

Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра вычислительных методов механики деформируемого тела

Елаева Марина Валерьевна

Выпускная квалификационная работа

**Минимизация металлозатрат для трубопроводов,
подверженных общей коррозии**

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»
Основная образовательная программа ВМ.5518
«Надежность и безопасность сложных систем»

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук,
Профессор
Пронина Ю.Г.

Рецензент:
ФГУП «Крыловский государ-
ственный научный центр»
доктор физ.-мат. наук,
Кучин Н.Л.

Санкт-Петербург
2020

Содержание

Введение	3
1 Обзор литературы	7
2 Постановка задачи	13
3 Предварительные рассуждения	15
3.1 Эффективные напряжения	15
3.2 Схема решения	15
4 Односторонняя коррозия	17
4.1 Внешняя коррозия	17
4.2 Внутренняя коррозия	18
5 Двусторонняя коррозия	20
5.1 Стадии эксплуатации трубы	20
5.2 Решение задачи	20
6 Результаты расчетов	24
6.1 Анализ поведения целевой функции F_1	25
6.2 Анализ поведения целевой функции F_2	35
6.3 Снижение прочности в процессе эксплуатации	47
Заключение	54
Список литературы	57

Введение

В данной работе решается задача о поиске оптимальных начальных размеров элементов трубопровода, находящегося под воздействием механохимической коррозии, при которых возможна минимизация металлозатрат, а также иных расходов, связанных с производством и установкой указанных объектов. Напомним, что под коррозией понимается самопроизвольное разрушение материалов и изделий из них под химическим, физикохимическим или электрохимическим воздействием окружающей среды.

Актуальность темы и практическая значимость.

Ежегодно убытки, полученные вследствие коррозионной деградации, могут достигать 3 - 6 процентов от внутреннего валового продукта в промышленно развитых странах. Более того, потери металла при этом, включающие в себя разрушившиеся металлические конструкции и оборудование, составляют от 10 до 20 процентов годового производства стали [9]. Мы видим, что важнейшей проблемой здесь является не только большая стоимость изделий, разрушаемых под воздействием коррозии, но также и потеря металла, как таковая. Поэтому расчет начальных оптимальных размеров конструкций, при которых возможен минимальный расход материала в течение времени службы, а также наименьшие затраты на установку и производство может помочь в экономии денежных средств и материала.

Рассматриваемая в данной работе труба эксплуатируется в условиях механохимической коррозии, возникающей в случае нахождения объекта под совместным действием механических напряжений и химически активных средств. Разрушительный эффект, образующийся в результате ее воздействия проявляется гораздо сильнее, чем обычное наложение повреждений, полученных в результате различных механических воздействий и электрохимической коррозии, протекающих независимо друг от друга.

Если заниматься проектированием изделий и при этом не принимать в расчет наличие механохимической коррозии, то рассмотренные нами объекты могут преждевременно выйти из строя. Более того, часто при неточных расчетах, учитывающих механохимическую коррозию, из-за большого запаса по толщине не избежать утяжеления конструкции и неэкономного расхода материала. Таким образом, в указанных условиях эксплуатации

точные расчеты необходимы для обеспечения требуемого срока службы и экономии материала. Тем более это актуально для трубопроводов, которые функционируют почти во всех сферах современной промышленности и являются важнейшей частью системы транспортировки газообразных и жидких продуктов. Принимая во внимание, что трубопроводы прокладываются на многие километры, возможность к тому же снизить затраты, связанные со стоимостью их производства, является достаточно важным аспектом.

Также данная проблема может быть рассмотрена с точки зрения экологии. Во-первых, если учитывать, что потери металла при разрушении рассматриваемого изделия необратимы, то минимизация металлозатрат приведет к меньшим мировым сырьевым потерям. Во-вторых, преждевременный выход из строя трубы может привести к серьезному загрязнению окружающей среды.

Здесь коротко отметим, что одним из способов борьбы с коррозией является применение различных веществ, способных замедлить или вовсе приостановить разрушение материала. Например, для защиты стальных конструкций на морских судах часто используются защитные покрытия в сочетании с катодной защитой. В данной работе будет исследоваться случай, при котором рассматриваемая конструкция покрыта специальной защитной пленкой, замедляющей разрушение самой трубы.

Описанные в данном пункте проблемы рассматривались в большом количестве исследований. Во многих работах были представлены экспериментальные результаты [1], часто решения находились численно [24, 41]. Большая часть аналитических решений была представлена для тонкостенных объектов [19, 25]. Для толстостенной же трубы первые аналитические решения были найдены Гутманом Э.М. [5], при этом эффективное напряжение на внутренней и внешней поверхности было принято одинаковым. Поэтому нахождение оптимальных начальных размеров для толстостенных труб на основе точных аналитических решений, полученных в рамках линейной теории упругости, без наложения условия равенства эффективных напряжений на внутренней и внешних поверхностях остается актуальной задачей.

Цель и задачи исследования. Целью представленной работы является поиск оптимальных начальных размеров трубопровода, подверженного действию механохимической коррозии и находящегося под внутренним и внешним давлением. Здесь рассматриваются два класса задач поиска оптимальных начальных размеров, которые обеспечат минимизацию металлозатрат для заданного ограниченного срока службы, а также минимизацию средних металлозатрат в единицу времени службы, что характерно для неограниченного срока службы. Считаем, что потери металла при разрушении рассматриваемого изделия необратимы. При этом учитываются случаи применения защитного покрытия, покрывающего внутреннюю и внешнюю сторону трубы, для увеличения ее долговечности. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- исследовать условия применимости используемой модели коррозионной кинетики;
- вывести основное разрешающее уравнение для каждого из рассмотренных случаев: внутренней, внешней и двусторонней коррозии, затухающей и незатухающей коррозии, с учетом защитного покрытия и без него;
- построить решения полученных уравнений;
- используя выведенные формулы, найти решения для первой задачи оптимизации;
- для решения второй оптимизационной задачи ввести вспомогательные функции, позволяющие проанализировать средние металлозатраты в единицу времени службы, а также затраты, учитывающие производство и установку оборудования;
- исследовать влияние защитного покрытия на выбор оптимальной начальной толщины;
- на основе полученных решений провести анализ влияния других начальных данных на результат;

- исследовать эффект снижения прочности в процессе эксплуатации, а также его воздействие на долговечность изделия и выбор оптимальных начальных размеров.

Методы исследования. Задача рассматривается в рамках физически и геометрически линейной теории упругости. Решение задачи в любой момент времени должно удовлетворять полученным Лагранжевым решениям для статической задачи о толстостенной трубе под внутренним и внешним давлением. В данной работе первая задача оптимизации сводится к решению обыкновенного нестационарного дифференциального уравнения первого порядка. Решение полученного уравнения производится методом разделения переменных. Для решения второй задачи, опираясь на уже полученные результаты, вводятся целевые функции и анализируется их поведение.

Численные эксперименты производятся в среде MATLAB.

Частично результаты работы были изложены в работе автора [6]. Кроме того, некоторые результаты представлены к апробации на международной конференции CPS'20.

1 Обзор литературы

Для начала обсудим существующие виды и типы коррозии.

По условиям протекания выделяются атмосферная, газовая, жидкостная, почвенная, биокоррозия (разрушение под влиянием живых микроорганизмов), структурная (происходящая при неоднородной структуре металла) и т.д. [3, 4, 30].

По характеру разрушения выделяется сплошная, или по-другому обшая, и местная коррозия. При сплошной затрагивается вся поверхность материала, находящегося под влиянием агрессивной среды, а при местной — лишь некоторые ее участки [3, 4, 17, 30]. В свою очередь, обшая коррозия делится на равномерную, избирательную и неравномерную. Равномерная протекает с одинаковой скоростью на всех участках, а соответственно неравномерная — наоборот с разной. В случае избирательного коррозионного растрескивания разрушение происходит по причине растворения отдельных составляющих. К местной относятся язвенная, питтинговая, нитевидная, подповерхностая [3, 4, 17, 30]. Случаи с неравномерным коррозионным растворением обычно решаются численно [18, 28]. В представленном исследовании изучается случай общей равномерной коррозии. Заметим, что обшая коррозия анализируется в большом количестве публикаций, например, в [4, 12, 21, 27]. Более того, бывают случаи, при которых на одном и том же участке поверхности могут возникнуть разные типы коррозии [26].

По механизму протекания коррозия может быть химической или электрохимической. Электрохимическая протекает с появлением электрического тока, химическая проходит при непосредственном взаимодействии металла и окружающей среды без его возникновения соответственно [4, 14]. Но как уже было сказано выше, в случае если рассматриваемый объект находится под совместным действием механических напряжений и химически активных средств, может возникнуть механохимическая коррозия, обладающая более сильным разрушительным эффектом, чем простое наложение повреждений, полученных в результате воздействия различных механических воздействий и электрохимической коррозии, протекающих независимо друг от друга [14, 27].

Механохимической коррозией будем называть разрушение материала с учетом механохимического эффекта при напряжениях ниже макроскопического предела текучести, который был установлен в работах по изучению коррозионного растворения напряженного металла [4]. Э.М. Гутман вводил понятие механохимической коррозии именно для сплошной и равномерной коррозии. Но, стоит заметить, что во многих работах механохимическая коррозия рассматривается не только как равномерная.

Существуют три основных модели коррозии: линейная модель В.М. Долинского [14, 21], экспоненциальная Э.М. Гутмана-Р.С. Зайнулина [26] и квадратичная [16, 22]. В линейной модели скорость коррозионного растворения представлена в качестве линейной функции интенсивности напряжений. Интересно заметить, что линейную модель можно рассматривать как первое приближение других моделей (при их разложении в ряд Тейлора по степеням напряжений). Большое количество экспериментальных результатов, полученных в [14, 26, 29] подтвердили линейную зависимость скорости коррозии от напряжений. Модель Э.М. Гутмана-Р.С. Зайнулина и квадратичная модель А.И. Русанова, в отличие от линейной модели, были выведены не эмпирически, а теоретически. Э.М. Гутман, применяя закон действующих масс к электрохимической реакции растворения деформированного металла, а также сопоставляя результаты с данными Ф.Ф. Ажогина [1], рассматривал скорость коррозии как экспоненциально зависящую от среднего напряжения. Квадратичная модель А.И. Русанова основывалась на связи химического потенциала с удельной энергией деформации. В представленной работе будет использоваться модель Долинского.

Линейная модель применялась в дальнейшем во многих работах [10, 12, 15, 21, 23, 27] и была полезной в большом количестве расчетов. В одной из первых работ по этой теме [21] анализировалась поверхностная коррозия тонкостенной трубы. В данной работе впервые была рассмотрена зависимость между напряжением и скоростью коррозии. Кроме того, В.М. Долинским была рассмотрена задача прочностного расчета тонкостенной оболочки, находящейся под воздействием сплошной механохимической коррозии, где была использована линейная зависимость между скоростью коррозионной деградации и интенсивности напряжений. В [27] показан метод

нахождения срока службы тонкостенного сосуда под высоким давлением, подвергнутого воздействию равномерной внутренней коррозии. Указанный метод опирается на модель тонкой упругой цилиндрической оболочки. В [23] представлены аналитические и численные результаты для оптимальных начальных размеров стержней, подвергающихся воздействию осевого растяжения или сжимающих сил, и находящихся под коррозионным действием. В [15] также рассматриваются способы оптимального конструирования изделий, и обозначается вариант снижения материалоемкости конструкций. Кроме того, Овчинниковым И.Г. был разработан алгоритм прочностного мониторинга сложных инженерных сооружений. В дальнейших работах его группы [12] эта методика применялась для газопроводных систем, функционирующих в агрессивной среде. В трудах Корнишина В.С с соавторами [10] учитывается разница скоростей коррозии на изгибаемых поверхностях пластин и оболочек. Здесь, а также в его дальнейших работах получены уравнения, описывающие процесс разрушения вследствие коррозионной деградации гибких прямоугольных пластин и пологих оболочек из упругопластического материала.

Модель Э.М. Гутмана также использовалась во многих работах [5, 24]. В [5] рассматривается способ нахождения долговечности тонкостенного сосуда под высоким давлением, подверженного равномерной коррозии. В [24] ищутся оптимальные размеры для стержневых элементов, находящихся под действием осевых сжимающих сил и под влиянием коррозионной среды. В указанной работе рассматривается долговечность стержня до потери устойчивости, а именно сгибания стержня, находящегося под нагрузкой. При решении задачи в условиях неравномерной коррозии с помощью численных методов [18] были внедрены модель Долинского и Гутмана.

Что касается квадратичной модели, то она используется, например, в [16, 22]. В [22] изучается срок службы стержня, подвергнутого растяжению под коррозионным воздействием. Здесь предлагаются следующие соотношения между скоростью коррозии и напряжением: линейные, квадратичные, кубические. Кроме того, оценивается обоснованность некоторых выводов Долинского о постоянном среднем диаметре стержня и доказыва-ется вероятность возможной ошибки данного вывода в определенных усло-

виях. В [16] изучается коррозионная деградация изогнутой пластины, приводятся уравнения скорости коррозии для двустороннего и одностороннего коррозионного растворения.

В монографии [13] представлена информация о видах коррозионных моделей, где также рассмотрена область их возможного применения, указан способ их идентификации. Более того, изучены алгоритмы их численной реализации и результаты расчетов.

Новая коррозионная модель, учитывающая время жизни защитного покрытия (которое отсчитывается с момента покрытия поверхности конструкции до потери своей эффективности) была предложена в [42]. В представленном исследовании будет использована указанная модель.

Если говорить конкретно об использовании защитных покрытий на практике, то они применяются повсеместно. Например, для трубопроводов из стали часто эффективным средством противокоррозионной защиты являются специальные пленкообразователи. Это ингибиторы коррозии, которые создают на металле при определенных условиях сплошные пленки, плотно прилегающие к поверхности. Природа этих покрытий и механизмы их образования разнообразны и изучаются в большом количестве работ, например, [2, 11]. При этом указанные вещества применяются в самых разных областях, к примеру, таких как сфера подготовки нефтяного газа [8]. Также достаточно распространенным способом предотвращения коррозионного износа является нанесение защитных покрытий на металл [7], что также будет рассмотрено в представленной работе.

В некоторых работах, например, [10] предлагаются алгоритмы для оптимального проектирования подкрепленных пластин и оболочек (двумя перпендикулярными системами ребер): производится поиск минимума средней потери массы конструкции, что позволяет получить минимум отношения массы к долговечности. Вопрос о способах минимизации затрат рассматривается в [37]. Здесь рассказывается о минимизации затрат в единицу фиксированного времени службы. Но при этом в данном исследовании не учитывается защитное покрытие.

В большом количестве работ представлено численное решение задач. Из недавних можно выделить [24, 41]. В некоторых же работах было най-

дено именно аналитическое решение задачи [5, 19, 20, 25, 39, 42]. Так, в [5] выявлены формулы для долговечности трубы под давлением и действием продольных сил, находящейся под воздействием равномерной коррозионной деградации. Здесь, зависимость между скоростью коррозии и напряжениями экспоненциальная. В [25] рассматривается устойчивость тонкостенной сферической оболочки под давлением, в условиях внутренней коррозии. Численные результаты получены для углеродистой стали, при этом толщина стенки оболочки варьируется в зависимости от условий. Гутман Э.М. и коллеги [19] вычисляют долговечность тонкостенной трубы, которая находится под совместным действием продольных сил и внешней коррозии, с помощью использования предельных значений напряжений, которым подвергается изделие. В [42] получены аналитические и численные результаты при исследовании поведения стали под коррозионным воздействием, при этом в некоторых случаях использовались новые модели коррозии, о которых мы говорили выше.

Также в некотором количестве работ найдены аналитические решения для задач о долговечности толстостенных сосудов и их элементов при различных воздействиях под напряжением при коррозионном воздействии [31] – [40]. Аналитические решения для равномерного механохимического износа идеальной упругопластической толстостенной цилиндрической трубы, подвергаемой любому сочетанию внутреннего и внешнего давления были получены в [31], при этом здесь также рассмотрен вопрос пластической текучести. В [37] анализируется двусторонняя механохимическая коррозия под внешним и внутренним давлением, при этом эквивалентные напряжения на соответствующих поверхностях различны. В [32, 34] предложено новое решение для плоской задачи, где упругая пластина с эллиптическим отверстием находится под действием механохимической коррозии при равномерном всестороннем растяжении. Кроме того, было получено новое аналитическое решение для сферической оболочки [40], которое учитывает влияние самих значений внутреннего и внешнего давления, а не только их разность. При этом в работе [33] предложены условия максимальности окружного напряжения в сферических сосудах. В свою очередь, в [38] представлено новое решение для сферической оболочки, подходящее для любой

комбинации давлений.

До сих пор большинство аналитических решений было получено для случаев, когда все неизвестные переменные могли быть выражены лишь через один меняющийся во времени параметр (например, толщина или усредненное давление). В работе [31] был предложен метод решения задач, зависящих от двух неизвестных взаимозависимых параметров. В данной работе также был применен этот метод.

2 Постановка задачи

Рассматривается цилиндрическая труба под действием внутреннего p_r и внешнего p_R давления. Внутренний $r(t)$ и внешний радиус $R(t)$ меняются с течением времени t вследствие коррозионного растворения. Также будем считать заданной пропускную способность трубы в начальный момент времени t_0 , которая в зависимости от рассматриваемого случая определяется посредством задания либо $r_0 = r(t_0)$, либо $R_0 = R(t_0)$.

Кроме того, труба покрыта специальными защитными пленками с внутренней и внешней стороны, время жизни каждой обозначается как t_{cr} и t_{cR} соответственно. Эти значения равны временному промежутку между началом эксплуатации трубы и потерей пленкой своей эффективности [42]. Таким образом, в первую очередь вследствие коррозионного растворения разрушается сама пленка и только потом рассматриваемая цилиндрическая конструкция. Скорость коррозии определяется следующими уравнениями [21, 42]:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = 0, \quad t \leq t_{cr} \quad (1)$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r \sigma_1(r)] \exp[-b(t - t_{cr})], \quad t > t_{cr} \quad (2)$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = 0, \quad t \leq t_{cR} \quad (3)$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = [a_R + m_R \sigma_1(R)] \exp[-b(t - t_{cR})]. \quad t > t_{cR} \quad (4)$$

Здесь σ_1 — максимальное по модулю нормальное напряжение на соответствующей поверхности; a_r, m_r, a_R, m_R, b — постоянные, определяемые опытным путем, зависящие от свойств среды и материала [21].

Максимальное допустимое напряжение σ_{st} считается известным. При этом рассмотрены два случая: значение σ_{st} может быть постоянным, а также линейно убывающим $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$, где σ_0^* — начальное значение предела прочности, a — скорость его убывания.

В данной работе рассматривается случай, когда максимальным по модулю главным напряжением является окружное напряжение $\sigma_{\theta\theta}$, т. е. $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}$.

Необходимо найти оптимальные начальные размеры данной трубы, заданной пропускной способностью при заданных параметрах кинетики коррозионного растворения, прочности материала и величинах давлений. При этом рассмотрено два класса задач поиска оптимальной толщины стенки трубы, а именно, таких, которые обеспечивают:

- минимизацию металлозатрат для заданного ограниченного срока службы t^* трубы;
- минимизацию средних металлозатрат в единицу времени службы t^* , с возможностью учета иных расходов, например, на производство и установку изделия (что соответствует минимизации расхода материала при неограниченном сроке эксплуатации трубопровода с возможностью замены труб).

При этом под расходом материала понимается его расход на изготовление нового изделия без возможности его повторного использования после разрушения трубы.

3 Предварительные рассуждения

3.1 Эффективные напряжения

Введем полярную систему координат с началом в центре поперечного сечения трубы, где ρ – полярный радиус, а θ – угол. Как было сказано выше, в работе рассматривается случай, когда максимальным по модулю главным напряжением является окружное напряжение $\sigma_{\theta\theta}$, т. е. $\sigma_1 = \sigma_{\theta\theta}$. При этом окружное напряжение на внутренней и внешней поверхности определяется формулами Ламе:

$$\sigma_1(r) = \sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{p_r r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} + \frac{p_r - p_R}{R^2 - r^2} R^2, \quad (5)$$

$$\sigma_1(R) = \sigma_{\theta\theta}(R) = \frac{p_r r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} + \frac{p_r - p_R}{R^2 - r^2} r^2. \quad (6)$$

Здесь важно отметить, что поскольку мы рассматриваем случай, когда главным является окружное напряжение, то необходимо, чтобы оно превосходило радиальное напряжение, которое равно по величине и обратно по знаку приложенному давлению:

$$|\sigma_1(r)| = \left| p_r \frac{\eta^2 + 1}{\eta^2 - 1} - 2p_R \frac{\eta^2}{\eta^2 - 1} \right| \geq |p_r|,$$

$$|\sigma_1(R)| = \left| \frac{2p_r}{\eta^2 - 1} - p_R \frac{\eta^2 + 1}{\eta^2 - 1} \right| \geq |p_R|$$

где $\eta = \frac{R}{r}$. В случае невыполнения этих условий окружное напряжение перестанет быть максимальными и не сможет быть использовано в качестве эффективного.

3.2 Схема решения

В данной работе решение строится на основе аналитических решений, связывающих между собой долговечность, начальные размеры рассматриваемого изделия и предельное состояние (напомним, что максимально допустимое напряжение σ_{st} может быть фиксированным или линейно убывающим, что объясняется деградацией свойств материала).

В соответствии с этим первая поставленная задача: нахождение оптимальной толщины, которая гарантирует безопасную эксплуатацию сосуда в течение требуемого срока службы и минимизацию расхода материала — будет решена, если максимальное допустимое напряжение σ_{st} будет достигнуто в момент t^* . Таким образом, решение этой задачи непосредственно вытекает из полученных в работе формул.

Для решения второй поставленной задачи, поскольку начальный вес трубы пропорционален ее начальной площади поперечного сечения, $\pi(R_0^2 - r_0^2)$, вводятся две целевые функции:

$$F_1 = \frac{R_0^2 - r_0^2}{t^*},$$

$$F_2 = \frac{R_0^2 - r_0^2}{t^*} + k \frac{R_c^2 - r_0^2}{t^*}.$$

Целесообразно рассмотреть данные функции и найти их минимум для минимизирования средних затрат в единицу времени службы.

F_1 соответствует среднему расходу материала в единицу времени службы изделия, а функция F_2 помимо этого также учитывает прочие расходы, такие как установка и изготовление объекта, стоимость пленки. Здесь R_c — это радиус в ближайшей окрестности которого стоимость изделия практически не меняется, k — коэффициент пропорциональности между размерами трубы и стоимостью ее изготовления и установки. Важно заметить, что для определенных размеров труб существует своя технология производства, стоимость которой может варьироваться, поэтому в данной работе функция F_2 рассматривается как кусочная функция, где R_c и k зависят от рассматриваемого интервала толщин.

Таким образом, задавая различные R_0 , можно построить зависимости между начальной толщиной $h_0 = R_0 - r_0$ и F_1 или F_2 . Их анализ может позволить подобрать такие оптимальные начальные размеры изделия, при которых средний расход материала в единицу времени службы будет минимален. При этом, используя F_2 , можно также учесть дополнительные расходы и определить оптимальную, в рамках постановки задачи, толщину, уже принимая их во внимание.

4 Односторонняя коррозия

В случае односторонней коррозии коррозионное растворение происходит только с одной стороны, которая при этом покрыта защитной пленкой. Задача сводится к решению дифференциального разрешающего уравнения методом разделения переменных.

4.1 Внешняя коррозия

Внешний радиус трубы $R(t)$ уменьшается с течением времени t по причине коррозионного растворения. Внутренний начальный радиус в начальный момент времени t_0 задан и остается постоянным $r(t_0) = r_0 = \text{const}$. Скорость коррозии определяется уравнениями (3), (4). Необходимо найти оптимальную начальную толщину $h_0 = R_0 - r_0$.

При подстановке (6) в (4) получается следующее разрешающее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{r^2(a_R + m_{RpR} - 2mp_r) - R^2(a_R - m_{RpR})}{R^2 - r^2} \exp[-b(t - t_{cR})]. \quad (7)$$

Интегрирование (7) при условиях $R(0) = R_0$, $R(t^*) = R^*$ и (3) дает:

$$t^* = t_{cR} - \frac{1}{b} \left\{ \ln \left[1 - b \left(-\frac{R}{(a_R - m_{RpR})} + \frac{2m_R r}{\sqrt{(a_R + m_{RpR} - 2mp_r)}} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{p_r - p_R}{(a_R - m_{RpR})^{3/2}} \operatorname{atanh} \left(\frac{R \sqrt{(a_R - m_{RpR})}}{r \sqrt{(a_R + m_{RpR} - 2mp_r)}} \right) \right] \Big|_{R_0}^{R^*} \right\} \quad b > 0, \quad (8)$$

$$t^* = t_{cR} - \frac{R}{(a_R - m_{RpR})} \Big|_{R_0}^{R^*} + \frac{2m_R r (p_r - p_R)}{\sqrt{(a_R + m_{RpR} - 2mp_r)} (a_R - m_{RpR})^{3/2}} \\ \times \operatorname{atanh} \left(\frac{R \sqrt{(a_R - m_{RpR})}}{r \sqrt{(a_R + m_{RpR} - 2mp_r)}} \right) \Big|_{R_0}^{R^*} \quad b = 0. \quad (9)$$

Здесь R^* — внешний радиус, соответствующий моменту времени t^* , при котором достигается максимальное допустимое напряжение. Известно, что окружное напряжение достигает максимума по абсолютной величине

на внутренней поверхности, и это означает, что $\sigma_{\theta\theta}|_{t^*} = \sigma_{st}$. Подставляя полученное выражение в (5), получаем:

$$R = R^* = r_0 \frac{\sqrt{p_r + \sigma_{st}}}{\sqrt{\sigma_{st} + 2p_R - p_r}}.$$

Идентичность решений (9) и (8) при $b = 0$ может быть подтверждена с помощью разложения (8) по степеням b .

Тем самым, (8) и (9) задают взаимоднозначное соответствие между требуемым сроком службы t^* и R_0 . Значение R_0 , соответствующее заданным параметрам, и дает решение первой задачи оптимального проектирования. Для решения второй задачи необходимо подставить массив значений t^* при различных R_0 в целевые функции и найти их минимум.

4.2 Внутренняя коррозия

В данном случае коррозионное разрушение происходит с внутренней стороны, поэтому внутренний радиус трубы $r(t)$ возрастает с течением времени t по причине коррозионного воздействия агрессивной среды. Внешний начальный радиус в начальный момент времени t_0 задан и остается постоянным $R(t_0) = R_0 = \text{const}$. Скорость коррозии определяется уравнениями (1), (2). Необходимо найти оптимальную начальную толщину $h_0 = R_0 - r_0$.

Подставив (5) в (2), получим разрешающее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r^2(m_r p_r - a_r) + R^2(a_r + m_r p_r - 2m_r p_R)}{(R^2 - r^2)} \exp[-b(t - t_{cr})]. \quad (10)$$

Интегрирование (10) при условиях $r(0) = r_0$, $r(t^*) = r^*$ и (1) дает:

$$t = t_{cr} - \frac{1}{b} \left\{ \ln \left[1 - b \left(\frac{r}{(a_r - m_r p_r)} - \frac{2m_r R}{\sqrt{(a_r + m_r p_r - 2m_r p_R)}} \right) \times \frac{p_r - p_R}{(a_r - m_r p_r)^{3/2}} \operatorname{atanh} \left(\frac{r \sqrt{(a_r - m_r p_r)}}{R \sqrt{(a_r + m_r p_r - 2m_r p_R)}} \right) \right] \Big|_{r_0}^{r^*} \right\} \quad b > 0, \quad (11)$$

$$t = t_{cr} + \frac{r}{(a_r - m_r p_r)} \Big|_{r_0}^r - \frac{2m_r R(p_r - p_R)}{\sqrt{(a_r + m_r p_r - 2m_r p_R)(a_r - m_r p_r)^{3/2}}} \times \operatorname{atanh} \left(\frac{r \sqrt{(a_r - m_r p_r)}}{R \sqrt{(a_r + m_r p_r - 2m_r p_R)}} \right) \Big|_{r_0}^{r^*} \quad b = 0 \quad (12)$$

Здесь r^* — внутренний радиус, соответствующий моменту времени t^* , при котором достигается максимальное допустимое напряжение. Напомним, что окружное напряжение достигает максимума по абсолютной величине на внутренней поверхности, и это означает, что $\sigma_{\theta\theta}|_{t^*} = \sigma_{st}$. Подставляя полученное выражение в (5) получаем:

$$r = r^* = R_0 \sqrt{\frac{\sigma_{st} + 2p_R - p_r}{p_r + \sigma_{st}}}.$$

Идентичность решений (12) и (11) при $b = 0$ может быть подтверждена аналогично предыдущему случаю.

Тем самым, (11) и (12) задают взаимоднозначное соответствие между требуемым сроком службы t^* и r_0 . Значение r_0 , соответствующее заданным параметрам, и дает решение первой задачи оптимального проектирования. Для решения второй задачи необходимо подставить массив значений t^* при различных r_0 в целевые функции и найти их минимум.

5 Двусторонняя коррозия

5.1 Стадии эксплуатации трубы

В зависимости от соотношения между t_{cr} и t_{cR} срок эксплуатации трубы разбивается на три описанных ниже этапа.

- $t < \min(t_{cr}, t_{cR})$. Здесь труба не подвержена коррозии, поэтому скорость коррозии как с внутренней, так и с внешней стороны равна нулю: $v_r = v_R = 0$. Время начала этого этапа — t_0 .
- $\min(t_{cr}, t_{cR}) < t < \max(t_{cr}, t_{cR})$. Стадия, в которой разрушение защитного покрытия произошло только с одной стороны. Имеет место, если $t_{cr} \neq t_{cR}$. Время начала этого этапа и окончания предыдущего: $t_1 = \min(t_{cr}, t_{cR})$. Здесь возможны два подслучая:
 - a. $t_{cr} < t_{cR}$. Труба подвергается коррозии с внутренней стороны: тогда скорость коррозии определяется уравнениями (1), (2)
 - b. $t_{cR} < t_{cr}$. Рассматриваемое изделие находится под воздействием внешней коррозии: здесь скорость определяется уравнениями (3), (4)

Один из радиусов меняется, другой остается постоянным.

- $t > \max(t_{cr}, t_{cR})$. На данной стадии труба начинает подвергаться двустороннему коррозионному растворению. Время начала этого этапа и окончания предыдущего: $t_2 = \max(t_{cr}, t_{cR})$. (В случае, если на предыдущем этапе долговечности пленок равны, то $t_2 = t_1$) Для определения скорости коррозии используются уравнения (1) – (4).

На втором этапе применимы ранее полученные формулы для односторонней коррозии (8), (9), (11), (12). Мы видим, что остается построить решения для последней стадии.

5.2 Решение задачи

Подробнее разберем третий этап. Здесь защитная пленка как с внутренней, так и с внешней поверхности уже разрушена, и труба начинает

подвергаться коррозионному разрушению с двух сторон, другими словами возникает двусторонняя коррозия. Внутренний радиус трубы $r(t)$ возрастает, а внешний радиус $R(t)$ убывает с течением времени t по причине коррозионного растворения. Ёмкость трубы считается заданной в начальный момент времени $t_0 = 0$, т.е. $r(t_0) = r_0$.

Для начала вспомним, что результат для случая двусторонней коррозии без учета пленки был представлен ранее в бакалаврской работе при решении системы взаимосвязанных дифференциальных уравнений, зависящей от двух переменных во времени параметров R и r . Согласно алгоритму, предложенному в работе [31] удалось получить следующие решения:

$$t^* = -\frac{1}{b} \ln \left(1 - b \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{a_r m_R - A_R m_r} \exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b > 0, \quad (13)$$

$$t^* = \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{a_r m_R - A_R m_r} \left(\exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b = 0 \quad (14)$$

При этом:

$$K = \Delta p \int_{\sigma_0}^{\sigma_{st}} \frac{d\sigma}{(m_r \sqrt{p_r + \sigma} + m_R \sqrt{\sigma - p_r + 2p_R}) \sqrt{p_r + \sigma} \sqrt{\sigma - p_r + 2p_R}} \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{\sigma - p_r + 2p_R} ((a_R + m_R \sigma) \sqrt{\sigma - p_r + 2p_R} + (a_r + m_r \sigma) \sqrt{p_r + \sigma})}.$$

Идентичность решений (13) при $b = 0$ и (14) подтверждается аналогично предыдущим случаям.

Далее необходимо обратить внимание на значения t_{cr} и t_{cR} . Ход решения будет зависеть от их соотношения: здесь может наблюдаться несколько случаев.

Случай $t_{cr} = t_{cR}$. Допустим, что пленки с обеих сторон имеют одинаковое время жизни, тогда они одновременно разрушаются, и труба начинает подвергаться двустороннему коррозионному растворению. В таком случае долговечность трубы при двусторонней коррозии увеличивается на время $t_{cr} = t_{cR}$ и тогда:

$$t^* = t_{cr} - \frac{1}{b} \ln \left(1 - b \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{a_r m_R - A_R m_r} \exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b > 0, \quad (15)$$

$$t^* = t_{cr} + \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{a_r m_R - A_R m_r} \left(\exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b = 0 \quad (16)$$

Случай $t_{cr} > t_{cR}$. При таких условиях пленка с внешней стороны разрушается быстрее, чем внутренняя. Соответственно в момент ее разрушения рассматриваемый нами объект начинает подвергаться коррозионной деградации с внешней стороны, и начинается вторая стадия эксплуатации трубы, время окончания которой определяется как t_2 . Внешний радиус трубы $R(t)$ при этом уменьшается вследствие коррозионного растворения, а внутренний $r(t)$ остается постоянным. После разрушения внутренней пленки происходит начало следующей стадии эксплуатации: рассматриваемое изделие подвергается двусторонней коррозии. Таким образом, срок службы трубы можно найти следующим образом:

$$t^* = t_2 + t_3 \quad (17)$$

Здесь, t_3 находится по формулам (13), (14) для $b > 0$ и $b = 0$ соответственно. При этом надо понимать, что R_0 в этой формуле считается неизвестным, так как к моменту начала двусторонней коррозии труба уже постепенно разрушается с внешней стороны.

Способ нахождения R_0 для (13), (14) заключается в следующем: t_2 может быть подставлена в (8), (9) соответственно вместо t^* , так как в течение этого времени происходит односторонняя внешняя коррозия. Найдем из полученного выражения R^* . Это будет начальный внешний радиус для двусторонней коррозии. В работе он найден численно с помощью специальных функций MATLAB. Обозначим его как R_{01} .

В итоге, получаем:

$$t^* = t_{cr} - \frac{1}{b} \ln \left(1 - b \frac{m_R r_0 + m_r R_{01}}{a_r m_R - A_R m_r} \exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b > 0, \quad (18)$$

$$t^* = t_{cr} + \frac{m_R r_0 + m_r R_{01}}{a_r m_R - A_R m_r} \left(\exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b = 0 \quad (19)$$

Случай $t_{cr} < t_{cR}$. В данной ситуации пленка с внутренней стороны разрушается быстрее, чем внешняя. Таким образом, когда она исчезает,

труба начинает разрушаться под действием механохимической коррозии с внутренней стороны. Получается, до растворения внешней пленки внутренний радиус трубы $r(t)$ растёт по причине коррозионной деградации, а внешний $R(t)$ остаётся постоянным. После преодоления второго этапа эксплуатации трубы (время окончания которого t_2) наступает третий — двусторонняя коррозия. Долговечность изделия при этом можно найти следующим образом:

$$t^* = t_2 + t_3 \quad (20)$$

Здесь, t_3 находится по формулам (13), (14) для $b > 0$ и $b = 0$ соответственно. Также как и в предыдущем случае r_0 в этой формуле считается неизвестным, так как к моменту начала двусторонней коррозии внутренний радиус изделия растёт в течение промежутка времени $t_{cR} - t_{cr}$.

Способ нахождения r_0 для (13), (14) аналогичен алгоритму, описанному в предыдущем случае: t_2 может быть подставлена в (11), (12) соответственно вместо t^* , так как в течение этого времени протекает внутренняя коррозионная деградация. Найдём из полученного выражения r^* . Это будет начальный внутренний радиус для двусторонней коррозии. В работе он найден численно с помощью специальных функций MATLAB. Обозначим его как r_{01} .

В итоге, получаем:

$$t^* = t_{cR} - \frac{1}{b} \ln \left(1 - b \frac{m_R r_{01} + m_r R_0}{a_r m_R - A_R m_r} \exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b > 0, \quad (21)$$

$$t^* = t_{cR} + \frac{m_R r_{01} + m_r R_0}{a_r m_R - A_R m_r} \left(\exp(K[a_r m_R - A_R m_r]) - 1 \right) \quad b = 0 \quad (22)$$

Решение первой задачи поиска оптимальных размеров найдено с помощью решений (15) – (22). Для решения второй задачи также как и для случая односторонней коррозии подставляем найденную долговечность t^* в целевые функции и находим минимум.

6 Результаты расчетов

В пакете MATLAB построены различные зависимости, при использовании полученных аналитических результатов для односторонней и двусторонней коррозии. Для всех графиков далее в этой главе использовались следующие данные:

$$a_r = a_R = 0,16 [l_c/t_c],$$

$$m_r = 0,0008 [l_c/(t_c, p_c)],$$

$$m_R = 0,0009 [l_c/(t_c, p_c)],$$

$$p_r = 10 [p_c], p_R = 3 [p_c],$$

$$\sigma_{st} = 300 [p_c],$$

$$r_0 = 90 [l_c].$$

Здесь l_c, t_c, p_c — условные единицы измерения длины, времени и напряжения соответственно.

Сначала рассмотрим пример расчета первой задачи оптимизации. На рис. 1 представлена зависимость между требуемым сроком службы t^* и начальной толщиной h_0 . Здесь штрих-пунктирной линии соответствует $t_{cR} = 0$, точечной $t_{cR} = 50$, красный цвет отвечает за $p_R = 3$, синий за $p_R = 5$.

С помощью данных результатов для каждого требуемого срока службы можно подобрать оптимальную начальную толщину, которая обеспечит безопасную эксплуатацию в течение данного времени и минимальный расход материала.

Также вы видим, что при использовании защитного покрытия срок службы изделия увеличивается, чего и следовало ожидать; при росте внешнего давления (при этом условия максимальности окружного напряжения выполняются) долговечность также увеличивается.

Результаты для первой задачи без учёта защитных покрытий были частично ранее представлены в бакалаврской ВКР, так что наибольший интерес представляет вторая задача: далее будут рассмотрены результаты для нее.

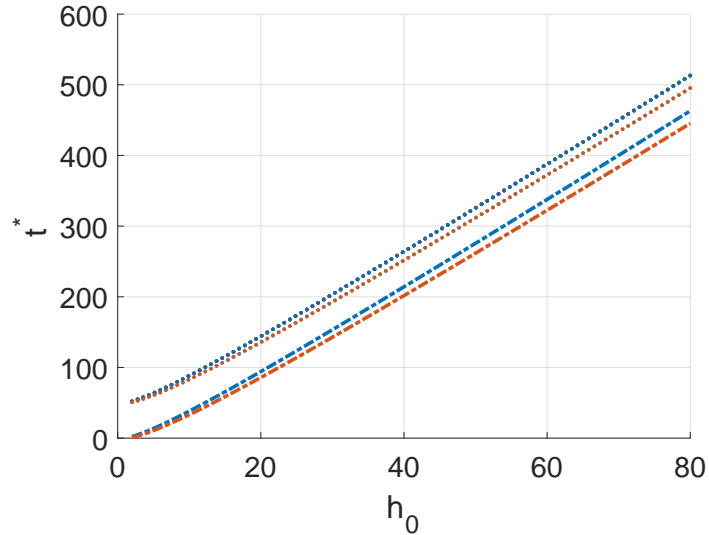


Рис. 1: Зависимость между t^* и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0, p_R = 3$ (красная штрих-пунктирная линия), $t_{cR} = 0, p_R = 5$ (синяя штрих-пунктирная), $t_{cR} = 50, p_R = 3$ (синяя точечная), $t_{cR} = 50, p_R = 5$ (красная точечная)

6.1 Анализ поведения целевой функции F_1

В данном пункте рассмотрим поведение функции F_1 . Нахождение ее минимума позволит определить наиболее оптимальную начальную толщину, при которой возможны минимальные средние металлозатраты в единицу времени службы.

Внешняя коррозия

Рассмотрим зависимость между начальной толщиной h_0 и F_1 (рис. 2), а также между F_1 и долговечностью t^* (рис. 3) для внешней коррозии при нулевом коэффициенте затухания b . Проанализируем влияние пленки на поведение данных зависимостей. На рис. 2, 3 верхняя линия соответствует $t_{cR} = 0$, пунктирная — $t_{cR} = 5$, сплошная — $t_{cR} = 7$, нижняя — $t_{cR} = 15$.

Минимум этих линий указывает на толщину, при которой происходит минимальный расход материала в единицу времени службы, т.е. она, является наиболее оптимальной в рамках постановки задачи. При отсутствии пленки (верхняя линия) видно, что эта толщина ($h_0 = 39,03 [l_c]$ и $t^* = 196.62 [t_c]$) достаточно велика и редко используется на практике.

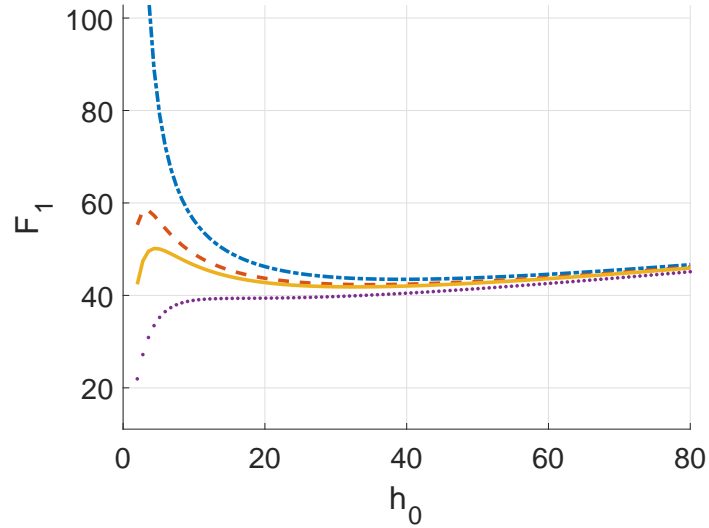


Рис. 2: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cR} = 5$ (пунктирная), $t_{cR} = 7$ (сплошная), $t_{cR} = 15$ (нижняя)

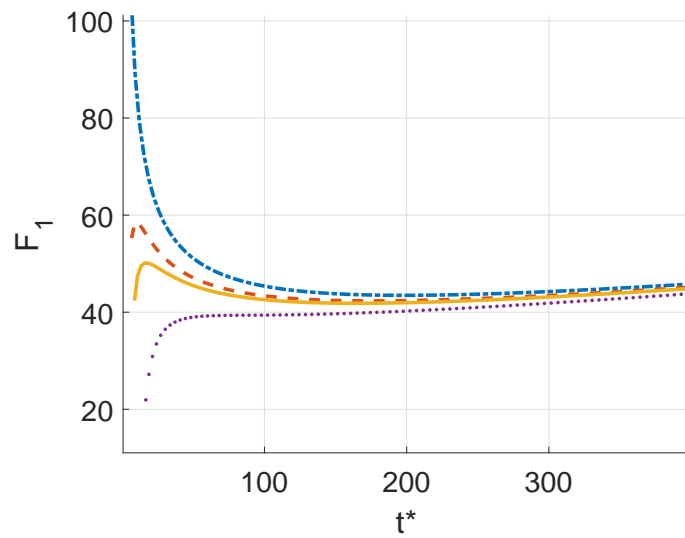


Рис. 3: Зависимость между F_1 и t^* , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cR} = 5$ (пунктирная), $t_{cR} = 7$ (сплошная), $t_{cR} = 15$ (нижняя)

Поэтому если начальные размеры трубы ограничены технологическими требованиями, так что толщина, в которой достигается минимум целевой функции оказывается недостижимой, то в такой ситуации целесообразнее выбирать изделие с максимально возможными начальными размерами. (Под максимально возможными здесь понимаются те, которые можно

произвести в рамках заданных технологических ограничений)

Возрастание функции при больших толщинах и долговечностях (эта тенденция заметна на всех линиях) можно объяснить тем, что при возрастании внешнего радиуса происходит относительное увеличение массы слоев одинаковой толщины (вес нарастает пропорционально R^2).

Для случаев с пленкой могут наблюдаться один или два минимума: в начальной точке кривой и/или уже при большей толщине. Для достаточно небольшого t_{cR} минимум будет один, и толщина, которой он будет соответствовать будет ожидаемо меньше, чем в случае без защитного покрытия. В случае если тонкостенная труба не удовлетворяет требованиям по причине ее короткого времени службы (и необходимости частой замены труб), то нужно, также как и в случае без защитного покрытия, подбирать максимально возможную толщину.

При постепенном увеличении t_{cR} (это, например пунктирная и сплошная линии на рис.2) у линий уже наблюдается два минимума. Первый из них появляется при исчезновении пленки: при ее наличии труба еще не разрушалась, и соответственно это был наиболее оптимальный вариант с точки зрения расхода материала. Вторым минимумом — это вторая возможная оптимальная толщина, при которой средние металлозатраты в единицу времени службы минимальны. Конкуренция этих двух механизмов, которые обусловлены указанными минимумами, объясняет появление максимума.

Более того, когда t_{cR} значительно увеличивается (нижняя линия) — график монотонно растет, а минимум здесь только один, он возникает в самом начале при разрушении пленки. Соответственно при таких t_{cR} выгодно брать минимальную возможную начальную толщину $h_0 = R^* - r_0$ для достижения минимальных средних металлозатрат в единицу времени службы.

Внутренняя коррозия

Если рассмотреть случай для внутренней коррозии, при котором фиксирован внешний радиус, а заданная начальная толщина обеспечивается за счет изменения внутреннего радиуса, то зависимость между целевой

функцией и h_0 , полученная согласно формуле (12) будет выглядеть следующим образом (рис. 4). Здесь линии соответствуют такому же времени жизни пленки, что и на рис. 2.

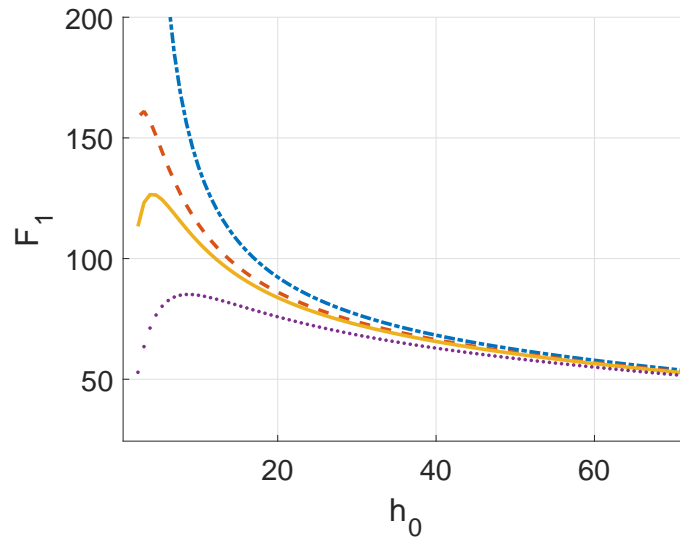


Рис. 4: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внутренней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 5$ (пунктирная), $t_{cr} = 7$ (сплошная), $t_{cr} = 15$ (нижняя)

Мы видим, что поведение указанных зависимостей напоминает случай внешней коррозии за исключением одного момента: при больших толщинах график убывает, а не возрастает. Этот эффект помогает лучше понять возрастание графика при тех же толщинах в случае внешнего коррозионного растворения (рис. 2). Когда мы фиксируем внутренний радиус, а внешний увеличиваем (как в случае внешней коррозии), масса изделия с ростом внешнего радиуса будет нарастать пропорционально R^2 . А если мы фиксируем внешний радиус, а увеличиваем внутренний – то масса будет нарастать меньше – пропорционально квадрату внутреннего. Поэтому наращивание снаружи делает трубу более увесистой, что видно из рассмотренных графиков.

Двусторонняя коррозия

На следующих графиках (рис. 5, 6) верхняя линия соответствует $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$; красная пунктирная – $t_{cr} = 3, t_{cR} = 2$; оранжевая сплошная – $t_{cr} = 5, t_{cR} = 2$; фиолетовая точечная – $t_{cr} = 10, t_{cR} = 5$.

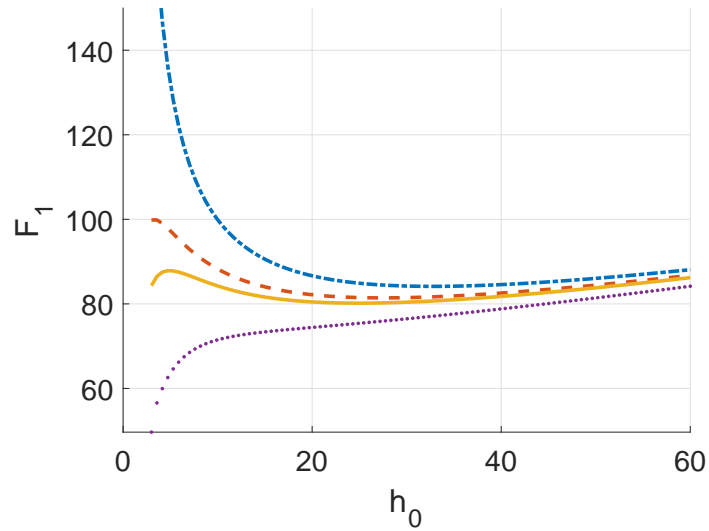


Рис. 5: Зависимость между F_1 и h_0 , случай двусторонней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 3, t_{cR} = 2$ (красная пунктирная), $t_{cr} = 5, t_{cR} = 2$ (оранжевая сплошная), $t_{cr} = 10, t_{cR} = 5$ (фиолетовая точечная)

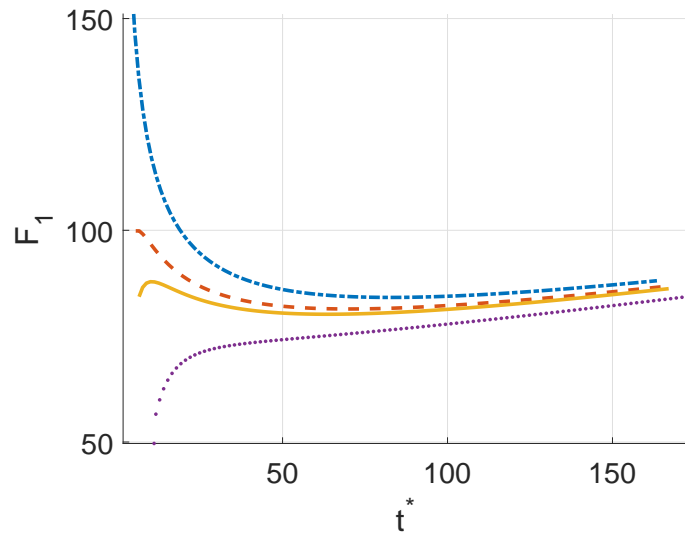


Рис. 6: Зависимость между F_1 и t^* , случай двусторонней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 3, t_{cR} = 2$ (красная пунктирная), $t_{cr} = 5, t_{cR} = 2$ (оранжевая сплошная), $t_{cr} = 10, t_{cR} = 5$ (фиолетовая точечная)

В целом, поведение линий аналогично случаю внешнего коррозионного растворения. Хочется лишь отметить один маленький нюанс: все предыдущие выводы, полученные при анализе внешней коррозии, применимы в

этом случае с той лишь разницей, что надо учитывать суммарную долговечность внутреннего и внешнего покрытия, что вполне очевидно.

Получается, линии зависимостей будут опускаться ниже при увеличении суммарной долговечности пленок. Соответственно значения F_1 в достигаемых минимумах будут уменьшаться. Посмотрим, что будет при одинаковой сумме жизней пленок, но при этом в одном случае $t_{cr} > t_{cR}$, а в другом наоборот $t_{cR} > t_{cr}$. Результаты представлены на рис. 7: здесь верхняя линия соответствует $t_{cr} = 7, t_{cR} = 4$; а нижняя — $t_{cr} = 4, t_{cR} = 7$. То есть, как мы видим, сумма долговечностей одинакова, но при этом они диаметрально противоположны на внутренней и внешней стороне.

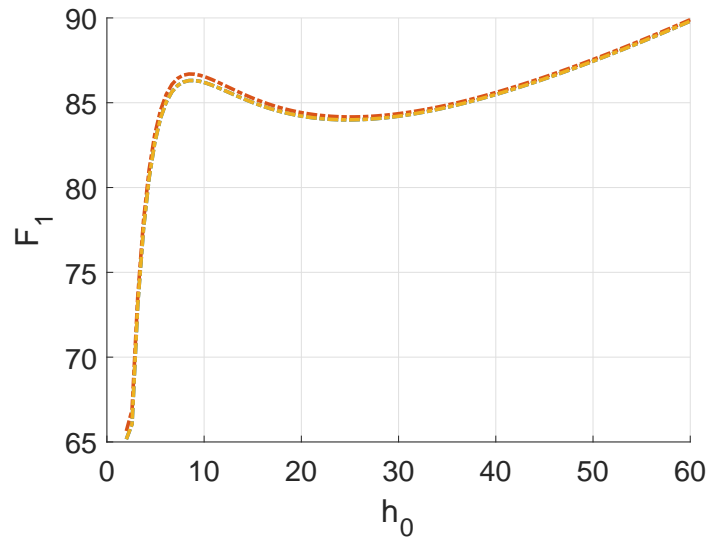


Рис. 7: Зависимость между F_1 и h_0 , случай двусторонней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 7, t_{cR} = 4$ (верхняя линия); $t_{cr} = 4, t_{cR} = 7$ (нижняя линия)

Видно, что хоть сумма долговечностей и одинаковая, но ситуация при $t_{cr} > t_{cR}$ немного более выигрышная, значения функции в минимумах (и первом и втором) здесь меньше, что говорит о том, что в данном случае средние металлозатраты в единицу времени службы будут несколько меньше.

Влияние коэффициента затухания на поведение целевой функции. Оценим влияние затухания коррозии на выбор оптимальной толщины. Построим зависимости между начальной толщиной трубы и F_1 (рис. 8), а также между долговечностью и F_1 (рис. 9). Проанализируем влияние пленки на поведение данной зависимости. На рис. 8, 9 для примера

представлен случай внешнего коррозионного растворения, линии графика соответствуют тому же времени жизни защитных покрытий, что и на рис. 2.

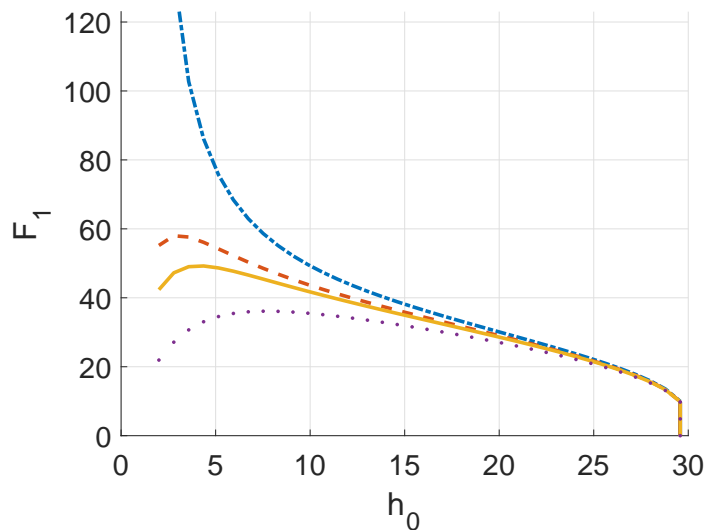


Рис. 8: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внешней коррозии при $b > 0$ для $t_{cr} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 5$ (пунктирная), $t_{cr} = 7$ (сплошная), $t_{cr} = 15$ (нижняя)

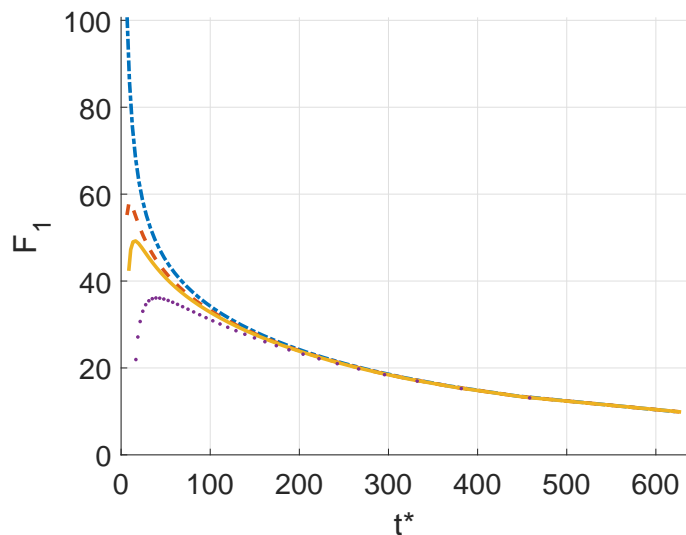


Рис. 9: Зависимость между F_1 и t^* , случай внешней коррозии при $b > 0$ для $t_{cr} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 5$ (пунктирная), $t_{cr} = 7$ (сплошная), $t_{cr} = 15$ (нижняя)

Здесь (рис. 8) можно увидеть, что во всех случаях рассматриваемая нами зависимость стремится к одному и тому же значению начальной тол-

щины $h = h_\infty$, в которой достигается минимум целевой функции. Ранее, в бакалаврской работе мы более подробно рассматривали аспекты, связанные с этим значением.

Вспомним, что данная толщина соответствует значению напряжения σ_∞ , которое достигается на внутренней поверхности при $t^* \rightarrow \infty$. Другими словами коррозия при этом практически полностью затухает, при этом критическое состояние не наступает. Получается, что если $\sigma_\infty > \sigma_{st}$, то предел прочности будет достигнут в конечный момент времени t^* , и долговечность может быть посчитана по выведенным в работе формулам, иначе (при $\sigma_\infty < \sigma_{st}$) коррозия практически полностью затухает, не достигнув σ_{st} — при этом долговечность стремится к бесконечности.

Поэтому все зависимости на рис.8 стремятся к этому значению, так как это наиболее оптимальное положение в рамках постановки задачи, ведь коррозия здесь практически полностью затухает, а значит металлозатраты расходуются самым оптимальным образом.

Кроме того, можно увидеть, что с увеличением времени жизни пленки t_{cR} также как и в случае без затухания могут наблюдаться один и/или два минимума: в начале линии, когда $t^* = t_{cR}$ и в случае, если $h = h_\infty$.

Можно сделать следующие выводы: в отсутствие защитного покрытия (верхняя линия) или при малом t_{cR} , если технические особенности производства не позволяют создать изделие толщиной h_∞ , то выгоднее будет подобрать максимально возможную в данных условиях начальную толщину. При значительном увеличении t_{cR} как наиболее оптимальную толщину можно выбрать минимально возможную (фиолетовая нижняя линия).

В случае внутренней и двусторонней коррозии поведение зависимости имеет схожий вид и следовательно выводы здесь будут аналогичны.

Рассмотрим, как изменения коэффициента затухания влияют на конечный результат. На рис. 10 для примера представлен случай внешней коррозии при наличии защитного покрытия ($t_{cR} = 15$): красной линии соответствует — $b = 0.02$, зеленой — $b = 0.005$, синей — $b = 0.009$.

Видно, что при увеличении коэффициента затухания значение h_∞ уменьшается. Соответственно при увеличении b выбор h_∞ в качестве начальной толщины становится более возможным.

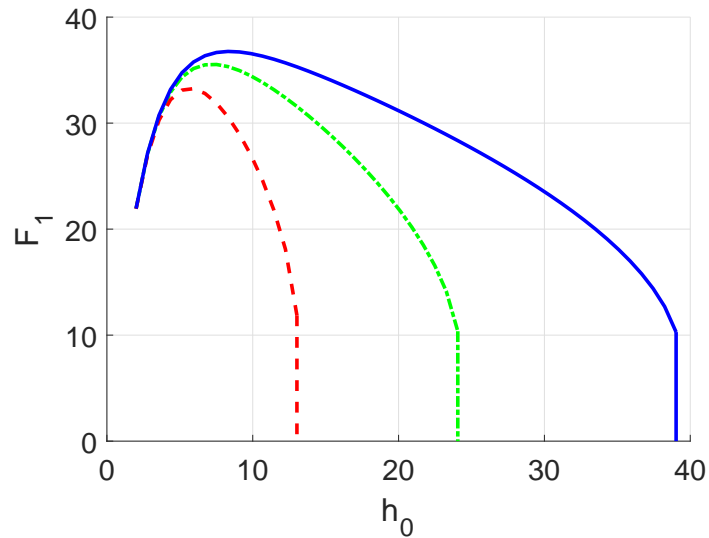


Рис. 10: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внешней коррозии для $b = 0.02$ (красная пунктирная линия), $b = 0.005$ (зеленая штрих-пунктирная), $b = 0.009$ (синяя сплошная)

Исследование влияния внешнего и внутреннего давления на выбор оптимальной толщины. Здесь на примере внешней незатухающей коррозии при $t_{cR} = 5$ проследим влияние давления на выбор оптимальной толщины. На рис. 11 внутреннее давление остается зафиксированным ($p_r = 10$), а внешнее меняется, при этом фиолетовой линии соответствует $p_R = 3$, голубой $p_R = 5$, нижней $p_R = 7$.

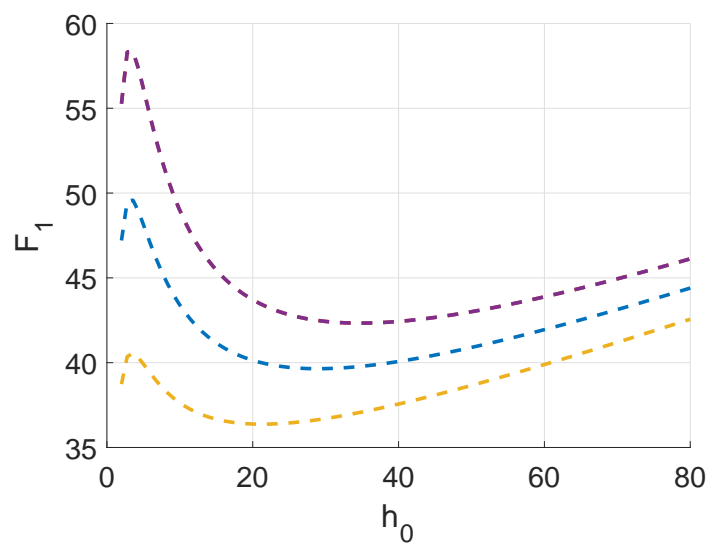


Рис. 11: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $p_R = 3$ (верхняя линия), $p_R = 5$ (голубая линия), $p_R = 7$ (нижняя)

Из рис. 11 можно сделать вывод, что при увеличении внешнего давления при фиксированном внутреннем (условия максимальности окружного напряжения выполняются) значения целевой функции в достигаемых минимумах уменьшаются, при этом оптимальная толщина, в которой достигается второй минимум также уменьшается. В случае для небольшой долговечности пленки или ее отсутствия уменьшаться будет значение начальной толщины в первом и единственном минимуме.

Если же мы зафиксируем внешнее давление ($p_R = 3$) и будем уменьшать внутреннее, то результат будет такой же, как в случае при фиксированном внутреннем и растущем внешнем. Подтвердить это можно с помощью рис. 12: голубой линии здесь соответствует $p_r = 10$, красной $p_r = 7$, нижней $p_r = 5$.

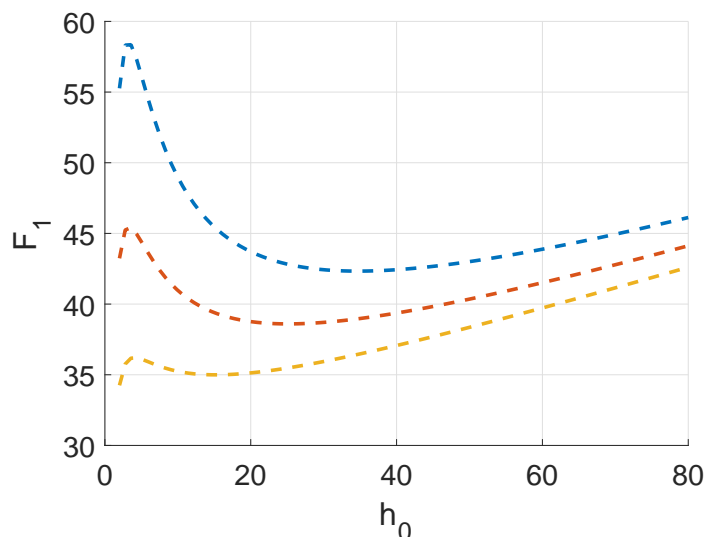


Рис. 12: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $p_r = 10$ (верхняя линия), $p_r = 7$ (красная линия), $p_r = 5$ (нижняя)

Можно сделать вывод, что при уменьшении абсолютной разности внутреннего и внешнего давлений средние металлозатраты в единицу времени службы будут снижаться. Данный вывод будет справедлив и для других рассмотренных в работе случаев.

Влияние постоянного предела прочности на выбор оптимальной толщины. На (рис. 13) представлена зависимость между F_1 и h_0 , при этом точечная линия соответствует $t_{cR} = 5$, штрих-пунктирная $t_{cR} = 0$, красный цвет отвечает за $\sigma_{st} = 500$, синий — за $\sigma_{st} = 390$.

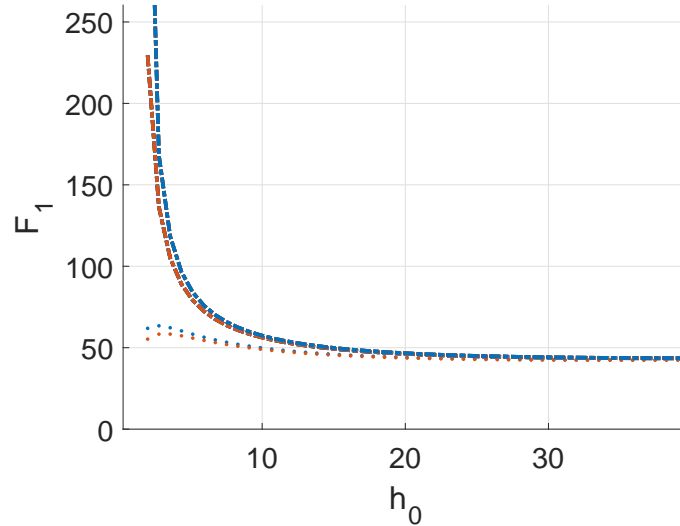


Рис. 13: Зависимость между F_1 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0, \sigma_{st} = 500$ (красная штрих-пунктирная линия); $t_{cR} = 0, \sigma_{st} = 390$ (синяя штрих-пунктирная линия); $t_{cR} = 5, \sigma_{st} = 500$ (красная точечная); $t_{cR} = 5, \sigma_{st} = 390$ (синяя точечная)

Из рис 13 видно, что при увеличении предела прочности особенно при малых начальных толщинах значения целевой функции, а значит и средние металлозатраты в единицу времени службы уменьшаются, при росте начальной толщины эта разница не так заметна. Эти результаты и выводы справедливы также и для остальных рассмотренных в данной работе случаев: внутренней и двусторонней коррозии.

6.2 Анализ поведения целевой функции F_2

Нахождение минимума данной функции может помочь выявить толщину, при которой средние металлозатраты в единицу времени службы, учитывая иные расходы на трубу (например, производство и установку) минимальны. Вспомним, что $F_2 = \frac{R_0^2 - r_0^2}{t^*} + k \frac{R_c^2 - r_0^2}{t^*}$ — кусочная функция. Это означает, что при расчетах учитывается толщина изделия, а значит и технология и стоимость производства для данного конкретного случая. Поэтому для тонких труб, т.е. на начальном интервале использовалось R_{c1} и $k = 0.5$, на среднем интервале — R_{c2} и $k = 0.6$, на конечном интервале т.е. для очень широких труб — R_{c3} и $k = 0.7$.

Внешняя коррозия

Построим зависимости между начальной толщиной трубы h_0 и F_2 (рис. 14), а также между долговечностью t^* и F_2 (рис. 15) при $b = 0$. На рис. (14, 15) верхняя линия соответствует $t_{cR} = 0$, пунктирная — $t_{cR} = 10$, сплошная — $t_{cR} = 15$, нижняя — $t_{cR} = 30$

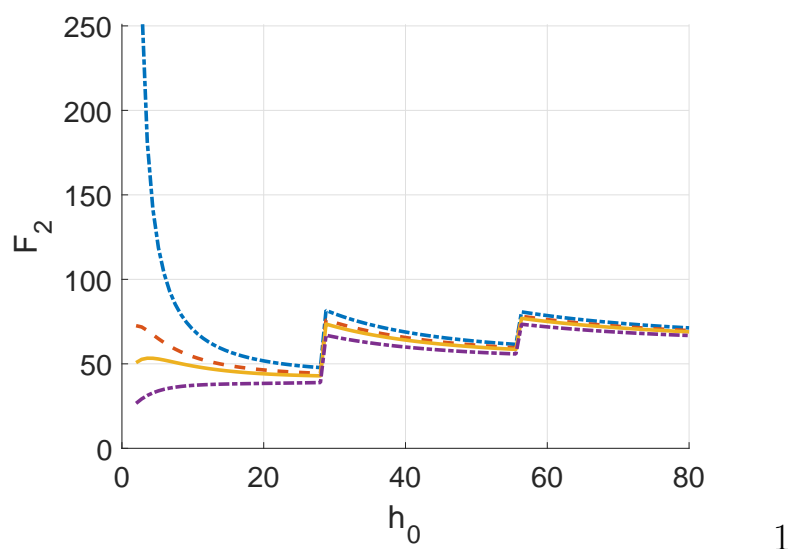


Рис. 14: Зависимость между F_2 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cR} = 10$ (пунктирная), $t_{cR} = 15$ (сплошная), $t_{cR} = 30$ (нижняя)

Здесь (рис. 14, 15) как раз представлен яркий пример того, как стоимость изготовления труб меняется в связи с усложнением технологии производства. При увеличении их начальной толщины технология производства ожидаемо меняется, сам процесс становится более затратным, что, конечно, отражается на графике в виде резкого скачка функции.

Мы видим, что без защитного покрытия или в случае его малой долговечности (верхняя и пунктирная линии) оптимальнее всего, в рамках постановки задачи, будет выбрать максимально возможную толщину среди тонких труб (начальный интервал на оси абсцисс, для которого подобран в нашем случае R_{c1} и $k = 0.5$). Если же технология производства позволяет, то можно подобрать трубу средней толщины, в которой достигается минимум функции. Это будет эквивалентно использованию нескольких тонких труб с их более частой заменой.

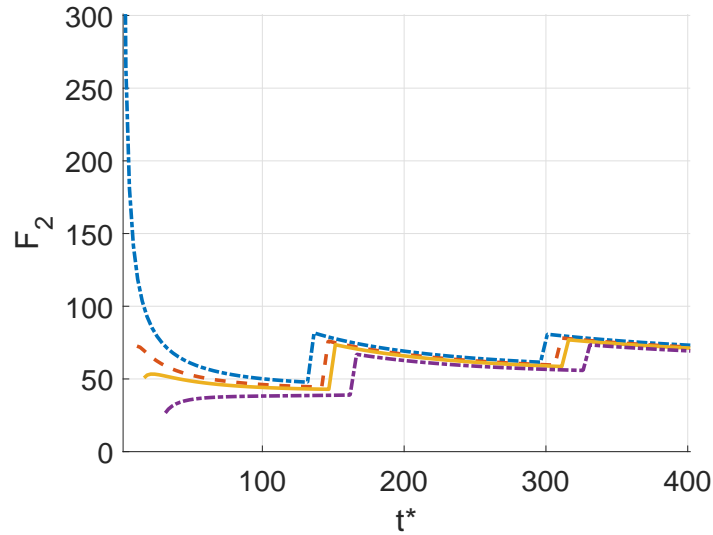


Рис. 15: Зависимость между F_2 и t^* , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cR} = 10$ (пунктирная), $t_{cR} = 15$ (сплошная), $t_{cR} = 30$ (нижняя)

Также как и при изучении средних металлозатрат в единицу времени службы здесь можно заметить, что при постепенном увеличении значения t_{cR} (сплошная линия) у графика при небольших толщинах наблюдается два минимума: в начале кривой и уже при большей толщине.

В случае достаточно большой долговечности пленки (нижняя линия) целесообразно подобрать минимально допустимую начальную толщину для минимизации средних металлозатрат в единицу времени службы с учетом иных расходов, таких как стоимость пленки, производства и установки оборудования.

При сравнении полученных сейчас результатов с выкладками, выявленными при анализе F_1 (Рис. 2), то есть только средних металлозатрат, отметим некоторые интересные особенности. Например, при исследовании F_1 уже для $t_{cR} = 15$ выгоднее было выбрать трубу с минимально возможной толщиной. Здесь же, при учете расходов на изготовление, установку и пленку можно увидеть, что при том же $t_{cR} = 15$ лучше подобрать тонкую трубу с максимально возможной толщиной. Чуть подробнее этот вопрос будет рассмотрен в следующем пункте, сейчас лишь отметим, что анализ этих двух функций помогает рассмотреть ситуацию с разных сторон.

Внутренняя коррозия

Также интересно поведение зависимостей при наращивании внутреннего радиуса. Результаты представлены ниже на рис.16. Здесь верхней линией соответствует $t_{cr} = 0$, пунктирной — $t_{cr} = 10$, сплошной — $t_{cr} = 50$, нижней — $t_{cr} = 100$.

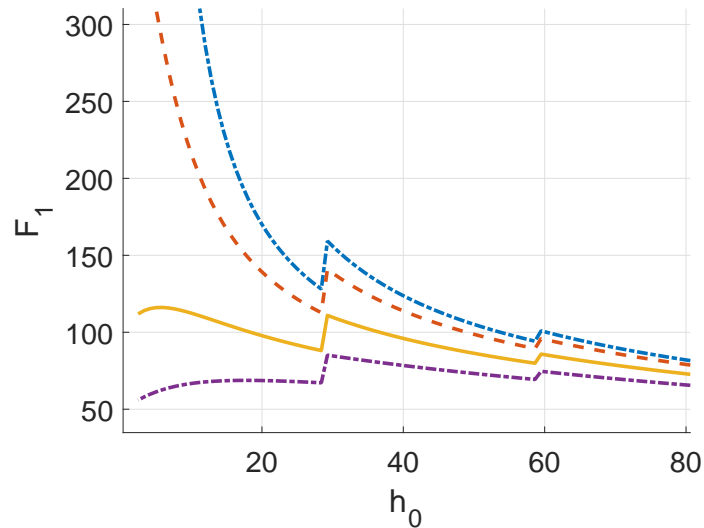


Рис. 16: Зависимость между F_2 и h_0 , случай внутренней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 10$ (пунктирная), $t_{cr} = 50$ (сплошная), $t_{cr} = 100$ (нижняя)

Заметно, что линии (рис. 16) также, как и в случае для средних металлозатрат при увеличении начальной толщины стремятся вниз, причина чего была объяснена ранее.

Двусторонняя коррозия

Теперь проверим результаты для двустороннего коррозионного растворения (рис. 17, 18). Здесь верхней линии соответствует $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$, пунктирной — $t_{cr} = 6, t_{cR} = 4$, сплошной — $t_{cr} = 10, t_{cR} = 10$, нижней — $t_{cr} = 20, t_{cR} = 20$.

На рис. 17, 18 можно увидеть, что в целом выводы для внешней коррозии применимы также и для двусторонней, при этом должно учитываться суммарное время жизни пленок, а не только внешней, что вполне логично. Также хочется отметить, что в случае двусторонней коррозии мини-

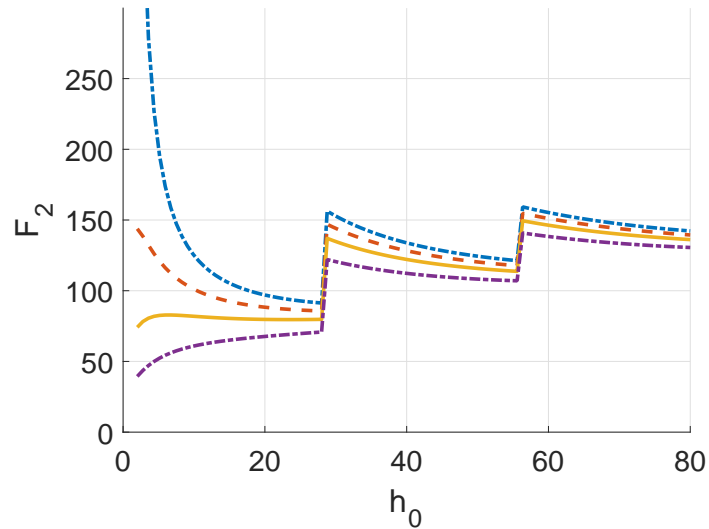


Рис. 17: Зависимость между F_2 и h_0 , случай двусторонней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 6, t_{cR} = 4$ (красная пунктирная), $t_{cr} = 10, t_{cR} = 10$ (рыжая сплошная), $t_{cr} = 20, t_{cR} = 20$ (фиолетовая точечная)

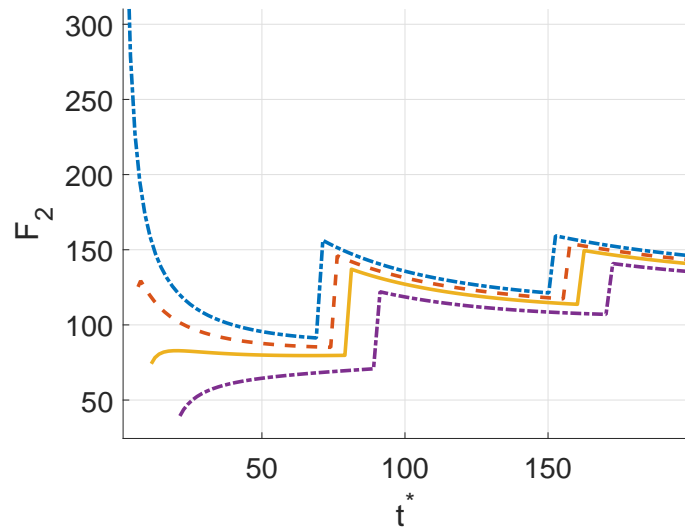


Рис. 18: Зависимость между F_2 и t^* , случай двусторонней коррозии при $b = 0$ для $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cr} = 6, t_{cR} = 4$ (красная пунктирная), $t_{cr} = 10, t_{cR} = 10$ (рыжая сплошная), $t_{cr} = 20, t_{cR} = 20$ (фиолетовая точечная)

мумы, появляющиеся при смене технологии производства и соответственно стоимости, более ярко выражены, поэтому в случае двустороннего коррозионного растворения брать широкие трубы становится еще более невыгодно

с точки зрения средних расходов в единицу времени службы, чем в случае внешней коррозии.

Влияние коэффициента затухания на выбор оптимальной толщины. Построим такие же зависимости для случая затухающей коррозии. На рис. 19, 20 рассмотрен случай внешней коррозии, при этом верхняя линия соответствует $t_{cR} = 0$, пунктирная — $t_{cR} = 10$, сплошная — $t_{cR} = 15$, нижняя — $t_{cR} = 30$.

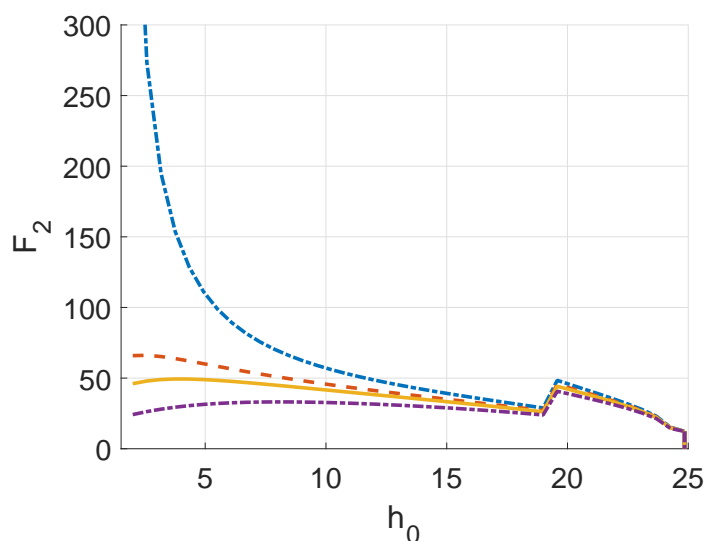


Рис. 19: Зависимость между F_2 и h_0 , случай внешней коррозии при $b > 0$ для $t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cR} = 10$ (пунктирная), $t_{cR} = 15$ (сплошная), $t_{cR} = 30$ (нижняя)

На рис. 19, 20 также можно увидеть разность в стоимости для разной толщины труб, что зависит, как было сказано выше, от технологии производства. Минимум при $h_0 = 18.9$ указывает на переход к другим, более затратным, техникам создания изделия с большей начальной толщиной. Здесь, также как и во всех приведенных примерах с затухающей коррозией, все линии графика стремятся к значению h_∞ , при котором коррозия практически полностью затухает, а срок службы устремляется в бесконечность. Поэтому второй скачок функции F_2 для широких труб не успевают возникнуть, как это было при незатухающей коррозии.

Видно, что в случае без плёнки или же при малом времени ее жизни (верхняя и пунктирная линии) лучше всего подбирать изделие с максимально возможной толщиной на начальном интервале, или h_∞ , если это

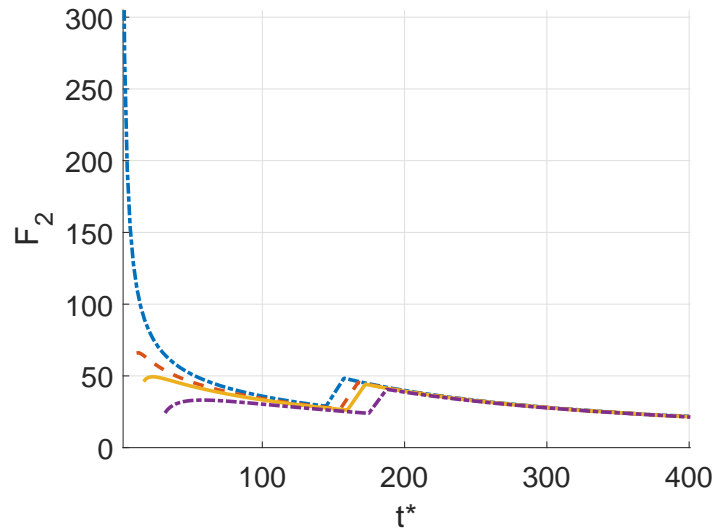


Рис. 20: Зависимость между F_2 и t^* , случай внешней коррозии при $b > 0$ для $t_{cR} = 0$ (верхняя линия), $t_{cR} = 10$ (пунктирная), $t_{cR} = 15$ (сплошная), $t_{cR} = 30$ (нижняя)

позволяет технология производства. А при большем увеличении t_{cR} уже выгоднее взять минимальную допустимую начальную толщину.

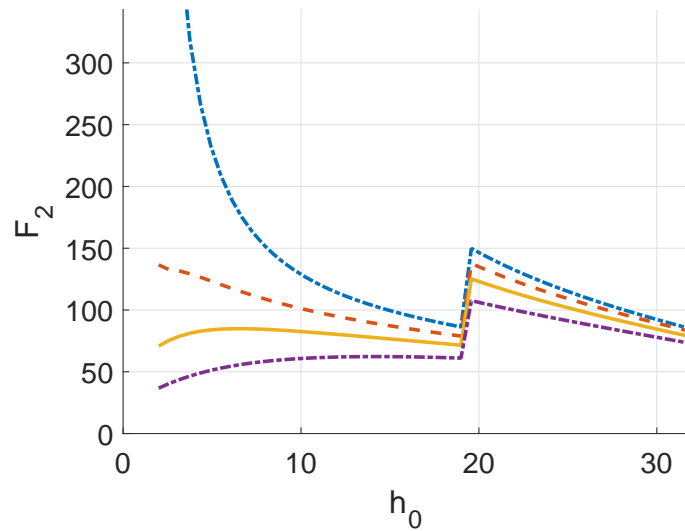


Рис. 21: Зависимость между F_2 и h_0 , случай двусторонней коррозии при $b > 0$ для $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$ (верхняя линия); $t_{cr} = 6, t_{cR} = 4$ (красная пунктирная); $t_{cr} = 10, t_{cR} = 10$ (оранжевая сплошная); $t_{cr} = 20, t_{cR} = 20$ (фиолетовая точечная)

Результаты для внутренней и двусторонней коррозии схожи с представленными выше результатами и выводы для этих случаев можно сде-

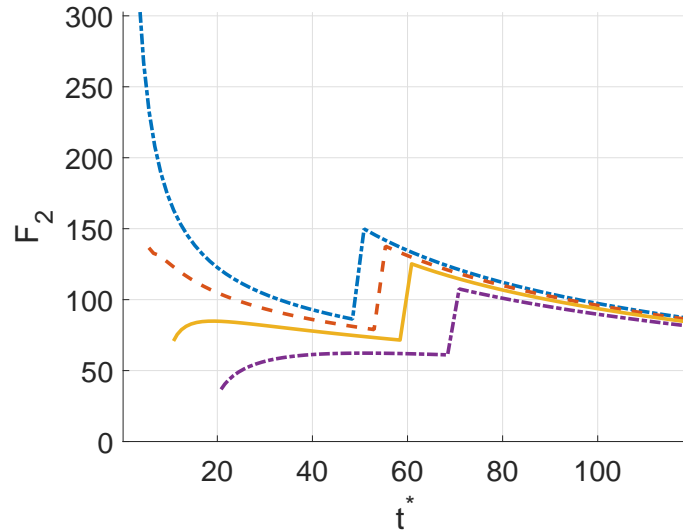


Рис. 22: Зависимость между F_2 и t^* , случай двусторонней коррозии при $b > 0$ для $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$ (верхняя линия); $t_{cr} = 6, t_{cR} = 4$ (красная пунктирная); $t_{cr} = 10, t_{cR} = 10$ (оранжевая сплошная); $t_{cr} = 20, t_{cR} = 20$ (фиолетовая точечная)

лать аналогичные. В качестве подтверждающего примера приведем случай с двусторонним коррозионным растворением (рис. 21, 22): верхняя линия соответствует $t_{cr} = 0, t_{cR} = 0$; красная пунктирная — $t_{cr} = 6, t_{cR} = 4$; оранжевая сплошная — $t_{cr} = 10, t_{cR} = 10$; фиолетовая точечная — $t_{cr} = 20, t_{cR} = 20$.

Здесь также при увеличении коэффициента затухания значение h_∞ уменьшается.

Влияние внешнего и внутреннего давления на выбор оптимальной начальной толщины. На примере внешней незатухающей коррозии при $t_{cR} = 0$ проследим влияние давления на выбор оптимальной толщины. На рис. 23 внутреннее давление остается зафиксированным, а внешнее меняется, при этом верхней линии соответствует $p_R = 3$, красной $p_R = 5$, нижней $p_R = 7$.

Из рис. 23 можно сделать вывод, что при увеличении внешнего давления при фиксированном внутреннем (при этом условия максимальности окружного напряжения сохраняются) значения целевой функции, как в случае и с F_1 , в достигаемых минимумах уменьшаются, что говорит о меньших металлозатратах в единицу времени службы с учетом некоторых

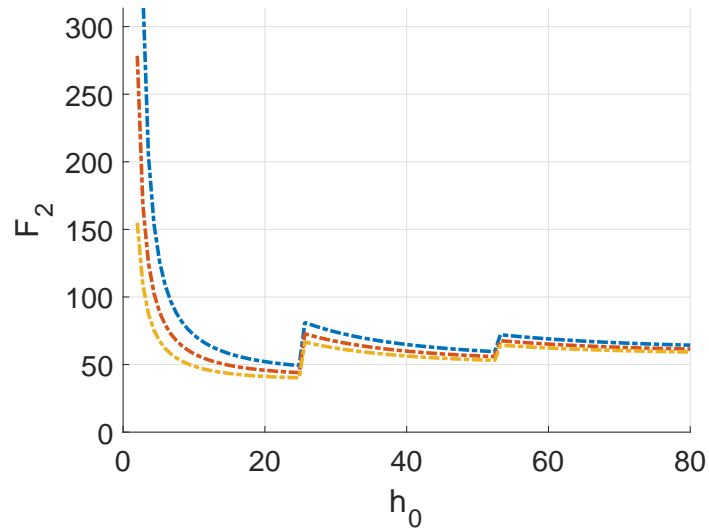


Рис. 23: Зависимость между F_2 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $p_R = 3$ (верхняя линия), $p_R = 5$ (красная линия), $p_R = 7$ (нижняя)

иных расходов на стоимость производства и установки при тех же начальных размерах. Особенно эта разница заметна при малых начальных толщинах. При фиксировании внешнего давления и уменьшении внутреннего ситуация аналогична. Соответственно выводы для F_1 здесь будут справедливы.

Влияние постоянного предела прочности на выбор оптимальных начальных размеров. Ниже (рис. 24) представлена зависимость между F_2 и h_0 , при этом точечная линия соответствует $t_{cR} = 10$, штрихпунктирная $t_{cR} = 0$, красный цвет отвечает за $\sigma_{st} = 500$, синий — за $\sigma_{st} = 390$.

Из рис 24 видно, что при увеличении предела прочности особенно при малых начальных толщинах средние металлозатраты в единицу времени службы с учетом затрат на стоимость производства и установки изделия уменьшаются, при увеличении же начальной толщины эта разница не так заметна.

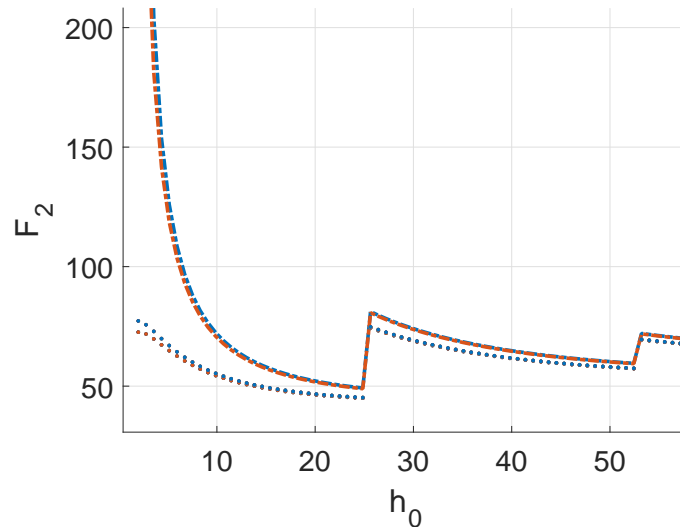


Рис. 24: Зависимость между F_2 и h_0 , случай внешней коррозии при $b = 0$ для $t_{cR} = 0, \sigma_{st} = 500$ (красная штрих-пунктирная линия); $t_{cR} = 0, \sigma_{st} = 390$ (синяя штрих-пунктирная линия); $t_{cR} = 10, \sigma_{st} = 500$ (красная точечная); $t_{cR} = 10, \sigma_{st} = 390$ (синяя точечная)

Общие выводы по пунктам 6.1, 6.2

Рассмотрим, какие выводы можно сделать, опираясь на анализ обеих целевых функций. Если соединить зависимости между введенными целевыми функциями и начальной толщиной на одном графике при одном и том же значении $t_{cr} = 15$, то можно увидеть следующий результат (рис. 25). Здесь верхняя линия соответствует зависимости с F_2 , нижняя — F_1 .

Видно, что при одном и том же значении времени жизни пленки рассмотренные нами зависимости ведут себя по-разному. Следовательно оптимальная толщина подбирается в зависимости от поставленных целей: если нам важны минимальные материалозатраты, то при таком значении t_{cR} выгоднее будет взять несколько труб малой толщины, чем одну более толстую. Если же для нас важнее также учесть и материальные затраты на изготовление и установку, а именно минимизировать их, то выгоднее брать изделие с максимально возможной толщиной в конкретном диапазоне ее изменения, соответствующем определенной технологии изготовления (в данном случае там достигается второй минимум). Кроме того, можно сразу попробовать учесть значения обеих целевых функций и подобрать такую оптимальную толщину, при которой обе функции будут наиболее близки к

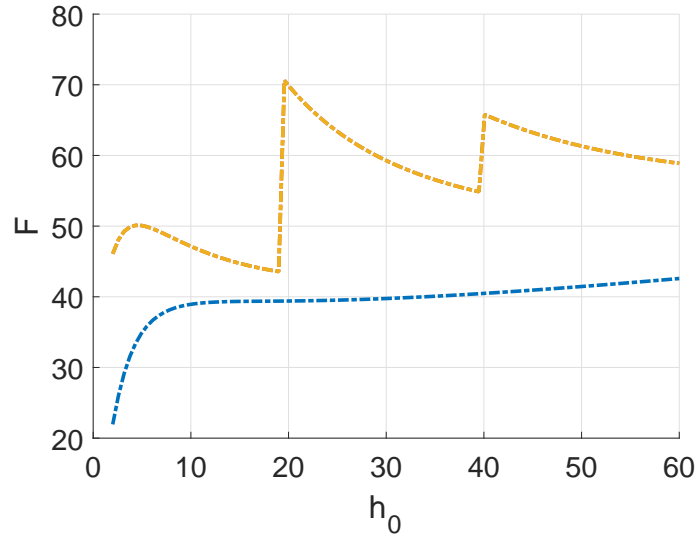


Рис. 25: Зависимость между F и h_0 , верхняя линия соответствует зависимости с F_2 , нижняя — F_1

минимуму.

В этом параграфе также обратим внимание на один момент, касаемый обеих целевых функций. Если вспомнить, как выглядят зависимости между целевыми функциями и долговечностью (например, рис. 3 или 15), то можно заметить, что по оси абсцисс график начинается не с нуля, а с разных значений в зависимости от времени жизни пленки, что логично, потому что долговечность рассматриваемого нами изделия не может быть меньше, чем срок службы защитного покрытия. Поэтому для разной долговечности пленки график начинается по-разному — после ее разрушения, в момент когда уже начинается разрушаться сама труба. Но в данной ситуации возникает вопрос: как ведут себя целевые функции в том случае, если требуемая долговечность может быть меньше времени жизни пленки? В таком случае функции будут рассчитываться следующим образом:

$$F_1 = \frac{R_0^2 - r_0^2}{t^*},$$

$$F_2 = \frac{R_0^2 - r_0^2}{t^*} + k \frac{R_c^2 - r_0^2}{t^*}.$$

На этом промежутке ($t^* < t_c$) график будет убывать (за t_c примем здесь время жизни пленки с внешней или с внутренней стороны). Это может быть подтверждено зависимостью между F_1 и h_0 (рис. 26), и таким же графиком

для F_2 (рис. 27). Здесь на обычную уже построенную нами зависимость между F_1 и h_0 (рис. 3), а также F_2 и h_0 (рис. 15) накладывается её поведение при $t^* < t_c$ (чёрная линия) согласно полученным абзацем выше формулам для F_1 и F_2 .

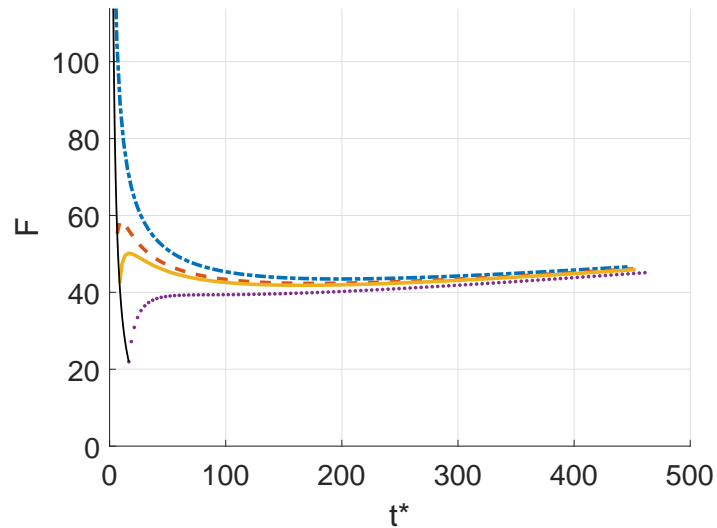


Рис. 26: Зависимость между F_1 и h_0 , черная часть линии соответствует зависимости при $t^* < t_c$

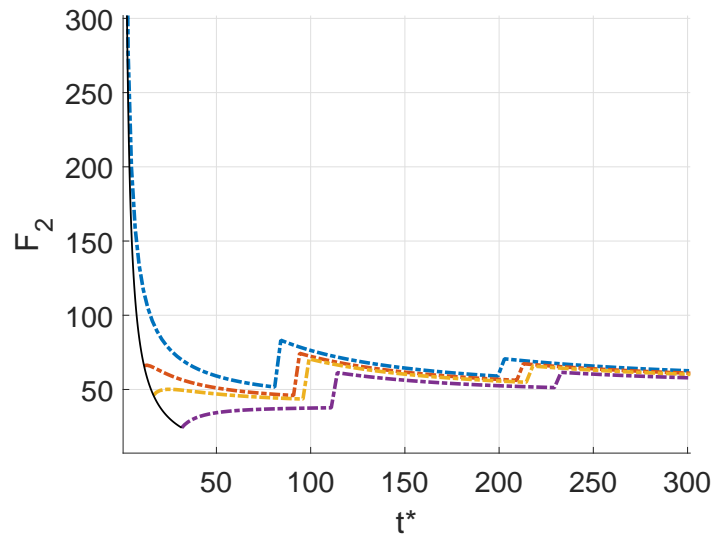


Рис. 27: Зависимость между F_2 и h_0 , черная часть линии соответствует зависимости при $t^* < t_c$

Мы видим, что в обоих случаях график убывает. Если мы возьмем рассматриваемое время $t^* < t_c$ при уже выбранной пленке, то это будет

невыгодно, ведь уже есть пленка, которая определенный промежуток времени защищает трубу, не давая ей подвергнуться коррозионному растворению.

6.3 Снижение прочности в процессе эксплуатации

Ранее мы рассматривали случаи, когда максимальное допустимое напряжение σ_{st} было постоянно в процессе коррозионного растворения рассматриваемого нами изделия. Но может возникнуть такая ситуация, при которой σ_{st} будет линейно убывать с течением времени t : $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$, где a — скорость убывания предела прочности, σ_0^* — его начальное значение. Данный случай описывает одно из возможных проявлений коррозии: под коррозионным воздействием происходит деградация свойств материала, и снижение прочности в процессе эксплуатации является ярким примером этого. Этот эффект также необходимо учитывать при расчете затрат. Как в таком случае изменится долговечность изделия и как ее найти?

Найдем долговечность при убывающем σ_{st} и сравним ее со сроком службы при постоянном пределе прочности. Поиск новой долговечности будет производиться графически (рис. 28). Построим график зависимости напряжений на внутренней поверхности от времени, а также проведем линию, соответствующую линейно убывающему пределу прочности. Напомним, что труба разрушается в момент, когда напряжение на внутренней поверхности достигает значения предела прочности в момент t^* . Соответственно точка пересечения указанных линий будет определять новый срок службы конструкции. Конкретно на рис. 28 линия, соответствующая линейно убывающему пределу прочности — зеленая сплошная, все остальные это зависимости напряжений на внутренней поверхности σ от времени, причем синяя линия соответствует $h_0 = 5$, красная — $h_0 = 15$, оранжевая — $h_0 = 25$, фиолетовая — $h_0 = 35$. Черной линией отмечен постоянный предел прочности при достижении которого, труба разрушалась, в случае, когда он не убывал.

Таким образом, можно определить срок службы трубы при убывающем пределе прочности для каждой конкретно взятой толщины. Получен-

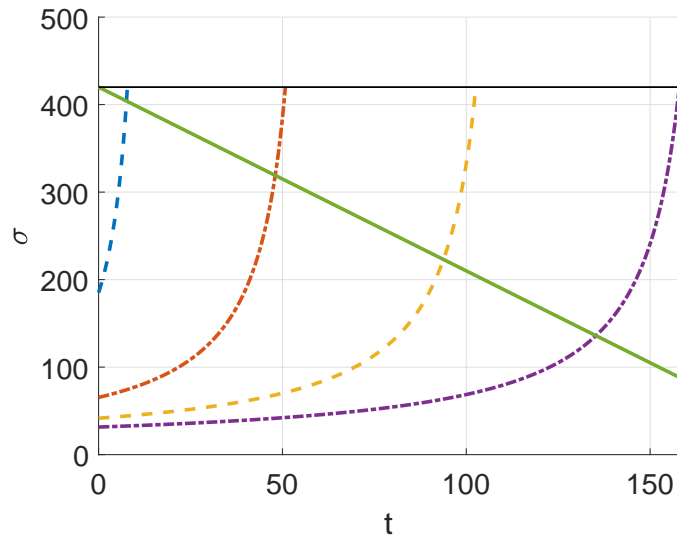


Рис. 28: Зависимость между σ и t для $h_0 = 5$ (синяя линия), $h_0 = 15$ (красная), $h_0 = 25$ (оранжевая), $h_0 = 35$ (фиолетовая)

ные результаты для долговечности представлены на рис. 29. Это случай односторонней коррозии, здесь верхняя линия соответствует $\sigma = \text{const}$, нижняя — $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$.

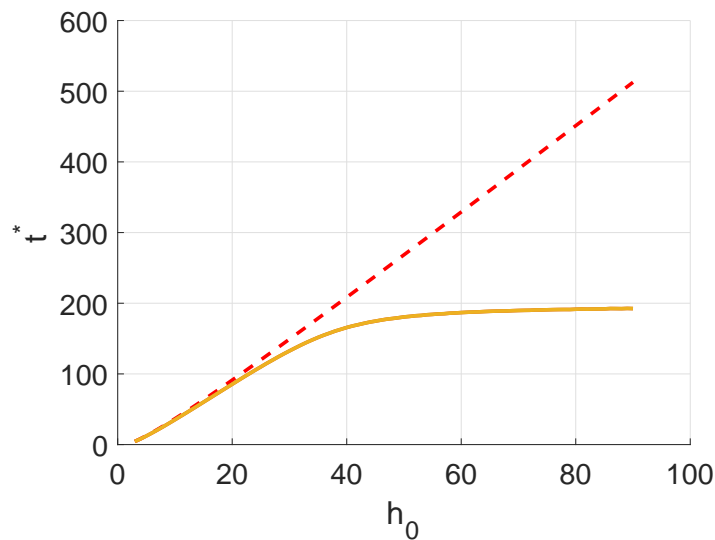


Рис. 29: Зависимость между h_0 и t^* для $\sigma = \text{const}$ (верхняя линия), $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (нижняя)

Можно проследить, что при линейном уменьшении предела прочности долговечность изделия уменьшается, что также подтверждается с помощью рис. 28. Но более того, видно, что при больших толщинах трубы зависимость между долговечностью и начальной толщиной стремится к го-

горизонтальной асимптоте. Эту интересную особенность легко объяснить: на рис. 28 видно, что зеленая сплошная линия, соответствующая $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$, достигает нуля на определенном промежутке времени. Мы знаем, что такое на практике наблюдается очень редко. Поэтому при больших толщинах долговечность изделия стремится к указанному промежутку времени, но достичь его не может, в связи с чем и появляется указанная горизонтальная асимптота. Тут следует отметить, что в реальной жизни трубы такой большой толщины (как на рис. 29) не используются. На данном графике же они рассматриваются для того, чтобы внимательнее изучить рассмотренную выше особенность.

При двусторонней коррозии результаты будут аналогичны (рис. 30).

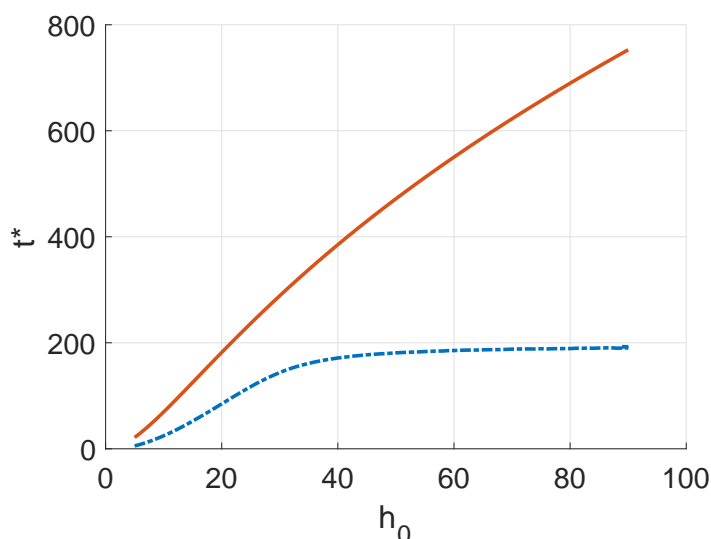


Рис. 30: Зависимость между h_0 и t^* для $\sigma = \text{const}$ (верхняя линия), $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (нижняя)

Таким образом, на рис. 29, 30 продемонстрированы результаты для первой оптимизационной задачи для случаев с убывающим и постоянным пределом прочности.

Оценим роль коэффициента m_R , учитывающего влияние напряжений на срок службы изделия. На следующем рис. 31 представлен случай внешней коррозии, рассмотрено три случая: верхняя линия — $m_R = 0.0008$, средняя линия $m_R = 0.0004$, нижняя — $m_R = 0$

Видно, что при уменьшении влияния напряжений на долговечность изделия срок службы увеличивается, что вполне ожидаемо. Можно также

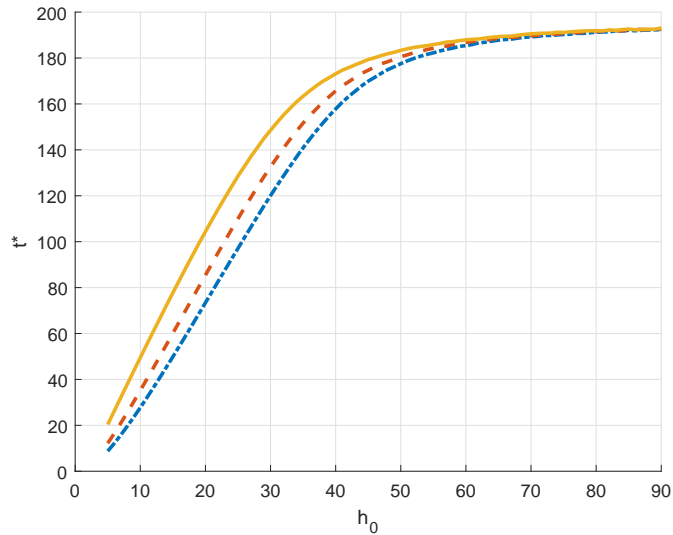


Рис. 31: Зависимость между h_0 и t^* для $m_R = 0.0008$ (верхняя линия), $m_R = 0.0004$ (средняя линия), $m_R = 0$ (нижняя)

рассмотреть аналогичную зависимость, учитывая и срок службы при постоянном пределе прочности (рис. 32). Здесь сплошная линия соответствует постоянному пределу прочности, а пунктирная — убывающему. Зеленые кривые соответствуют — $m_R = 0.0008$, синие — $m_R = 0.0004$.

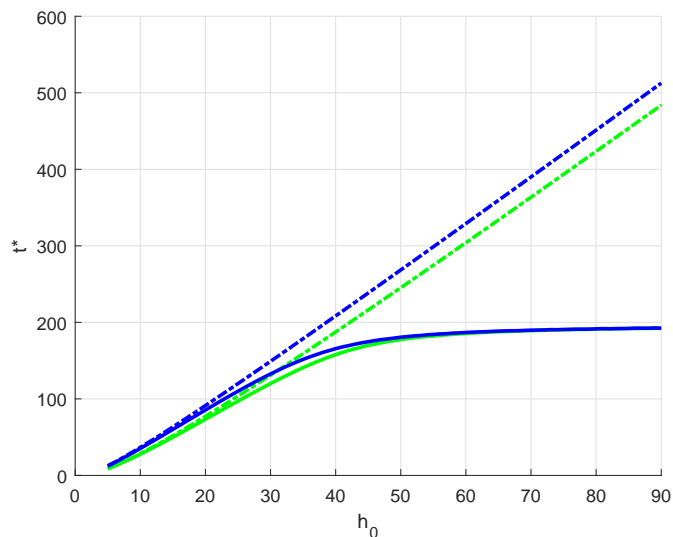


Рис. 32: Зависимость между h_0 и t^* для $m_R = 0.0008, \sigma = \text{const}$ (зеленая пунктирная линия), $m_R = 0.0008, \sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (зеленая сплошная), $m_R = 0.0004, \sigma = \text{const}$ (синяя пунктирная), $m_R = 0.0004, \sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (синяя сплошная).

Эти результаты подтверждают все предыдущие: при увеличении m_R

срок службы трубы уменьшается, как в случае убывающего, так и постоянного предела прочности.

Вторая задача оптимизации

Теперь же достаточно интересно посмотреть, как снижение прочности в процессе эксплуатации может повлиять на решение второй задачи оптимизации, в сравнении с ситуацией когда предел прочности остается постоянным. Ниже представлена зависимость между целевой функцией F_1 и начальной толщиной h_0 (рис. 33), а также между F_1 и долговечностью (рис. 34). Сплошная линия соответствует $\sigma = \text{const}$, а пунктирная — $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$. Здесь для примера проанализирован случай внешней незащитающей коррозии без использования защитного покрытия.

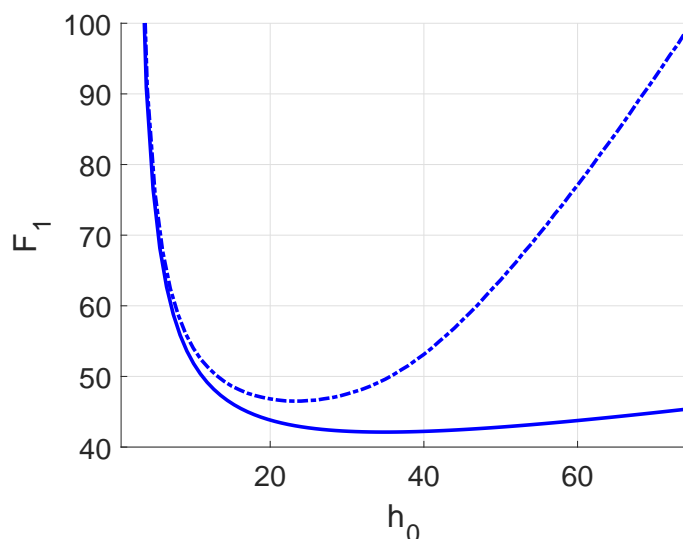


Рис. 33: Зависимость между h_0 и F_1 для $\sigma = \text{const}$ (сплошная линия), $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (пунктирная)

Из рис. 33, 34 видно, что при больших толщинах в случае при убывающем пределе прочности график растет с большей скоростью, чего и следовало ожидать. Более того, оптимальная толщина в таком случае становится меньше, чем при постоянном пределе прочности.

Теперь проследим влияние защитного покрытия в данном случае (рис. 35). Синий цвет отвечает за ситуацию при убывающем пределе прочности, красный — за постоянный. Точечная линия — $t_{cR} = 15$, пунктирная — $t_{cR} = 8$.

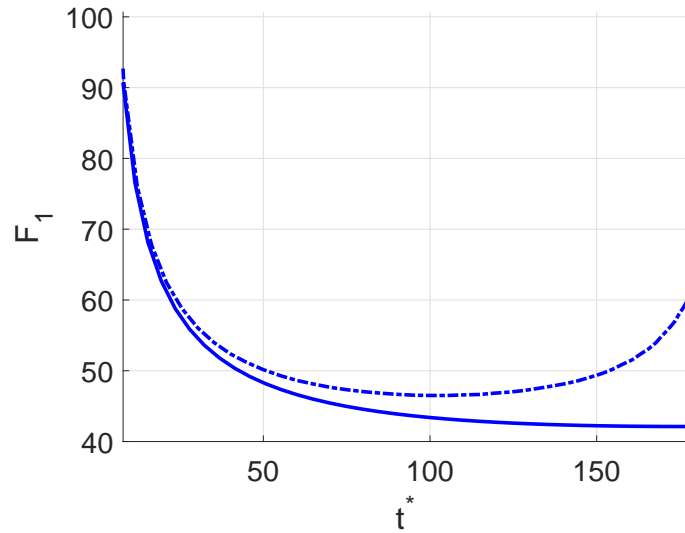


Рис. 34: Зависимость между t^* и F_1 , для $\sigma = \text{const}$ (сплошная линия), $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (пунктирная)

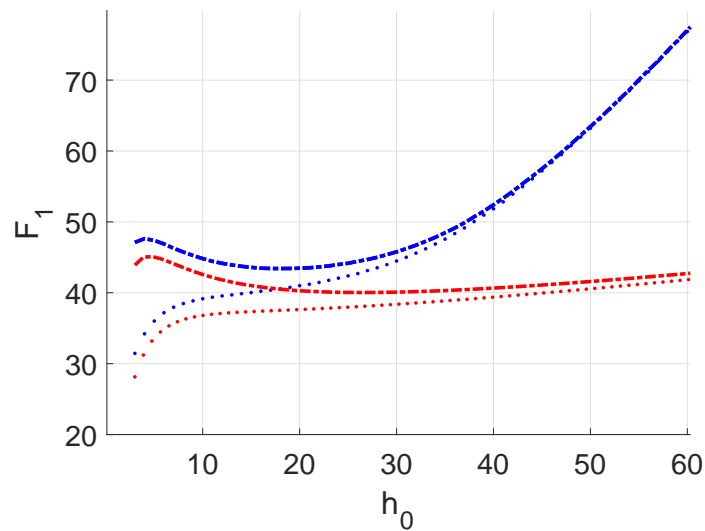


Рис. 35: Зависимость между h_0 и F_1 для $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (синие линии), $\sigma_{st} = \text{const}$ (красные линии), $t_{cR} = 15$ (точечные), $t_{cR} = 8$ (пунктирные)

Видим, что в общем и целом поведение зависимостей при применении защитных покрытий в случае убывающего предела прочности аналогично случаю при постоянном σ_{st} . Конечно, как уже было сказано выше, в этих случаях линии стремятся к разным асимптотам.

Можно сделать вывод, что если предел прочности убывает, то в случае с небольшим временем жизни пленки оптимальная толщина, при которой достигается второй минимум функции, будет меньше, чем в случае

с постоянным пределом прочности. Таким образом, необходимо подобрать изделие с меньшей начальной толщиной. Напомним, что если техника производства не позволяет трубу с такими начальными размерами, то нужно подбирать сосуд с максимально возможной начальной толщиной. При больших t_{cR} выгодно брать трубу с минимальной начальной толщиной в обоих рассмотренных случаях.

Для F_2 результаты будут аналогичными (рис. 36). Здесь для примера приведен случай внешней незатухающей коррозии без использования защитного покрытия (рис. 36).

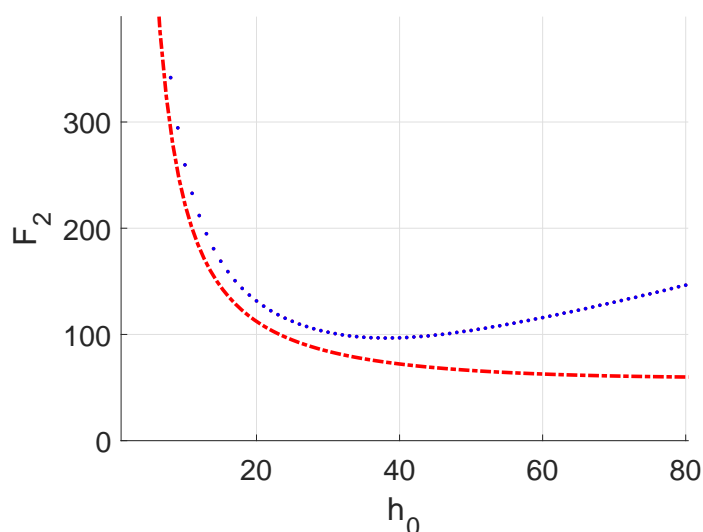


Рис. 36: Зависимость между h_0 и F_2 для $\sigma = \text{const}$ (пунктирная линия), $\sigma_{st} = \sigma_0^* - at$ (точечная линия)

Заключение

В представленной работе решалась задача поиска оптимальных начальных размеров цилиндрических элементов конструкций, эксплуатируемых в условиях механохимической коррозии при воздействии внутреннего и внешнего давлений. При этом было рассмотрено два типа задач поиска оптимальной начальной толщины стенки трубы, которая бы обеспечила минимизацию металлозатрат для заданного ограниченного срока службы трубы, а также минимизацию средних металлозатрат в единицу времени службы, с возможностью учета иных расходов, например, на производство и установку изделия (что соответствует минимизации расхода материала при неограниченном сроке эксплуатации трубопровода с возможностью замены труб).

Были получены следующие результаты:

- исследованы условия применимости используемой модели коррозионной кинетики;
- выведены разрешающие уравнения для моделирования процесса механохимической коррозии цилиндрической трубы для случая внешнего, внутреннего и двустороннего износа, с учетом возможного наличия защитной пленки и затухания коррозионного процесса;
- при использовании полученных формул решена первая задача оптимизации на нахождение оптимальной начальной толщины стенки сосуда, способной обеспечить безопасную эксплуатацию сосуда в течение требуемого срока службы и экономию материала;
- введены целевые функции, при помощи которых были проанализированы средние металлозатраты в единицу времени службы и средние затраты на производство и установку линейной части трубопровода для решения второй оптимизационной задачи;
- рассмотрено влияние защитного покрытия, а также других начальных данных на выбор оптимальных начальных размеров элементов трубопровода;

- изучен случай понижения прочности материала трубы в процессе эксплуатации, а именно рассмотрен метод определения долговечности и выбор оптимальной начальной толщины, а также произведено сравнение с аналогичным выбором при постоянном пределе прочности

На основе анализа численных экспериментов были сделаны выводы, описанные ниже.

При решении первой задачи оптимизации было показано, что наличие защитного покрытия увеличивает срок службы изделия, что было вполне ожидаемо.

Было выявлено, что при отсутствии защитных покрытий или при небольшом суммарном времени их жизни для достижения наименьших средних металлозатрат в единицу времени службы, в случае если толщина стенки, в которой достигается минимум целевой функции, недоступна из-за ограничений технологии производства, выгоднее подбирать максимально возможную (в рамках заданных технологических ограничений) начальную толщину. Если же необходимо минимизировать и материальные затраты на изготовление и установку оборудования, то оптимальнее будет выбрать изделие с максимально возможной толщиной в конкретном диапазоне ее изменения, соответствующем определенной технологии изготовления.

При достаточно большом времени жизни пленок для минимизации металлозатрат целесообразнее взять трубу с минимально возможной толщиной. При этом важно, что если необходимо минимизировать главным образом средние металлозатраты в единицу времени службы, то значения суммы долговечностей защитных покрытий, при которых достаточно подобрать минимально допустимую толщину стенки, можно выбирать меньшими, чем если нам необходимо минимизировать общие затраты, включая производство и установку.

В определенном диапазоне изменения времени жизни защитного покрытия оптимальными могут быть два значения начальной толщины.

В случае затухающей коррозии наиболее оптимальной является начальная толщина h_{∞} , при которой коррозия практически полностью затухает в момент достижения максимального допустимого напряжения, и долговечность, тем самым, стремится к бесконечности. При отсутствии за-

щитных пленок или при их небольшой суммарной долговечности, если технология производства не позволяет изделие таких начальных размеров, то необходимо подбирать максимально возможную толщину. Важно, что при увеличении коэффициента затухания b значения h_∞ уменьшаются. При значительном увеличении времени жизни пленок можно также выбрать в качестве оптимальной (помимо h_∞) минимально возможную толщину. Эти выводы будут справедливы и при необходимости минимизации иных затрат.

При уменьшении абсолютной разности внутреннего и внешнего давлений требуемые средние металлозатраты в единицу времени службы, а также и иные расходы уменьшаются.

При рассмотрении эффекта снижения предела прочности материала труб в процессе эксплуатации было выяснено, что срок службы объекта предсказуемо уменьшается, и в таком случае целесообразно подбирать меньшую начальную толщину, чем в случае постоянного предела прочности. При этом при уменьшении влияния механических напряжений на скорость коррозии долговечность увеличивается.

Список литературы

- [1] Ажогин Ф. Ф. Коррозионное растрескивание и защита высокопрочных сталей. – Металлургия, 1974.
- [2] Андреев Н. Н., Кузнецов Ю. И. Физико-химические аспекты действия летучих ингибиторов коррозии металлов // Успехи химии. – 2005. – Т. 74. – №. 8. – С. 755-767.
- [3] ГОСТ 5272-68 Коррозия металлов. Термины. – М.: ИПК Издательство стандартов, 1999. – 15 с.
- [4] Гутман, Э. М. Механохимия металлов и защита от коррозии. – Металлургия, 1981.
- [5] Гутман Э. М., Зайнуллин Р. С. , Шаталов А. Г., Зарипов Р. А. Прочность газопромысловых труб в условиях коррозионного износа // М.: Недра. – 1984.
- [6] Елаева М.В. О минимизации расхода металла для трубопроводов, подверженных внешней коррозии // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий. Воронеж. – 2019. – С. 142-145.
- [7] Зеленко В. К. и др. Физико-механические и эксплуатационные свойства защитных покрытий // Тула: Изд-во ТГПУ им. ЛН Толстого. – 1999.
- [8] Иванов Е. С., Гузенкова А. С., Иванов С. С. Защитная способность пленок ингибиторов коррозии стали в средах подготовки нефтяного газа // Металлург. – 2019. – №. 12. – С. 88-91.
- [9] Ивановский В.Н. Теоретические основы процесса коррозии нефтепромыслового оборудования // Инженерная практика. – 2010. – № 6. – С. 4-14.
- [10] Карпунин В.Г., Клещев С.И., Корнишин М.С. Долговечность пластин и оболочек в условиях коррозионного воздействия среды // Прочность и долговечность конструкций. Киев: Наукова Думка, 1980. С. 35-44.

- [11] Кузнецов Ю. И. Физико-химические аспекты ингибирования коррозии металлов в водных растворах //Успехи химии. – 2004. – Т. 73. – №. 1. – С. 79-93.
- [12] Наумова Г.А., Овчинников И.Г. Расчеты на прочность сложных стержневых систем и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений //Саратов: Изд-во Саратов. гос. техн. ун-та. – 2000.
- [13] Овчинников И.Г., Почтман Ю.М. Тонкостенные конструкции в условиях коррозионного износа// Расчет и оптимизация. - Днепропетровск: изд-во ДГУ, 1995. – 192 с.
- [14] Павлов П.А., Кадырбеков Б.А., Колесников В.А. Прочность сталей в коррозионных средах // Алма-Ата: Наука. – 1987.
- [15] Почтман Ю.М., Фридман М.М. Методы расчета надежности и оптимального проектирования конструкций, функционирующих в экстремальных условиях //монография/ЮМ Почтман, ММ Фридман.–Д.: Наука и образование. – 1997.
- [16] Русанов А. И. Термодинамические аспекты материаловедения //Успехи химии. – 2016. – Т. 85. – №. 1. – С. 1-13.
- [17] Седова О.С. Моделирование механохимической коррозии сферических сосудов давления: диссертация кандидата физико-математических наук. Санкт-Петербургский гос. университет, Санкт-Петербург, 2016.
- [18] Awrejcewicz J. et al. Analysis of flexible elastic-plastic plates/shells behaviour under coupled mechanical/thermal fields and one-sided corrosion wear //International Journal of Non-Linear Mechanics. – 2020. – Т. 118. – С. 103302
- [19] Bergman R.M., Levitsky S.P., Haddad J., Gutman E.M. Stability loss of thin-walled cylindrical tubes, subjected to longitudinal compressive forces and external corrosion //Thin-walled structures. – 2006. – Т. 44. – №. 7. – С. 726-729.

- [20] Bhaskar S., Iyer N.R., Rajasankar J. Cumulative damage function model for prediction of uniform corrosion rate of metals in atmospheric corrosive environment //Corrosion engineering, science and technology. – 2004. – T. 39. – №. 4. – C. 313-320.
- [21] Dolinskii V. M. Calculation of stressed pipes subjected to corrosion //Khimich. I Neftyan. Mashinostr. – 1967. – №. 2. – C. 9-10.
- [22] Elishakoff I. , Ghyselinck G. , Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress //Journal of applied mechanics. – 2012. – T. 79. – №. 2.
- [23] Fridman M.M., Elishakoff I. Design of bars in tension or compression exposed to a corrosive environment //Ocean Systems Engineering. – 2015. – T. 5. – №. 1. – C. 21-30.
- [24] Fridman M.M. Optimal design of compressed columns with corrosion taken into account //Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2014. – T. 52. – №. 1. – C. 129-137.
- [25] Gutman E.M, Bergman R.M., Levitsky S.P. Influence of internal uniform corrosion on stability loss of a thin-walled spherical shell subjected to external pressure //Corrosion Science. – 2016. – T. 111. – C. 212-215.
- [26] Gutman E.M Mechanochemistry of solid surfaces. – World Scientific Publishing Company, 1994.
- [27] Gutman E., Haddad J., Bergman R. Stability of thin-walled high-pressure vessels subjected to uniform corrosion //Thin-walled structures. – 2000. – T. 38. – №. 1. – C. 43-52.
- [28] Zhao S., Pronina Y. On the stress state of a pressurised pipe with an initial thickness variation, subjected to non-homogeneous internal corrosion //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2019. – T. 121. – C. 01013.
- [29] Krivoruchko T. M., Pochtman Y. M. Optimal design of reinforced cylindrical shells with corrosive wear taken into account //Journal of

Applied Mechanics and Technical Physics. – 1989. – T. 30. – №. 3. – C. 458-461.

- [30] Perez N. et al. Electrochemistry and corrosion science. – Boston : Kluwer academic publishers, 2004. – T. 412.
- [31] Pronina Y. Analytical solution for the general mechanochemical corrosion of an ideal elastic–plastic thick-walled tube under pressure //International Journal of Solids and Structures. – 2013. – T. 50. – №. 22-23. – C. 3626-3633.
- [32] Pronina Y. An analytical solution for the mechanochemical growth of an elliptical hole in an elastic plane under a uniform remote load //European Journal of Mechanics-A/Solids. – 2017. – T. 61. – C. 357-363.
- [33] Pronina Y. G. Comment on "Generalization of the Lamé problem for three-stage decelerated corrosion process of an elastic hollow sphere" //Mechanics Research Communications. – 2019. – T. 98. – C. 52-53.
- [34] Pronina Y. Mechanochemical corrosion: Modeling and analytical benchmarks for initial boundary value problems with unknown boundaries //Modern Mathematical Methods and High Performance Computing in Science and Technology. – Springer, Singapore, 2016. – C. 301-309.
- [35] Pronina Y. G., Khryashchev S. M. Mechanochemical growth of an elliptical hole under normal pressure //Materials Physics and Mechanics. – 2017. – T. 31. – №. 1-2. – C. 52-55.
- [36] Pronina Y.G., Sedova E.D. New benchmark for the life assessment of a thin-walled pipe subjected to stress assisted corrosion //ECCOMAS Congress 2016-Proceedings of the 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering. – 2016. – C. 6734-6740.
- [37] Pronina Y. Design of pressurised pipes subjected to mechanochemical corrosion //Advances in Engineering Materials, Structures and Systems: Innovations, Mechanics and Applications: Proceedings of the Seventh

International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation, 2–4 September 2019. – Taylor Francis, 2019. – C. 644-649.

- [38] Pronina, Y., Sedova, O., Grekov, M., Sergeeva, T. On corrosion of a thin-walled spherical vessel under pressure //International Journal of Engineering Science. – 2018. – T. 130. – C. 115-128.
- [39] Sedova O., Pronina Y. A new model for the mechanochemical corrosion of a thin spherical shell //EPJ Web of Conferences. – EDP Sciences, 2016. – T. 108. – C. 02040.
- [40] Sedova O. S., Pronina Y. G., Kuchin N. L. A thin-walled pressurized sphere exposed to external general corrosion and nonuniform heating //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2018. – T. 1959. – №. 1. – C. 070032.
- [41] Stareva I. A., Pronina Y. G. The influence of the initial thickness deviation of a steel tube subjected to general corrosion under its own weight on its durability //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2018. – T. 1959. – №. 1. – C. 070034.
- [42] Yang H., Zhang Q., Tu S., Wang Y., Li Y., Huang Y. A study on time-variant corrosion model for immersed steel plate elements considering the effect of mechanical stress //Ocean Engineering. – 2016. – T. 125. – C. 134-146.