вектор состояния асимптотического наблюдателя и вектор состояния динамического корректора, рассматриваемый блок формирует управляющий сигнал, который поступает на

блоки нелинейной модели движения судна и асимптотического наблюдателя. Для реализации многоцелевого закона управления движением судна по курсу используется функция **Dynamic_corrector.m**, листинг 19 которой приведен в приложении.

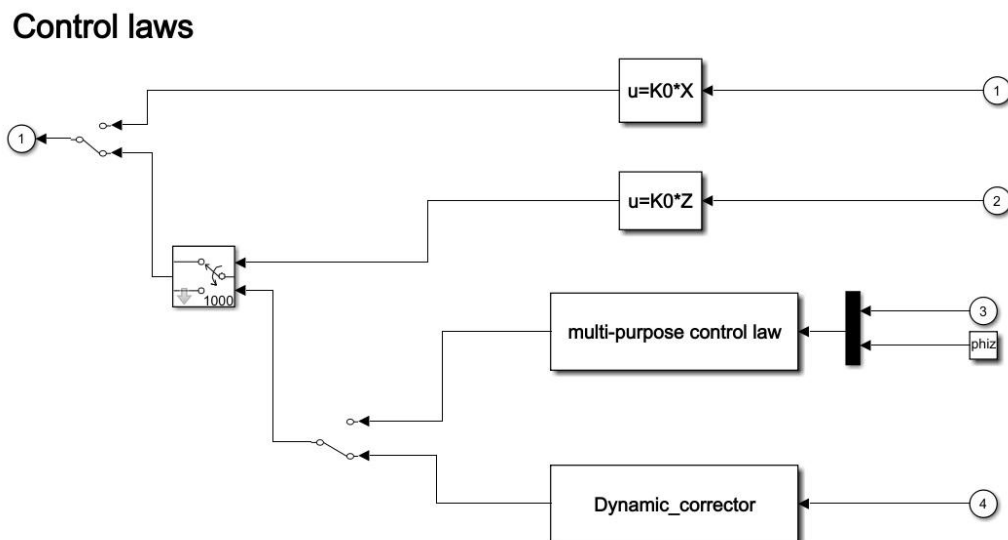


Рис. 24. Варианты законов управления.

Полученная Simulink-модель обеспечивает желаемое качество функционирования замкнутой системы управления движением морского судна по заданному курсу в различных режимах.

Функции **FrequencyCorridor.m** [22] в листинге 20, приведенном в приложении, осуществляет построение частотного коридора (2.8), который определяет границы вариаций АЧХ объекта при изменении параметров модели в заданных пределах (3.8). В функции **robust_boundaries.m**, листинг 21 которой представлен в приложении, реализовано сравнение границ робастной устойчивости (2.6) с частотным коридором (2.8), в пределах которого варьируются АЧХ объекта управления.

В скрипте **init.m**, приведенном в листинге 22 приложения, устанавливаются значения физических параметров модели движения судна по курсу и значения параметров закона управления. А также в этом скрипте задаются значения параметров, формирующие область C_{Δ} (2.11), значения угла курса и скорости движения.

3.2.4. Имитационное моделирование

Приведем результаты имитационного моделирования, выполненные для случая ненулевого командного сигнала $\varphi^* = 10^\circ$ и отражающие желаемое качество функционирования системы управления движением судна по заданному курсу. Покажем графики переходных процессов, а именно график перекладки вертикального руля и график изменения угла курса. Также проведем построение границ робастной устойчивости регулятор (2.6), настраиваемые элементы которого находятся из решения задачи оптимизации (2.10) для каждого из функционалов (2.9).

В связи с тем, что решение задачи оптимизации по всем компонентам вектора \mathbf{h} настраиваемых параметров вызывает ряд трудностей в вычислительном плане, зафиксируем матрицу динамического корректора $\mathbf{\alpha}$ для упрощения вычислений. Тогда матрицу $\mathbf{\alpha}$ будем искать из условия гурвицевости этой матрицы при помощи модального синтеза методом биномиального распределения [5]. В качестве задаваемых собственных значений принимаются корни полинома $\Delta_\alpha^*(s) = (s + \rho)^7$ – бинома Ньютона, где $\rho > 0$ – запас устойчивости.

Пусть $\rho = 0.65$, тогда численные значения компонентов матрицы $\mathbf{\alpha}$ равны

$$\mathbf{\alpha} = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1 \\ -0.049, & -0.5279, & -2.4366, & -6.2477, & -9.6119, & 8.8725, & -4.55 \end{pmatrix}.$$

Приведем решение оптимизационной задачи (2.10), позволяющей найти значения настраиваемых параметров робастного закона управления дви-

жением судна по заданному курсу. Будем рассматривать два случая задания области C_{Δ} , и для каждого из этих случаев определим значения функционалов J_1 и J_2 , проведем построение границ робастной устойчивости, а также покажем графики изменения угла курса и перекладки вертикального руля.

Пусть область C_{Δ} задается параметрами: $\bar{\alpha} = 0.2$, $\bar{\beta} = 30^\circ$, тогда численные значения вектора \mathbf{K} и числа K_{δ} базового закона управления, вектора \mathbf{G} асимптотического наблюдателя и вектора $\mathbf{\beta}$ динамического корректора, полученные при решении задачи оптимизации с использованием функционала J_1 , будут иметь вид:

$$\mathbf{K} = (-0.0145, 6.506, 0.3506),$$

$$K_{\delta} = 0.0143,$$

$$\mathbf{G} = (47.4356, -0.856, 2.5543)^T,$$

$$\mathbf{\beta} = (168547.765, -38327.856, 7411.828, -1161.405, 134.116, -16.698, 119.963)^T.$$

Численное значение функционала J_1 равно

$$J_1 = 0.99796.$$

А теперь найдем значения настраиваемых параметров регулятора (3.9) при использовании функционала J_2 . Тогда вектор \mathbf{K} и число K_{δ} базового закона управления, вектор \mathbf{G} асимптотического наблюдателя и вектор $\mathbf{\beta}$ динамического корректора равны

$$\mathbf{K} = (0.0066, 5.3886, 0.8037),$$

$$K_{\delta} = -0.2044,$$

$$\mathbf{G} = (0.0178, 0.1986, 0.0292)^T,$$

$$\mathbf{\beta} = (55832.2293, -12667.9789, 2438.4975, -376.3024, 39.4038, -1.924, 37.4072)^T.$$

А значение функционала J_2 имеет вид:

$$J_2 = 19.9302.$$

Построим графики границ робастной устойчивости и частотного коридора, в пределах которого варьируются АЧХ объекта управления с математической моделью (3.7), коэффициенты которой изменяются в заданных

диапазонах (3.8), и покажем, что найденный регулятор, как при использовании функционала J_1 , так и при использовании функционала J_2 обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы управления. Для этого проведем сравнение этих графиков.

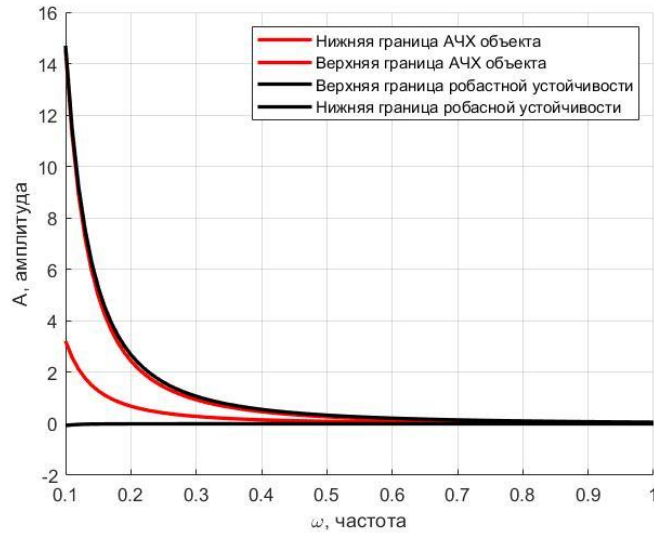


Рис. 25. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_1 .

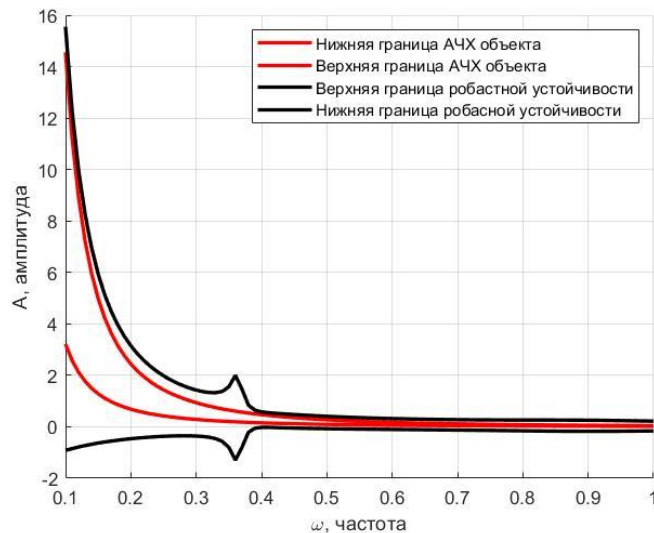


Рис. 26. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_2 .

На рис. 25 и рис. 26 изображены границы робастной устойчивости (2.6) многоцелевого закона управления (3.9) движением судна по заданному курсу, найденные при решении задачи оптимизации (2.8) с использованием функционалов J_1 и J_2 соответственно, и частотные коридоры вариаций АЧХ объекта управления. Из сравнения частотного коридора робастной устойчи-

ности и частного коридора вариаций АЧХ в обоих вариантах можно сделать вывод, что полученный динамический регулятор обеспечивает робастную устойчивость при изменении параметров модели (3.7) в заданных пределах (3.8), так как частотный коридор (2.8) находится внутри робастного частотного коридора (2.6).

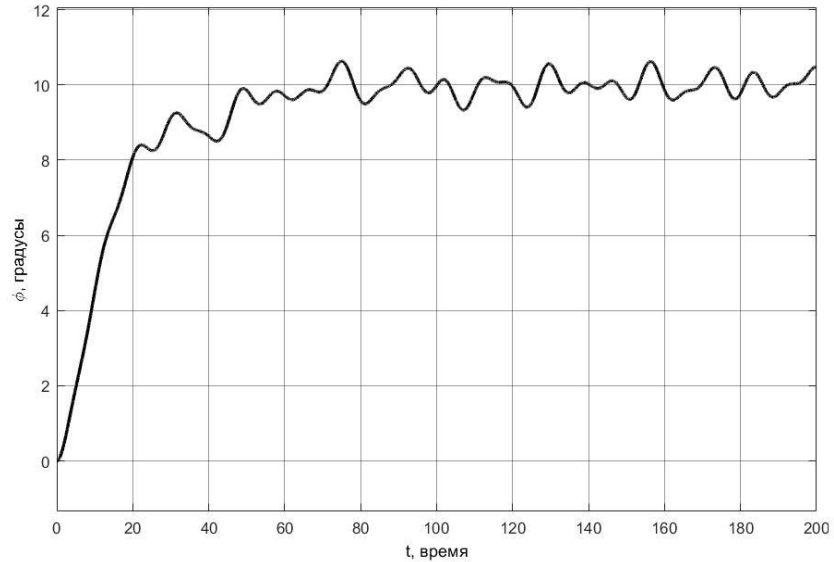


Рис. 27. Угол курса при оптимизации J_1 .

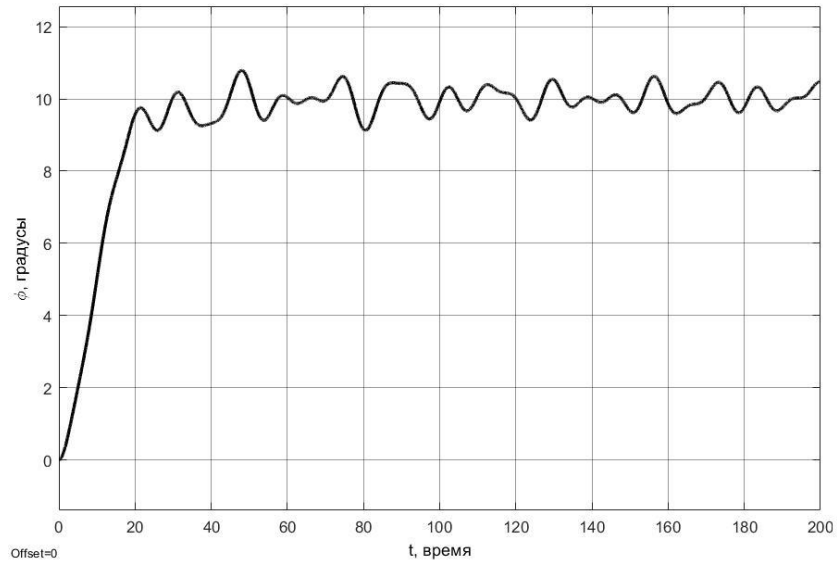


Рис. 28. Угол курса при оптимизации J_2 .

Рассмотрим пример имитационного моделирования движения морского судна по заданному курсу и приведем графики изменения угла курса и переключки вертикального руля для нелинейной модели.

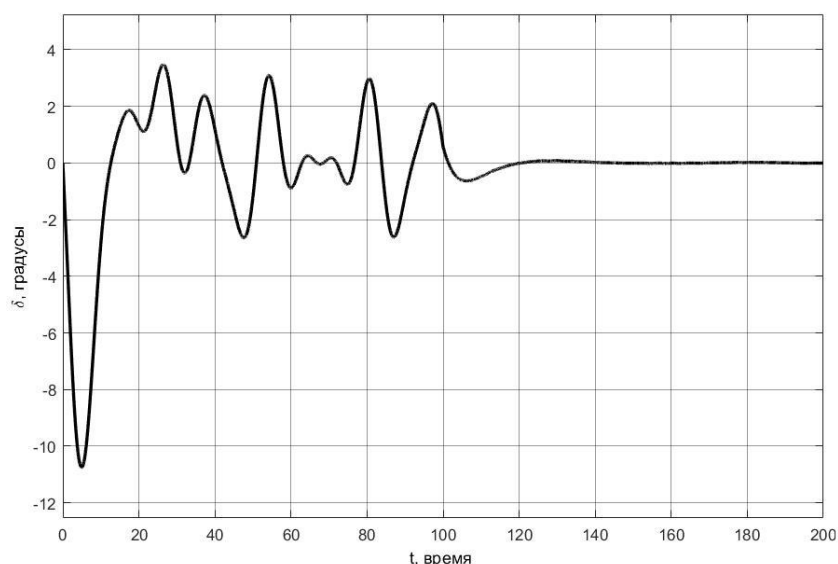


Рис. 29. Угол перекадки вертикального руля при оптимизации J_1 .

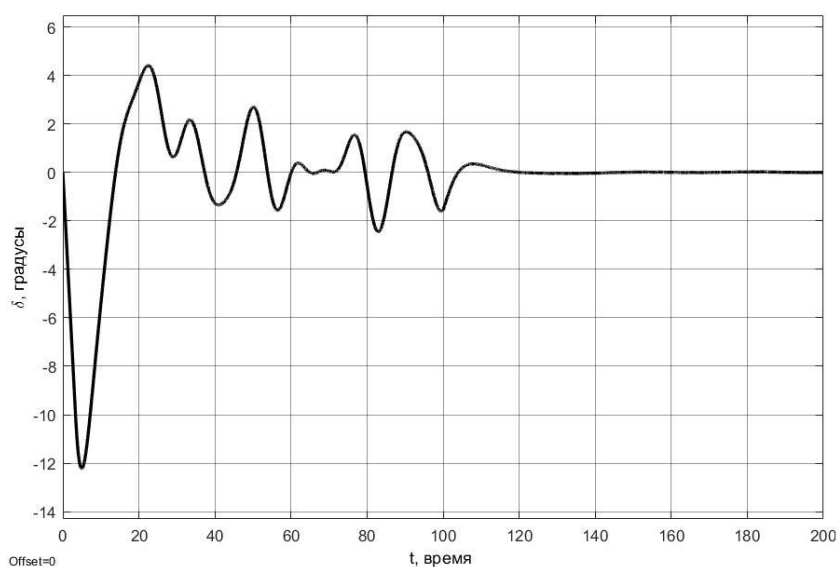


Рис. 30. Угол перекадки вертикального руля при оптимизации J_2 .

На рис. 27 и рис. 28 приведены графики изменения угла курса с течением времени, полученные при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно, а на рис. 29 и рис. 30 представлены графики перекадки вертикального руля, также при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно. Данные графики определяются моделированием движения морского судна по заданному курсу, под воздействием внешнего возмущения, такого как морского волнения, с характеристиками:

$$A_1 = 5; A_2 = 15; A_3 = 20; \omega_1 = 0.3; \omega_2 = 0.455; \omega_3 = 0.7.$$

Причем работа системы проводилась следующим образом: первые 100 секунд моделирование объекта управления выполняется без фильтра, потом происходит переключение в режим с фильтром.

Из приведенных графиков изменения угла курса и перекладки вертикального руля можно сделать вывод, что построенный закон управления (3.9) путем решения оптимизационной задачи (2.10) как для функционала J_1 , так и для функционала J_2 , обеспечивает астатизм и фильтрацию волнения в канале управления для замкнутой системы.

При сравнении результатов для области C_Δ с параметрами $\bar{\alpha} = 0.2$, $\bar{\beta} = 30^\circ$ значения настраиваемых параметров, полученные при оптимизации функционала J_1 и функционала J_2 , не совпадают. А значит, сравнивая графики изменения угла курса и графики границ робастной устойчивости, можно сделать вывод, что лучше для поиска значений настраиваемых параметров использовать функционал J_2 , так как для данного решения и переходный процесс проходит немного быстрее, и границы робастной устойчивости получаются шире.

Пусть теперь область C_Δ задается параметрами: $\bar{\alpha} = 0.15$, $\bar{\beta} = 30^\circ$, тогда численные значения настраиваемых элементов многоцелевого закона управления (3.9), полученные при использовании функционала J_1 , равны

$$\mathbf{K} = (-0.0351, 8.111, 0.1109),$$

$$K_\delta = 0.2143,$$

$$\mathbf{G} = (45.3018, -1.2395, 2.747)^T,$$

$$\mathbf{b} = (59657.468, -13705.498, 2701.033, -445.9105, 65.6558, -18.0025, 49.3057)^T.$$

А значения, полученные при использовании функционала J_2 , равны

$$\mathbf{K} = (0.0092, 4.6213, 0.5674),$$

$$K_\delta = -0.2103,$$

$$\mathbf{G} = (0.0193, 0.1862, 0.0419)^T,$$

$$\mathbf{b} = (46488.6022, -10583.0487, 2046.9638, -318.2763, 33.9043, -1.744, 30.365)^T.$$

Численные значения функционалов J_1 и J_2 , найденных при решении задачи оптимизации (2.10), равны

$$J_1 = 0.9917, J_2 = 19.3308.$$

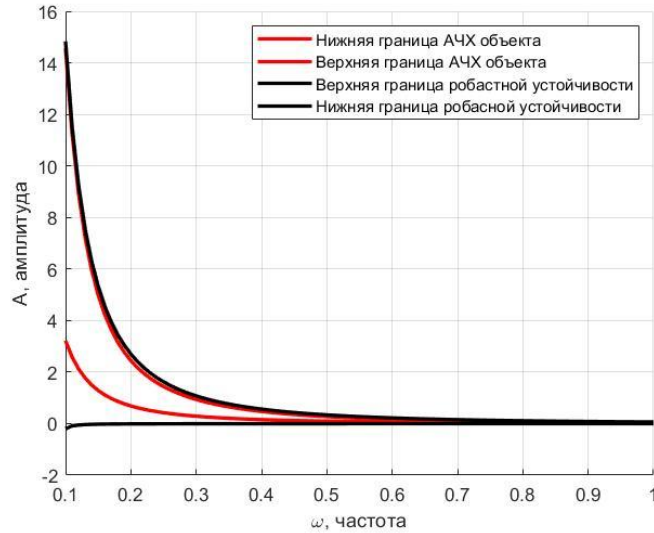


Рис. 31. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_1 .

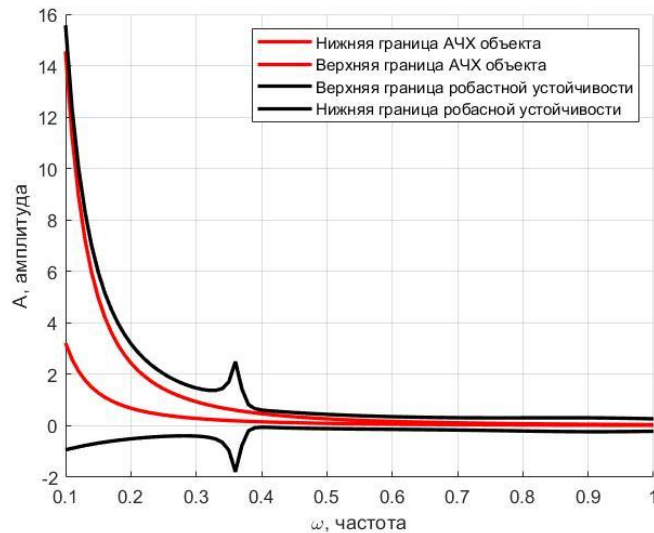


Рис. 32. Сравнение частотных коридоров при оптимизации с функционалом J_2 .

По аналогии с предыдущим случаем построим графики границ робастной устойчивости и частотного коридора вариаций АЧХ объекта управления и покажем, что многоцелевой закон управления (3.9), полученный как при использовании функционала J_1 , так и при использовании функционала J_2 , обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы управления. Для этого проведем сравнение этих графиков.

Также как и в первом случае на рис. 31 и рис. 32 представлены границы робастной устойчивости (2.6) многоцелевого закона управления (3.9) движением судна по курсу, полученные при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно, и частотные коридоры, в пределах которых варьируются АЧХ объекта управления. Сравнивая робастный частотный коридор и частотный коридор вариаций АЧХ для каждого варианта, делаем вывод, что найденный регулятор гарантирует сохранение робастной устойчивости при изменении параметров модели (3.7) в заданных пределах (3.8), так как частотный коридор (2.8) находится внутри границ робастной устойчивости (2.6).

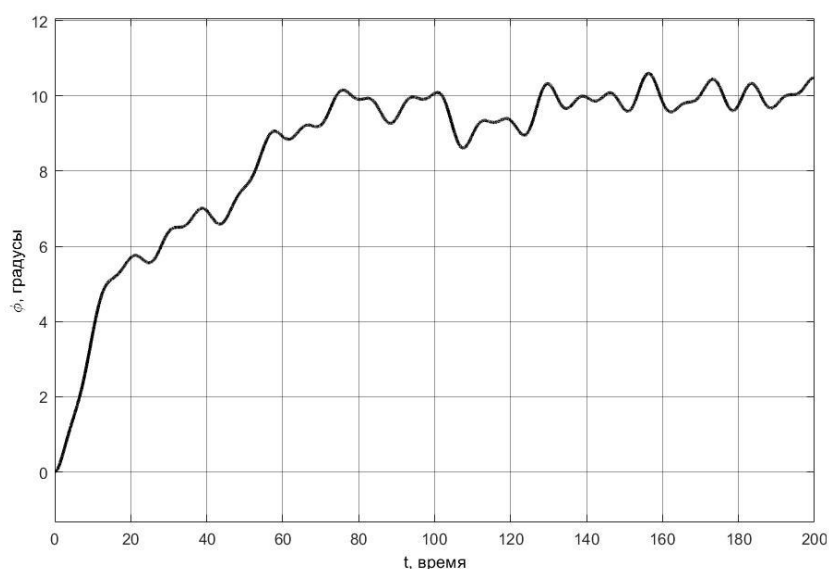


Рис. 33. Угол курса при оптимизации J_1 .

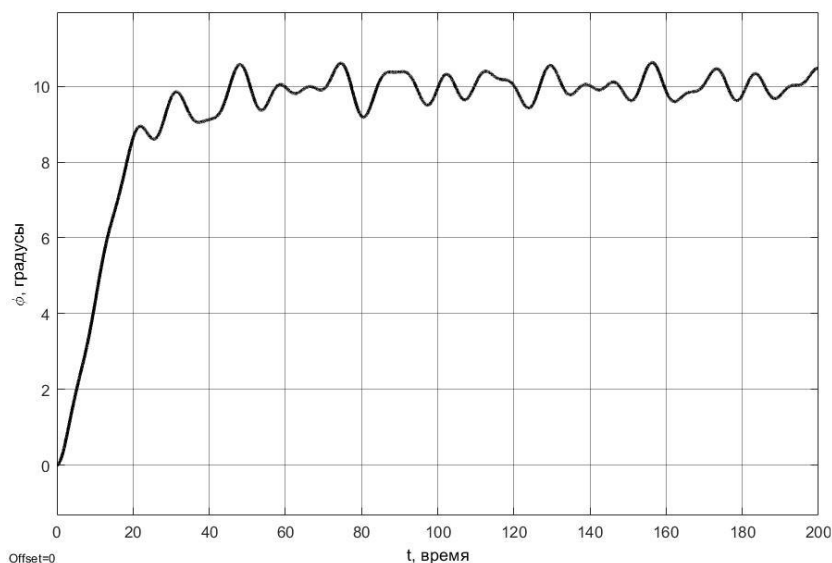


Рис. 34. Угол курса при оптимизации J_2 .

Теперь приведем пример имитационного моделирования движения морского судна по заданному курсу и приведем графики изменения угла курса и перекладки вертикального руля для нелинейной модели.

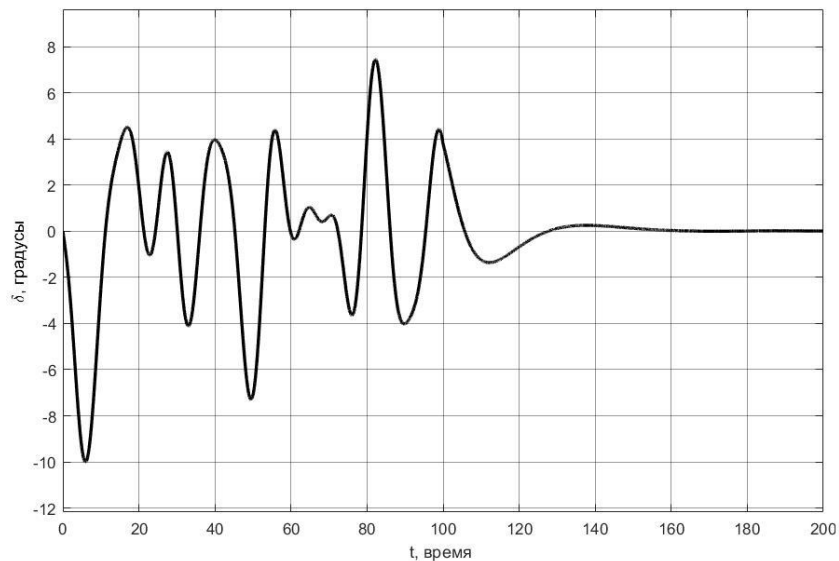


Рис. 35. Угол перекладки вертикального руля при оптимизации J_1 .

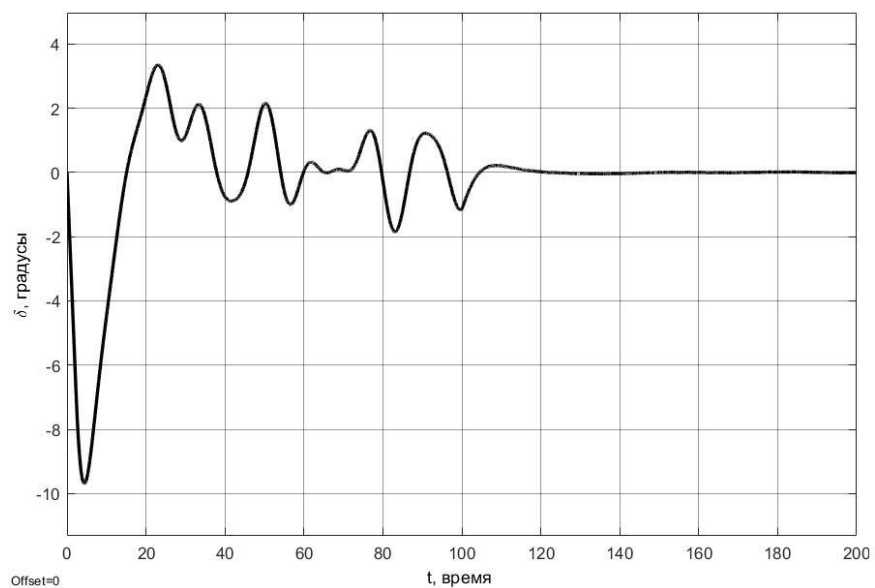


Рис. 36. Угол перекладки вертикального руля при оптимизации J_2 .

Аналогично первому случаю на рис. 33 и рис. 34 изображены графики изменения угла курса с течением времени, полученные при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно, а на рис. 35 и рис. 36 приведены графики перекладки вертикального руля, также при оптимизации функционалов J_1 и J_2 соответственно. Данные графики определяются моделированием

движения морского судна по заданному курсу, под воздействием внешнего возмущения, такого как морское волнение, с такими же точно характеристиками, как и в предыдущем случае. И также происходит переключение с режима без фильтра на режим с фильтром.

На основе представленных графиков: изменения угла курса и перекладки вертикального руля делаем вывод, что, полученный путем решения оптимизационной задачи (2.10) как для функционала J_1 , так и для функционала J_2 , многоцелевой закон управления (3.9) обеспечивает астатизм и фильтрацию волнения в канале управления для замкнутой системы.

Как и в первом случае значения настраиваемых параметров, найденные при оптимизации функционала J_1 и функционала J_2 , не совпадают. Следовательно, из сравнения графиков изменения угла курса и графиков границ робастной устойчивости делаем вывод, что для поиска значений настраиваемых параметров лучше использовать функционал J_2 , так как для решения, полученного при оптимизации функционала J_2 , и переходный процесс протекает немного быстрее, и границы робастной устойчивости шире.

При сравнении результатов, полученных в обоих случаях задания области S_Δ , можно сделать вывод, что в первом случае переходный процесс протекает немного быстрее, чем во втором случае. Границы же робастной устойчивости для функционала J_1 практически не отличаются в обоих случаях, а для функционала J_2 во втором случае они немного шире, чем в первом.

Заключение

В ходе проделанной работы были получены следующие основные результаты, которые выносятся на защиту:

- Выполнена формализованная постановка задачи синтеза робастного закона управления подвижным объектом с использованием оптимизационного подхода при условии, что на качество переходных процессов наложены ограничения.
- Предложен подход к решению задачи синтеза робастного закона управления, состоящий в постановке соответствующей задачи модальной параметрической оптимизации и ее сведении к поиску безусловного экстремума.
- На примерах синтеза законов управления с многоцелевой структурой для системы магнитной левитации и системы управления морским судном продемонстрирована работоспособность предложенного подхода и показана корректность работы разработанных динамических регуляторов с учетом требований астатизма.
- Разработан комплекс программ для выполнения имитационного моделирования, анализа робастных свойств системы управления и синтеза робастных законов управления для системы магнитной левитации и морского судна.

Список литературы

1. Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью. СПб.: Лань, 2013. 448 с.
2. Веремей Е.И., Корчанов В.М., Коровкин М.В., Погожев С.В. Компьютерное моделирование систем управления движением морских подвижных объектов. СПб.: НИИ Химии СПбГУ, 2002. 370 с.
3. Веремей Е.И., Сотникова М.В. Многоцелевая структура законов управления морскими подвижными объектами // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. 2014. С. 3289–3300.
4. Зубов В.И. Лекции по теории управления. М.: Наука, 1975. 496 с.
5. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 181 с.
6. Поляк Б.Т., Щербаков Л.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
7. Сотникова М.В. Синтез робастного цифрового регулятора для системы магнитной левитации // VII Международная научно-практическая конференция «Современные информационные технологии и ИТ-образование». 2012. С. 1033–1040.
8. Сотникова М.В. Синтез робастных алгоритмов управления с прогнозирующими моделями // Системы управления и информационные технологии. 2012. Т. 50. № 4. С. 99–102.
9. Сотникова М.В. Идентификация линейной модели магнитной левитации в среде MATLAB // Труды IV конференции «Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB». 2009. С. 507–522
10. Сотникова М.В., Гилязова Ю.А., Селицкая Е.А. Алгоритмы робастного оптимального управления системой магнитной левитации // Труды II Международной научной конференции «Конвергентные когнитивно-информационные технологии». Москва. 2017. С. 325–334.

11. Сотникова М.В., Томилова А.С. Алгоритмы анализа робастных свойств многоцелевых законов управления подвижными объектами // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. Т. 14. № 2. С. 374–381.
12. Томилова А.С. Анализ робастных свойств закона управления движением судна по курсу // Процессы управления и устойчивость. 2018. Т. 5. № 1. С. 371–375.
13. Томилова А.С. Выпускная квалификационная работа бакалавра «Анализ робастных свойств многоцелевого закона управления движением судна по курсу». Санкт-Петербург. 2018.
14. Томилова А.С. Оптимизация робастных свойств системы управления при ограничениях на качество переходного процесса // Материалы XXI конференции молодых ученых с международным участием «Навигация и управление движением». 2019. С. 37–39.
15. Харитонов В.Л. Асимптотическая устойчивость положения равновесия семейства систем дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. 1978. № 11. С. 2086 –2088.
16. Boyd S., Ghaoui E., Feron E., Balakrishnan V. Linear matrix inequalities in systems and control theory. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994. 193 p.
17. Doyle J.C. Analysis of feedback systems with structured uncertainties // IEE Proc. Pt. D: Control theory and applications. 1982. Vol. 129. No. 6. P. 242–250.
18. Doyle J., Francis B. Tannenbaum A. Feedback control theory. New York: Macmillan Publ. Co., 1992. 227 p.
19. Garcia P., Ampountolas K. Robust disturbance rejection by the attractive ellipsoid method – part I: continuous-time systems // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51. No. 32. P. 34–39.
20. Kwakernaak H., Sivan R. Linear Optimal Control Systems. Wiley, New York, 1972. 575 p.

21. MAGLEV: Magnetic Levitation Plant. User Manual. Quanser.
22. MATLAB function “fmincon”.
<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html>
23. MATLAB function “fminsearch”.
<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>
24. Sotnikova M.V., Veremey E.I. Synthesis of astatic MPC-regulator for magnetic levitation plant // WSEAS Transactions on Systems and Control. 2017. Vol. 12. P. 355–361.
25. Veremei E.I., Korchanov V.M. Multiobjective stabilization of a certain class of dynamic systems // Automation and Remote Control. 1989. T. 49. № 9. С. 1210.

Приложение

Листинг 1. Поиск настраиваемых элементов для системы магнитной левитации.

```
function h = optimization_C_2(n)

gamma = optimization_C2_min_J(n);

global a21 a23 a33 b alpha_lim beta_lim
alpha = alpha_lim;
beta = beta_lim;

%Базовый закон управления
Delta1 = [0, 0, -b;
          0, -b*a23, 0;
          -b*a23, 0, b*a21];
f_2 = 1/pi*atan(gamma(2)) + 0.5;
Gamma1 = [a33+3*alpha+2*gamma(1)^2+gamma(3)^2;

a21+alpha^2+2*alpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2
+(gamma(3)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(1)^2);
-
a21*a33+(gamma(3)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(1)^2*alpha+f_2*
gamma(1)^4/(cos(beta))^2)];
h1 = inv(Delta1)*Gamma1;

%Наблюдатель
Delta2 = [1, 0, 0;
          -a33, 1, 0;
          0, -a33, a23];
f_5 = 1/pi*atan(gamma(5)) + 0.5;
Gamma2 = [a33+3*alpha+2*gamma(4)^2+gamma(6)^2;

a21+alpha^2+2*alpha*gamma(4)^2+f_5*gamma(4)^4/(cos(beta))^2
+(gamma(6)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(4)^2);
-
a21*a33+(gamma(6)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(4)^2*alpha+f_5*
gamma(4)^4/(cos(beta))^2)];
h2 = inv(Delta2)*Gamma2;

%Динамический корректор
h3 = -gamma(7)^2-alpha;

h = [h1; h2; h3];
end
```

Листинг 2. Минимизация функционала для системы магнитной левитации.

ции.

```
function gamma = optimization_C2_min_J(n)
gamma0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]';

N = 5;

%min_max
if (n == 1)
    [x fval] = fminsearch(@optimization_C2_J_max, gamma0);
    for i = 1:N
        gamma0 = [i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N]';
        [x1 fval1] = fminsearch(@optimization_C2_J_max,
gamma0);
        if fval1 < fval
            fval = fval1;
            x = x1;
        end
    end
end

%min_integral
if (n == 2)
    [x fval] = fminsearch(@optimization_C2_J_integral, gam-
ma0);
    for i = 1:N
        gamma0 = [i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N]';
        [x1 fval1] = fmin-
search(@optimization_C2_J_integral, gamma0);
        if fval1 < fval
            fval = fval1;
            x = x1;
        end
    end
end

gamma = x;
disp(fval);
end
```

Листинг 3. Значение функционала J_1 для системы магнитной левитации.

ции.

```
function Fval = optimization_C2_J_max(gamma)

global A B C a21 a23 a33 b alpha_lim beta_lim
alpha = alpha_lim;
beta = beta_lim;
```

```

%Базовый закон управления
Delta1 = [0, 0, -b;
          0, -b*a23, 0;
          -b*a23, 0, b*a21];
f_2 = 1/pi*atan(gamma(2)) + 0.5;
Gamma1 = [a33+3*alpha+2*gamma(1)^2+gamma(3)^2;

a21+alpha^2+2*alpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2
+(gamma(3)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(1)^2);
-
a21*a33+(gamma(3)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(1)^2*alpha+f_2*
gamma(1)^4/(cos(beta))^2)];
h1 = inv(Delta1)*Gamma1;

%Наблюдатель
Delta2 = [1, 0, 0;
          -a33, 1, 0;
          0, -a33, a23];
f_5 = 1/pi*atan(gamma(5)) + 0.5;
Gamma2 = [a33+3*alpha+2*gamma(4)^2+gamma(6)^2;

a21+alpha^2+2*alpha*gamma(4)^2+f_5*gamma(4)^4/(cos(beta))^2
+(gamma(6)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(4)^2);
-
a21*a33+(gamma(6)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(4)^2*alpha+f_5*
gamma(4)^4/(cos(beta))^2)];
h2 = inv(Delta2)*Gamma2;

%Динамический корректор
h3 = -gamma(7)^2-alpha;

K = [h1(1), h1(2), h1(3)];
G = h2;
alpha_dc = h3;
% alpha_dc = -71;
beta_dc = -alpha_dc*p_0(K, G);
gamma_dc = 1;
mu_dc = 0;

Tw = [];
for w = 0:0.1:50
    F_n = C*inv((i*w)*eye(3)-A)*B;
    Kd = gamma_dc*inv((i*w)-alpha_dc)*beta_dc+mu_dc;
    Kw = inv(1-K*inv((i*w)*eye(3)-
A+G*C)*B+Kd*C*inv((i*w)*eye(3)-
A+G*C)*B)*(K*inv((i*w)*eye(3)-A+G*C)*G+Kd-
Kd*C*inv((i*w)*eye(3)-A+G*C)*G);
    Tw = [Tw, double(abs(Kw*inv(1+F_n*Kw)*F_n))];

```

```
end
```

```
Fval = max(Tw);
```

```
end
```

Листинг 4. Значение функционала J_2 для системы магнитной левитации.

```
function Fval = optimization_C2_J_integral(gamma)

global A B C a21 a23 a33 b alpha_lim beta_lim
alpha = alpha_lim;
beta = beta_lim;

%Базовый закон управления
Delta1 = [0, 0, -b;
          0, -b*a23, 0;
          -b*a23, 0, b*a21];
f_2 = 1/pi*atan(gamma(2)) + 0.5;
Gamma1 = [a33+3*alpha+2*gamma(1)^2+gamma(3)^2;

a21+alpha^2+2*alpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2
+(gamma(3)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(1)^2);
-
a21*a33+(gamma(3)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(1)^2*alpha+f_2*
gamma(1)^4/(cos(beta))^2)];
h1 = inv(Delta1)*Gamma1;

%Наблюдатель
Delta2 = [1, 0, 0;
          -a33, 1, 0;
          0, -a33, a23];
f_5 = 1/pi*atan(gamma(5)) + 0.5;
Gamma2 = [a33+3*alpha+2*gamma(4)^2+gamma(6)^2;

a21+alpha^2+2*alpha*gamma(4)^2+f_5*gamma(4)^4/(cos(beta))^2
+(gamma(6)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(4)^2);
-
a21*a33+(gamma(6)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(4)^2*alpha+f_5*
gamma(4)^4/(cos(beta))^2)];
h2 = inv(Delta2)*Gamma2;

%Динамический корректор
h3 = -gamma(7)^2-alpha;

K = [h1(1), h1(2), h1(3)];
G = h2;
```

```

alpha_dc = h3;
% alpha_dc = -71;
beta_dc = -alpha_dc*p_0(K, G);
gamma_dc = 1;
mu_dc = 0;

Tw = [];
for w = 0:0.1:50
    F_n = C*inv((i*w)*eye(3)-A)*B;
    Kd = gamma_dc*inv((i*w)-alpha_dc)*beta_dc+mu_dc;
    Kw = inv(1-K*inv((i*w)*eye(3)-
A+G*C)*B+Kd*C*inv((i*w)*eye(3)-
A+G*C)*B)*(K*inv((i*w)*eye(3)-A+G*C)*G+Kd-
Kd*C*inv((i*w)*eye(3)-A+G*C)*G);
    Tw = [Tw, double(abs(Kw*inv(1+F_n*Kw)*F_n))];
end

Fval = trapz(Tw);

end

```

Листинг 5. Реализация нелинейной модели магнитной левитации.

```

function z = sys_maglev(x)

global g L R Km m H

x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);
u = x(4);
d = x(5);

z=zeros(3,1);

z(1) = x2 + H(1)*d;
z(2) = g - (1/2)*(Km*x3^2)/(m*x1^2) + H(2)*d;
z(3) = -(R/L)*x3+(1/L)*u + H(3)*d;
end

```

Листинг 6. Реализация асимптотического наблюдателя магнитной левитации.

```

function dz=observer(v)

global C G A B

dz = zeros(3, 1);
z = v(1:3);

```

```

u = v(4);
y = v(5);

dz = A*z + B*u + G*(y-C*z);
end

```

Листинг 7. Реализация динамического корректора магнитной левитации.

```

function p = dyn_corrector(u)

p0 = u(1);
y = u(2);
z = u(3:5);

p = 0;

global alpha beta C

p = alpha*p0 + beta*(y-C*z);
end

```

Листинг 8. Реализация многоцелевого закона управления системой магнитной левитации.

```

function u = controller(x)

global K I0 xb0 u0 gamma mu C

z = x(1:3);
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);

y = x(4);

p = x(5);

u = u0 + K(1)*(x1-xb0) + K(2)*x2 + K(3)*(x3-I0) + gamma*p +
mu*(y-C*z);
end

```

Листинг 9. Построение частотного коридора для системы магнитной левитации.

```

function F = FrequencyCorridor(w)
global a21 a23 a33 b;

pr = 0.15;
a21_min = a21 - abs(a21)*pr;

```

```

a21_max = a21 + abs(a21)*pr;
a23_min = a23 - abs(a23)*pr;
a23_max = a23 + abs(a23)*pr;
a33_min = a33 - abs(a33)*pr;
a33_max = a33 + abs(a33)*pr;
b_min = b - abs(b)*pr;
b_max = b + abs(b)*pr;

a_min = [a21_min; a23_min; a33_min; b_min];
a_max = [a21_max; a23_max; a33_max; b_max];

Fmin = [];
Fmax = [];
for k = 1:length(w)
    H = @(a)double(abs((a(2)*a(4))/((i*w(k))^3 -
a(3)*(i*w(k))^2 - a(1)*(i*w(k)) + a(1)*a(3))));
    Hmin = @(a) H(a);
    Hmax = @(a) -H(a);
    [amin, famin] = fmincon(Hmin, a_max, [], [], [], [],
a_min, a_max);
    [amax, famax] = fmincon(Hmax, a_min, [], [], [], [],
a_min, a_max);
    Fmin = [Fmin famin];
    Fmax = [Fmax -famax];
end
F = [Fmin; Fmax];

end

```

Листинг 10. Сравнение границ робастной устойчивости и частотного коридора для системы магнитной левитации.

```

function robust_boundaries()
global A B C K G alpha beta gamma mu
Fn_s = @(w)C*inv((i*w)*eye(3) - A)*B;
Kd = @(w)gamma*inv((i*w)-alpha)*beta+mu;
K_s = @(w)inv(1-K*inv((i*w)*eye(3) -
A+G*C)*B+Kd(w)*C*inv((i*w)*eye(3) -
A+G*C)*B)*(K*inv((i*w)*eye(3) -A+G*C)*G+Kd(w) -
Kd(w)*C*inv((i*w)*eye(3) -A+G*C)*G);
Tw = @(w)abs(K_s(w)*inv(1 + Fn_s(w)*K_s(w))*Fn_s(w));

Fn1 = [];
Aup1 = [];
Alo1 = [];
for w = 0.1:0.01:50
    Fn_w = abs(Fn_s(w));

```

```

    Fn1 = [Fn1, Fn_w];
    Aup1 = [Aup1, (1 + 1/Tw(w))*Fn_w];
    Alo1 = [Alo1, (1 - 1/Tw(w))*Fn_w];
end

w = 0.1:0.01:50;

F = FrequencyCorridor(w);
Fmin = F(1, :);
Fmax = F(2, :);

figure('Name', 'y')
hold on; grid on;
xlabel('\omega, частота');
ylabel('A, амплитуда');
plot(w, Aup1, 'k', 'LineWidth', 2);
plot(w, Fmin, 'r', 'LineWidth', 2);
plot(w, Fmax, 'r', 'LineWidth', 2);
legend("Верхняя границы робастной устойчивости", "Границы
вариаций АЧХ");
end

```

Листинг 11. Значения параметров замкнутой системы магнитной левитации.

```

clear all; clc;

global m g L R Km xb0 I0 u0;
m = 0.068;
g = 9.81;
L = 0.4125;
R = 11;
Km = 6.5308*10^(-5);
xb0 = 0.006;
I0 = xb0*sqrt(2*g*m/Km);
u0 = R*sqrt(2*g*m/Km)*xb0;

global a21 a23 a33 b;
a21 = 2*g/xb0;
a23 = -2*g/I0;
a33 = -R/L;
b = 1/L;

global A B C H;
A = [0, 1, 0;
     a21 0, a23;
     0, 0, a33];
B = [0, 0, b]';

```



```

C = [1 0 0];
H = [0, 0, 1]';

Q = [10 0 0;
      0 10 0;
      0 0 200];
d = 0.001;
R1 = d;

global alpha_lim beta_lim;
alpha_lim = 55;
beta_lim = 30*pi/180;

global h K;
h = optimization_C_2(1);
K = [h(1), h(2), h(3)];

global G;
G = [h(4);
      h(5);
      h(6)];

global alpha beta gamma mu;
alpha = h(7);
beta = -alpha*p_0(K, G);
gamma = 1;
mu = 0;

```

Листинг 12. Поиск настраиваемых элементов управления движением

судна.

```

function h = optimization_C_2_DCconst(n)

gamma = optimization_C2_min_J_DCconst(n);

global a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n alpha_lim beta_lim
alpha = alpha_lim;
beta = beta_lim;
a11 = a11_n;
a12 = a12_n;
a21 = a21_n;
a22 = a22_n;
b1 = b1_n;
b2 = b2_n;

%Базовый закон управления
Delta1 = [0, 0, 0, -1;
          -b1, -b2, 0, a11+a22;
          -a12*b2+a22*b1, a11*b2-a21*b1, -b2, -
          a11*a22+a12*a21;

```

```

    0, 0, a11*b2-a21*b1, 0];
f_2 = 1/pi*atan(gamma(2)) + 0.5;
f_4 = 1/pi*atan(gamma(4)) + 0.5;
Gamma1 = [a11+a22+4*alpha+2*gamma(1)^2+2*gamma(3)^2;
-
a11*a22+a12*a21+6*alpha^2+6*alpha*gamma(3)^2+6*alpha*gamma(
1)^2+4*gamma(1)^2*gamma(3)^2+f_4*gamma(3)^4/(cos(beta))^2+f
_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2;

(2*alpha+2*gamma(1)^2)*(alpha^2++2*alpha*gamma(3)^2+f_4*gam
ma(3)^4/(cos(beta))^2)+(2*alpha+2*gamma(3)^2)*(alpha^2++2*a
lpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2);
(alpha-
pha^2+2*alpha*gamma(3)^2+f_4*gamma(3)^4/(cos(beta))^2)*(alp
ha^2+2*alpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2)];
h1 = inv(Delta1)*Gamma1;

%Наблюдатель
f_6 = 1/pi*atan(gamma(6)) + 0.5;
Delta2 = [0, 0, 1;
0, 1, -a11-a22;
a21, -a11, a11*a22-a12*a21];
Gamma2 = [a11+a22+3*alpha+2*gamma(5)^2+gamma(7)^2;
-
a11*a22+a12*a21+alpha^2+2*alpha*gamma(5)^2+f_6*gamma(5)^4/(
cos(beta))^2+(gamma(7)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(5)^2);
(gam-
ma(7)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(5)^2*alpha+f_6*gamma(5)^4/(
cos(beta))^2)];
h2 = inv(Delta2)*Gamma2;

h = [h1; h2];
end

```

Листинг 13. Минимизация функционала для модели движения судна.

```

function gamma = optimization_C2_min_J_DCconst(n)
gamma0 = zeros(7, 1);

N = 5;

%min_min
if (n == 1)
[x fval] = fminsearch(@optimization_C2_J_max_DCconst,
gamma0);
for i = 1:N
gamma0 = [i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N]';
[x1 fval1] = fmin-
search(@optimization_C2_J_max_DCconst, gamma0);

```

```

        if fval1 < fval
            fval = fval1;
            x = x1;
        end
    end
end

%min_integral
if (n == 2)
    [x fval] = fmin-
search(@optimization_C2_J_integral_DCconst, gamma0);
    for i = 1:N
        gamma0 = [i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N, i/N]';
        [x1 fval1] = fmin-
search(@optimization_C2_J_integral_DCconst, gamma0);
        if fval1 < fval
            fval = fval1;
            x = x1;
        end
    end
end
end
end

```

Листинг 14. Значение функционала J_1 для модели движения судна.

```

function Fval = optimization_C2_J_max_DCconst(gamma)

global A B C a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n alpha_lim
beta_lim
alpha = alpha_lim;
beta = beta_lim;
a11 = a11_n;
a12 = a12_n;
a21 = a21_n;
a22 = a22_n;
b1 = b1_n;
b2 = b2_n;
AA = [A B;
      0 0 0 0];
BB = [0 0 0 1]';

%Базовый закон управления
Delta1 = [0, 0, 0, -1;
          -b1, -b2, 0, a11+a22;
          -a12*b2+a22*b1, a11*b2-a21*b1, -b2, -
          a11*a22+a12*a21;
          0, 0, a11*b2-a21*b1, 0];
f_2 = 1/pi*atan(gamma(2)) + 0.5;
f_4 = 1/pi*atan(gamma(4)) + 0.5;
Gamma1 = [a11+a22+4*alpha+2*gamma(1)^2+2*gamma(3)^2;

```

```

-
a11*a22+a12*a21+6*alpha^2+6*alpha*gamma(3)^2+6*alpha*gamma(
1)^2+4*gamma(1)^2*gamma(3)^2+f_4*gamma(3)^4/(cos(beta))^2+f
_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2;

(2*alpha+2*gamma(1)^2)*(alpha^2+2*alpha*gamma(3)^2+f_4*gamma
a(3)^4/(cos(beta))^2)+(2*alpha+2*gamma(3)^2)*(alpha^2+2*alp
ha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2);
(alpha-
pha^2+2*alpha*gamma(3)^2+f_4*gamma(3)^4/(cos(beta))^2)*(alp
ha^2+2*alpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2)];
h1 = inv(Delta1)*Gamma1;

%Наблюдатель
f_6 = 1/pi*atan(gamma(6)) + 0.5;
Delta2 = [0, 0, 1;
          0, 1, -a11-a22;
          a21, -a11, a11*a22-a12*a21];
Gamma2 = [a11+a22+3*alpha+2*gamma(5)^2+gamma(7)^2;
-
a11*a22+a12*a21+alpha^2+2*alpha*gamma(5)^2+f_6*gamma(5)^4/(
cos(beta))^2+(gamma(7)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(5)^2);
(gam-
ma(7)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(5)^2*alpha+f_6*gamma(5)^4/(
cos(beta))^2)];
h2 = inv(Delta2)*Gamma2;

F_n = @(w)[C 0]*inv((i*w)*eye(4)-AA)*BB;

K = [h1(1), h1(2), h1(3)];
Kd = h1(4);
G = h2;

N = 3;
w = [0.3, 0.455, 0.7];
lambda = 0.65;
alpha = matrix_alpha(N, lambda);
beta = beta_matrix(alpha, h1, h2);

h = [K'; Kd; G; alpha(7, :)'];
w = 0.1:0.01:0.4;
tf_F1 = tf([b2_n a21_n*b1_n-a11_n*b2_n], [1]);
tf_F2 = tf([1 -(a11_n+a22_n) (a11_n*a22_n-a12_n*a21_n) 0
0], [1]);
tf_K1 = tf([-(-h(2)*h(6)-h(3)*h(7)-h(1)*h(5))+beta(7)*(-1),
-(-h(3)*h(6)+beta(7)*h(7)+a11_n*h(2)*h(6)-
a12_n*h(1)*h(6)+a11_n*h(3)*h(7)-
a21_n*h(2)*h(5)+a22_n*h(1)*h(5)+a22_n*h(3)*h(7)+h(1)*h(5)*h

```

$(14)+h(2)*h(6)*h(14)+h(3)*h(7)*h(14))+(beta(1)*h(8)+beta(2)*h(9)+beta(3)*h(10)+beta(4)*h(11)+beta(5)*h(12)+beta(6)*h(13))*(-1)+beta(7)*(a11_n+a22_n-h(7)), -(beta(7)*h(6)-a11_n*beta(7)*h(7)-a22_n*beta(7)*h(7)+a11_n*h(3)*h(6)-a21_n*h(3)*h(5)+beta(1)*h(7)*h(8)+beta(2)*h(7)*h(9)+beta(3)*h(7)*h(10)+beta(4)*h(7)*h(11)+beta(5)*h(7)*h(12)+beta(6)*h(7)*h(13)+h(1)*h(5)*h(13)+h(2)*h(6)*h(13)+h(3)*h(6)*h(14)+h(3)*h(7)*h(13)-a11_n*a22_n*h(3)*h(7)+a12_n*a21_n*h(3)*h(7)-a11_n*h(2)*h(6)*h(14)+a12_n*h(1)*h(6)*h(14)-a11_n*h(3)*h(7)*h(14)+a21_n*h(2)*h(5)*h(14)-a22_n*h(1)*h(5)*h(14)-a22_n*h(3)*h(7)*h(14))+(beta(2)*h(8)+beta(3)*h(9)+beta(4)*h(10)+beta(5)*h(11)+beta(6)*h(12))*(-1)+(beta(1)*h(8)+beta(2)*h(9)+beta(3)*h(10)+beta(4)*h(11)+beta(5)*h(12)+beta(6)*h(13))*(a11_n+a22_n-h(7))+beta(7)*(-h(6)-a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7)), -(-a11_n*beta(7)*h(6)+a21_n*beta(7)*h(5)+beta(1)*h(6)*h(8)+beta(2)*h(6)*h(9)+beta(2)*h(7)*h(8)+beta(3)*h(6)*h(10)+beta(3)*h(7)*h(9)+beta(4)*h(6)*h(11)+beta(4)*h(7)*h(10)+beta(5)*h(6)*h(12)+beta(5)*h(7)*h(11)+beta(6)*h(6)*h(13)+beta(6)*h(7)*h(12)+h(1)*h(5)*h(12)+h(2)*h(6)*h(12)+h(3)*h(6)*h(13)+h(3)*h(7)*h(12)+a11_n*a22_n*beta(7)*h(7)-a12_n*a21_n*beta(7)*h(7)-a11_n*beta(1)*h(7)*h(8)-a11_n*beta(2)*h(7)*h(9)-a11_n*beta(3)*h(7)*h(10)-a11_n*beta(4)*h(7)*h(11)-a11_n*beta(5)*h(7)*h(12)+a11_n*a22_n*h(3)*h(7)*h(14)-a12_n*a21_n*h(3)*h(7)*h(14)-a11_n*beta(6)*h(7)*h(13)-a22_n*beta(1)*h(7)*h(8)-a22_n*beta(2)*h(7)*h(9)-a22_n*beta(3)*h(7)*h(10)-a22_n*beta(4)*h(7)*h(11)-a22_n*beta(5)*h(7)*h(12)-a22_n*beta(6)*h(7)*h(13)-a11_n*h(2)*h(6)*h(13)+a12_n*h(1)*h(6)*h(13)-a11_n*h(3)*h(6)*h(14)-a11_n*h(3)*h(7)*h(13)+a21_n*h(2)*h(5)*h(13)-a22_n*h(1)*h(5)*h(13)+a21_n*h(3)*h(5)*h(14)-a22_n*h(3)*h(7)*h(13))+(beta(3)*h(8)+beta(4)*h(9)+beta(5)*h(10)+beta(6)*h(11))*(-1)+(beta(2)*h(8)+beta(3)*h(9)+beta(4)*h(10)+beta(5)*h(11)+beta(6)*h(12))*(a11_n+a22_n-h(7))+beta(1)*h(8)+beta(2)*h(9)+beta(3)*h(10)+beta(4)*h(11)+beta(5)*h(12)+beta(6)*h(13))*(-h(6)-a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+beta(7)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)), -(beta(2)*h(6)*h(8)+beta(3)*h(6)*h(9)+beta(3)*h(7)*h(8)+beta(4)*h(6)*h(10)+beta(4)*h(7)*h(9)+beta(5)*h(6)*h(11)+beta(5)*h(7)*h(10)+beta(6)*h(6)*h(12)+beta(6)*h(7)*h(11)+h(1)*h(5)*h(11)+h(2)*h(6)*h(11)+h(3)*h(6)*h(12)+h(3)*h(7)*h(11)-a11_n*beta(1)*h(6)*h(8)-a11_n*beta(2)*h(6)*h(9)-$

$$\begin{aligned}
& a_{11_n} \beta(2) h(7) h(8) - a_{11_n} \beta(3) h(6) h(10) - \\
& a_{11_n} \beta(3) h(7) h(9) - a_{11_n} \beta(4) h(6) h(11) - \\
& a_{11_n} \beta(4) h(7) h(10) - a_{11_n} \beta(5) h(6) h(12) - \\
& a_{11_n} \beta(5) h(7) h(11) + a_{21_n} \beta(1) h(5) h(8) - \\
& a_{11_n} \beta(6) h(6) h(13) - \\
& a_{11_n} \beta(6) h(7) h(12) + a_{21_n} \beta(2) h(5) h(9) + a_{11_n} a_{22_n} \\
& h(3) h(7) h(13) - \\
& a_{12_n} a_{21_n} h(3) h(7) h(13) + a_{21_n} \beta(3) h(5) h(10) - \\
& a_{22_n} \beta(2) h(7) h(8) + a_{11_n} a_{22_n} \beta(6) h(7) h(13) - \\
& a_{12_n} a_{21_n} \beta(6) h(7) h(13) + a_{21_n} \beta(4) h(5) h(11) - \\
& a_{22_n} \beta(3) h(7) h(9) + a_{21_n} \beta(5) h(5) h(12) - \\
& a_{22_n} \beta(4) h(7) h(10) + a_{21_n} \beta(6) h(5) h(13) - \\
& a_{22_n} \beta(5) h(7) h(11) - a_{22_n} \beta(6) h(7) h(12) - \\
& a_{11_n} h(2) h(6) h(12) + a_{12_n} h(1) h(6) h(12) - \\
& a_{11_n} h(3) h(6) h(13) - \\
& a_{11_n} h(3) h(7) h(12) + a_{21_n} h(2) h(5) h(12) - \\
& a_{22_n} h(1) h(5) h(12) + a_{21_n} h(3) h(5) h(13) - \\
& a_{22_n} h(3) h(7) h(12) + a_{11_n} a_{22_n} \beta(1) h(7) h(8) - \\
& a_{12_n} a_{21_n} \beta(1) h(7) h(8) + a_{11_n} a_{22_n} \beta(2) h(7) h(9) \\
& - \\
& a_{12_n} a_{21_n} \beta(2) h(7) h(9) + a_{11_n} a_{22_n} \beta(3) h(7) h(10) \\
&) - \\
& a_{12_n} a_{21_n} \beta(3) h(7) h(10) + a_{11_n} a_{22_n} \beta(4) h(7) h(11) \\
&) - \\
& a_{12_n} a_{21_n} \beta(4) h(7) h(11) + a_{11_n} a_{22_n} \beta(5) h(7) h(12) \\
&) - \\
& a_{12_n} a_{21_n} \beta(5) h(7) h(12) + (\beta(4) h(8) + \beta(5) h(9) + \\
& \beta(6) h(10)) * (- \\
& 1) + (\beta(3) h(8) + \beta(4) h(9) + \beta(5) h(10) + \beta(6) h(11)) * \\
& (a_{11_n} + a_{22_n} - \\
& h(7)) + (\beta(2) h(8) + \beta(3) h(9) + \beta(4) h(10) + \beta(5) h(11) \\
&) + \beta(6) h(12)) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} a_{22_n} + a_{12_n} a_{21_n} + a_{11_n} h(7) + a_{22_n} h(7)) + (\beta(1) h(8) \\
&) + \beta(2) h(9) + \beta(3) h(10) + \beta(4) h(11) + \beta(5) h(12) + \beta(6) \\
& h(13)) * (a_{11_n} h(6) - a_{21_n} h(5) - \\
& a_{11_n} a_{22_n} h(7) + a_{12_n} a_{21_n} h(7)), - \\
& (\beta(2) h(6) h(8) + \beta(4) h(6) h(9) + \beta(4) h(7) h(8) + \beta(5) \\
& h(6) h(10) + \beta(5) h(7) h(9) + \beta(6) h(6) h(11) + \beta(6) h(7) \\
& h(10) + h(1) h(5) h(10) + h(2) h(6) h(10) + h(3) h(6) h(11) + h(3) \\
& h(7) h(10) - a_{11_n} \beta(2) h(6) h(8) - \\
& a_{11_n} \beta(3) h(6) h(9) - a_{11_n} \beta(3) h(7) h(8) - \\
& a_{11_n} \beta(4) h(6) h(10) - a_{11_n} \beta(4) h(7) h(9) - \\
& a_{11_n} \beta(5) h(6) h(11) - a_{11_n} \beta(5) h(7) h(10) - \\
& a_{11_n} \beta(6) h(6) h(12) - \\
& a_{11_n} \beta(6) h(7) h(11) + a_{21_n} \beta(2) h(5) h(8) + a_{21_n} \beta(3) h(5) \\
& h(9) + a_{21_n} \beta(4) h(5) h(10) + a_{11_n} a_{22_n} h(3) h(7) \\
&) h(12) - a_{12_n} a_{21_n} h(3) h(7) h(12) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a22_n * \beta(3) * h(7) * h(8) + a21_n * \beta(5) * h(5) * h(11) - \\
& a22_n * \beta(4) * h(7) * h(9) + a21_n * \beta(6) * h(5) * h(12) - \\
& a22_n * \beta(5) * h(7) * h(10) - a22_n * \beta(6) * h(7) * h(11) - \\
& a11_n * h(2) * h(6) * h(11) + a12_n * h(1) * h(6) * h(11) - \\
& a11_n * h(3) * h(6) * h(12) - \\
& a11_n * h(3) * h(7) * h(11) + a21_n * h(2) * h(5) * h(11) - \\
& a22_n * h(1) * h(5) * h(11) + a21_n * h(3) * h(5) * h(12) - \\
& a22_n * h(3) * h(7) * h(11) + a11_n * a22_n * \beta(2) * h(7) * h(8) - \\
& a12_n * a21_n * \beta(2) * h(7) * h(8) + a11_n * a22_n * \beta(3) * h(7) * h(9) \\
& - \\
& a12_n * a21_n * \beta(3) * h(7) * h(9) + a11_n * a22_n * \beta(4) * h(7) * h(10) \\
&) - \\
& a12_n * a21_n * \beta(4) * h(7) * h(10) + a11_n * a22_n * \beta(5) * h(7) * h(11) \\
&) - \\
& a12_n * a21_n * \beta(5) * h(7) * h(11) + a11_n * a22_n * \beta(6) * h(7) * h(12) \\
&) - a12_n * a21_n * \beta(6) * h(7) * h(12)) + \beta(5) * h(8) * (- \\
& 1) + (\beta(4) * h(8) + \beta(5) * h(9) + \beta(6) * h(10)) * (a11_n + a22_n - \\
& h(7)) + (\beta(3) * h(8) + \beta(4) * h(9) + \beta(5) * h(10) + \beta(6) * h(11) \\
&) * (-h(6) - \\
& a11_n * a22_n + a12_n * a21_n + a11_n * h(7) + a22_n * h(7)) + (\beta(2) * h(8) \\
&) + \beta(3) * h(9) + \beta(4) * h(10) + \beta(5) * h(11) + \beta(6) * h(12)) * (\\
& a11_n * h(6) - a21_n * h(5) - a11_n * a22_n * h(7) + a12_n * a21_n * h(7)), - \\
& (be- \\
& ta(4) * h(6) * h(8) + \beta(5) * h(6) * h(9) + \beta(5) * h(7) * h(8) + \beta(6) \\
& * h(6) * h(10) + \beta(6) * h(7) * h(9) + h(1) * h(5) * h(9) + h(2) * h(6) * h(9) \\
& + h(3) * h(6) * h(10) + h(3) * h(7) * h(9) - a11_n * \beta(3) * h(6) * h(8) - \\
& a11_n * \beta(4) * h(6) * h(9) - a11_n * \beta(4) * h(7) * h(8) - \\
& a11_n * \beta(5) * h(6) * h(10) - a11_n * \beta(5) * h(7) * h(9) - \\
& a11_n * \beta(6) * h(6) * h(11) - \\
& a11_n * \beta(6) * h(7) * h(10) + a21_n * \beta(3) * h(5) * h(8) + a21_n * \beta(4) \\
& * h(5) * h(9) + \\
& a21_n * \beta(5) * h(5) * h(10) + a11_n * a22_n * h(3) * h(7) * h(11) - \\
& a12_n * a21_n * h(3) * h(7) * h(11) - \\
& a22_n * \beta(4) * h(7) * h(8) + a21_n * \beta(6) * h(5) * h(11) - \\
& a22_n * \beta(5) * h(7) * h(9) - a22_n * \beta(6) * h(7) * h(10) - \\
& a11_n * h(2) * h(6) * h(10) + a12_n * h(1) * h(6) * h(10) - \\
& a11_n * h(3) * h(6) * h(11) - \\
& a11_n * h(3) * h(7) * h(10) + a21_n * h(2) * h(5) * h(10) - \\
& a22_n * h(1) * h(5) * h(10) + a21_n * h(3) * h(5) * h(11) - \\
& a22_n * h(3) * h(7) * h(10) + a11_n * a22_n * \beta(3) * h(7) * h(8) - \\
& a12_n * a21_n * \beta(3) * h(7) * h(8) + a11_n * a22_n * \beta(4) * h(7) * h(9) \\
& - \\
& a12_n * a21_n * \beta(4) * h(7) * h(9) + a11_n * a22_n * \beta(5) * h(7) * h(10) \\
&) - \\
& a12_n * a21_n * \beta(5) * h(7) * h(10) + a11_n * a22_n * \beta(6) * h(7) * h(11) \\
&) - a12_n * a21_n * \beta(6) * h(7) * h(11)) + \beta(6) * h(8) * (- \\
& 1) + \beta(5) * h(8) * (a11_n + a22_n - \\
& h(7)) + (\beta(4) * h(8) + \beta(5) * h(9) + \beta(6) * h(10)) * (-h(6) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+(beta(3)*h(8) \\
&)+beta(4)*h(9)+beta(5)*h(10)+beta(6)*h(11))*(a11_n*h(6)- \\
& a21_n*h(5)-a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)), - \\
& (be- \\
& ta(5)*h(6)*h(8)+beta(6)*h(6)*h(9)+beta(6)*h(7)*h(8)+h(1)*h(\\
& 5)*h(8)+h(2)*h(6)*h(8)+h(3)*h(6)*h(9)+h(3)*h(7)*h(8)- \\
& a11_n*beta(4)*h(6)*h(8)-a11_n*beta(5)*h(6)*h(9)- \\
& a11_n*beta(5)*h(7)*h(8)-a11_n*beta(6)*h(6)*h(10)- \\
& a11_n*beta(6)*h(7)*h(9)+a21_n*beta(4)*h(5)*h(8)+a21_n*beta(\\
& 5)*h(5)*h(9)+a21_n*beta(6)*h(5)*h(10)+a11_n*a22_n*h(3)*h(7) \\
& *h(10)-a12_n*a21_n*h(3)*h(7)*h(10)- \\
& a22_n*beta(5)*h(7)*h(8)-a22_n*beta(6)*h(7)*h(9)- \\
& a11_n*h(2)*h(6)*h(9)+a12_n*h(1)*h(6)*h(9)- \\
& a11_n*h(3)*h(6)*h(10)- \\
& a11_n*h(3)*h(7)*h(9)+a21_n*h(2)*h(5)*h(9)- \\
& a22_n*h(1)*h(5)*h(9)+a21_n*h(3)*h(5)*h(10)- \\
& a22_n*h(3)*h(7)*h(9)+a11_n*a22_n*beta(4)*h(7)*h(8)- \\
& a12_n*a21_n*beta(4)*h(7)*h(8)+a11_n*a22_n*beta(5)*h(7)*h(9) \\
& - \\
& a12_n*a21_n*beta(5)*h(7)*h(9)+a11_n*a22_n*beta(6)*h(7)*h(10) \\
&)- \\
& a12_n*a21_n*beta(6)*h(7)*h(10))+beta(6)*h(8)*(a11_n+a22_n- \\
& h(7))+beta(5)*h(8)*(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+(beta(4)*h(8) \\
&)+beta(5)*h(9)+beta(6)*h(10))*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)), - \\
& (beta(6)*h(6)*h(8)+h(3)*h(6)*h(8)-a11_n*beta(5)*h(6)*h(8)- \\
& a11_n*beta(6)*h(6)*h(9)- \\
& a11_n*beta(6)*h(7)*h(8)+a21_n*beta(5)*h(5)*h(8)+a21_n*beta(\\
& 6)*h(5)*h(9)-a22_n*beta(6)*h(7)*h(8)- \\
& a11_n*h(2)*h(6)*h(8)+a12_n*h(1)*h(6)*h(8)- \\
& a11_n*h(3)*h(6)*h(9)- \\
& a11_n*h(3)*h(7)*h(8)+a21_n*h(2)*h(5)*h(8)- \\
& a22_n*h(1)*h(5)*h(8)+a21_n*h(3)*h(5)*h(9)- \\
& a22_n*h(3)*h(7)*h(8)+a11_n*a22_n*beta(5)*h(7)*h(8)- \\
& a12_n*a21_n*beta(5)*h(7)*h(8)+a11_n*a22_n*beta(6)*h(7)*h(9) \\
& -a12_n*a21_n*beta(6)*h(7)*h(9)+a11_n*a22_n*h(3)*h(7)*h(9)- \\
& a12_n*a21_n*h(3)*h(7)*h(9))+beta(6)*h(8)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+beta(5)*h(8) \\
& *(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)), \\
& -(-a11_n*beta(6)*h(6)*h(8)+a21_n*beta(6)*h(5)*h(8)- \\
& a11_n*h(3)*h(6)*h(8)+a21_n*h(3)*h(5)*h(8)+a11_n*a22_n*beta(\\
& 6)*h(7)*h(8)- \\
& a12_n*a21_n*beta(6)*h(7)*h(8)+a11_n*a22_n*h(3)*h(7)*h(8)- \\
& a12_n*a21_n*h(3)*h(7)*h(8))+beta(6)*h(8)*(a11_n*h(6)- \\
& a21_n*h(5)-a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)), 0], 1); \\
& tf_K2 = tf([1, h(14)*(-1)-(a11_n+a22_n-h(7))-h(4), \\
& h(14)*(a11_n+a22_n-h(7))-(-h(6))-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7) + h(13) * (-1) - \\
& h(4) * (h(14) * (-1) - (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) - h(4)) + (-b_{1_n} * h(1) - \\
& b_{2_n} * h(2)), \quad h(14) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) - (a_{11_n} * h(6) - \\
& a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(13) * (a_{11_n} + a_{22_n} - \\
& h(7)) + h(12) * (-1) - h(4) * (h(14) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) - (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(13) * (-1) - \\
& h(4) * (h(14) * (-1) - (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7))) + (-b_{1_n} * h(1) - \\
& b_{2_n} * h(2))) + (-b_{2_n} * h(3) + a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) + a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) - \\
& a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) - a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) + a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) - \\
& b_{1_n} * h(1) * h(7) - \\
& b_{2_n} * h(2) * h(7) + b_{1_n} * h(1) * h(14) + b_{2_n} * h(2) * h(14)), \\
& h(14) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(13) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(12) * (a_{11_n} \\
& + a_{22_n} - h(7)) + h(11) * (-1) - h(4) * (h(14) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) - (a_{11_n} * h(6) - \\
& a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(13) * (a_{11_n} + a_{22_n} - \\
& h(7)) + h(12) * (-1)) + (b_{2_n} * \beta(7) + a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) - \\
& a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) - \\
& b_{1_n} * h(1) * h(6) + b_{2_n} * h(1) * h(5) + b_{1_n} * h(1) * h(13) + b_{2_n} * h(2) * h(1 \\
& 3) + b_{2_n} * h(3) * h(14) + a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) - \\
& a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(14) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(14) - \\
& a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(7) + a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h \\
& (14) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(14) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(14) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * h \\
& (14)), \quad h(13) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(12) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(11) * (a_{11_n} \\
& + a_{22_n} - h(7)) + h(10) * (-1) - h(4) * (h(14) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(13) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(12) * (a_{11_n} \\
& + a_{22_n} - h(7)) + h(11) * (-1)) + (- \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(7) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(7) + b_{2_n} * \beta(1) * h(8) + b_{2_n} \\
& * \beta(2) * h(9) + b_{2_n} * \beta(3) * h(10) + b_{2_n} * \beta(4) * h(11) + b_{2_n} * \beta \\
& eta(5) * h(12) + b_{2_n} * \beta(6) * h(13) + b_{1_n} * h(1) * h(12) + b_{2_n} * h(2) * h \\
& (12) + b_{2_n} * h(3) * h(13) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(13) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(13) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(14) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(14) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(14) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(14) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(14) + b_{1_n} * \\
& h(1) * h(6) * h(14) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(13) - \\
& b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(14) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(13) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(14) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * \\
& h(13)), \quad h(12) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(11) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + \\
& a_{22_n} * h(7)) * h(10) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) + h(9) * (-1) - \\
& h(4) * (h(13) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5)) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(12) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(11) * (a_{11_n} \\
& + a_{22_n} - h(7)) + h(10) * (- \\
& 1) + (b_{2_n} * \beta(2) * h(8) + b_{2_n} * \beta(3) * h(9) + b_{2_n} * \beta(4) * h(10) \\
& + b_{2_n} * \beta(5) * h(11) + b_{2_n} * \beta(6) * h(12) + b_{1_n} * h(1) * h(11) + b_{2_n} \\
& * h(2) * h(11) + b_{2_n} * h(3) * h(12) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(1) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(2) * h(9) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(3) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(4) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(1) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(2) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} \\
& * \beta(3) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(4) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(5) * \\
& h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(6) * h(13) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(12) + \\
& a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(12) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(13) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(13) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(13) + b_{1_n} * \\
& h(1) * h(6) * h(13) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(12) - \\
& b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(13) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(12) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(13) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * \\
& h(12)), h(11) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5)) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(10) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(9) * (a_{11_n} + \\
& a_{22_n} - h(7)) + h(8) * (-1) - h(4) * (h(12) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5)) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(11) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + \\
& a_{22_n} * h(7)) * h(10) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) + h(9) * (- \\
& 1) + (b_{2_n} * \beta(3) * h(8) + b_{2_n} * \beta(4) * h(9) + b_{2_n} * \beta(5) * h(10) \\
& + b_{2_n} * \beta(6) * h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(10) + b_{2_n} * h(2) * h(10) + b_{2_n} * h(\\
& 3) * h(11) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(2) * h(8) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(3) * h(9) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(4) * h(10) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(2) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} \\
& * \beta(3) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(4) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(5) * h \\
& (11) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(6) * h(12) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(11) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * \\
& h(12) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(11) - b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(12) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(12) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(12) + a_{21_n} \\
& * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(12) - a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(12) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(12) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * \\
& h(11)), h(10) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5)) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(9) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(8) * (a_{11_n} + \\
& a_{22_n} - h(7)) - h(4) * (h(11) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5)) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(10) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(9) * (a_{11_n} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_{22_n-h(7)} + h(8) * (- \\
& 1)) + (b_{2_n} * \beta(4) * h(8) + b_{2_n} * \beta(5) * h(9) + b_{2_n} * \beta(6) * h(10) \\
& + b_{1_n} * h(1) * h(9) + b_{2_n} * h(2) * h(9) + b_{2_n} * h(3) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(3) * h(8) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(4) * h(9) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(3) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} \\
& * \beta(4) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(5) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(6) * h \\
& (11) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(10) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(10) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * \\
& h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(10) - b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(11) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(11) + a_{21_n} \\
& * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(11) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(11) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(10)), \\
& h(9) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(8) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) - \\
& h(4) * (h(10) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(9) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(8) * (a_{11_n} + \\
& a_{22_n} - \\
& h(7))) + (b_{2_n} * \beta(5) * h(8) + b_{2_n} * \beta(6) * h(9) + b_{1_n} * h(1) * h(8) + \\
& b_{2_n} * h(2) * h(8) + b_{2_n} * h(3) * h(9) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(4) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(9) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(4) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} \\
& * \beta(5) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(6) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(9) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(9) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(9) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(10) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * h \\
& (10) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(9) - \\
& b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(10) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(10) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(10) + b_{2_n} * \\
& h(2) * h(7) * h(9)), h(8) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) - h(4) * (h(9) * (a_{11_n} * h(6) - \\
& a_{21_n} * h(5) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(8) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7))) + (b_{2_n} * h(3) * \\
& h(8) + b_{2_n} * \beta(6) * h(8) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(5) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} * \\
& \beta(6) * h(9) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(8) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(8) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(9) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * h(\\
& 9) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(8) - \\
& b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(9) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(9) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(9) + a_{21_n} * b \\
& 1_n * h(2) * h(7) * h(9) - a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(9)), - \\
& h(4) * (h(8) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7))) + (-
\end{aligned}$$

```

a11_n*b2_n*beta(6)*h(8)+a21_n*b1_n*beta(6)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(3)*h(8)+a21_n*b1_n*h(3)*h(8)+b1_n*h(1)*h(6)*h(
8)-b2_n*h(1)*h(5)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(8)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(8)+a21_n*b
1_n*h(2)*h(7)*h(8)-a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(8)], 1);
Ts = (tf_K1*tf_F1)/(tf_K2*tf_F2+tf_K1*tf_F1);
Tw = abs(squeeze(freqresp(Ts, w)));
Fval = max(Tw);

```

end

Листинг 15. Значение функционала J_2 для модели движения судна.

```

function Fval = optimization_C2_J_integral_DCconst(gamma)

global A B C a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n alpha_lim
beta_lim
alpha = alpha_lim;
beta = beta_lim;
a11 = a11_n;
a12 = a12_n;
a21 = a21_n;
a22 = a22_n;
b1 = b1_n;
b2 = b2_n;
AA = [A B;
      0 0 0 0];
BB = [0 0 0 1]';

%Базовый закон управления
Delta1 = [0, 0, 0, -1;
         -b1, -b2, 0, a11+a22;
         -a12*b2+a22*b1, a11*b2-a21*b1, -b2, -
a11*a22+a12*a21;
         0, 0, a11*b2-a21*b1, 0];
f_2 = 1/pi*atan(gamma(2)) + 0.5;
f_4 = 1/pi*atan(gamma(4)) + 0.5;
Gamma1 = [a11+a22+4*alpha+2*gamma(1)^2+2*gamma(3)^2;
         -
a11*a22+a12*a21+6*alpha^2+6*alpha*gamma(3)^2+6*alpha*gamma(
1)^2+4*gamma(1)^2*gamma(3)^2+f_4*gamma(3)^4/(cos(beta))^2+f
_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2;

(2*alpha+2*gamma(1)^2)*(alpha^2+2*alpha*gamma(3)^2+f_4*gamma
a(3)^4/(cos(beta))^2)+(2*alpha+2*gamma(3)^2)*(alpha^2+2*alp
ha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2);
(al-
pha^2+2*alpha*gamma(3)^2+f_4*gamma(3)^4/(cos(beta))^2)*(alp
ha^2+2*alpha*gamma(1)^2+f_2*gamma(1)^4/(cos(beta))^2)];
h1 = inv(Delta1)*Gamma1;

```

```

%Наблюдатель
f_6 = 1/pi*atan(gamma(6)) + 0.5;
Delta2 = [0, 0, 1;
          0, 1, -a11-a22;
          a21, -a11, a11*a22-a12*a21];
Gamma2 = [a11+a22+3*alpha+2*gamma(5)^2+gamma(7)^2;
          -
          a11*a22+a12*a21+alpha^2+2*alpha*gamma(5)^2+f_6*gamma(5)^4/(
          cos(beta))^2+(gamma(7)^2+alpha)*(2*alpha+2*gamma(5)^2);
          (gam-
          ma(7)^2+alpha)*(alpha^2+2*gamma(5)^2*alpha+f_6*gamma(5)^4/(
          cos(beta))^2)];
h2 = inv(Delta2)*Gamma2;

K = [h1(1), h1(2), h1(3)];
Kd = h1(4);
G = h2;

N = 3;
w = [0.3, 0.455, 0.7];
lambda = 0.65;
alpha = matrix_alpha(N, lambda);
beta = beta_matrix(alpha, h1, h2);

h = [K'; Kd; G; alpha(7, :)'];
w = 0.1:0.01:0.4;
tf_F1 = tf([b2_n a21_n*b1_n-a11_n*b2_n], [1]);
tf_F2 = tf([1 -(a11_n+a22_n) (a11_n*a22_n-a12_n*a21_n) 0
0], [1]);
tf_K1 = tf([-(-h(2)*h(6)-h(3)*h(7)-h(1)*h(5))+beta(7)*(-1),
-(-h(3)*h(6)+beta(7)*h(7)+a11_n*h(2)*h(6)-
a12_n*h(1)*h(6)+a11_n*h(3)*h(7)-
a21_n*h(2)*h(5)+a22_n*h(1)*h(5)+a22_n*h(3)*h(7)+h(1)*h(5)*h
(14)+h(2)*h(6)*h(14)+h(3)*h(7)*h(14))+ (beta(1)*h(8)+beta(2)
*h(9)+beta(3)*h(10)+beta(4)*h(11)+beta(5)*h(12)+beta(6)*h(1
3))*(-1)+beta(7)*(a11_n+a22_n-h(7)), -(beta(7)*h(6)-
a11_n*beta(7)*h(7)-a22_n*beta(7)*h(7)+a11_n*h(3)*h(6)-
a21_n*h(3)*h(5)+beta(1)*h(7)*h(8)+beta(2)*h(7)*h(9)+beta(3)
*h(7)*h(10)+beta(4)*h(7)*h(11)+beta(5)*h(7)*h(12)+beta(6)*h
(7)*h(13)+h(1)*h(5)*h(13)+h(2)*h(6)*h(13)+h(3)*h(6)*h(14)+h
(3)*h(7)*h(13)-a11_n*a22_n*h(3)*h(7)+a12_n*a21_n*h(3)*h(7)-
a11_n*h(2)*h(6)*h(14)+a12_n*h(1)*h(6)*h(14)-
a11_n*h(3)*h(7)*h(14)+a21_n*h(2)*h(5)*h(14)-
a22_n*h(1)*h(5)*h(14)-
a22_n*h(3)*h(7)*h(14))+ (beta(2)*h(8)+beta(3)*h(9)+beta(4)*h
(10)+beta(5)*h(11)+beta(6)*h(12))*(-
1)+(beta(1)*h(8)+beta(2)*h(9)+beta(3)*h(10)+beta(4)*h(11)+b

```

$$\begin{aligned}
& \text{eta}(5) * h(12) + \text{beta}(6) * h(13)) * (\text{a11_n} + \text{a22_n} - h(7)) + \text{beta}(7) * (- \\
& h(6) - \text{a11_n} * \text{a22_n} + \text{a12_n} * \text{a21_n} + \text{a11_n} * h(7) + \text{a22_n} * h(7)), - (- \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(7) * h(6) + \text{a21_n} * \text{beta}(7) * h(5) + \text{beta}(1) * h(6) * h(8) + \text{bet} \\
& \text{a}(2) * h(6) * h(9) + \text{beta}(2) * h(7) * h(8) + \text{beta}(3) * h(6) * h(10) + \text{beta}(3) \\
& * h(7) * h(9) + \text{beta}(4) * h(6) * h(11) + \text{beta}(4) * h(7) * h(10) + \text{beta}(5) * h(\\
& 6) * h(12) + \text{beta}(5) * h(7) * h(11) + \text{beta}(6) * h(6) * h(13) + \text{beta}(6) * h(7) \\
& * h(12) + h(1) * h(5) * h(12) + h(2) * h(6) * h(12) + h(3) * h(6) * h(13) + h(3) \\
& * h(7) * h(12) + \text{a11_n} * \text{a22_n} * \text{beta}(7) * h(7) - \\
& \text{a12_n} * \text{a21_n} * \text{beta}(7) * h(7) - \text{a11_n} * \text{beta}(1) * h(7) * h(8) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(2) * h(7) * h(9) - \text{a11_n} * \text{beta}(3) * h(7) * h(10) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(4) * h(7) * h(11) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(5) * h(7) * h(12) + \text{a11_n} * \text{a22_n} * h(3) * h(7) * h(14) - \\
& \text{a12_n} * \text{a21_n} * h(3) * h(7) * h(14) - \text{a11_n} * \text{beta}(6) * h(7) * h(13) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(1) * h(7) * h(8) - \text{a22_n} * \text{beta}(2) * h(7) * h(9) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(3) * h(7) * h(10) - \text{a22_n} * \text{beta}(4) * h(7) * h(11) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(5) * h(7) * h(12) - \text{a22_n} * \text{beta}(6) * h(7) * h(13) - \\
& \text{a11_n} * h(2) * h(6) * h(13) + \text{a12_n} * h(1) * h(6) * h(13) - \\
& \text{a11_n} * h(3) * h(6) * h(14) - \\
& \text{a11_n} * h(3) * h(7) * h(13) + \text{a21_n} * h(2) * h(5) * h(13) - \\
& \text{a22_n} * h(1) * h(5) * h(13) + \text{a21_n} * h(3) * h(5) * h(14) - \\
& \text{a22_n} * h(3) * h(7) * h(13)) + (\text{beta}(3) * h(8) + \text{beta}(4) * h(9) + \text{beta}(5) * h \\
& (10) + \text{beta}(6) * h(11)) * (- \\
& 1) + (\text{beta}(2) * h(8) + \text{beta}(3) * h(9) + \text{beta}(4) * h(10) + \text{beta}(5) * h(11) + \text{b} \\
& \text{eta}(6) * h(12)) * (\text{a11_n} + \text{a22_n} - \\
& h(7)) + (\text{beta}(1) * h(8) + \text{beta}(2) * h(9) + \text{beta}(3) * h(10) + \text{beta}(4) * h(11) \\
&) + \text{beta}(5) * h(12) + \text{beta}(6) * h(13)) * (-h(6) - \\
& \text{a11_n} * \text{a22_n} + \text{a12_n} * \text{a21_n} + \text{a11_n} * h(7) + \text{a22_n} * h(7)) + \text{beta}(7) * (\text{a11} \\
& _n * h(6) - \text{a21_n} * h(5) - \text{a11_n} * \text{a22_n} * h(7) + \text{a12_n} * \text{a21_n} * h(7)), - \\
& (\text{be-} \\
& \text{ta}(2) * h(6) * h(8) + \text{beta}(3) * h(6) * h(9) + \text{beta}(3) * h(7) * h(8) + \text{beta}(4) \\
& * h(6) * h(10) + \text{beta}(4) * h(7) * h(9) + \text{beta}(5) * h(6) * h(11) + \text{beta}(5) * h(\\
& 7) * h(10) + \text{beta}(6) * h(6) * h(12) + \text{beta}(6) * h(7) * h(11) + h(1) * h(5) * h(\\
& 11) + h(2) * h(6) * h(11) + h(3) * h(6) * h(12) + h(3) * h(7) * h(11) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(1) * h(6) * h(8) - \text{a11_n} * \text{beta}(2) * h(6) * h(9) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(2) * h(7) * h(8) - \text{a11_n} * \text{beta}(3) * h(6) * h(10) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(3) * h(7) * h(9) - \text{a11_n} * \text{beta}(4) * h(6) * h(11) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(4) * h(7) * h(10) - \text{a11_n} * \text{beta}(5) * h(6) * h(12) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(5) * h(7) * h(11) + \text{a21_n} * \text{beta}(1) * h(5) * h(8) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(6) * h(6) * h(13) - \\
& \text{a11_n} * \text{beta}(6) * h(7) * h(12) + \text{a21_n} * \text{beta}(2) * h(5) * h(9) + \text{a11_n} * \text{a22_n} \\
& * h(3) * h(7) * h(13) - \\
& \text{a12_n} * \text{a21_n} * h(3) * h(7) * h(13) + \text{a21_n} * \text{beta}(3) * h(5) * h(10) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(2) * h(7) * h(8) + \text{a11_n} * \text{a22_n} * \text{beta}(6) * h(7) * h(13) - \\
& \text{a12_n} * \text{a21_n} * \text{beta}(6) * h(7) * h(13) + \text{a21_n} * \text{beta}(4) * h(5) * h(11) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(3) * h(7) * h(9) + \text{a21_n} * \text{beta}(5) * h(5) * h(12) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(4) * h(7) * h(10) + \text{a21_n} * \text{beta}(6) * h(5) * h(13) - \\
& \text{a22_n} * \text{beta}(5) * h(7) * h(11) - \text{a22_n} * \text{beta}(6) * h(7) * h(12) - \\
& \text{a11_n} * h(2) * h(6) * h(12) + \text{a12_n} * h(1) * h(6) * h(12) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(5) * h(7) * h(11) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(12) - a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(6) * h(7) * h(12) + \beta(5) * h(8) * (- \\
& 1) + (\beta(4) * h(8) + \beta(5) * h(9) + \beta(6) * h(10)) * (a_{11_n} + a_{22_n} - \\
& h(7)) + (\beta(3) * h(8) + \beta(4) * h(9) + \beta(5) * h(10) + \beta(6) * h(11)) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + (\beta(2) * h(8) \\
& + \beta(3) * h(9) + \beta(4) * h(10) + \beta(5) * h(11) + \beta(6) * h(12)) * (\\
& a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)), - \\
& (\beta(4) * h(6) * h(8) + \beta(5) * h(6) * h(9) + \beta(5) * h(7) * h(8) + \beta(6) \\
& * h(6) * h(10) + \beta(6) * h(7) * h(9) + h(1) * h(5) * h(9) + h(2) * h(6) * h(9) \\
& + h(3) * h(6) * h(10) + h(3) * h(7) * h(9) - a_{11_n} * \beta(3) * h(6) * h(8) - \\
& a_{11_n} * \beta(4) * h(6) * h(9) - a_{11_n} * \beta(4) * h(7) * h(8) - \\
& a_{11_n} * \beta(5) * h(6) * h(10) - a_{11_n} * \beta(5) * h(7) * h(9) - \\
& a_{11_n} * \beta(6) * h(6) * h(11) - \\
& a_{11_n} * \beta(6) * h(7) * h(10) + a_{21_n} * \beta(3) * h(5) * h(8) + a_{21_n} * \beta(4) * h(5) * h(9) + \\
& a_{21_n} * \beta(5) * h(5) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(11) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * h(3) * h(7) * h(11) - \\
& a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(8) + a_{21_n} * \beta(6) * h(5) * h(11) - \\
& a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(9) - a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(10) - \\
& a_{11_n} * h(2) * h(6) * h(10) + a_{12_n} * h(1) * h(6) * h(10) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(6) * h(11) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(7) * h(10) + a_{21_n} * h(2) * h(5) * h(10) - \\
& a_{22_n} * h(1) * h(5) * h(10) + a_{21_n} * h(3) * h(5) * h(11) - \\
& a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(3) * h(7) * h(8) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(3) * h(7) * h(8) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(9) \\
& - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(4) * h(7) * h(9) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(10) \\
&) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(5) * h(7) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(11) - a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(6) * h(7) * h(11) + \beta(6) * h(8) * (- \\
& 1) + \beta(5) * h(8) * (a_{11_n} + a_{22_n} - \\
& h(7)) + (\beta(4) * h(8) + \beta(5) * h(9) + \beta(6) * h(10)) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + (\beta(3) * h(8) \\
& + \beta(4) * h(9) + \beta(5) * h(10) + \beta(6) * h(11)) * (a_{11_n} * h(6) - \\
& a_{21_n} * h(5) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)), - \\
& (\beta(5) * h(6) * h(8) + \beta(6) * h(6) * h(9) + \beta(6) * h(7) * h(8) + h(1) * h(5) \\
& * h(8) + h(2) * h(6) * h(8) + h(3) * h(6) * h(9) + h(3) * h(7) * h(8) - \\
& a_{11_n} * \beta(4) * h(6) * h(8) - a_{11_n} * \beta(5) * h(6) * h(9) - \\
& a_{11_n} * \beta(5) * h(7) * h(8) - a_{11_n} * \beta(6) * h(6) * h(10) - \\
& a_{11_n} * \beta(6) * h(7) * h(9) + a_{21_n} * \beta(4) * h(5) * h(8) + a_{21_n} * \beta(5) * h(5) * h(9) + a_{21_n} * \beta(6) * h(5) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * h(3) * h(7) \\
& * h(10) - a_{12_n} * a_{21_n} * h(3) * h(7) * h(10) - \\
& a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(8) - a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(9) - \\
& a_{11_n} * h(2) * h(6) * h(9) + a_{12_n} * h(1) * h(6) * h(9) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(6) * h(10) -
\end{aligned}$$

$a_{11_n}h(3)h(7)h(9)+a_{21_n}h(2)h(5)h(9)-$
 $a_{22_n}h(1)h(5)h(9)+a_{21_n}h(3)h(5)h(10)-$
 $a_{22_n}h(3)h(7)h(9)+a_{11_n}a_{22_n}beta(4)h(7)h(8)-$
 $a_{12_n}a_{21_n}beta(4)h(7)h(8)+a_{11_n}a_{22_n}beta(5)h(7)h(9)$
 $-$
 $a_{12_n}a_{21_n}beta(5)h(7)h(9)+a_{11_n}a_{22_n}beta(6)h(7)h(10)$
 $)-$
 $a_{12_n}a_{21_n}beta(6)h(7)h(10))+beta(6)h(8)*(a_{11_n}+a_{22_n}-$
 $h(7))+beta(5)h(8)*(-h(6)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}+a_{12_n}a_{21_n}+a_{11_n}h(7)+a_{22_n}h(7))+(beta(4)h(8)$
 $+beta(5)h(9)+beta(6)h(10))*(a_{11_n}h(6)-a_{21_n}h(5)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}h(7)+a_{12_n}a_{21_n}h(7)), -$
 $(beta(6)h(6)h(8)+h(3)h(6)h(8)-a_{11_n}beta(5)h(6)h(8)-$
 $a_{11_n}beta(6)h(6)h(9)-$
 $a_{11_n}beta(6)h(7)h(8)+a_{21_n}beta(5)h(5)h(8)+a_{21_n}beta(6)$
 $h(5)h(9)-a_{22_n}beta(6)h(7)h(8)-$
 $a_{11_n}h(2)h(6)h(8)+a_{12_n}h(1)h(6)h(8)-$
 $a_{11_n}h(3)h(6)h(9)-$
 $a_{11_n}h(3)h(7)h(8)+a_{21_n}h(2)h(5)h(8)-$
 $a_{22_n}h(1)h(5)h(8)+a_{21_n}h(3)h(5)h(9)-$
 $a_{22_n}h(3)h(7)h(8)+a_{11_n}a_{22_n}beta(5)h(7)h(8)-$
 $a_{12_n}a_{21_n}beta(5)h(7)h(8)+a_{11_n}a_{22_n}beta(6)h(7)h(9)$
 $-a_{12_n}a_{21_n}beta(6)h(7)h(9)+a_{11_n}a_{22_n}h(3)h(7)h(9)-$
 $a_{12_n}a_{21_n}h(3)h(7)h(9))+beta(6)h(8)*(-h(6)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}+a_{12_n}a_{21_n}+a_{11_n}h(7)+a_{22_n}h(7))+beta(5)h(8)$
 $*(a_{11_n}h(6)-a_{21_n}h(5)-a_{11_n}a_{22_n}h(7)+a_{12_n}a_{21_n}h(7)),$
 $-(-a_{11_n}beta(6)h(6)h(8)+a_{21_n}beta(6)h(5)h(8)-$
 $a_{11_n}h(3)h(6)h(8)+a_{21_n}h(3)h(5)h(8)+a_{11_n}a_{22_n}beta(6)$
 $h(7)h(8)-$
 $a_{12_n}a_{21_n}beta(6)h(7)h(8)+a_{11_n}a_{22_n}h(3)h(7)h(8)-$
 $a_{12_n}a_{21_n}h(3)h(7)h(8))+beta(6)h(8)*(a_{11_n}h(6)-$
 $a_{21_n}h(5)-a_{11_n}a_{22_n}h(7)+a_{12_n}a_{21_n}h(7)), 0], 1);$
 $tf_K2 = tf([1, h(14)*(-1)-(a_{11_n}+a_{22_n}-h(7))-h(4),$
 $h(14)*(a_{11_n}+a_{22_n}-h(7))-(-h(6)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}+a_{12_n}a_{21_n}+a_{11_n}h(7)+a_{22_n}h(7))+h(13)*(-1)-$
 $h(4)*(h(14)*(-1)-(a_{11_n}+a_{22_n}-h(7))-h(4))+(-b_{1_n}h(1)-$
 $b_{2_n}h(2)), h(14)*(-h(6)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}+a_{12_n}a_{21_n}+a_{11_n}h(7)+a_{22_n}h(7))-(a_{11_n}h(6)-$
 $a_{21_n}h(5)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}h(7)+a_{12_n}a_{21_n}h(7))+h(13)*(a_{11_n}+a_{22_n}-$
 $h(7))+h(12)*(-1)-h(4)*(h(14)*(a_{11_n}+a_{22_n}-h(7))-(-h(6)-$
 $a_{11_n}a_{22_n}+a_{12_n}a_{21_n}+a_{11_n}h(7)+a_{22_n}h(7))+h(13)*(-1)-$
 $h(4)*(h(14)*(-1)-(a_{11_n}+a_{22_n}-h(7)))+(-b_{1_n}h(1)-$
 $b_{2_n}h(2)))+(-b_{2_n}h(3)+a_{11_n}b_{2_n}h(2)+a_{11_n}b_{2_n}h(2)-$
 $a_{12_n}b_{2_n}h(1)-a_{21_n}b_{1_n}h(2)+a_{22_n}b_{1_n}h(1)-$
 $b_{1_n}h(1)h(7)-$
 $b_{2_n}h(2)h(7)+b_{1_n}h(1)h(14)+b_{2_n}h(2)h(14)),$
 $h(14)*(a_{11_n}h(6)-a_{21_n}h(5)-$

$$\begin{aligned}
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(12)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(11)*(-1)-h(4)*(h(14))*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))-(a11_n*h(6)- \\
& a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(a11_n+a22_n- \\
& h(7))+h(12)*(-1))+(b2_n*beta(7)+a11_n*b2_n*h(3)- \\
& a21_n*b1_n*h(3))- \\
& b1_n*h(1)*h(6)+b2_n*h(1)*h(5)+b1_n*h(1)*h(13)+b2_n*h(2)*h(1 \\
& 3)+b2_n*h(3)*h(14)+a11_n*b2_n*h(2)*h(7)- \\
& a12_n*b2_n*h(1)*h(7)- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(14)+a12_n*b2_n*h(1)*h(14)- \\
& a21_n*b1_n*h(2)*h(7)+a22_n*b1_n*h(1)*h(7)+a21_n*b1_n*h(2)*h \\
& (14)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(14)+b1_n*h(1)*h(7)*h(14)+b2_n*h(2)*h(7)*h \\
& (14)), h(13)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(12)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(11)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(10)*(-1)-h(4)*(h(14))*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(12)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(11)*(-1))+(- \\
& a11_n*b2_n*beta(7)+a21_n*b1_n*beta(7)+b2_n*beta(1)*h(8)+b2_n \\
& *beta(2)*h(9)+b2_n*beta(3)*h(10)+b2_n*beta(4)*h(11)+b2_n*beta \\
& eta(5)*h(12)+b2_n*beta(6)*h(13)+b1_n*h(1)*h(12)+b2_n*h(2)*h \\
& (12)+b2_n*h(3)*h(13))- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(13)+a12_n*b2_n*h(1)*h(13)- \\
& a11_n*b2_n*h(3)*h(14)+a21_n*b1_n*h(2)*h(7)*h(14)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(14)- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(14)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(14)+b1_n* \\
& h(1)*h(6)*h(14)+b1_n*h(1)*h(7)*h(13)- \\
& b2_n*h(1)*h(5)*h(14)+a21_n*b1_n*h(2)*h(13)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(13)+a21_n*b1_n*h(3)*h(14)+b2_n*h(2)*h(7)* \\
& h(13)), h(12)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(11)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n + a12_n*a21_n + a11_n*h(7) + \\
& a22_n*h(7))*h(10)*(a11_n+a22_n-h(7))+h(9)*(-1)- \\
& h(4)*(h(13))*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(12)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(11)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(10)*(- \\
& 1))+(b2_n*beta(2)*h(8)+b2_n*beta(3)*h(9)+b2_n*beta(4)*h(10) \\
& +b2_n*beta(5)*h(11)+b2_n*beta(6)*h(12)+b1_n*h(1)*h(11)+b2_n \\
& *h(2)*h(11)+b2_n*h(3)*h(12)-a11_n*b2_n*beta(1)*h(8)- \\
& a11_n*b2_n*beta(2)*h(9)-a11_n*b2_n*beta(3)*h(10)- \\
& a11_n*b2_n*beta(4)*h(11)- \\
& a11_n*b2_n*beta(5)*h(12)+a21_n*b1_n*beta(1)*h(8)- \\
& a11_n*b2_n*beta(6)*h(13)+a21_n*b1_n*beta(2)*h(9)+a21_n*b1_n
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& *beta(3)*h(10)+a21_n*b1_n*beta(4)*h(11)+a21_n*b1_n*beta(5)* \\
& h(12)+a21_n*b1_n*beta(6)*h(13)-a11_n*b2_n*h(2)*h(12)+ \\
& a12_n*b2_n*h(1)*h(12)-a11_n*b2_n*h(3)*h(13)- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(13)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(13)+b1_n* \\
& h(1)*h(6)*h(13)+b1_n*h(1)*h(7)*h(12)- \\
& b2_n*h(1)*h(5)*h(13)+a21_n*b1_n*h(2)*h(7)*h(13)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(13)+a21_n*b1_n*h(2)*h(12)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(12)+a21_n*b1_n*h(3)*h(13)+b2_n*h(2)*h(7)* \\
& h(12)), \quad h(11)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(10)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(9)*(a11_n+ \\
& a22_n-h(7))+h(8)*(-1)-h(4)*(h(12)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(11)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n + a12_n*a21_n + a11_n*h(7) + \\
& a22_n*h(7))*h(10)*(a11_n+a22_n-h(7))+h(9)*(- \\
& 1))+ (b2_n*beta(3)*h(8)+b2_n*beta(4)*h(9)+b2_n*beta(5)*h(10) \\
& +b2_n*beta(6)*h(11)+b1_n*h(1)*h(10)+b2_n*h(2)*h(10)+b2_n*h(\\
& 3)*h(11)-a11_n*b2_n*beta(2)*h(8)-a11_n*b2_n*beta(3)*h(9)- \\
& a11_n*b2_n*beta(4)*h(10)-a11_n*b2_n*beta(5)*h(11)- \\
& a11_n*b2_n*beta(6)*h(12)+a21_n*b1_n*beta(2)*h(8)+a21_n*b1_n \\
& *beta(3)*h(9)+a21_n*b1_n*beta(4)*h(10)+a21_n*b1_n*beta(5)*h \\
& (11)+a21_n*b1_n*beta(6)*h(12)- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(11)+a12_n*b2_n*h(1)*h(11)- \\
& a11_n*b2_n*h(3)*h(12)+a21_n*b1_n*h(2)*h(11)+b1_n*h(1)*h(6)* \\
& h(12)+b1_n*h(1)*h(7)*h(11)-b2_n*h(1)*h(5)*h(12)- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(12)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(12)+a21_n \\
& *b1_n*h(2)*h(7)*h(12)-a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(12)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(11)+a21_n*b1_n*h(3)*h(12)+b2_n*h(2)*h(7)* \\
& h(11)), \quad h(10)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(9)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(8)*(a11_n+ \\
& a22_n-h(7))-h(4)*(h(11)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(10)*(-h(6)- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(9)*(a11_n+ \\
& a22_n-h(7))+h(8)*(- \\
& 1))+ (b2_n*beta(4)*h(8)+b2_n*beta(5)*h(9)+b2_n*beta(6)*h(10) \\
& +b1_n*h(1)*h(9)+b2_n*h(2)*h(9)+b2_n*h(3)*h(10)- \\
& a11_n*b2_n*beta(3)*h(8)-a11_n*b2_n*beta(4)*h(9)- \\
& a11_n*b2_n*beta(5)*h(10)- \\
& a11_n*b2_n*beta(6)*h(11)+a21_n*b1_n*beta(3)*h(8)+a21_n*b1_n \\
& *beta(4)*h(9)+a21_n*b1_n*beta(5)*h(10)+a21_n*b1_n*beta(6)*h \\
& (11)-a11_n*b2_n*h(2)*h(10)+a12_n*b2_n*h(1)*h(10)- \\
& a11_n*b2_n*h(3)*h(11)+a21_n*b1_n*h(2)*h(10)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(10)+a21_n*b1_n*h(3)*h(11)+b1_n*h(1)*h(6)* \\
& h(11)+b1_n*h(1)*h(7)*h(10)-b2_n*h(1)*h(5)*h(11)- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(11)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(11)+a21_n \\
& *b1_n*h(2)*h(7)*h(11)- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(11)+b2_n*h(2)*h(7)*h(10)),
\end{aligned}$$

```

h(9)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-
a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(8)*(-h(6)-
a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))-
h(4)*(h(10)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-
a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(9)*(-h(6)-
a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(8)*(a11_n+
a22_n-
h(7)))+(b2_n*beta(5)*h(8)+b2_n*beta(6)*h(9)+b1_n*h(1)*h(8)+
b2_n*h(2)*h(8)+b2_n*h(3)*h(9)-a11_n*b2_n*beta(4)*h(8)-
a11_n*b2_n*beta(5)*h(9)-
a11_n*b2_n*beta(6)*h(10)+a21_n*b1_n*beta(4)*h(8)+a21_n*b1_n
*beta(5)*h(9)+a21_n*b1_n*beta(6)*h(10)-
a11_n*b2_n*h(2)*h(9)+a12_n*b2_n*h(1)*h(9)-
a11_n*b2_n*h(3)*h(10)+a21_n*b1_n*h(2)*h(9)-
a22_n*b1_n*h(1)*h(9)+a21_n*b1_n*h(3)*h(10)+b1_n*h(1)*h(6)*h
(10)+b1_n*h(1)*h(7)*h(9)-
b2_n*h(1)*h(5)*h(10)+a21_n*b1_n*h(2)*h(7)*h(10)-
a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(10)-
a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(10)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(10)+b2_n*
h(2)*h(7)*h(9)), h(8)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-
a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))-h(4)*(h(9)*(a11_n*h(6)-
a21_n*h(5)-a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(8)*(-h(6)-
a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7)))+(b2_n*h(3)*
h(8)+b2_n*beta(6)*h(8)-a11_n*b2_n*beta(5)*h(8)-
a11_n*b2_n*beta(6)*h(9)+a21_n*b1_n*beta(5)*h(8)+a21_n*b1_n*
beta(6)*h(9)-a11_n*b2_n*h(2)*h(8)+a12_n*b2_n*h(1)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(3)*h(9)+a21_n*b1_n*h(2)*h(8)-
a22_n*b1_n*h(1)*h(8)+a21_n*b1_n*h(3)*h(9)+b1_n*h(1)*h(6)*h(
9)+b1_n*h(1)*h(7)*h(8)-
b2_n*h(1)*h(5)*h(9)+b2_n*h(2)*h(7)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(9)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(9)+a21_n*b
1_n*h(2)*h(7)*h(9)-a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(9)), -
h(4)*(h(8)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-
a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)))+(-
a11_n*b2_n*beta(6)*h(8)+a21_n*b1_n*beta(6)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(3)*h(8)+a21_n*b1_n*h(3)*h(8)+b1_n*h(1)*h(6)*h(
8)-b2_n*h(1)*h(5)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(8)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(8)+a21_n*b
1_n*h(2)*h(7)*h(8)-a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(8))], 1);
Ts = (tf_K1*tf_F1)/(tf_K2*tf_F2+tf_K1*tf_F1);
Tw = abs(squeeze(freqresp(Ts, w)));

Eval = trapz(Tw);

```

end

Листинг 16. Реализация нелинейной модели движения судна.

```

% Пароход Fregat 11356
function z=ripa_11356(u)

```

```

% где u - входные переменные:

% u(1) = Vx,      u(2) = Vy,      u(3) = Wx,      u(4) = Wz,
% u(5) = ksi,     u(6) = dzeta,
% u(7) = teta,    u(8) = phi,
% u(9) = delta,   u(10)= Vzad;
% u(11)= Fx,      u(12)= Fy,      u(13)= Mx,      u(14)= Mz

% Физические параметры (11356)
m=402.68; Jzz=266270; L=115; LR=52.75; Jxx=6573.5;
k11=0.02; k22=0.616; k66=0.527; k44=0.503; k24=0.31;
mu = 0.34; h0 = 1.22; zk = 3.3;
g=9.81;

% Физические параметры (11356) измененные
% m=468; Jzz=310270; L=134; LR=61.65; Jxx=7639.3;
% k11=0.02; k22=0.616; k66=0.527; k44=0.503; k24=0.31;
% mu = 0.34; h0 = 1.11; zk = 4.57;
% g=9.81;

% General parameters
z=zeros(9,1);

% Входные переменные
Vx=u(1); Vy=u(2); wx = u(3); wz=u(4);
teta=u(7); phi=u(8);
dv=u(9);
Vzad=u(10);
Fx=u(11); Fy=u(12); Mx=u(13); Mz=u(14);

% Общие переменные
V=sqrt(Vx^2+Vy^2);
VL=sqrt(V^2+L^2*wz^2);
W=wz*L/VL;
beta=-atan(Vy/Vx);
nob=Vzad/3.039;

% Гидродинамические проекции
XH = 0.50294*V^2;
YH=4.89*VL^2*beta+9.644*VL^2*W*sqrt(1-
W^2)+23.7*VL^2*beta*abs(beta);
MxH=-11.39*VL^2*beta-22.474*VL^2*W*sqrt(1-W^2)-
55.23*VL^2*beta*abs(beta);
MzH=-322.61*V^2*beta-223.6*VL^2*W+69.1*VL^2*W*abs(beta)-
160.8*VL^2*W*abs(W);

% От винта
Tv=9.74*nob^2-2.23*V*nob;

```

```

alpha=dv-(beta+LR*wz/V);
VLR=sqrt(V^2+LR^2*wz^2);
w=wz*L/VLR;

% От рулей
XR=0.462*alpha^2*VLR^2;
YR=1.236*VLR^2*beta+0.567*VLR^2*w-1.236*VLR^2*dv;
MxR=-3.91*VLR^2*beta+1.79*VLR^2*w+3.91*VLR^2*dv;
MzR=156.93*VLR^2*beta-29.9*VLR^2*w-156.93*VLR^2*dv;

F1 = YH+YR+Fy;
F2 = -mu*Jxx*wx-m*g*h0*teta-zk*m*V*wz+MxH+MxR+Mx;
d = m*(1+k22)*Jxx*(1+k44)-(m*k24)^2;
d1 = F1*Jxx*(1+k44)-F2*m*k24;
d2 = F2*m*(1+k22)-F1*m*k24;

z(1)=(1.8*Tv-XH-XR+m*(1+k22)*Vy*wz+Fx)/(m*(1+k11));
z(2)=d1/d;
z(3)=d2/d;
z(4)=(MzH+MzR+Mz)/(Jzz*(1+k66));
z(5)=Vx*sin(phi) + Vy*cos(teta)*sin(phi);
z(6)=-Vx*sin(phi) + Vy*cos(teta)*cos(phi);
z(7)=wx;
z(8)=wz;
z(9)=beta;

```

Листинг 17. Реализация асимптотического наблюдателя движения судна.

```

function dz = observer(signal)

global a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n;

A =[a11_n a12_n 0;
    a21_n a22_n 0;
    0 1 0];
B = [b1_n b2_n 0]';

C = [0 0 1];

dz = zeros(3, 1);

z = zeros(3, 1);
z(1) = signal(1);
z(2) = signal(2);
z(3) = signal(3);
delta = signal(4);
y = signal(5);

```

```

global G;

dz = A*z + B*delta + G*(y - C*z);

```

Листинг 18. Реализация динамического корректора движения судна.

```

function p = dyn_corrector(u)

global N
p0 = [];
for i = 1:(2*N+1)
    p0 = [p0; u(i)];
end
y = u(2*N+2);
z3 = u(2*N+3);

p = zeros(2*N+1, 1);

global alpha beta

p = alpha*p0 + beta*(y-z3);
end

```

Листинг 19. Реализация многоцелевого закона управления движением судна.

```

function u = Dynamic_corrector(signal)
global K Kdelta

z_V = signal(1);
z_w = signal(2);
z_phi = signal(3);
ksi = signal(4);
phiz = signal(5);
delta = signal(6);

u = K(1)*z_V + K(2)*z_w + K(3)*(z_phi - phiz) + Kdelta*delta + ksi;
end

```

Листинг 20. Построение частотного коридора для модели движения судна.

```

function F = FrequencyCorridor(w)
global a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n;

a11_min = a11_n - abs(a11_n)*0.3;
a11_max = a11_n + abs(a11_n)*0.3;
a12_min = a12_n - abs(a12_n)*0.3;
a12_max = a12_n + abs(a12_n)*0.3;

```

```

a21_min = a21_n - abs(a21_n)*0.3;
a21_max = a21_n + abs(a21_n)*0.3;
a22_min = a22_n - abs(a22_n)*0.3;
a22_max = a22_n + abs(a22_n)*0.3;
b1_min = b1_n - abs(b1_n)*0.3;
b1_max = b1_n + abs(b1_n)*0.3;
b2_min = b2_n - abs(b2_n)*0.3;
b2_max = b2_n + abs(b2_n)*0.3;

a_min = [a11_min; a12_min; a21_min; a22_min; b1_min;
b2_min];
a_max = [a11_max; a12_max; a21_max; a22_max; b1_max;
b2_max];

Fmin = [];
Fmax = [];
for i = 1:length(w)
    H = @(a) sqrt(((a(3)*a(5)-a(1)*a(6))^2 +
a(6)^2*w(i)^2)/((a(1)+a(4))^2*w(i)^6 + (-a(1)*a(4)-
a(2)*a(3))*w(i)^2+w(i)^4)^2));
    Hmin = @(a) H(a);
    Hmax = @(a) -H(a);
    [amin, famin] = fmincon(Hmin, a_max, [], [], [], [],
a_min, a_max);
    [amax, famax] = fmincon(Hmax, a_min, [], [], [], [],
a_min, a_max);
    Fmin = [Fmin famin];
    Fmax = [Fmax famax];
end
F = [Fmin; Fmax];

```

Листинг 21. Сравнение границ робастной устойчивости и частотного

коридора для модели движения судна.

```

function robust_boundaries()
w = 0.1:0.01:0.4;

global beta a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n K G Kdelta
alpha
h = [K'; Kdelta; G; alpha(7, :)'];

tf_ship = tf([b2_n a21_n*b1_n-a11_n*b2_n], [1 -
(a11_n+a22_n) (a11_n*a22_n-a12_n*a21_n) 0 0]);
tf_F1 = tf([b2_n a21_n*b1_n-a11_n*b2_n], [1]);
tf_F2 = tf([1 -(a11_n+a22_n) (a11_n*a22_n-a12_n*a21_n) 0
0], [1]);
tf_K1 = tf([-(-h(2)*h(6)-h(3)*h(7)-h(1)*h(5))+beta(7)*(-1),
-(-h(3)*h(6)+beta(7)*h(7)+a11_n*h(2)*h(6)-
a12_n*h(1)*h(6)+a11_n*h(3)*h(7)-

```


$$\begin{aligned}
& a_{21_n} * h(2) * h(5) + a_{22_n} * h(1) * h(5) + a_{22_n} * h(3) * h(7) + h(1) * h(5) * h(14) \\
& + h(2) * h(6) * h(14) + h(3) * h(7) * h(14) + (\beta(1) * h(8) + \beta(2) * h(9) + \beta(3) * h(10) \\
& + \beta(4) * h(11) + \beta(5) * h(12) + \beta(6) * h(13)) * (-1) + \beta(7) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)), - (\beta(7) * h(6) - \\
& a_{11_n} * \beta(7) * h(7) - a_{22_n} * \beta(7) * h(7) + a_{11_n} * h(3) * h(6) - a_{21_n} * h(3) * h(5) \\
& + \beta(1) * h(7) * h(8) + \beta(2) * h(7) * h(9) + \beta(3) * h(7) * h(10) + \beta(4) * h(7) * h(11) \\
& + \beta(5) * h(7) * h(12) + \beta(6) * h(7) * h(13) + h(1) * h(5) * h(13) + h(2) * h(6) * h(13) \\
& + h(3) * h(6) * h(14) + h(3) * h(7) * h(13) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(3) * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(3) * h(7) - \\
& a_{11_n} * h(2) * h(6) * h(14) + a_{12_n} * h(1) * h(6) * h(14) - a_{11_n} * h(3) * h(7) * h(14) \\
& + a_{21_n} * h(2) * h(5) * h(14) - a_{22_n} * h(1) * h(5) * h(14) - a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(14) \\
& + (\beta(2) * h(8) + \beta(3) * h(9) + \beta(4) * h(10) + \beta(5) * h(11) + \beta(6) * h(12)) * (-1) \\
& + (\beta(1) * h(8) + \beta(2) * h(9) + \beta(3) * h(10) + \beta(4) * h(11) + \beta(5) * h(12) + \beta(6) * h(13)) \\
& * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) + \beta(7) * (-h(6) - a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)), - (- \\
& a_{11_n} * \beta(7) * h(6) + a_{21_n} * \beta(7) * h(5) + \beta(1) * h(6) * h(8) + \beta(2) * h(6) * h(9) \\
& + \beta(2) * h(7) * h(8) + \beta(3) * h(6) * h(10) + \beta(3) * h(7) * h(9) + \beta(4) * h(6) * h(11) \\
& + \beta(4) * h(7) * h(10) + \beta(5) * h(6) * h(12) + \beta(5) * h(7) * h(11) + \beta(6) * h(6) * h(13) \\
& + \beta(6) * h(7) * h(12) + h(1) * h(5) * h(12) + h(2) * h(6) * h(12) + h(3) * h(6) * h(13) \\
& + h(3) * h(7) * h(12) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(7) * h(7) - a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(7) * h(7) - a_{11_n} * \beta(1) * h(7) * h(8) - \\
& a_{11_n} * \beta(2) * h(7) * h(9) - a_{11_n} * \beta(3) * h(7) * h(10) - a_{11_n} * \beta(4) * h(7) * h(11) - \\
& a_{11_n} * \beta(5) * h(7) * h(12) + a_{11_n} * a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(14) - a_{12_n} * a_{21_n} * h(3) * h(7) * h(14) \\
& - a_{11_n} * \beta(6) * h(7) * h(13) - a_{22_n} * \beta(1) * h(7) * h(8) - a_{22_n} * \beta(2) * h(7) * h(9) - \\
& a_{22_n} * \beta(3) * h(7) * h(10) - a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(11) - a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(12) \\
& - a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(13) - a_{11_n} * h(2) * h(6) * h(13) + a_{12_n} * h(1) * h(6) * h(13) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(6) * h(14) - a_{11_n} * h(3) * h(7) * h(13) + a_{21_n} * h(2) * h(5) * h(13) - \\
& a_{22_n} * h(1) * h(5) * h(13) + a_{21_n} * h(3) * h(5) * h(14) - a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(13) \\
& + (\beta(3) * h(8) + \beta(4) * h(9) + \beta(5) * h(10) + \beta(6) * h(11)) * (-1) + (\beta(2) * h(8) + \beta(3) * h(9) \\
& + \beta(4) * h(10) + \beta(5) * h(11) + \beta(6) * h(12)) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) + (\beta(1) * h(8) + \beta(2) * h(9) \\
& + \beta(3) * h(10) + \beta(4) * h(11) + \beta(5) * h(12) + \beta(6) * h(13)) * (-h(6) - a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} \\
& + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + \beta(7) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) \\
& + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)), - (\beta(2) * h(6) * h(8) + \beta(3) * h(6) * h(9) + \beta(3) * h(7) * h(8) \\
& + \beta(4) * h(6) * h(10) + \beta(4) * h(7) * h(9) + \beta(5) * h(6) * h(11) + \beta(5) * h(7) * h(10) \\
& + \beta(6) * h(6) * h(12) + \beta(6) * h(7) * h(11) + h(1) * h(5) * h(11) + h(2) * h(6) * h(11) \\
& + h(3) * h(6) * h(12) + h(3) * h(7) * h(11) -
\end{aligned}$$

$a_{11_n} \cdot \beta(1) \cdot h(6) \cdot h(8) - a_{11_n} \cdot \beta(2) \cdot h(6) \cdot h(9) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(2) \cdot h(7) \cdot h(8) - a_{11_n} \cdot \beta(3) \cdot h(6) \cdot h(10) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(3) \cdot h(7) \cdot h(9) - a_{11_n} \cdot \beta(4) \cdot h(6) \cdot h(11) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(4) \cdot h(7) \cdot h(10) - a_{11_n} \cdot \beta(5) \cdot h(6) \cdot h(12) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(5) \cdot h(7) \cdot h(11) + a_{21_n} \cdot \beta(1) \cdot h(5) \cdot h(8) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(6) \cdot h(6) \cdot h(13) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(6) \cdot h(7) \cdot h(12) + a_{21_n} \cdot \beta(2) \cdot h(5) \cdot h(9) + a_{11_n} \cdot a_{22_n}$
 $\cdot h(3) \cdot h(7) \cdot h(13) -$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot h(3) \cdot h(7) \cdot h(13) + a_{21_n} \cdot \beta(3) \cdot h(5) \cdot h(10) -$
 $a_{22_n} \cdot \beta(2) \cdot h(7) \cdot h(8) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot \beta(6) \cdot h(7) \cdot h(13) -$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot \beta(6) \cdot h(7) \cdot h(13) + a_{21_n} \cdot \beta(4) \cdot h(5) \cdot h(11) -$
 $a_{22_n} \cdot \beta(3) \cdot h(7) \cdot h(9) + a_{21_n} \cdot \beta(5) \cdot h(5) \cdot h(12) -$
 $a_{22_n} \cdot \beta(4) \cdot h(7) \cdot h(10) + a_{21_n} \cdot \beta(6) \cdot h(5) \cdot h(13) -$
 $a_{22_n} \cdot \beta(5) \cdot h(7) \cdot h(11) - a_{22_n} \cdot \beta(6) \cdot h(7) \cdot h(12) -$
 $a_{11_n} \cdot h(2) \cdot h(6) \cdot h(12) + a_{12_n} \cdot h(1) \cdot h(6) \cdot h(12) -$
 $a_{11_n} \cdot h(3) \cdot h(6) \cdot h(13) -$
 $a_{11_n} \cdot h(3) \cdot h(7) \cdot h(12) + a_{21_n} \cdot h(2) \cdot h(5) \cdot h(12) -$
 $a_{22_n} \cdot h(1) \cdot h(5) \cdot h(12) + a_{21_n} \cdot h(3) \cdot h(5) \cdot h(13) -$
 $a_{22_n} \cdot h(3) \cdot h(7) \cdot h(12) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot \beta(1) \cdot h(7) \cdot h(8) -$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot \beta(1) \cdot h(7) \cdot h(8) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot \beta(2) \cdot h(7) \cdot h(9)$
 $-$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot \beta(2) \cdot h(7) \cdot h(9) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot \beta(3) \cdot h(7) \cdot h(10)$
 $) -$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot \beta(3) \cdot h(7) \cdot h(10) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot \beta(4) \cdot h(7) \cdot h(11)$
 $) -$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot \beta(4) \cdot h(7) \cdot h(11) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot \beta(5) \cdot h(7) \cdot h(12)$
 $) -$
 $a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot \beta(5) \cdot h(7) \cdot h(12) + (\beta(4) \cdot h(8) + \beta(5) \cdot h(9) +$
 $\beta(6) \cdot h(10)) \cdot (-$
 $1) + (\beta(3) \cdot h(8) + \beta(4) \cdot h(9) + \beta(5) \cdot h(10) + \beta(6) \cdot h(11)) \cdot$
 $(a_{11_n} + a_{22_n} -$
 $h(7)) + (\beta(2) \cdot h(8) + \beta(3) \cdot h(9) + \beta(4) \cdot h(10) + \beta(5) \cdot h(11)$
 $) + \beta(6) \cdot h(12)) \cdot (-h(6) -$
 $a_{11_n} \cdot a_{22_n} + a_{12_n} \cdot a_{21_n} + a_{11_n} \cdot h(7) + a_{22_n} \cdot h(7)) + (\beta(1) \cdot h(8)$
 $) + \beta(2) \cdot h(9) + \beta(3) \cdot h(10) + \beta(4) \cdot h(11) + \beta(5) \cdot h(12) + \beta(6) \cdot h(13)) \cdot$
 $(a_{11_n} \cdot h(6) - a_{21_n} \cdot h(5) -$
 $a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot h(7) + a_{12_n} \cdot a_{21_n} \cdot h(7)), -$
 $(\beta($
 $\beta(3) \cdot h(6) \cdot h(8) + \beta(4) \cdot h(6) \cdot h(9) + \beta(4) \cdot h(7) \cdot h(8) + \beta(5)$
 $\cdot h(6) \cdot h(10) + \beta(5) \cdot h(7) \cdot h(9) + \beta(6) \cdot h(6) \cdot h(11) + \beta(6) \cdot h(7)$
 $\cdot h(10) + h(1) \cdot h(5) \cdot h(10) + h(2) \cdot h(6) \cdot h(10) + h(3) \cdot h(6) \cdot h(11) + h(3)$
 $\cdot h(7) \cdot h(10) - a_{11_n} \cdot \beta(2) \cdot h(6) \cdot h(8) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(3) \cdot h(6) \cdot h(9) - a_{11_n} \cdot \beta(3) \cdot h(7) \cdot h(8) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(4) \cdot h(6) \cdot h(10) - a_{11_n} \cdot \beta(4) \cdot h(7) \cdot h(9) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(5) \cdot h(6) \cdot h(11) - a_{11_n} \cdot \beta(5) \cdot h(7) \cdot h(10) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(6) \cdot h(6) \cdot h(12) -$
 $a_{11_n} \cdot \beta(6) \cdot h(7) \cdot h(11) + a_{21_n} \cdot \beta(2) \cdot h(5) \cdot h(8) + a_{21_n} \cdot \beta(3)$
 $\cdot h(5) \cdot h(9) + a_{21_n} \cdot \beta(4) \cdot h(5) \cdot h(10) + a_{11_n} \cdot a_{22_n} \cdot h(3) \cdot h(7)$

$$\begin{aligned}
&) * h(12) - a_{12_n} * a_{21_n} * h(3) * h(7) * h(12) - \\
& a_{22_n} * \beta(3) * h(7) * h(8) + a_{21_n} * \beta(5) * h(5) * h(11) - \\
& a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(9) + a_{21_n} * \beta(6) * h(5) * h(12) - \\
& a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(10) - a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(11) - \\
& a_{11_n} * h(2) * h(6) * h(11) + a_{12_n} * h(1) * h(6) * h(11) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(6) * h(12) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(7) * h(11) + a_{21_n} * h(2) * h(5) * h(11) - \\
& a_{22_n} * h(1) * h(5) * h(11) + a_{21_n} * h(3) * h(5) * h(12) - \\
& a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(11) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(2) * h(7) * h(8) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(2) * h(7) * h(8) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(3) * h(7) * h(9) \\
& - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(3) * h(7) * h(9) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(10) \\
&) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(4) * h(7) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(11) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(5) * h(7) * h(11) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(12) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(6) * h(7) * h(12)) + \beta(5) * h(8) * (- \\
& 1) + (\beta(4) * h(8) + \beta(5) * h(9) + \beta(6) * h(10)) * (a_{11_n} + a_{22_n} - \\
& h(7)) + (\beta(3) * h(8) + \beta(4) * h(9) + \beta(5) * h(10) + \beta(6) * h(11) \\
&) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + (\beta(2) * h(8) \\
&) + \beta(3) * h(9) + \beta(4) * h(10) + \beta(5) * h(11) + \beta(6) * h(12)) * (\\
& a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)), - \\
& (\beta(4) * h(6) * h(8) + \beta(5) * h(6) * h(9) + \beta(5) * h(7) * h(8) + \beta(6) \\
& * h(6) * h(10) + \beta(6) * h(7) * h(9) + h(1) * h(5) * h(9) + h(2) * h(6) * h(9) \\
& + h(3) * h(6) * h(10) + h(3) * h(7) * h(9) - a_{11_n} * \beta(3) * h(6) * h(8) - \\
& a_{11_n} * \beta(4) * h(6) * h(9) - a_{11_n} * \beta(4) * h(7) * h(8) - \\
& a_{11_n} * \beta(5) * h(6) * h(10) - a_{11_n} * \beta(5) * h(7) * h(9) - \\
& a_{11_n} * \beta(6) * h(6) * h(11) - \\
& a_{11_n} * \beta(6) * h(7) * h(10) + a_{21_n} * \beta(3) * h(5) * h(8) + a_{21_n} * \beta(4) * h(5) * h(9) + \\
& a_{21_n} * \beta(5) * h(5) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(11) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * h(3) * h(7) * h(11) - \\
& a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(8) + a_{21_n} * \beta(6) * h(5) * h(11) - \\
& a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(9) - a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(10) - \\
& a_{11_n} * h(2) * h(6) * h(10) + a_{12_n} * h(1) * h(6) * h(10) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(6) * h(11) - \\
& a_{11_n} * h(3) * h(7) * h(10) + a_{21_n} * h(2) * h(5) * h(10) - \\
& a_{22_n} * h(1) * h(5) * h(10) + a_{21_n} * h(3) * h(5) * h(11) - \\
& a_{22_n} * h(3) * h(7) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(3) * h(7) * h(8) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(3) * h(7) * h(8) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(4) * h(7) * h(9) \\
& - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(4) * h(7) * h(9) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(5) * h(7) * h(10) \\
&) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(5) * h(7) * h(10) + a_{11_n} * a_{22_n} * \beta(6) * h(7) * h(11) - \\
& a_{12_n} * a_{21_n} * \beta(6) * h(7) * h(11)) + \beta(6) * h(8) * (- \\
& 1) + \beta(5) * h(8) * (a_{11_n} + a_{22_n} -
\end{aligned}$$

$h(7)) + (\text{beta}(4) * h(8) + \text{beta}(5) * h(9) + \text{beta}(6) * h(10)) * (-h(6) -$
 $a11_n * a22_n + a12_n * a21_n + a11_n * h(7) + a22_n * h(7)) + (\text{beta}(3) * h(8)$
 $) + \text{beta}(4) * h(9) + \text{beta}(5) * h(10) + \text{beta}(6) * h(11)) * (a11_n * h(6) -$
 $a21_n * h(5) - a11_n * a22_n * h(7) + a12_n * a21_n * h(7)), -$
 $(\text{be-}$
 $\text{ta}(5) * h(6) * h(8) + \text{beta}(6) * h(6) * h(9) + \text{beta}(6) * h(7) * h(8) + h(1) * h(5)$
 $* h(8) + h(2) * h(6) * h(8) + h(3) * h(6) * h(9) + h(3) * h(7) * h(8) -$
 $a11_n * \text{beta}(4) * h(6) * h(8) - a11_n * \text{beta}(5) * h(6) * h(9) -$
 $a11_n * \text{beta}(5) * h(7) * h(8) - a11_n * \text{beta}(6) * h(6) * h(10) -$
 $a11_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(9) + a21_n * \text{beta}(4) * h(5) * h(8) + a21_n * \text{beta}(5)$
 $* h(5) * h(9) + a21_n * \text{beta}(6) * h(5) * h(10) + a11_n * a22_n * h(3) * h(7)$
 $* h(10) - a12_n * a21_n * h(3) * h(7) * h(10) -$
 $a22_n * \text{beta}(5) * h(7) * h(8) - a22_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(9) -$
 $a11_n * h(2) * h(6) * h(9) + a12_n * h(1) * h(6) * h(9) -$
 $a11_n * h(3) * h(6) * h(10) -$
 $a11_n * h(3) * h(7) * h(9) + a21_n * h(2) * h(5) * h(9) -$
 $a22_n * h(1) * h(5) * h(9) + a21_n * h(3) * h(5) * h(10) -$
 $a22_n * h(3) * h(7) * h(9) + a11_n * a22_n * \text{beta}(4) * h(7) * h(8) -$
 $a12_n * a21_n * \text{beta}(4) * h(7) * h(8) + a11_n * a22_n * \text{beta}(5) * h(7) * h(9)$
 $-$
 $a12_n * a21_n * \text{beta}(5) * h(7) * h(9) + a11_n * a22_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(10)$
 $) -$
 $a12_n * a21_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(10)) + \text{beta}(6) * h(8) * (a11_n + a22_n -$
 $h(7)) + \text{beta}(5) * h(8) * (-h(6) -$
 $a11_n * a22_n + a12_n * a21_n + a11_n * h(7) + a22_n * h(7)) + (\text{beta}(4) * h(8)$
 $) + \text{beta}(5) * h(9) + \text{beta}(6) * h(10)) * (a11_n * h(6) - a21_n * h(5) -$
 $a11_n * a22_n * h(7) + a12_n * a21_n * h(7)), -$
 $(\text{beta}(6) * h(6) * h(8) + h(3) * h(6) * h(8) - a11_n * \text{beta}(5) * h(6) * h(8) -$
 $a11_n * \text{beta}(6) * h(6) * h(9) -$
 $a11_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(8) + a21_n * \text{beta}(5) * h(5) * h(8) + a21_n * \text{beta}(6)$
 $* h(5) * h(9) - a22_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(8) -$
 $a11_n * h(2) * h(6) * h(8) + a12_n * h(1) * h(6) * h(8) -$
 $a11_n * h(3) * h(6) * h(9) -$
 $a11_n * h(3) * h(7) * h(8) + a21_n * h(2) * h(5) * h(8) -$
 $a22_n * h(1) * h(5) * h(8) + a21_n * h(3) * h(5) * h(9) -$
 $a22_n * h(3) * h(7) * h(8) + a11_n * a22_n * \text{beta}(5) * h(7) * h(8) -$
 $a12_n * a21_n * \text{beta}(5) * h(7) * h(8) + a11_n * a22_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(9)$
 $- a12_n * a21_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(9) + a11_n * a22_n * h(3) * h(7) * h(9) -$
 $a12_n * a21_n * h(3) * h(7) * h(9)) + \text{beta}(6) * h(8) * (-h(6) -$
 $a11_n * a22_n + a12_n * a21_n + a11_n * h(7) + a22_n * h(7)) + \text{beta}(5) * h(8)$
 $* (a11_n * h(6) - a21_n * h(5) - a11_n * a22_n * h(7) + a12_n * a21_n * h(7)),$
 $- (-a11_n * \text{beta}(6) * h(6) * h(8) + a21_n * \text{beta}(6) * h(5) * h(8) -$
 $a11_n * h(3) * h(6) * h(8) + a21_n * h(3) * h(5) * h(8) + a11_n * a22_n * \text{beta}(6)$
 $* h(7) * h(8) -$
 $a12_n * a21_n * \text{beta}(6) * h(7) * h(8) + a11_n * a22_n * h(3) * h(7) * h(8) -$
 $a12_n * a21_n * h(3) * h(7) * h(8)) + \text{beta}(6) * h(8) * (a11_n * h(6) -$
 $a21_n * h(5) - a11_n * a22_n * h(7) + a12_n * a21_n * h(7)), 0], 1);$

$$\begin{aligned}
& \text{tf_K2} = \text{tf}([1, h(14)*(-1)-(a11_n+a22_n-h(7))-h(4), \\
& h(14)*(a11_n+a22_n-h(7))-(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(13)*(-1)- \\
& h(4)*(h(14)*(-1)-(a11_n+a22_n-h(7))-h(4))+(-b1_n*h(1)- \\
& b2_n*h(2)), h(14)*(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))-(a11_n*h(6)- \\
& a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(a11_n+a22_n- \\
& h(7))+h(12)*(-1)-h(4)*(h(14)*(a11_n+a22_n-h(7))-(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(13)*(-1)- \\
& h(4)*(h(14)*(-1)-(a11_n+a22_n-h(7)))+(-b1_n*h(1)- \\
& b2_n*h(2)))+(-b2_n*h(3)+a11_n*b2_n*h(2)+a11_n*b2_n*h(2)- \\
& a12_n*b2_n*h(1)-a21_n*b1_n*h(2)+a22_n*b1_n*h(1)- \\
& b1_n*h(1)*h(7))- \\
& b2_n*h(2)*h(7)+b1_n*h(1)*h(14)+b2_n*h(2)*h(14)), \\
& h(14)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(12)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(11)*(-1)-h(4)*(h(14)*(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))-(a11_n*h(6)- \\
& a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(a11_n+a22_n- \\
& h(7))+h(12)*(-1))+b2_n*beta(7)+a11_n*b2_n*h(3)- \\
& a21_n*b1_n*h(3))- \\
& b1_n*h(1)*h(6)+b2_n*h(1)*h(5)+b1_n*h(1)*h(13)+b2_n*h(2)*h(1 \\
& 3)+b2_n*h(3)*h(14)+a11_n*b2_n*h(2)*h(7)- \\
& a12_n*b2_n*h(1)*h(7))- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(14)+a12_n*b2_n*h(1)*h(14))- \\
& a21_n*b1_n*h(2)*h(7)+a22_n*b1_n*h(1)*h(7)+a21_n*b1_n*h(2)*h \\
& (14))- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(14)+b1_n*h(1)*h(7)*h(14)+b2_n*h(2)*h(7)*h \\
& (14)), h(13)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(12)*(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(11)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(10)*(-1)-h(4)*(h(14)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5))- \\
& a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7))+h(13)*(-h(6))- \\
& a11_n*a22_n+a12_n*a21_n+a11_n*h(7)+a22_n*h(7))+h(12)*(a11_n \\
& +a22_n-h(7))+h(11)*(-1))+(- \\
& a11_n*b2_n*beta(7)+a21_n*b1_n*beta(7)+b2_n*beta(1)*h(8)+b2_n \\
& *beta(2)*h(9)+b2_n*beta(3)*h(10)+b2_n*beta(4)*h(11)+b2_n*b \\
& eta(5)*h(12)+b2_n*beta(6)*h(13)+b1_n*h(1)*h(12)+b2_n*h(2)*h \\
& (12)+b2_n*h(3)*h(13))- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(13)+a12_n*b2_n*h(1)*h(13))- \\
& a11_n*b2_n*h(3)*h(14)+a21_n*b1_n*h(2)*h(7)*h(14))- \\
& a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(14))- \\
& a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(14)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(14)+b1_n* \\
& h(1)*h(6)*h(14)+b1_n*h(1)*h(7)*h(13))- \\
& b2_n*h(1)*h(5)*h(14)+a21_n*b1_n*h(2)*h(13))-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(14) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * \\
& h(13)), \quad h(12) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(11) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + \\
& a_{22_n} * h(7)) * h(10) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) + h(9) * (-1) - \\
& h(4) * (h(13) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(12) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(11) * (a_{11_n} \\
& + a_{22_n} - h(7)) + h(10) * (- \\
& 1)) + (b_{2_n} * \beta(2) * h(8) + b_{2_n} * \beta(3) * h(9) + b_{2_n} * \beta(4) * h(10) \\
& + b_{2_n} * \beta(5) * h(11) + b_{2_n} * \beta(6) * h(12) + b_{1_n} * h(1) * h(11) + b_{2_n} \\
& * h(2) * h(11) + b_{2_n} * h(3) * h(12) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(1) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(2) * h(9) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(3) * h(10) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(4) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(1) * h(8) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(2) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} \\
& * \beta(3) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(4) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(5) * \\
& h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(6) * h(13) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(12) + \\
& a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(12) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(13) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(13) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(13) + b_{1_n} * \\
& h(1) * h(6) * h(13) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(12) - \\
& b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(13) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(13) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(12) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(13) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * \\
& h(12)), \quad h(11) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(10) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(9) * (a_{11_n} + \\
& a_{22_n} - h(7)) + h(8) * (-1) - h(4) * (h(12) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(11) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + \\
& a_{22_n} * h(7)) * h(10) * (a_{11_n} + a_{22_n} - h(7)) + h(9) * (- \\
& 1)) + (b_{2_n} * \beta(3) * h(8) + b_{2_n} * \beta(4) * h(9) + b_{2_n} * \beta(5) * h(10) \\
& + b_{2_n} * \beta(6) * h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(10) + b_{2_n} * h(2) * h(10) + b_{2_n} * h(\\
& 3) * h(11) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(2) * h(8) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(3) * h(9) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(4) * h(10) - a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(5) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * \beta(6) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(2) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} \\
& * \beta(3) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(4) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(5) * h \\
& (11) + a_{21_n} * b_{1_n} * \beta(6) * h(12) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(11) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(11) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(12) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * \\
& h(12) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(11) - b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(12) - \\
& a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(12) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(12) + a_{21_n} \\
& * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(12) - a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(12) - \\
& a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(12) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * \\
& h(11)), \quad h(10) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(9) * (-h(6) - \\
& a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(8) * (a_{11_n} + \\
& a_{22_n} - h(7)) - h(4) * (h(11) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) -
\end{aligned}$$

$a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7) + h(10) * (-h(6) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(9) * (a_{11_n} +$
 $a_{22_n} - h(7)) + h(8) * (-$
 $1) + (b_{2_n} * beta(4) * h(8) + b_{2_n} * beta(5) * h(9) + b_{2_n} * beta(6) * h(10)$
 $+ b_{1_n} * h(1) * h(9) + b_{2_n} * h(2) * h(9) + b_{2_n} * h(3) * h(10) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * beta(3) * h(8) - a_{11_n} * b_{2_n} * beta(4) * h(9) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * beta(5) * h(10) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * beta(6) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * beta(3) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n}$
 $* beta(4) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * beta(5) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * beta(6) * h$
 $(11) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(10) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(10) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(11) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(10) -$
 $a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(6) *$
 $h(11) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(10) - b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(11) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(11) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(11) + a_{21_n}$
 $* b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(11) -$
 $a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(11) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(10)),$
 $h(9) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(8) * (-h(6) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) -$
 $h(4) * (h(10) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(9) * (-h(6) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + h(8) * (a_{11_n} +$
 $a_{22_n} -$
 $h(7)) + (b_{2_n} * beta(5) * h(8) + b_{2_n} * beta(6) * h(9) + b_{1_n} * h(1) * h(8) +$
 $b_{2_n} * h(2) * h(8) + b_{2_n} * h(3) * h(9) - a_{11_n} * b_{2_n} * beta(4) * h(8) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * beta(5) * h(9) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * beta(6) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * beta(4) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n}$
 $* beta(5) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * beta(6) * h(10) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(9) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(9) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(9) -$
 $a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(10) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * h$
 $(10) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(9) -$
 $b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(10) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(7) * h(10) -$
 $a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(10) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(10) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(10) + b_{2_n} *$
 $h(2) * h(7) * h(9)), h(8) * (a_{11_n} * h(6) - a_{21_n} * h(5) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) - h(4) * (h(9) * (a_{11_n} * h(6) -$
 $a_{21_n} * h(5) - a_{11_n} * a_{22_n} * h(7) + a_{12_n} * a_{21_n} * h(7)) + h(8) * (-h(6) -$
 $a_{11_n} * a_{22_n} + a_{12_n} * a_{21_n} + a_{11_n} * h(7) + a_{22_n} * h(7)) + (b_{2_n} * h(3) *$
 $h(8) + b_{2_n} * beta(6) * h(8) - a_{11_n} * b_{2_n} * beta(5) * h(8) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * beta(6) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * beta(5) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} *$
 $beta(6) * h(9) - a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(8) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(8) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(3) * h(9) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(2) * h(8) -$
 $a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(8) + a_{21_n} * b_{1_n} * h(3) * h(9) + b_{1_n} * h(1) * h(6) * h($
 $9) + b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(8) -$
 $b_{2_n} * h(1) * h(5) * h(9) + b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(8) -$
 $a_{11_n} * b_{2_n} * h(2) * h(7) * h(9) + a_{12_n} * b_{2_n} * h(1) * h(7) * h(9) + a_{21_n} * b_{1}$
 $_n * h(2) * h(7) * h(9) - a_{22_n} * b_{1_n} * h(1) * h(7) * h(9)), -$

```

h(4)*(h(8)*(a11_n*h(6)-a21_n*h(5)-
a11_n*a22_n*h(7)+a12_n*a21_n*h(7)))+(-
a11_n*b2_n*beta(6)*h(8)+a21_n*b1_n*beta(6)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(3)*h(8)+a21_n*b1_n*h(3)*h(8)+b1_n*h(1)*h(6)*h(
8)-b2_n*h(1)*h(5)*h(8)-
a11_n*b2_n*h(2)*h(7)*h(8)+a12_n*b2_n*h(1)*h(7)*h(8)+a21_n*b
1_n*h(2)*h(7)*h(8)-a22_n*b1_n*h(1)*h(7)*h(8)] , 1);
Ts = (tf_K1*tf_F1)/(tf_K2*tf_F2+tf_K1*tf_F1);

Wd = 1/Ts;

Awd = abs(squeeze(freqresp(Wd, w)));

AchN = abs(squeeze(freqresp(tf_ship, w)));

AwUp = (1 + Awd).*AchN;
AwLo = (1 - Awd).*AchN;

%%

F = FrequencyCorridor(w);
Fmin = F(1, :);
Fmax = F(2, :);

%%
figure(42)
hold on; grid on;
xlabel('\omega, частота');
ylabel('A, амплитуда');
plot(w, Fmin, 'r', 'LineWidth', 2);
plot(w, Fmax, 'r', 'LineWidth', 2);
plot(w, AwUp, 'k', 'LineWidth', 2);
plot(w, AwLo, 'k', 'LineWidth', 2);
legend('Нижняя граница АЧХ объекта', 'Верхняя граница АЧХ
объекта', 'Верхняя граница робастной устойчивости', 'Нижняя
граница робасной устойчивости');

end

```

Листинг 22. Значения параметров замкнутой системы управления движением судна.

```

clear all; clc;

% Initial conditions
global phi0;
phi0=0.0;

% Initial parameters

```



```

global phiz Vz d;
Vzd=10.0; phiz=10*pi/180;

% External disturbances
Fyconst=-42; Mxconst=0; Mzconst=115*Fyconst/2;

% Constrains
global dlvc uogv;
dlvc=35*pi/180;
uogv=3*pi/180;

%Линеаризация для физических параметров
global a11_n a12_n a21_n a22_n b1_n b2_n h1_n h2_n;
a11_n = -0.0097347*Vzd;
a12_n = 1.6284575*Vzd;
b1_n = -0.0019801*Vzd^2;
a21_n = 0.00040748*Vzd;
a22_n = -0.0716991161*Vzd;
b2_n = -0.00038596*Vzd^2;
h1_n = 0.00154046728;
h2_n = (0.00000245945)*115/2;

global K0 K Kdelta alpha_lim beta_lim;
alpha_lim = 0.15;
beta_lim = 30*pi/180;

global h
h = optimization_C_2_DCconst(1);
K = [h(1) h(2) h(3)];
Kdelta = h(4);

%Асимптотический наблюдатель
global g G;
G = [h(5); h(6); h(7)];

global KDelta
k1 = K(1);
k2 = K(2);
k3 = K(3);
g1 = G(1);
g2 = G(2);
g3 = G(3);
KDelta = (Kdelta*a11_n*g2 - Kdelta*a21_n*g1 + a11_n*k3*b2_n
- a21_n*k3*b1_n + g1*k1*b2_n - g2*k1*b1_n +
a11_n*g3*k2*b2_n - a12_n*g3*k1*b2_n - a21_n*g3*k2*b1_n +
a22_n*g3*k1*b1_n - Kdelta*a11_n*a22_n*g3 + Kdel-
ta*a12_n*a21_n*g3)/(a11_n*b2_n - a21_n*b1_n);

global N w lambda alpha beta gamma mu a

```

```
N = 3;
w = [0.3, 0.455, 0.7];
lambda = 0.65;
alpha = matrix_alpha(N, lambda);
beta = beta_matrix(alpha, [K Kdelta], G);
gamma = matrix_gamma(N);
mu = 0;
```