

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Цыбаева Александра Евгеньевна

Выпускная квалификационная работа

Моделирование системы монетарного  
регулирования

Направление 01.03.02 Прикладная математика, фундаментальная информатика  
и программирование

Научный руководитель:

доктор физ.-мат. наук,

доцент

Крылатов А.Ю.

Рецензент:

кандидат физ.-мат. наук,

доцент

Трофимова И.В.

Санкт-Петербург

2019

## Содержание

Введение.....	4
Постановка задачи.....	6
Обзор литературы.....	7
Глава 1. Описание предметной области.....	11
1.1 Стабильность цен.....	11
1.2 Влияние денежно-кредитной политики на экономику.....	13
1.3 Оглашение информации.....	13
1.4 Инфляция и ИПЦ.....	14
1.5 Факторы инфляции.....	14
Глава 2. Модели для построения прогноза.....	16
2.1 Сезонная модель ARIMA.....	16
2.2 Гребневая регрессия.....	18
2.3 Лассо регрессия.....	20
2.4 Метод главных компонент.....	20
2.5 Нейронная сеть.....	22
2.5.1 Нейронная сеть с прямой связью.....	24
2.5.2 Сеть долгой краткосрочной памяти.....	27
Глава 3. Экспериментальная часть. Одномерный временной ряд.....	31
3.1 Данные.....	31
3.2 Сезонная модель ARIMA.....	32
3.3 Гребневая и лассо регрессии.....	34
3.4 Двухслойная нейронная сеть с прямой связью.....	36
3.5 LSTM-сеть.....	36
Глава 4. Экспериментальная часть. Многомерный временной ряд.....	38
4.1 Данные.....	38
4.2 Гребневая и лассо регрессии.....	38
4.3 Трехслойная нейронная сеть с прямой связью.....	39
4.4 LSTM-сеть.....	40

Выводы.....	42
Заключение.....	43
Список литературы.....	44
Приложение.....	46

## Введение

Монетарное регулирование экономики есть неотъемлемый элемент макроэкономической политики государства. В соответствии с традициями, практикой, экономической теорией и законодательством основная задача, стоящая перед современными центральными банками, заключается в контроле и регулировании денежных и финансовых потоков с целью обеспечения стабильности покупательской способности национальной валюты, то есть низкой и предсказуемой инфляции. Успешное функционирование центрального банка зависит от соблюдения четко определенных принципов, посредством которых политическая направленность определяется как достижение установленных целевых параметров и обеспечение вполне определенной реакции на стандартные ситуации.

На сегодняшний день обстановка в монетарной сфере РФ довольно сложная. Министерство финансов, Правительство и Банк России осуществляют меры в сфере денежно-кредитного регулирования в условиях недостаточности денежной массы, роста инфляции, ослабления курса национальной валюты, кризисных явлений в экономике и финансовом секторе страны. Будущее России зависит от многих показателей и действий со стороны правительства, предположительно таких как грамотное построение денежно-кредитной политики, насыщение экономики денежными средствами, а также стимулирование экономического роста.

В 2014 году Центральный Банк Российской Федерации перешел на инфляционное таргетирование, обеспечивая при этом ценовую стабильность. По согласованию с Правительством РФ Банк России установил среднесрочную цель по инфляции на уровне 4% в год [1].

Учитывая вышесказанное, важность прогнозирования уровня инфляции очевидна. Практически каждый гражданин РФ обращает на нее внимание и задается вопросом о том, когда цены вырастут и насколько. Домохозяйствам и предприятиям нужны оценки будущих цен для принятия взвешенных и

обоснованных решений. Политики, чья работа заключается в оказании помощи в принятии этих решений путем поддержания стабильных цен, нуждаются в точных прогнозах, чтобы отслеживать инфляцию и вносить коррективы в курс при необходимости. Кроме того, центральные банки полагаются на прогнозы инфляции не только для информирования денежно-кредитной политики, но и для закрепления инфляционных ожиданий и, следовательно, повышения эффективности политики. Действительно, с целью улучшения процесса принятия экономических решений многие центральные банки регулярно публикуют сведения о прогнозе инфляции.

Существует большое количество способов прогнозирования инфляции, однако в данной работе будут рассмотрены методы предсказания, использующие модель ARIMA, а также методику машинного обучения (Lasso Regression, LSTM Neural Network, Multilayer Perceptron). Оно имеет короткую историю, но его применение во многих областях стало незаменимо. Нейронные сети и углубленное обучение в настоящее время предоставляют лучшие решения для распознавания изображений, беспилотного вождения, перевода, распознавания речи и обработки естественного языка. Следовательно, применение машинного обучения при постановке задачи прогнозирования инфляции безоговорочно самоутверждается.

Основой данной работы является углубленное изучение и применение на практике методик прогнозирования инфляции Российской Федерации в краткосрочном периоде, построение моделей как одномерного временного ряда инфляции, так и многомерного, в который входят другие экономические показатели. Для измерения уровня инфляции выбран индекс потребительских цен, рассчитываемый для определенной группы товаров и услуг, входящих в состав потребительской корзины.

## Постановка задачи

Целью данной работы является исследование тенденций современной экономики России, анализ функционирования центрального банка, а также углубленное изучение и применение на практике методик прогнозирования инфляции, основанных на методах машинного обучения.

Достижение поставленной цели декомпозируется на следующие подзадачи:

- 1) Анализ предметной области;
- 2) Анализ модели ARIMA и различных методов машинного обучения, инструментов и библиотек с целью применения их на практике для прогнозирования инфляции;
- 3) Сбор и предобработка данных для обучения и тестирования моделей;
- 4) Программная реализация моделей;
- 5) Анализ результатов.

## Обзор литературы

Центральные банки стремятся поддерживать стабильность инфляции, тем самым повышая эффективность объема производства. С учётом специфики поставленных целей и соответствующей реализацией оптимальная политика будет зависеть от оптимальных прогнозов. Написание статьи Svensson, Lars E.O. (2005) [2] мотивировано желанием предоставить лучшую теорию современной денежно-кредитной политики как с описательной, так и с нормативной точек зрения. По мнению автора, прогнозная денежно-кредитная политика (основанная на «целевом прогнозировании»), которая использует суждения центрального банка для построения оптимальных политических прогнозов, работает значительно продуктивнее, чем денежно-кредитная политика, которая игнорирует суждения и следует заданному правилу. В статье показано, что таргетирование инфляции подразумевает таргетирование прогноза инфляции: прогноз инфляции центрального банка становится необходимой промежуточной целью. Таргетирование прогноза инфляции упрощает как реализацию, так и мониторинг денежно-кредитной политики, и, кроме того, эта политика будет наиболее эффективной при условии полного понимания широкой публике. Эти результаты помогли поддержать революцию прозрачности в центральном банке. Центральным элементом этой революции была практика объявления центральными банками прогнозов инфляции и других ключевых переменных. Это говорит о трудности переоценки важности прогнозирования инфляции для любых действующих экономических субъектов.

В Институте экономической политики им. Е. Т. Гайдара были рассмотрены основные методы прогнозирования динамики инфляции в России [3]. Во время исследования выявлено, что среди самых популярных методологических подходов, используемых для макроэкономического прогнозирования в Российской Федерации, чаще всего встречаются следующие:

- Системы эконометрических уравнений (ЦЭМИ, ЦМАКП, ИНП РАН, ИЭП, Центр макроэкономических исследований Сбербанка России, ЭЭГ, Центр развития, Ренессанс Капитал/РЭШ);
- Модели временных рядов (Центр анализа данных, ИЭП);
- Метод консенсус-прогнозов (РБК, Центр развития);
- Метод построения опережающих индикаторов (ИЭП, Центр развития).

Также в данной статье отмечено, что прогнозирование динамики инфляции в России несколько отличается от прогнозирования в других странах, таких как, например, США. Это различие вызвано частотой собираемых данных. Как правило, прогнозирующие организации в России используют месячную динамику инфляции, в то время как за рубежом обычно основываются на квартальных или годовых данных. Следовательно, в России обычно строят краткосрочные прогнозы, а их западные коллеги – среднесрочные.

В статье Stock J., Watson M. (2008) [4] проводится обширный обзор различных существующих моделей прогнозирования инфляции в Соединенных Штатах. Модели, рассматриваемые в этой статье, были разделены на четыре группы:

- Прогнозы, основанные только на динамике инфляции в прошлом;
- Прогнозы, основанные на показателях экономической активности (в основном, на уровне безработицы и разрыве выпуска);
- Прогнозы, основанные на инфляционных ожиданиях или уже существующих прогнозах;
- Прогнозы, основанные на экономических показателях, не входящих во вторую группу.

Прогнозные значения строятся в псевдореальном времени с десятилетним скользящим окном. В качестве оценки качества построенной модели авторы используют среднеквадратическую ошибку (RMSE). Итог



данной статьи: прогнозы, строящиеся на показателях экономической активности, не всегда предсказывают точнее, чем прогнозы, основанные только на использовании временного ряда инфляции.

В другом труде [5] дан достаточно обширный обзор методов, использующих машинное обучение. Целью данной статьи является включение машинного обучения в более широкий спектр статистического моделирования и вычислительного анализа, углубление представлений о его масштабах и ограничениях. В этой работе представлены популярные современные подходы к моделированию, такие как искусственные нейронные сети, древовидные модели, машины опорных векторов, рекомендательные системы и различные методы кластеризации. Обсуждаются такие важные концепции, как оптимальная сложность модели, регуляризация и перекрестная проверка. Статья разделена на три тематических исследования, касающихся политики центрального банка, финансового регулирования и экономического моделирования. Наибольший интерес представляет второй раздел, включающий в себя построение модели прогнозирования инфляции Великобритании на среднесрочный горизонт в два года с 15-летним скользящим окном. Кроме временного ряда инфляции, в модель входят другие экономические показатели, такие как ВВП, денежная масса, уровень безработицы и другие. В качестве меры качества модели используется средняя абсолютная ошибка (MAE). Авторы приходят к выводу, что традиционные методы прогнозирования (VAR(1), AR(p)) уступают моделям, построенным на методах машинного обучения.

В статье Papacharalampous, Tyrallis, et al (2018) [6] авторы рассмотрели три основные проблемы, возникающие при прогнозировании одномерных временных рядов с использованием алгоритмов машинного обучения. Этими проблемами являются следующие: выбор лаговых переменных, оптимизация гиперпараметров и сравнение классических алгоритмов и алгоритмов машинного обучения. Данное исследование состоит из 50 единичных исследований, в которых используются временные ряды среднемесячной

температуры и общего месячного количества осадков, наблюдаемых в Греции. За меру качества прогноза взята абсолютная ошибка (MAE). На наборах данных временных рядов температуры авторами показано, что наиболее влияющими на результаты оказываются менее поздние отстающие переменные, а также что оптимизация гиперпараметров не обязательно приводит к лучшим прогнозам. Сделан вывод, что алгоритмы машинного обучения и классические алгоритмы состоят в оппозиционных отношениях, усиливая при этом свои конкурентные потенциалы друг к другу.

# Глава 1. Описание предметной области

## 1.1 Стабильность цен

Денежно-кредитная политика, безусловно, является фундаментальной частью государственного регулирования, основным вектором работы которой является повышение благосостояния граждан РФ. Банк России осуществляет данную политику посредством режима таргетирования инфляции, целью которого выступает обеспечение и защита устойчивости курса национальной валюты через поддержание стабильности цен, что в конечном итоге приводит к достижению устойчивой и низкой инфляции.

С учетом всех особенностей современной российской экономики, можно выделить её основную цель, заключающуюся в снижении инфляции до 4% и сохранении её на данном уровне в среднесрочной перспективе. Автором идеи таргетирования инфляции является шведский экономист Кнут Виксель [7], который в своих работах развивал теорию капитала, цен и заработной платы. В 1896 году им впервые была озвучена идея о лидирующей роли стабилизации уровня цен в политике центрального банка. По подсчетам Международного валютного фонда, 38 стран, включая Японию и Еврозону, являются приверженцами режима таргетирования инфляции по состоянию на 2017 год [8].

Следует отметить, что покупательская способность национальной валюты обусловлена стабильностью цен, что является выполнением условия обеспечения благополучия граждан РФ. Поддержание низкого уровня инфляции создаёт достаточно предсказуемую среду для экономических деятелей, то есть для непосредственных производителей и работников домашних хозяйств. Преимущество такого уровня инфляции заключается в облегчении процесса планирования и принятия решения по вопросам потребления и инвестиций, а также в защите сбережений участников экономической деятельности. Таким образом, стабильность ценовой политики решает вопрос снижения экономической неопределенности и активизирует

источники финансирования для долгосрочных инвестиций. Это приводит к устойчивому и сбалансированному экономическому росту.

Действуя в режиме таргетирования инфляции, Банк России формирует количественный целевой показатель инфляции, который публикуется в «Руководстве по единой денежно-кредитной политике», представленном на рассмотрение Правительства, Государственной Думы Федерального Совета и Президента Российской Федерации. Целевой показатель инфляции устанавливается исходя из задачи отразить рост потребительских цен в хронологических рамках определенного месяца предыдущего года. Данный показатель рассчитывается Федеральной службой государственной статистики.

Банк России не устанавливает конкретные целевые показатели для курса рубля, как и не вмешивается в процессы динамики этой валюты. Центральный банк реализует режим плавающего обменного курса, что приводит к повышению эффективности политики процентных ставок, а также уменьшает временную затрату на адаптацию к внешним изменениям, увеличивая при этом устойчивость к воздействию каких-либо внешних факторов. Рассматривая долгосрочную перспективу такой политики, потенциал роста экономики может определяться количеством и качеством производственных ресурсов, в том числе и рабочей силой, образовательным и технологическим уровнями.

Ещё одна задача, поставленная перед Банком России, заключается в поддержании стабильности в функционировании и развитии банковского сектора, финансового рынка и платежной системы.

## **1.2 Влияние денежно-кредитной политики на экономику**

Для достижения целевого показателя по инфляции Банк России использует систему инструментов денежно-кредитной политики, в центре которой находится ключевая ставка. Решения по ключевой ставке и другим параметрам процентной ставки регулярно принимаются Советом директоров Банка России. Как и большинство центральных банков, проводящих свою денежно-кредитную политику в режиме таргетирования инфляции, Банк России принимает свои собственные решения относительно того, как должен быть достигнут целевой показатель инфляции и какие инструменты должны использоваться.

Динамика процентных ставок Банка России влияет на краткосрочные процентные ставки денежного рынка, изменение которых, в свою очередь, вызывает движение долгосрочных процентных ставок в экономике (в частности, по банковским кредитам и депозитам) и широкий спектр других финансовых переменных, включая курсы обмена иностранных валют. Изменения в денежных и финансовых показателях влияют на решения домашних хозяйств и предприятий по потреблению, сбережению и инвестированию. Именно так ключевые движения монетарной политики отражаются на динамике цен и экономической активности.

## **1.3 Оглашение информации**

Банк России стремится поддерживать активную политику раскрытия информации, уточняя при этом основные цели и причины своих действий в области монетарной политики.

С повышением осведомленности и доверия к политике Центрального Банка, снижением неопределенности в отношении решений монетарной политики усиливается ее влияние на действия экономически активных

субъектов, и, следовательно, на инфляционные ожидания населения и саму инфляцию.

Основными источниками оглашения информации являются:

- Официальный сайт Банка России (пресс-релизы, публикации)
- Выступление руководителей Банка России (пресс-конференции, комментарии в СМИ)

## 1.4 Инфляция и ИПЦ

Инфляция – это устойчивое повышение общего уровня цен на товары и услуги в экономике. [9].

Индикаторами изменения цен в экономике могут выступать разные экономические показатели, такие как дефлятор ВВП, дефлятор ВВП, индекс потребительских цен (ИПЦ). Чаще всего за основной показатель инфляции принимают ИПЦ, объясняя это тем, что он отражает изменение цен товаров и услуг, используемых типичным домохозяйством страны. В России при расчете данного индекса используется потребительская корзина, содержимое которой утверждается Федеральным законом № 44-ФЗ «О потребительской корзине в целом по Российской Федерации». В нее входят как продовольственные и непродовольственные товары, так и услуги различного рода. ИПЦ находится по формуле:

$$\text{ИПЦ} = \frac{\text{потребительская корзина в текущих ценах}}{\text{потребительская корзина в базовых ценах}} \times 100\%.$$

Обычно в качестве текущих цен берутся цены какого-то месяца, а в качестве базовых – цены предыдущего месяца. Сбор данных и последующие подсчеты выполняет Федеральная служба государственной статистики.

## 1.5 Факторы инфляции

Учитывая специфику российской экономики, можно выделить несколько факторов, влияющих на изменение цен со стороны потребительской

корзины. Во-первых, большая доля продуктов питания в ее составе обуславливает сезонные колебания в уровне цен, так как предложение продовольственных товаров на рынке напрямую зависит от погодных условий. Во-вторых, импортные товары составляют около 44% от всего объема потребительской корзины, что является причиной значимого влияния колебания курса национальной валюты на ИПЦ. В-третьих, многие товары и услуги подвержены административному регулированию.

Рассматривают различные факторы изменения инфляции. Основными из них являются следующие:

- «Монетарные факторы инфляции» – источники избыточного спроса;
- Недостаток предложения;
- Рост издержек производства;
- «Эффект переноса» - влияние изменения обменного курса рубля на цены;
- Инфляционные ожидания.

## Глава 2. Модели для построения прогноза

### 2.1 Сезонная ARIMA модель

Сезонная модель ARIMA (SARIMA) – это сезонная интегрированная модель авторегрессии – скользящего среднего, являющаяся расширением модели ARIMA на временные ряды с сезонностью, которая в свою очередь является обобщением модели ARMA.

Рассмотрим сначала подробнее модель ARIMA. Как уже было сказано, данная модель является расширением модели ARMA – модели авторегрессии – скользящего среднего, используемой для стационарных временных рядов [10]. Введем несколько вспомогательных понятий:

- Стационарность – свойство процесса не менять свои характеристики со временем [11];
- Тренд — неслучайная функция, формируемая под воздействием долговременных тенденций, влияющих на ряд;
- Сезонная компонента ряда – неслучайная функция, формируемая на основе периодически повторяющихся в определенное время года колебаний исследуемого ряда.

Итак, наличие свойства стационарности у временного ряда исключает наличие тренда и сезонности. Так как на практике такие ситуации встречаются крайне редко, разумно использовать модели, способные анализировать и нестационарные ряды. С данной целью и была создана модель  $ARIMA(p, d, q)$ , сводящая ряды к стационарным с помощью взятия разностей  $d$ -го порядка. Она имеет следующий вид:

$$\Delta^d X_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t,$$

где  $\Delta^d$  – оператор разности  $d$ -го порядка ( $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  – разность 1-го порядка);

$\alpha_1, \dots, \alpha_p$  – коэффициенты авторегрессии;



$\beta_1, \dots, \beta_q$  – параметры модели скользящего среднего;

$\varepsilon_t$  – случайная ошибка;

$p$  – порядок авторегрессии тренда;

$d$  – порядок интегрирования исходных данных;

$q$  – порядок модели скользящего среднего.

Однако, эта модель позволяет работать с рядами, имеющими тренд, но не уместна при наличии сезонной компоненты. Поэтому вводится модель  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$  с новыми сезонными параметрами  $(P, D, Q, s)$ . С помощью лаговых операторов данная модель записывается следующим образом [12]:

$$\phi_P(B^s)\phi_p(B)\Delta_S^D\Delta^d X_t = \theta_Q(B^s)\theta_q(B)\varepsilon_t,$$

где  $P$  – порядок сезонной авторегрессии;

$D$  – порядок интегрирования сезонной составляющей;

$Q$  – порядок сезонной модели скользящего среднего;

$\varepsilon_t$  – случайная ошибка;

$p$  – порядок авторегрессии тренда;

$d$  – порядок интегрирования исходных данных;

$q$  – порядок модели скользящего среднего;

$S$  – период временного ряда.

Обычные компоненты авторегрессии и скользящего среднего обозначаются полиномами  $\phi_p(B)$  и  $\theta_q(B)$  с порядками  $p$  и  $q$ , соответственно. Сезонные компоненты авторегрессии и скользящего среднего входят в полиномы  $\phi_P(B^s)$  и  $\theta_Q(B^s)$  с порядками  $P$  и  $Q$ , соответственно. Здесь  $\Delta^d$  и  $\Delta_S^D$  – обычные и сезонные операторы разности,  $B$  – лаговый оператор, а также используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p, \\ \phi_P(B^s) &= 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_P B^{Ps}, \\ \theta_q(B) &= 1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q,\end{aligned}$$

$$\Theta_Q(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} + \dots + \Theta_Q B^{Qs},$$

$$\Delta^d = (1 - B)^d,$$

$$\Delta_s^D = (1 - B^s)^D,$$

$$B^k X_t = X_{t-k}.$$

## 2.2 Гребневая регрессия

Гребневая регрессия (Ridge Regression) – это регрессионная модель с регуляризацией [13].

Пусть задано пространство объектов признакового описания  $X = \mathbb{R}^n$  и множество возможных ответов  $Y = \mathbb{R}$ . Имеется набор  $n$  вещественных признаков  $f_j(x)$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Существует неизвестная целевая зависимость  $y^*: X \rightarrow Y$ , значения которой известны только на обучающей выборке. Целью является аппроксимация данной неизвестной зависимости  $y^*$ , то есть восстановление регрессии.

Введем матричные обозначения:

$$F = \begin{pmatrix} f_1(x_1) & \dots & f_n(x_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_1(x_l) & \dots & f_n(x_l) \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_l \end{pmatrix}, \alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_n \end{pmatrix}, W = \text{diag}(\sqrt{w_1}, \dots, \sqrt{w_l}),$$

где  $F$  – матрица информации,  $y$  – целевой вектор,  $\alpha$  – вектор параметров,  $W$  – диагональная матрица весов.

Алгоритм аппроксимации представим в виде:

$$a(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j f_j(x) = F\alpha.$$

По методу наименьших квадратов (МНК) функционал среднего квадрата ошибки должен быть минимизирован на обучающей выборке. С помощью матричных обозначений он представляется в виде:

$$Q(\alpha) = \|W(F\alpha - y)\|^2 \rightarrow \min_{\alpha \in \mathbb{R}^n}.$$

Используя формулы  $F' = WF$ ,  $y' = Wy$ , можно легко перейти от функционала с произвольными весами к функционалу с единичными весами. Тогда получим

$$Q(\alpha) = \|F'\alpha - y'\|^2.$$

В дальнейшем будет рассмотрена задача только с единичными весами.

После применения необходимого условия минимума задача сводится к следующей системе линейных уравнений относительно  $\alpha$ , называющейся нормальной для задачи наименьших квадратов:

$$F^T F \alpha = F^T y.$$

Если матрица  $F^T F$  невырождена, то решение нормальной системы – это вектор  $\alpha^*$ , который находится по формуле:

$$\alpha^* = (F^T F)^{-1} F^T y.$$

Однако, очень часто на практике возникает проблема мультиколлинеарности. Это происходит, когда матрица  $\Sigma = F^T F$  невырождена, то есть имеет полный ранг, но очень близка к вырожденной. В этом случае матрица  $\Sigma$  плохо обусловлена, а ее столбцы почти линейно зависимы. Мультиколлинеарность матрицы  $\Sigma$  определяется ее числом обусловленности:

$$\mu(\Sigma) = \|\Sigma\| \|\Sigma^{-1}\| = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}},$$

где  $\lambda_{max}$  и  $\lambda_{min}$  являются максимальным и минимальным собственными значениями матрицы  $\Sigma$  соответственно. Чем больше число обусловленности, тем ближе матрица  $\Sigma$  к вырожденной, то есть плохая обусловленность характерна для ситуации, когда  $\lambda_{min} \ll \lambda_{max}$  и  $\mu(\Sigma)$  превышает  $10^3 \dots 10^6$ .

Мультиколлинеарность приводит к негативным последствиям, таким как:

- утрачивание коэффициентами  $\alpha_j$  интерпретируемости;
- повышение неустойчивости решения;
- большая вероятность переобучения.

Следовательно, данную проблему необходимо устранять, и с этой целью в функционале  $Q(\alpha)$  приписывается дополнительное слагаемое:

$$Q(\alpha) = \|F\alpha - y\|^2 + \tau\|\alpha\|^2,$$

где  $\tau$  – параметр регуляризации.

В случае, когда матрица  $\Sigma$  почти вырождена, бесконечно много векторов  $\alpha$  доставляют функционалу значения, близкие к минимальному. С помощью регуляризатора (дополнительного слагаемого) выбирается решение с минимальной нормой. В этом и заключается основной смысл гребневой регрессии [14]. Аналогично применяя необходимое условие минимума, находится значение  $\alpha_\tau^*$ :

$$\alpha_\tau^* = (F^T F + \tau I_n)^{-1} F^T y.$$

Теперь перед обращением матрицы к ней прибавляется диагональная матрица  $\tau I_n$ , называемая «гребнем», откуда и название «гребневая регрессия». Он увеличивает все собственные значения матрицы  $\Sigma$ , но не меняет ее собственных векторов, а сама матрица становится хорошо обусловленной.

### 2.3 Лассо регрессия

Еще одной регрессионной моделью с регуляризацией является лассо регрессия [15]. Здесь вводится ограничение на очень большие веса коэффициентов, и задача принимает следующий вид:

$$\begin{cases} Q(\alpha) = \|F\alpha - y\|^2 \rightarrow \min_{\alpha}, \\ \sum_{j=1}^n |\alpha_j| \leq \vartheta; \end{cases}$$

где  $\vartheta$  – параметр регуляризации. Чем меньше этот параметр, тем больше коэффициентов  $\alpha_j$  равны нулю.

### 2.4 Метод главных компонент

Метод главных компонент – это еще один способ избавления от мультиколлинеарности путем сокращения размерности данных. Здесь строится минимальное число новых признаков, по которым исходные

признаки восстанавливаются линейным преобразованием с минимальными погрешностями.

Пусть вектор  $x = (x^1, \dots, x^n)$  – исходные признаки. Рассмотрим матрицу информации  $F$ , строки которой соответствуют признаковым описаниям обучающих объектов:

$$F_{l \times n} = \begin{pmatrix} f_1(x_1) & \dots & f_n(x_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ f_1(x_l) & \dots & f_n(x_l) \end{pmatrix}.$$

Обозначим через  $y = (y^1, \dots, y^m)$  новое признаковое описание тех же объектов в новом пространстве меньшей размерности  $m < n$ :

$$G_{l \times m} = \begin{pmatrix} g_1(x_1) & \dots & g_m(x_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ g_1(x_l) & \dots & g_m(x_l) \end{pmatrix}.$$

Исходные признаковые описания можно восстановить по новым описаниям с помощью некоторого линейного преобразования, определяемого матрицей  $W = (w_{js})_{n \times m}$ . Они находятся по формуле:

$$\hat{x} = yW^T.$$

Полученные восстановленные признаки не должны идентично совпадать с исходными, но их отличие должно быть как можно меньше. Матрица новых признаков  $G$  и матрица весов  $W$  находятся при условии, что суммарная невязка восстановленных описаний на обучающей выборке минимальна:  $\|GW^T - F\|^2 \rightarrow \min_{G,W}$ .

Этот минимум достигается, когда:

1. Столбцы матрицы весов  $W$  есть собственные вектора матрицы  $F^T F$ , соответствующие  $m$  максимальным значениям  $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ ;
2.  $G = FW$ , матрицы  $G$  и  $W$  ортогональны.

Таким образом, для снижения размерности исходных данных необходимо:

1. Найти  $m$  максимальных собственных значений матрицы  $F^T F$ .
2. Построить соответствующие им собственные вектора.

3. Построить матрицу весов  $W$ , используя найденные собственные вектора.
4. Найти новую матрицу признакового описания  $G = FW$ .

В дополнение к тому, что метод главных компонент избавляет исходные данные от мультиколлинеарности, он имеет еще несколько достойных преимуществ. Этот метод довольно прост в реализации, затрачивает малое количество памяти для хранения объектов и значительно сокращает время последующего анализа данных.

## 2.5 Нейронная сеть

Нейросетевой подход к решению задач возник из желания понять, как биологические нервные системы, такие как мозг, обрабатывают информацию, и попытаться смоделировать это процесс на автоматических устройствах.

Нейронная сеть – это громадный распределенный параллельный процессор, состоящий из элементарных единиц обработки информации, накапливающих экспериментальные знания и предоставляющих их для последующей обработки [16]. Нейронная сеть сходна с мозгом с двух точек зрения.

1. Знания поступают в нейронную сеть из окружающей среды и используются в процессе обучения.
2. Для накопления знаний применяются связи между нейронами, называемые синаптическими весами.

На первый взгляд, моделирование нейронной сети является недавней разработкой. Тем не менее, первый искусственный нейрон был создан в 1943 году нейрофизиологом Уорреном Мак-Каллохом и логиком Уолтером Питтсом. Однако доступные в то время технологии не позволяли им сделать слишком много.

Подобно строению человеческого мозга, нейронные сети состоят из множества нейронов, соединенных между собой синапсами. Искусственный нейрон – это вычислительная единица со множеством входов и одним

выходом, которая получает какую-то информацию, обрабатывает ее и передает дальше.

Нейронные сети - это гибкие функциональные модели, которые позволяют аппроксимировать непрерывные и нелинейные функции. Тогда возникает вопрос: любую ли функцию возможно хотя бы приближенно представить нейронной сетью? Рассмотрим следующие теоремы для ответа на этот вопрос.

**Теорема 1 (А.Н. Колмогоров, 1957)** [17]. Любая непрерывная функция  $n$  аргументов на единичном кубе  $[0,1]^n$  представима в виде суперпозиции непрерывных функций одного аргумента и операции сложения:

$$f(x^1, \dots, x^n) = \sum_{k=1}^{2n+1} h_k \left( \sum_{i=1}^n \varphi_{ik}(x^i) \right),$$

где  $h_k, \varphi_{ik}$  – непрерывные функции, и  $\varphi_{ik}$  не зависят от выбора  $f$ .

Выражение, записанное в теореме, очень схоже с двухслойной нейронной сетью, и можно было бы предположить, что двух слоев достаточно для аппроксимации любой непрерывной функции. Однако, в условии теоремы  $\varphi_{ik}$  нелинейны и  $h_k$  зависят от выбора  $f$ , что не характерно для нейронной сети. Поэтому, вводится более общая теорема.

**Теорема 2 (А.Н. Горбань, 1998)** [18]. Пусть  $X$  — компактное пространство,  $C(X)$  — алгебра непрерывных на  $X$  вещественных функций,  $F$  — линейное подпространство в  $C(X)$ , замкнутое относительно нелинейной непрерывной функции  $\varphi$ , содержащее константу ( $1 \in F$ ) и разделяющее точки множества  $X$ . Тогда  $F$  плотно в  $C(X)$ .

Теорема говорит о том, что любую непрерывную функцию можно аппроксимировать при помощи линейных операций и нелинейного элемента  $\varphi$  с любой заданной точностью. Таким образом, вполне ожидаемо, что нейронные сети обеспечат эффективные нелинейные модели для временных рядов и позволят сделать более точные прогнозы.

## 2.5.1 Нейронная сеть с прямой связью

В данной работе рассмотрена нейронная сеть (Рис. 1) с прямой связью (статическая) и методом адаптивной инерции (Adam). Прямая связь означает, что сигналы могут двигаться только в одну сторону – от входа к выходу. Метод адаптивной инерции рассмотрен далее.

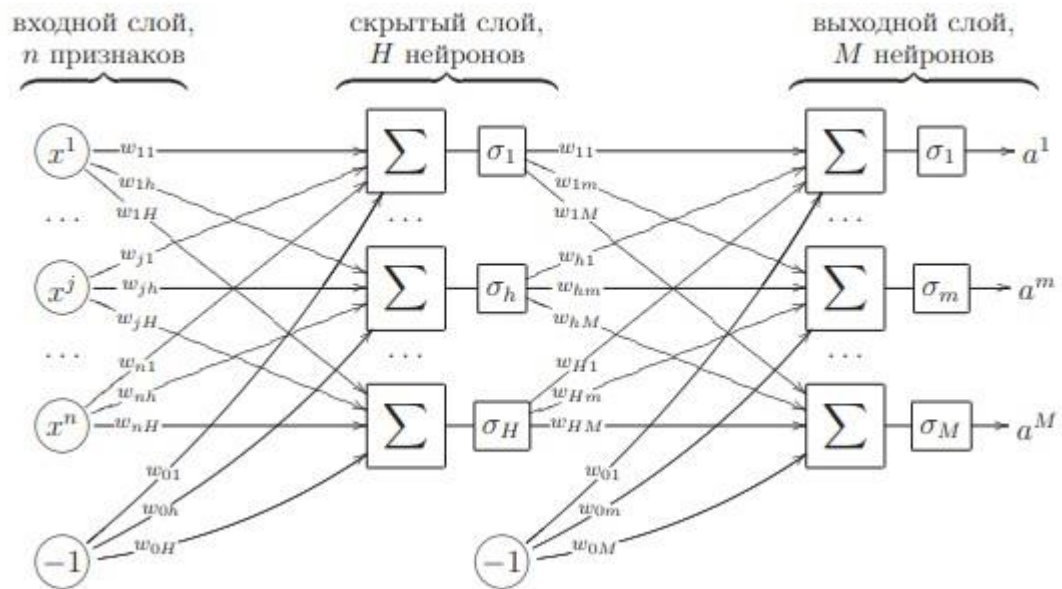


Рисунок 1. Двухслойная нейронная сеть

Двухслойная нейронная сеть, изображенная на Рис. 1, имеет входной, скрытый и выходной слои. Положим, что  $X = \mathbb{R}^n$  – пространство объектов,  $Y = \mathbb{R}^m$  – множество допустимых ответов. Имеется набор  $n$  вещественных признаков  $f_j(x)$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Существует неизвестная целевая зависимость  $y^*: X \rightarrow Y$ , значения которой известны только на обучающей выборке. Целью является аппроксимация данной неизвестной зависимости  $y^*$ .

Данная сеть (Рис. 1) имеет на входном слое  $n$  нейронов,  $x^j \equiv f_j(x)$ , и выходы  $v^j$ ,  $j = 1, \dots, N$ . После него находится скрытый слой, состоящий из  $N$  нейронов, имеющий  $N$  функций активации  $\sigma_h$  и выходов  $u^h$ ,  $h = 1, \dots, N$ . Между  $j$ -ым нейроном входного слоя и  $h$ -ым нейроном следующего слоя имеются синаптические веса  $w_{jh}$ . Последним слоем является выходной, который включает в себя  $M$  нейронов,  $M$  функций активации  $\sigma_m$  и выходов



$a^m$ ,  $m = 1, \dots, M$ . Веса, распределенные между скрытым и выходным слоями обозначены как  $w_{hm}$ . Пусть  $w$  – вектор всех весов сети.

Принимая во внимание вышеупомянутые обозначения, можно вывести формулы, по которым находятся выходные значения сети на объекте  $x_i$ :

$$a^m(x_i) = \sigma_m \left( \sum_{h=0}^H w_{hm} u^h(x_i) \right),$$

$$u^h(x_i) = \sigma_h \left( \sum_{j=0}^N w_{jh} v^j(x_i) \right).$$

Рассмотрим вопрос обучения нейронной сети, то есть то, как настраиваются веса  $w$  при имеющемся множестве обучающих объектов. Этот процесс основывается на минимизации отклонения предсказанных значений от реальных, используя при этом среднеквадратичную ошибку:

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M (a^m(x_i) - y_i^m)^2 \rightarrow \min_w,$$

где  $a^m(x_i)$  – выход сети под номером  $m$  на объекте  $x_i$ , а  $y_i^m$  – реальное значение на этом объекте.

Стандартным методом обучения является метод обратного распространения ошибки (backpropagation) [19]. Он заключается в том, что от последнего слоя к первому постепенно находится градиент функции потерь по параметрам текущего слоя. Так как нейронная сеть – это композиция функций, такое вычисление возможно произвести, используя технику дифференцирования сложной функции.

Очень часто нейронные сети обучаются стохастически, используя различные данные на разных итерациях. Данная методика предотвращает застревание модели в локальных минимумах, а также сокращает объем хранимой памяти. Существует много различных модификаций данного подхода, однако в этой работе будет рассмотрен алгоритм адаптивной инерции Adam.

Adam (adaptive moment estimation) [20] – метод эффективной стохастической оптимизации, который сочетает в себе идею накопления движения и идею более слабого обновления весов для типичных признаков. Выглядит он следующим образом:

$$S_t := \alpha S_{t-1} + (1 - \alpha) \cdot \nabla E_t^2;$$

$$D_t := \beta D_{t-1} + (1 - \beta) \cdot \nabla E_t;$$

$$g_t := \frac{D_t}{1 - \beta} \sqrt{\frac{1 - \alpha}{S_t}};$$

$$\Delta W_t := \eta(g_t + \rho W_{t-1}) + \mu \Delta W_{t-1};$$

$$S_0 := 0;$$

$$D_0 := 0;$$

где  $\eta$  – коэффициент скорости обучения;

$\nabla E = \frac{\partial E}{\partial W}$  – градиент функции потерь;

$\mu$  – коэффициент момента;

$\Delta W_{t-1}$  – изменение весов на предыдущей итерации;

$\rho$  – коэффициент регуляризации;

$W_{t-1}$  – значения весов на предыдущей итерации;

$\alpha = 0.999$ ,  $\beta = 0.9$ .

Данный алгоритм прост в реализации, вычислительно эффективен, имеет небольшие требования к памяти, инвариантен к диагональному масштабированию градиентов и хорошо подходит для задач, которые являются большими с точки зрения данных и/или параметров. Метод также уместен для нестационарных задач с очень шумными и/или разреженными градиентами. Гиперпараметры имеют интуитивную интерпретацию и обычно требуют небольшой настройки. Эмпирические результаты показывают, что Adam хорошо работает на практике и выгодно отличается от других методов стохастической оптимизации.

## 2.5.2 Сеть долгой краткосрочной памяти

В середине 90-х годов немецкие исследователи Зепп Хохрайтер и Юрген Шмидхубер предложили вариант рекуррентной сети с так называемыми модулями долговременной краткосрочной памяти, или LSTM (Long short-term memory), в качестве решения проблемы исчезающего градиента. Дело в том, что обычные рекуррентные сети плохо справляются в ситуациях, когда нужно что-то держать в памяти долгое время: влияние состояния на шаге  $t$  экспоненциально затухает. LSTM-Сеть разумно использовать в задачах, когда данные события разделены временными лагами с неизвестной продолжительностью и границами, и, соответственно, при анализе временных рядов.

Сначала рассмотрим обычную рекуррентную сеть. Она состоит из циклов, с помощью которых учитывается предшествующая информация, что улучшает ее работу с последовательностями. На Рис. 2 показано, что рекуррентная сеть в развертке представляет собой последовательную цепочку из копий одной и той же сети.

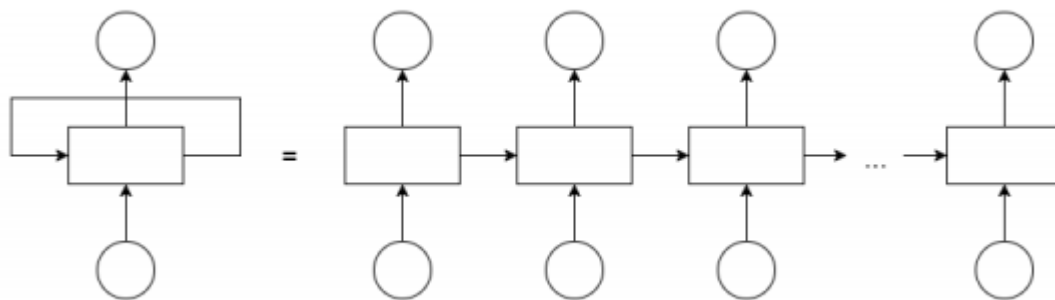


Рисунок 2. Рекуррентная сеть в развертке

Данная модель удачно работает, когда в задачах требуется только недавняя информация, но в случаях необходимости большего контекста она не справляется. Для это существует LSTM-сеть, способная обрабатывать данные, когда дистанция между актуальной информацией и местом, где она понадобилась, довольно велика.

Обычная рекуррентная сеть имеет следующую структуру (Рис. 3): последовательность связанных друг с другом модулей, имеющих простое

строение (например, один слой с функцией активации – гиперболическим тангенсом).

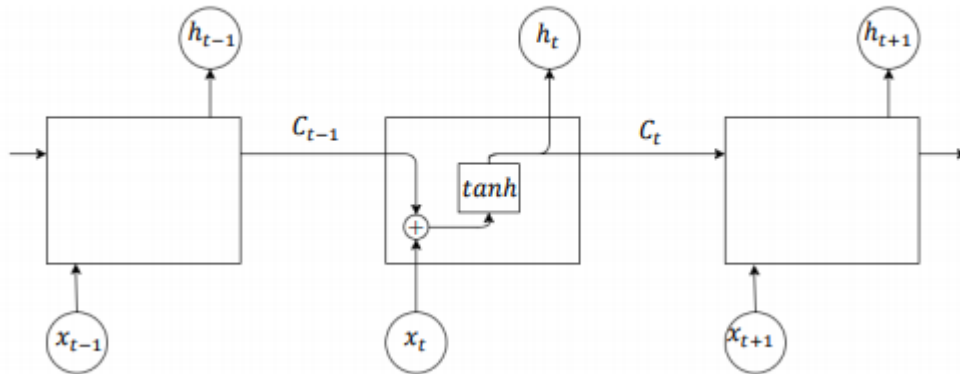


Рисунок 3. Структура рекуррентной сети

LSTM-сеть имеет похожую структуру, но ее модули построены более сложным образом (Рис. 4).

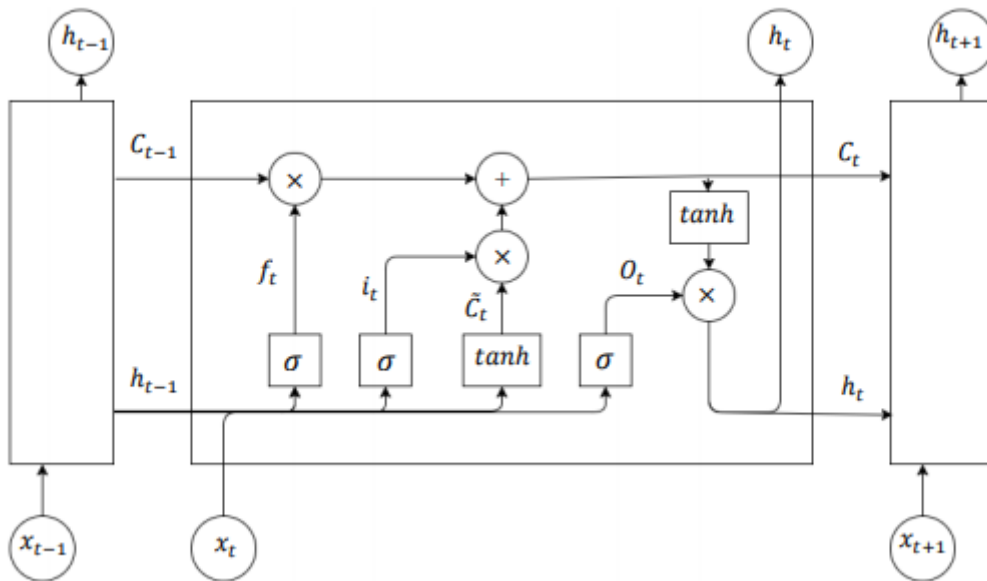




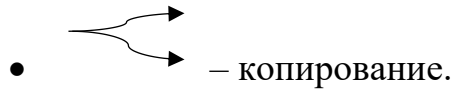


Рисунок 4. Структура LSTM-сети

Здесь использованы следующие обозначения:

-  – слой нейронной сети;
-  – поточечная операция;
-  – векторный перенос;
-  – объединение;



На построенной схеме каждая линия переносит вектор значений от одного узла к другому. Кружками обозначены поточечные операции: сложение и умножение. Соединяющиеся линии показывают объединение, а разъединяющиеся – о копировании данных.

Разберем пошагово работу LSTM-сети.

1. Первый шаг осуществляется на “слое фильтра забывания” (forget gate layer), на котором сеть определяет, какая информация может быть выброшена. Принимая значения  $h_{t-1}$  и  $x_t$ , слой возвращает число от 0 до 1, где «0» означает «забыть навсегда», а «1» – «оставить». Получаем:

$$f_t = \sigma(W_f[h_{t-1}, x_t] + b_f).$$

2. На втором шаге определяется, какая новая информация будет храниться в ячейке. Сначала “слой входного фильтра” (input layer gate) решает, какие значения необходимо обновить. Далее  $\tanh$ -слой создает вектор новых значений  $\hat{C}_t$  с целью последующего его добавления в состояние ячейки. Описывается это следующим образом:

$$i_t = \sigma(W_i[h_{t-1}, x_t] + b_i);$$

$$\hat{C}_t = \tanh(W_c[h_{t-1}, x_t] + b_c).$$

3. На третьем шаге обновляется старое состояние ячейки  $C_{t-1}$  на новое  $C_t$ . С этой целью проводятся следующие вычисления:

$$C_t = f_t C_{t-1} + i_t \hat{C}_t.$$

4. На четвертом шаге выбирается информация для выхода. Сначала применяется сигмоидальный слой, на котором отсеиваются нужные значения. Затем  $\tanh$ -слой преобразует данные, чтобы они лежали от -1 до 1. Полученные векторы перемножаются:

$$o_t = \sigma(W_o[h_{t-1}, x_t] + b_o);$$

$$h_t = o_t \tanh(C_t).$$

Значения  $C_t$  и  $h_t$  передаются дальше по цепочке.

Алгоритм обучения рекуррентной сети похож на алгоритм обратного распространения ошибки, однако с некоторой модификацией. Так как на всех временных шагах сети используются одни и те же параметры, градиент на текущем выходе зависит еще и от предыдущих временных этапов. Например, для нахождения градиента на пятом шаге необходимо «распространить ошибку» на три шага и суммировать градиенты. Данная методика использована в «алгоритме обратного распространения ошибки сквозь время» (Backpropagation Through Time).

## Глава 3. Экспериментальная часть.

### Одномерный временной ряд

#### 3.1 Данные

В данной работе использована официальная статистика об уровне цен, публикуемая Росстатом [21]. Как было отмечено в пункте 1.4, за индикатор инфляции разумно взять индекс потребительских цен (ИПЦ) в силу его рассмотренных особенностей.

Действуя согласно теории статистики, для получения ИПЦ за определенный период требуется перемножить все входящие в этот временной промежуток индексы, объясняющие изменение цен в отчетном периоде по сравнению с предыдущим. Так, например, индекс потребительских цен по Российской Федерации за период январь 2016 г. - март 2016 г. рассчитывается следующим образом:

$$100,96 * 100,63 : 100 * 100,46 : 100 = 102,06\%$$

В этой работе будет рассмотрена ежемесячная динамика инфляции в России за период с января 1999 года по март 2019 года (Рис. 5), рассчитанная на основе ИПЦ по формуле:

$$infl_i = \frac{IPC_i - IPC_{i-1}}{IPC_{i-1}} * 100\%.$$

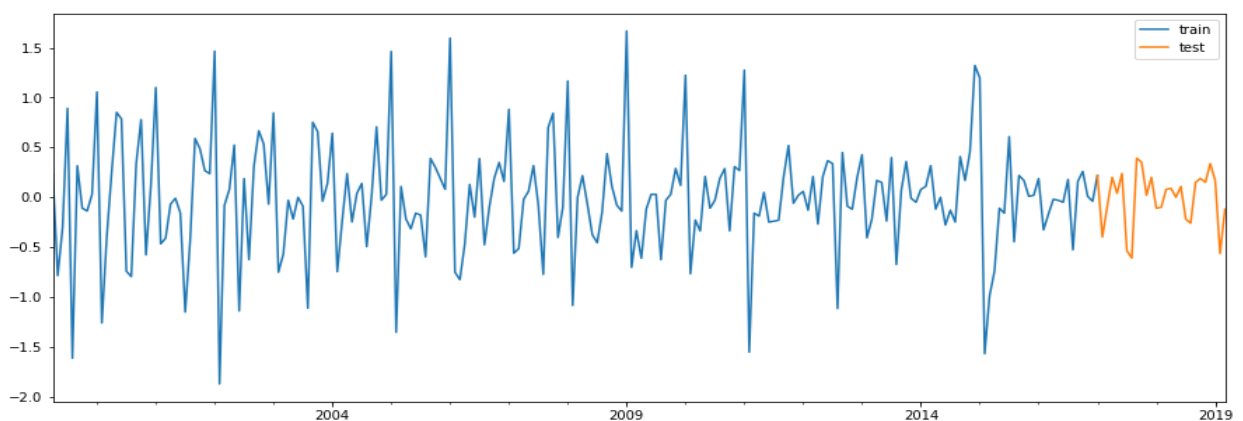


Рисунок 5. Динамика инфляции в России

С помощью критерия Дики-Фуллера временной ряд инфляции был проверен на стационарность [22]. Здесь нулевая гипотеза ( $H_0$ ) предполагает, что ряд имеет единичный корень, то есть он нестационарный. За

альтернативную гипотезу (H1) берется случай, когда ряд является стационарным. Если  $p$ -значение  $> 0,05$ , то не удастся отклонить нулевую гипотезу, что говорит о нестационарности. В противном случае, то есть если  $p$ -значение  $\leq 0,05$ , отклонить нулевую гипотезу удастся, и это означает, что данные стационарны.

На рассматриваемом временном ряде  $p$ -значение = 0,00001, то есть ряд не стационарный.

Все данные разделены на две части (Рис. 5): тренировочную и тестовую. Тренировочная выборка нужна для обучения модели, тестовая – для проверки качества.

Перед непосредственным построением моделей проведена предобработка данных:

- Проверка на выбросы:

$$x_{\text{выброс}} \notin [Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1), Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)],$$

где  $Q_1$  - первая квартиль,  $Q_3$  - третья квартиль;

- Данные стандартизированы ( $E(x) = 0$ ,  $D(x) = 1$ ).

Оценивание качества прогнозов производится с помощью среднеквадратичной ошибки, вычисляемой по формуле:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (infl_i - \widehat{infl}_i)^2}{n}},$$

где  $infl_i$  – наблюдаемое значение инфляции,  $\widehat{infl}_i$  – построенное моделью.

### 3.2 Сезонная модель ARIMA

Построение модели  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$  реализовано на языке Python в библиотеке Statsmodels.

Гиперпараметры  $(p, d, q)(P, D, Q)_s$  настраиваются путем поиска в сетке набора конфигураций параметров и определения того, какие комбинации



работают лучше для данного одномерного временного ряда. Этот подход оказывается быстрее на современных компьютерах, чем процесс анализа графиков автокорреляции и частичной автокорреляции, и может выявить неочевидные результаты, приводящие к снижению погрешности прогноза. В качестве меры качества используется информационный критерий Акаике (AIC), при помощи которого можно оценить расстояние между моделями. Выбирается та конфигурация гиперпараметров, при которой значения критерия минимально.

Получены следующие значения параметров:

$$p = 0, d = 0, q = 2, P = 6, D = 0, Q = 3, s = 12.$$

На графике (Рис. 6) показана реальная динамика инфляции (желтая линия) и предсказанные значения с помощью модели (голубая линия).

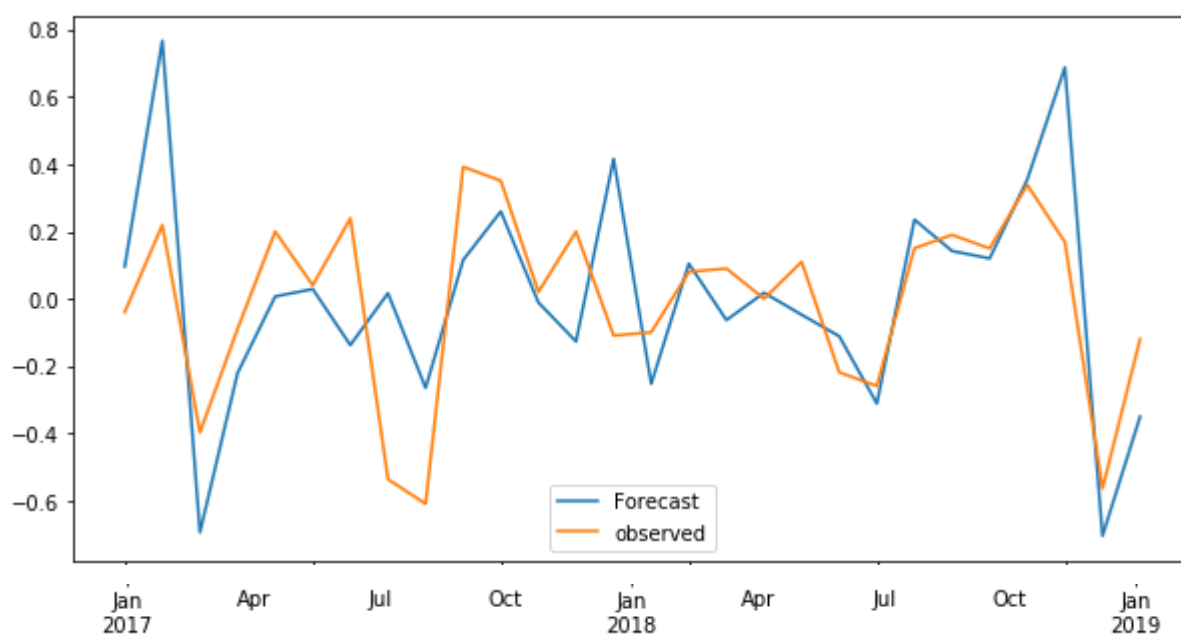


Рисунок 6. Реальные и предсказанные значения моделью SARIMA

Для проверки адекватности построенной модели проанализируем остатки. По графикам (Рис. 7) видно, что они стационарны и явных автокорреляций не имеется.

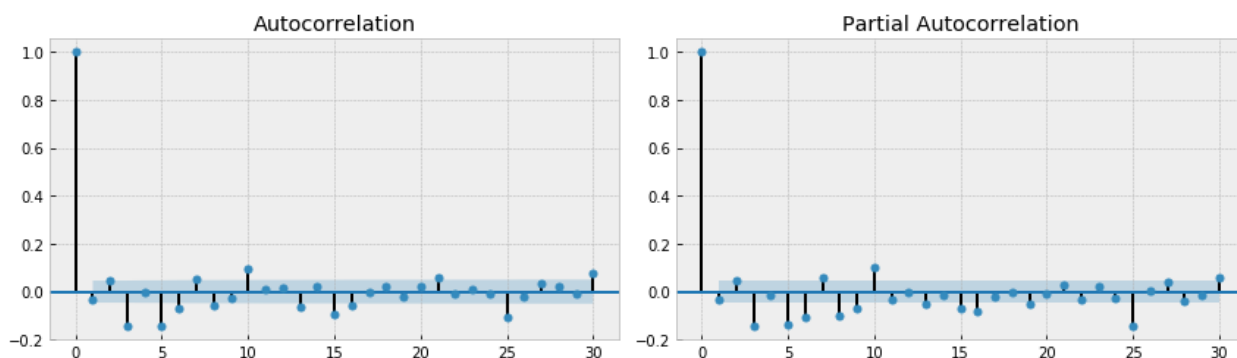


Рисунок 7. Анализ остатков

На тестовой выборке ошибка  $RMSE = 0.1757$ .

### 3.3 Гребневая и лассо регрессии

Модели гребневой и лассо регрессий (Ridge and Lasso Regression) реализованы на языке Python в библиотеке Scikit-learn. Прогнозирование осуществляется в режиме псевдореального времени на отложенных выборках со скользящим годовым окном (12 месячных значений).

Гиперпараметры данных моделей найдены на кросс-валидации (перекрестной проверке). Этот подход используется для анализа поведения модели на независимых данных. Он заключается в том, что данные разбиваются на  $k$  частей. Далее  $k - 1$  частей выступают в роли обучающей выборки, а оставшаяся 1 часть – в качестве тестовой. Эта процедура проводится  $k$  раз, пока каждая из частей не будет использована для тестирования. На каждом  $k$ -ом шаге вычисляется качество модели, а затем ищется среднее среди этих  $k$  значений. В итоге получается, что произведена оценка модели с наиболее равномерным использованием имеющихся данных. После прогона таким образом модели с различными гиперпараметрами, выбирается лучшее (по отношению к качеству) их значение.

Получено:  $\tau = 0.001$ ,  $\vartheta = 0.001$ .

На графиках (Рис. 8, 9) построена динамика наблюдаемой инфляции (желтая линия) и предсказанной с помощью моделей с регуляризацией (голубая линия).

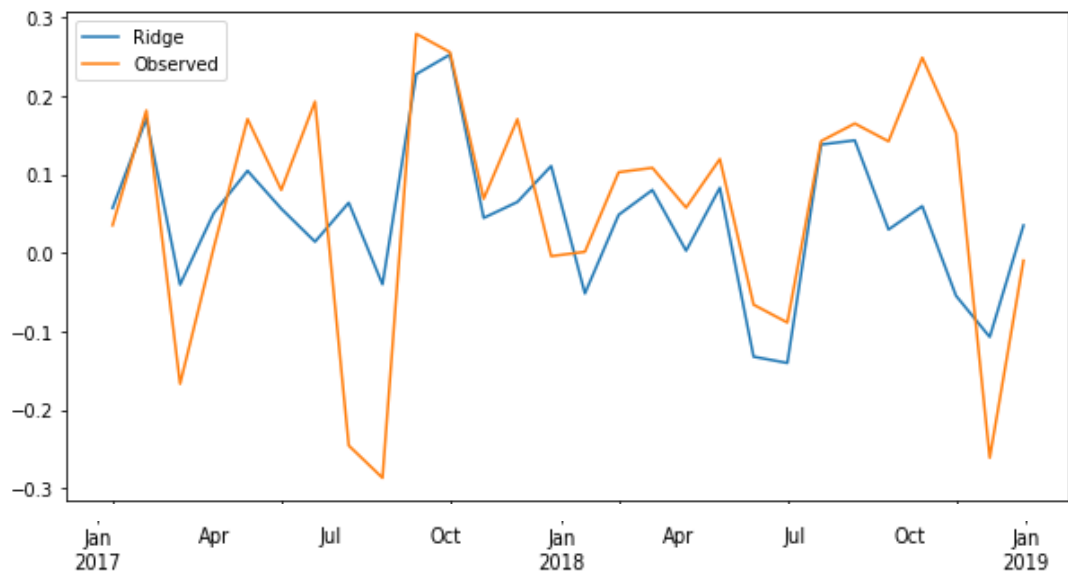


Рисунок 8. Реальные и предсказанные значения Гребневой регрессией (Ridge)

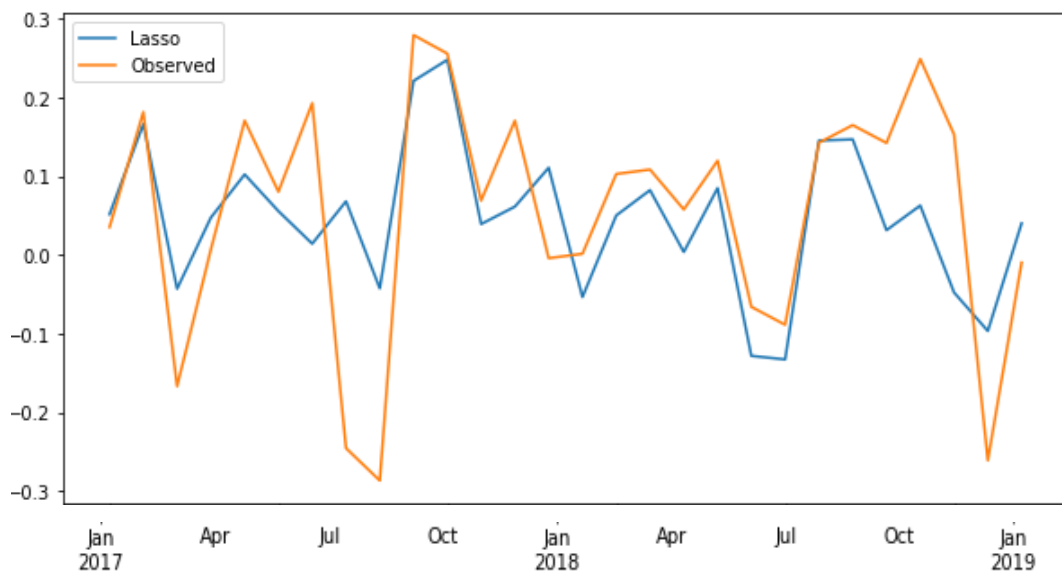


Рисунок 9. Реальные и предсказанные значения Лассо регрессией (Lasso)

Модели показали следующие значения ошибки на тестовой выборке:

- Гребневая регрессия:  $RMSE = 0.1155$ ;
- Лассо регрессия:  $RMSE = 0.1157$ .

### 3.4 Двухслойная нейронная сеть с прямой связью

Построение нейронной сети с прямой связью, состоящей из двух слоев, реализовано на языке Python в библиотеке Keras.

На кросс валидации архитектура 12: 12: 1 показала наилучшее значение метрики. Следовательно, данная структура выбрана для дальнейшей работы. Используется функция активации Relu и оптимизатор Adam.

На графике (Рис. 10) построена динамика наблюдаемой инфляции (голубая линия) и предсказанной нейронной сетью (желтая линия).

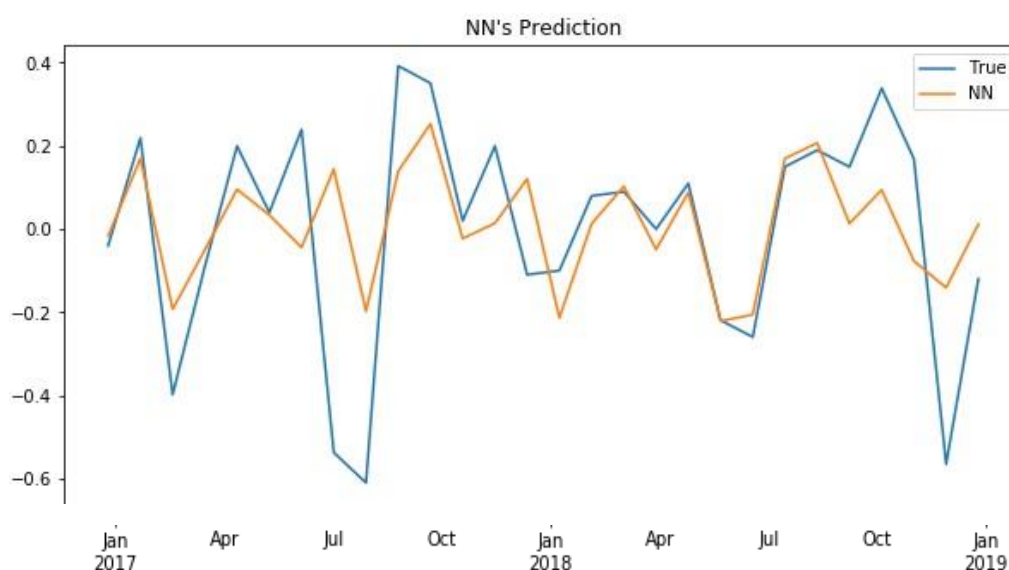


Рисунок 10. Реальные и предсказанные значения двухслойной нейронной сетью

На тестовой выборке ошибка  $RMSE = 0.1717$ .

### 3.5 LSTM-сеть

Данная модель построена на языке Python в библиотеке Keras.

На вход LSTM-сети подается трехмерная матрица размером  $m \times n \times k$ , где  $m$  – количество обучающих объектов,  $n$  – размер скользящего окна, а  $k$  – количество рассматриваемых переменных. В рассматриваемой задаче

одномерного прогнозирования уровня инфляции входные данные имеют следующую размерность:

- Данные для тренировки:  $185 \times 20 \times 1$ ;
- Данные для тестирования:  $34 \times 20 \times 1$ .

Скользящее окно выбрано размером  $n = 20$ .

На вход сети подается вектор размером  $20 \times 1$ , после чего значения передаются на рекуррентный слой. Используется функция активации Relu и оптимизатор Adam.

На графике (Рис. 11) построена динамика наблюдаемой инфляции (голубая линия) и предсказанной LSTM-сетью (желтая линия).

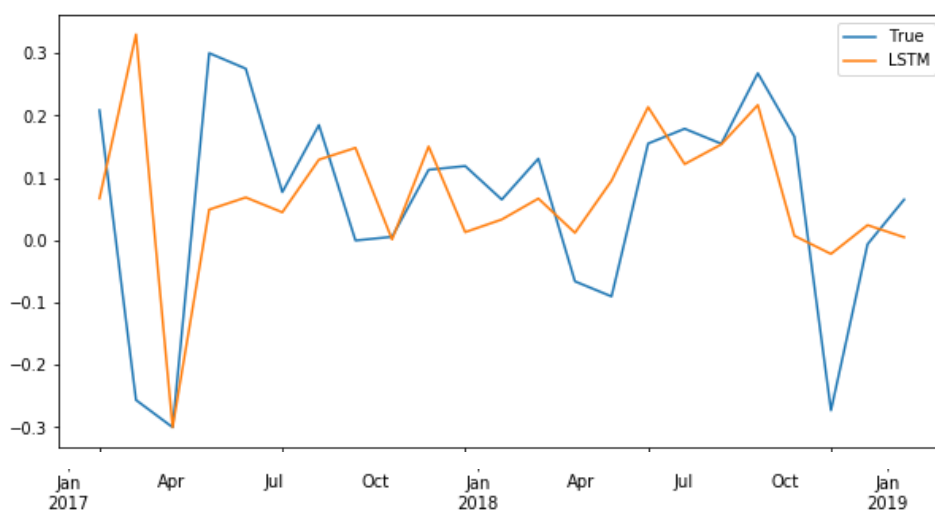


Рисунок 11. Реальные и предсказанные значения LSTM-сетью

На тестовой выборке ошибка  $RMSE = 0.1687$ .

## Глава 4. Экспериментальная часть.

### Многомерный временной ряд

#### 4.1 Данные

В этой главе также рассматривается задача прогнозирования инфляции в России, однако помимо самой инфляции в модель включаются другие экономические показатели. Предполагается, что имеется некая корреляция между уровнем инфляции и другими временными рядами, которая сделает прогнозы более точными.

Аналогично предыдущей главе, рассматривается период с января 1999 года по март 2019 года. В приложении 1 указан список рассматриваемых переменных. Все ряды приведены к стандартному виду и стандартизированы.

Прогнозирование проводится в псевдореальном времени с лагом 12. Это приводит к очень большому количеству потенциальных предикторов, что мотивирует сократить размерность. С этой целью к данным применяется метод главных компонент, реализованный на языке Python в библиотеке Scikit-learn. Сохраняя 95% информации, метод строит 17 новых переменных, которые будут использованы в дальнейшем анализе.

#### 4.2 Гребневая и лассо регрессии

Регрессионные модели с регуляризацией построены после преобразования данных методом главных компонент.

С помощью кросс-валидации найдены параметры:  $\tau = 10$ ,  $\vartheta = 0.001$ .

На Рис.12, 13 показаны графики реальной инфляции и построенной с помощью моделей гребневой и лассо регрессий.

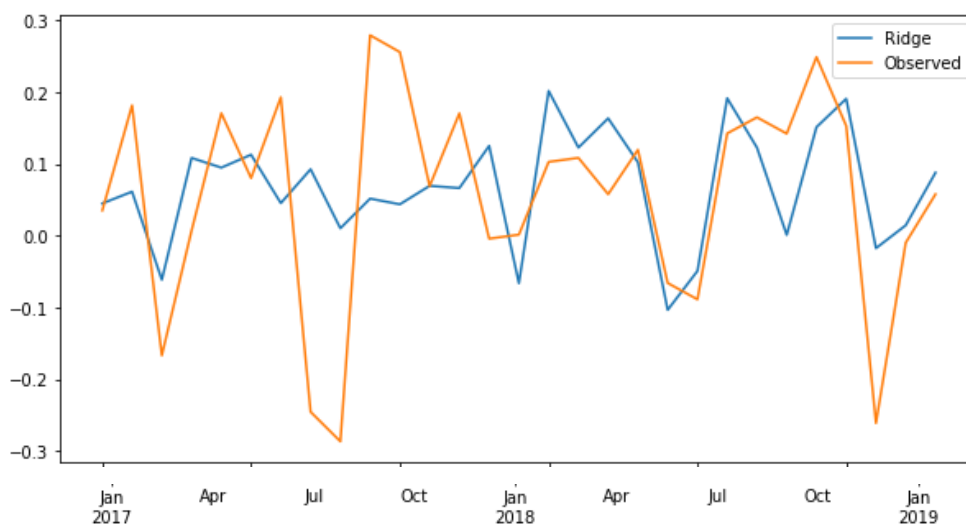


Рисунок 12. Реальные и предсказанные значения Гребневой регрессией (Ridge)

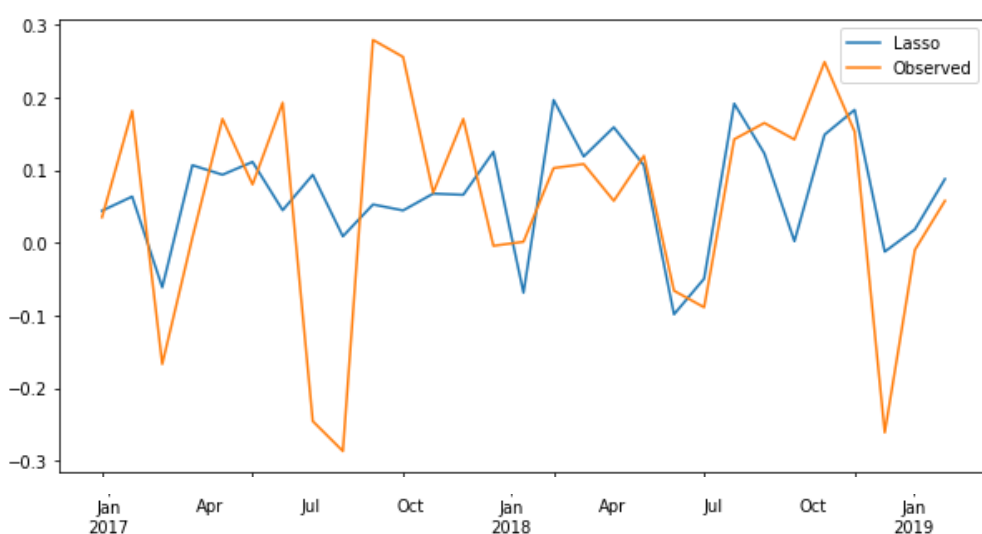


Рисунок 13. Реальные и предсказанные значения Лассо регрессией (Lasso)

Модели показали следующие значения ошибки на тестовой выборке:

- Гребневая регрессия:  $RMSE = 0.1633$ ;
- Лассо регрессия:  $RMSE = 0.1632$ .

### 4.3 Трехслойная нейронная сеть с прямой связью

В этом пункте построена трехслойная нейронная сеть с прямой связью, архитектура которой определяется соотношением 17:17:17:1. Данная архитектура выбрана с помощью перебора, так как показала наилучшее значение метрики. Используется функция активации Relu и оптимизатор Adam.

На графике (Рис. 14) построена динамика наблюдаемой инфляции (голубая линия) и предсказанной нейронной сетью (желтая линия).

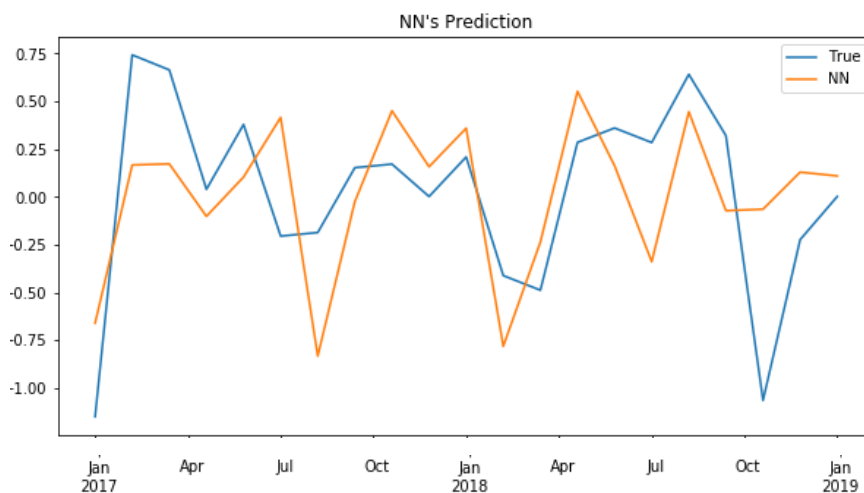


Рисунок 14. Реальные и предсказанные значения трехслойной нейронной сетью

На тестовой выборке ошибка  $RMSE = 0.1127$ .

#### 4.4 LSTM-сеть

На вход LSTM-сети подается трехмерная матрица размером  $m \times n \times k$ , где  $m$  – количество обучающих объектов,  $n$  – размер скользящего окна, а  $k$  – количество рассматриваемых переменных. В задаче многомерного прогнозирования уровня инфляции входные данные имеют следующую размерность:

- Данные для тренировки:  $185 \times 20 \times 17$ ;
- Данные для тестирования:  $23 \times 20 \times 1$ .

Скользящее окно выбрано размером  $n = 20$ .

На вход сети подается вектор размером  $20 \times 17$ , после чего значения передаются на рекуррентный слой, состоящий из 36 нейронов. Далее результаты поступают на слой прямого распространения. Используется функция активации Relu и оптимизатор Adam.

На графике (Рис. 15) построена динамика наблюдаемой инфляции (голубая линия) и предсказанной LSTM-сетью (желтая линия).



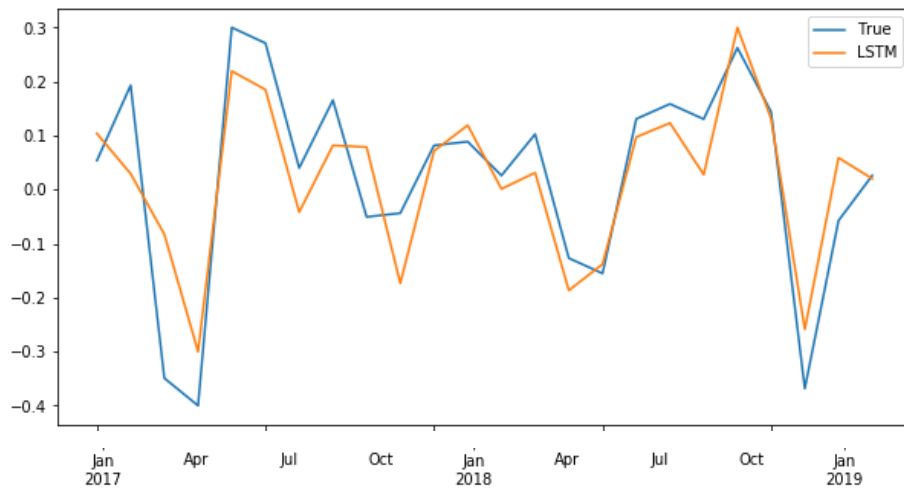


Рисунок 15. Реальные и предсказанные значения трехслойной LSTM-сетию

На тестовой выборке ошибка  $RMSE = 0.0931$ .

## Выводы

В Приложении 2 приведена таблица, включающая в себя значения метрик качества построенных моделей.

На основании результатов анализа временного ряда инфляции и его прогнозирования можно сделать следующие выводы (Приложение 2):

- Регрессионные модели с регуляризацией показывают почти равные значения метрики при прогнозе как одномерного, так и многомерного ряда инфляции, хотя сущность данных моделей несколько отличается друг от друга;
- Гребневая и лассо регрессии лучше прогнозируют одномерные временные ряды, чем многомерные;
- Модель ARIMA не сильно отстает от моделей, построенных с помощью методов машинного обучения, в некоторых случаях ее качество оказывается хуже;
- Подбор гиперпараметров модели ARIMA по сетке занимает очень много времени;
- Несмотря на преимущества моделей машинного обучения, они имеют важный недостаток: потеря интерпретируемости в ее классическом понимании;
- Наилучшую точность показала LSTM-сеть при анализе многомерного временного ряда.

## Заключение

Данная работа направлена на доказательство состоятельности методов машинного обучения при прогнозировании уровня инфляции в России.

С этой целью было проведено исследование тенденций современной экономики РФ, а также проанализировано функционирование Центрального Банка, что подтвердило актуальность рассматриваемой задачи. Был проведен обзор используемых для прогнозирования методов, таких как сезонная модель ARIMA, регрессионные модели с регуляризацией, нейронные сети с прямой связью, сеть долгой краткосрочной памяти. При построении этих методов сначала были взяты данные только о динамике инфляции, а затем в модель включались временные ряды других экономических показателей. Все данные были разделены на тренировочную и тестовую выборки, которые были использованы для обучения моделей и проверки их качества соответственно. Сравнение методов опиралось на функционал среднеквадратичной ошибки, посчитанный на тестовой выборке. По результатам анализа можно сделать вывод, что модели машинного обучения в основном имеют более высокую точность, чем модель ARIMA. Кроме того, настройка параметров у последней модели занимает достаточно большое количество времени, что является ее существенным недостатком. Однако, что касается недостатков моделей машинного обучения, они теряют свою интерпретируемость. Большую точность показала сеть долгой краткосрочной памяти.

Подводя итог, можно сделать вывод, что методы машинного обучения с учетом всех достоинств и некоторых недостатков могут и должны быть использованы в экономической сфере, в том числе и при моделировании монетарного регулирования в РФ.

## Список литературы

1. Основные направления единой государственной денежно-кредитной политики. <http://www.cbr.ru/publ/ondkp/>
2. Svensson, Lars E.O. Monetary Policy with Judgment: Forecast Targeting // International Journal of Central Banking. 2005. No 1. P.1-54.
3. Турунцева М. Ю. Прогнозирование в России: обзор основных моделей // Экономическая политика. 2011. № 1. С. 193-202.
4. Stock J. H., Watson M. W. Phillips Curve Inflation Forecasts // NBER Working Paper. 2008. No 14322.
5. Chakraborty C., Joseph A. Machine Learning at Central Banks // Bank of England working papers. 2017. No 674.
6. G. Papacharalampous, H. Tyrallis, D. Koutsoyiannis Univariate time series forecasting of temperature and precipitation with a focus on machine learning algorithms: A multiple-case study from Greece // Water Resour. Manag. 2018. No 32. P. 5207–5239.
7. Knut Wicksell Interest and Prices. 1898. 239 P.
8. Моисеев С. Одиссея инфляционного таргетирования // Вопросы экономики. 2017. № 10.
9. Официальный сайт Банка России.  
[https://www.cbr.ru/DKP/about\\_monetary\\_policy/inflation/](https://www.cbr.ru/DKP/about_monetary_policy/inflation/)
10. Wikipedia. ARIMA // Википедия, свободная энциклопедия. 2014.  
URL: <http://goo.gl/bNmcX8>
11. Wikipedia. Стационарность // Википедия, свободная энциклопедия. 2014. URL: <http://goo.gl/XRkh3W>
12. P. Arumugam, R. Saranya Outlier Detection and Missing Value in Seasonal ARIMA Model Using Rainfall Data // Materials Today: Proceedings on ScienceDirect. 2018. Vol. 5. Issue 1. Part 1. P. 1791-1799.
13. К. В. Воронцов Лекции по алгоритмам восстановления регрессии 2007.

14. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning // Springer. 2001.
15. Tibshirani R. J. Regression shrinkage and selection via the lasso // Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological). 1996. Vol. 58. No. 1. P. 267–288.
16. С. Хайкин Нейронные сети. Полный курс. Второе издание. 2006. 1103 с.
17. Колмогоров А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного // Докл. АН СССР. 1958. Т. 114. № 5. С. 95.
18. А. Н. Горбань, В. Л. Дунин-Барковский, А. Н. Кирдин, Е. М. Миркес, А. Ю. Новоходько, Д. А. Россиев, С. А. Терехов и др. Нейроинформатика // Новосибирск: Наука. 1998. С. 296.
19. Hecht-Nielsen, Robert. Theory of the backpropagation neural network // Neural Networks. IJCNN., International Joint Conference on. IEEE. 1989.
20. Kingma, Diederik, and Jimmy Ba. Adam: A method for stochastic optimization. 2015. arXiv preprint arXiv:1412.6980.
21. Официальный сайт Центрального Банка России <http://www.gks.ru/>
22. Dickey D. A. and Fuller W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root // Journal of the American Statistical Association. 1979. No 74. P. 427-431.

*Приложение 1. Список экономических показателей.*

1.	Инфляция
2.	Обменный курс национальной валюты к доллару США: средний дневной курс для Российской Федерации, единицы национальной валюты за доллар США, ежемесячно, без сезонной корректировки
3.	Уровень зарегистрированной безработицы в Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
4.	Доходность долгосрочных государственных облигаций: 10-летняя: основная (включая контрольный показатель) для Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, без сезонной корректировки
5.	Реальный широкий эффективный обменный курс для России, индекс 2010 = 100, ежемесячно, без сезонной корректировки
6.	Капитализация фондового рынка к ВВП для Российской Федерации, в процентах, годовая, без сезонной корректировки
7.	Процентные ставки, Дисконтная ставка для Российской Федерации, проценты в год, ежемесячно, сезонно не скорректированы
8.	Трехмесячные или 90-дневные ставки и доходность: межбанковские ставки для Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, без сезонной корректировки
9.	M1 для Российской Федерации, национальная валюта, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
10.	Производство в целом по промышленности в Российской Федерации, индекс 2015 = 100, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
11.	Валовой внутренний продукт на душу населения для Российской Федерации, текущие доллары США, годовой, без сезонной корректировки
12.	Индекс неопределенности экономической политики для России, ежемесячно, без сезонной корректировки
13.	Спот-курс национальной валюты по отношению к доллару США для Российской Федерации, доллар США за единицу национальной валюты, ежемесячно, без сезонной корректировки
14.	Моментальные ставки: менее 24 часов: ставки Центрального банка Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, без сезонной корректировки
15.	Уровень безработицы: в возрасте 15 лет и старше: все лица в Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, без сезонной корректировки
16.	Экспорт товаров и услуг в Российской Федерации, обмен, российские рубли, ежеквартально, с учетом сезонных колебаний
17.	Экспорт: стоимость товаров для Российской Федерации, темп роста за предыдущий период, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
18.	Соотношение экспорта к импорту для Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
19.	Соотношение экспорта к импорту для Российской Федерации, в процентах, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
20.	Импорт товаров в США по таможенным правилам из России, с изменениями, в миллионах долларов, ежемесячно, без сезонной корректировки

21.	Экспорт товаров из США по ФАС для России, Изменение, Миллионы долларов, ежемесячно, без сезонной корректировки
22.	МЗ для Российской Федерации, темп роста предыдущего периода, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
23.	Общие резервы без учета золота в Российской Федерации, процентное изменение, ежемесячно, без сезонной корректировки
24.	Активное население: в возрасте 15-74 лет: все лица в Российской Федерации, изменения, человек, годовой, с учетом сезонных колебаний
25.	Общий кредит частному нефинансовому сектору, скорректированный с учетом перерывов, для России, изменения, млрд. руб., ежеквартально, без сезонной корректировки
26.	Широкий эффективный обменный курс для России, процентное изменение, ежемесячно, без сезонной корректировки
27.	Долгосрочные доходности по государственным облигациям: комбинированные условия для Российской Федерации, изменение, проценты, ежемесячно, без сезонной корректировки
28.	Немедленные ставки: менее чем за 24 часа: ставка Call Money / межбанковская ставка для Российской Федерации, изменение, проценты, ежемесячно, без сезонной корректировки
29.	Общая стоимость акций по всем акциям для Российской Федерации, темп роста за предыдущий период, ежемесячно, без сезонной корректировки
30.	Основные показатели ОЭСР: Справочная серия: Валовой внутренний продукт (ВВП): нормализовано для Российской Федерации, индекс, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
31.	Уровень зарегистрированной безработицы в Российской Федерации, чел., ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
32.	Прибыль за месяц: все виды деятельности для Российской Федерации, изменения, национальная валюта, месячный уровень, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
33.	Индекс цен производителей: Виды экономической деятельности: Внутренняя промышленность в Российской Федерации, Изменение, Индекс 2015 = 100, ежемесячно, без сезонной корректировки
34.	Обследования бизнес-тенденций для производства: Индикаторы доверия: Составные индикаторы: Индикатор ОЭСР для Российской Федерации, Нормализованный (Нормальный = 100), Ежемесячный, сезонно скорректированный
35.	Общий объем розничной торговли в Российской Федерации, изменение, индекс за 2015 год = 100, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
36.	Обследования бизнес-тенденций для производства: показатели доверия: составные показатели: Европейская комиссия и национальные показатели для Российской Федерации, чистый процент, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний

37.	Общий кредит для домашних хозяйств и НКОД, скорректированный с учетом перерывов, для России, изменения, млрд. Руб., ежеквартально, без сезонной корректировки
38.	Чистая торговля: стоимость товаров для Российской Федерации, изменение, национальная валюта, месячный уровень, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
39.	Индекс потребительских цен: транспорт (СОICOP 07): всего: всего по России, в процентах, ежемесячно, без сезонной корректировки
40.	Основные показатели ОЭСР: Серия компонентов: BTS - Производство: нормализовано для Российской Федерации, индекс, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
41.	Производство в общем объеме производства для Российской Федерации, изменение, индекс 2015 = 100, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний
42.	Производство: Энергетика: Всего энергии: Всего по Российской Федерации, индекс 2015 = 100, ежемесячно, с учетом сезонных колебаний

*Приложение 2. Сравнение качества построенных моделей*

Прогнозируемый ряд	Модель	Значение ошибки <i>RMSE</i>
Одномерный ряд	Сезонная модель ARIMA (SARIMA)	0.1757
	Гребневая регрессия	0.1155
	Лассо регрессия	0.1157
	Двухслойная нейронная сеть	0.1717
	LSTM-сеть	0.1687
Многомерный ряд	Гребневая регрессия	0.1633
	Лассо регрессия	0.1632
	Трехслойная нейронная сеть	0.1127
	LSTM-сеть	0.0931