

**Отзыв научного руководителя
на выпускную квалификационную работу
Павла Гвоздевского
на тему “Надгруппы некоторых подсистемных подгрупп в группах
Шевалле над кольцами”.**

Для меня большая честь выступать научным руководителем работы Павла Гвоздевского. Я познакомился с Павлом весной 2015 года, когда он посещал семинар по коммутативной алгебре и он сразу привлек мое внимание вопросами, демонстрирующими интерес к предмету, острый ум и чрезвычайно глубокое понимание математики. Осенью 2016 года он начал работать под моим руководством в области теории классических и алгебраических групп. Я могу с полной уверенностью утверждать, что Павел *чрезвычайно* способный и мотивированный молодой математик.

В течение 2015/2016 учебного года Павлу, совместно с Даниилом Мамаевым, удалось полностью решить задачу описания надгрупп нечетной ортогональной группы, вложенной как скрученная группа Шевалле в четную ортогональную группу на единицу большего ранга, для совершенно произвольных коммутативных колец. Это последний остававшийся неразобраным случай таких вложений, после того как мы с Виктором Петровым и, независимо, Ю Хонг описали надгруппы симплектической группы, а Александр Лузгарев описал надгруппы F_4 в E_6 . Для начинающих это *чрезвычайно серьезное* достижение, так как им для этого пришлось овладеть целым спектром понятий и методов в области теории алгебраических групп, общей теории групп, теории представлений, алгебраической K -теории и коммутативной алгебре. Эта работа будет в самое ближайшее время подана в журнал “Алгебра и Анализ”.

В 2017/2018 учебном году Павел получил *совершенно замечательный* результат. А именно, ему удалось полностью описать надгруппы группы типа D_5 в E_6 и надгруппы E_5 в E_7 , притом над совершенно произвольным коммутативным кольцом (не предполагается даже обратимость $2!$). Отмечу, что это *первое* описание надгрупп системных подгрупп в *исключительных* группах в такой общности. До этого такого рода результаты были известны только для классических групп в работах Зенона Боревица, моих, Алексея Степанова, Александра Щеголева и других. Для исключительных групп такого рода результаты раньше удавалось получать *только* над полями (это работы Гари Зейтца, Мартина Либека и их учеников для конечных и алгебраически замкнутых полей и работы Ли Шанчжи и Ванг Дэньина для отдельных примеров в случае бесконечного поля). Эта статья (40 стр.) уже сдана в журнал “Алгебра и Анализ”. При этом Павел продемонстрировал, что полностью владеет широким арсеналом необходимых технических средств. Фактически, перечисленные выше случаи, это описание надгрупп подгрупп Леви параболических подгрупп с *абелевым* унипотентным радикалом. По уровню эта статья соответствует скорее главе *хорошей* кандидатской диссертации, чем курсовой работе.

В течение 2018/2019 учебного года Павел сумел еще гораздо дальше продвинуться в этом направлении. В своей работе “Надгруппы subsystem subgroups в исключительных группах: $2A_1$ -доказательство”, также сданной в журнал Алгебра и Анализ, которая составила содержание данного диплома, ему удалось полностью описать надгруппы системных подгрупп еще примерно для двух десятков интересных

случаев, упомянутых в нашем обзоре с Алексеем Степановым и в нашей статье с Александром Щеголевым как открытые проблемы.

Совершенно замечательно в этой работе то, что для извлечения корневых унитаров используются *приводимые* подсистемы типа $2A_1$. Во всех предыдущих работах даже в классических группах предполагалось наличие в подсистемной подгруппе *неприводимой* классической подгруппы ранга 2. Для того, чтобы избавиться от необходимости проводить чрезвычайно трудоемкие явные вычисления в представлениях исключительных групп и снять условие обратимости 2 в основном кольце, Павлу пришлось развить совершенно новый подход, связанный с одновременными вычислениями с парами унитарных и нильпотентных элементов в исключительной группе и ее алгебре Ли, который может оказаться чрезвычайно полезным и во многих других ситуациях.

Чтобы еще раз оценить, то, *насколько* это замечательные достижения для столь молодого математика, напомним, что до работ Павла такое описание не было получено в полной общности *ни для одной* системной подгруппы в *исключительных* группах! Жюри конкурса имени В.А.Рохлина в этом году присудило Павлу 1-е место в номинации студенческих работ. Он является полноправным участником гранта РФ для малых научных групп под руководством Алексея Степанова, участвовал в большом количестве летних школ и т.д.

Для меня нет сомнения, что Павел Гвоздевский **исключительно** талантливый, технически сильный и мотивированный молодой математик с огромным исследовательским потенциалом. Его выпускная квалификационная работа “Надгруппы некоторых подсистемных подгрупп в группах Шевалле над кольцами” представляет собой **чрезвычайно** серьезное продвижение в структурной теории алгебраических групп. По своему уровню эта работа смотрится как глава *хорошей* кандидатской диссертации и, вне всякого сомнения, должна быть (и будет!) опубликована. Как квалификационная работа она является **совершенно выдающейся** и заслуживает оценки “отлично”.

Профессор Математики
Санкт-Петербургского гос. Университета

Николай Вавилов