

Санкт-Петербургский государственный университет  
Факультет прикладной математики — процессов управления  
Кафедра вычислительных методов механики деформируемого тела

**Седова Елена Дмитриевна**

**Выпускная квалификационная работа магистра**

**Прочностной анализ труб с учетом коррозионных  
повреждений**

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»  
Основная образовательная программа магистратуры ВМ.5518  
«Надежность и безопасность сложных систем»

Заведующий кафедрой,  
Доктор физико-математических наук,  
доцент

Пронина Ю. Г.

Научный руководитель,  
Доктор физико-математических наук,  
доцент

Пронина Ю. Г.

Санкт-Петербург  
2019

Содержание	
Введение	3
Обзор литературы	5
<b>Глава 1. Равномерная коррозия тонкостенной трубы</b>	<b>10</b>
1.1. Постановка задачи . . . . .	10
1.2. Уточненные формулы для расчета напряжений . . . . .	12
1.3. Уточненное решение задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы . . . . .	13
1.4. Результаты расчетов . . . . .	14
<b>Глава 2. Расчет напряжений вблизи поверхностного дефекта</b>	<b>18</b>
2.1. Построение модели . . . . .	19
2.1.1. Постановка задачи . . . . .	19
2.1.2. Геометрия модели . . . . .	19
2.1.3. Построение конечно-элементной модели . . . . .	20
2.2. Напряжения в окрестности поверхностного дефекта . . . . .	24
2.3. Результаты расчетов . . . . .	27
2.3.1. Исследование влияния радиуса дефекта . . . . .	28
2.3.2. Исследование влияния кривизны поверхности . . . . .	32
2.3.3. Исследование влияния площади пораженной поверхности	34
<b>Заключение</b>	<b>38</b>
<b>Список литературы</b>	<b>39</b>

# Введение

В настоящее время коррозия металлов, конструкций и защита их от коррозионного воздействия является одной из основных научно-технических, экологических и экономических проблем. В промышленности металлы и конструкции эксплуатируются при воздействии агрессивных сред, высоких температур, давлений, что приводит к значительному росту наносимого ущерба. Коррозию классифицируют по различным признакам. По механизму протекания выделяют химическую и электрохимическую коррозию. По характеру повреждений коррозию делят на сплошную (охватывает всю поверхность, которая находится под воздействием коррозионной среды) и местную (распространяется лишь на некоторых участках поверхности). Кроме того, по условиям и среде протекания коррозионного процесса рассматривают атмосферную, подводную, подземную, промышленную и биокоррозию.

**Актуальность темы.** Как известно, в земной атмосфере многие металлы и сплавы подвержены коррозии. Приводя к преждевременному износу и выходу из строя конструкций, коррозия наносит значительный экономический и экологический ущерб, а также может привести к более серьезным последствиям [1, 2]. В настоящее время многие сооружения и конструкции эксплуатируются при воздействии не только механических нагрузок, но и агрессивных сред [3, 5, 8, 9]. Такие условия приводят к механохимической коррозии конструкций, которая моделируется с помощью постановки задач с неизвестными переменными границами [10, 11]. Следует отметить, что ущерб от совместного воздействия механических нагрузок и химически активных сред оказывается более существенным, чем при воздействии данных факторов, действующих отдельно.

Для сферических и цилиндрических оболочек уже были получены аналитические решения некоторых задач о равномерной коррозии. Существующие решения для тонкостенных конструкций зависят только от разности внешнего и внутреннего давлений, действующих на объект, но не от самих значений давлений, что может привести к значительной погрешности в задачах о механохимической коррозии конструкций, находящихся под действием высоких давлений.

**Целью** данной работы является построение новых аналитических решений задачи механохимической коррозии тонкостенных труб, а также исследование концентрации напряжений в толстостенной трубе под действием равномерного внутреннего давления, на внешней поверхности которой имеется дефект в виде выемки, при различных геометрических параметрах задачи.

**Научная новизна:**

- получены новые аналитические решения задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы, находящейся в агрессивной среде;
- исследовано напряженное состояние в трубе, у которой на внешней поверхности имеется дефект, при различных геометрических параметрах;
- исследовано влияние числа поверхностных дефектов и площади пораженной поверхности на напряженное состояние в трубе.

**Научная и практическая значимость.** Полученные аналитические решения могут быть использованы как на этапе конструирования, так и при прогнозировании срока службы конструкций, эксплуатируемых в химически активных средах. Таким образом, результаты данной работы могут быть применены в различных отраслях человеческой деятельности. В условиях воздействия агрессивных сред, высоких температур и давлений приобретают большую значимость формы местной коррозии: коррозионное растрескивание, питтинг и другие. Исследование влияния дефектов на напряженное состояние в трубе, дает результаты для анализа возможности использования формул равномерной коррозии.

**Апробация работы.** Некоторые результаты выпускной квалификационной работы докладывались на научных конференциях:

- 47-ой международной научной конференции аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» (CPS'16), 4-7 апреля 2016, Санкт-Петербург, Россия, с последующей публикацией в научном сборнике [52],
- VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, (ECCOMAS Congress 2016), 5-10 июня 2016, Крит, Греция, с последующей публикацией [53].

## Обзор литературы

В настоящей работе в первой главе исследуется наиболее распространенный тип коррозии—сплошная (или общая) равномерная коррозия. Она характеризуется практически одинаковой скоростью растворения по всей поверхности материала. Подавляющее большинство работ и отечественных, и зарубежных исследователей, таких как Э. М. Гутман, В. М. Долинский, В. Г. Карпунин, И. Г. Овчинников, В. В. Петров, В. Д. Райзер, Г. Грюлинг, Ю. М. Почтман, Л. Шрайер, К. Швайцер и других, посвящено исследованию влияния сплошной равномерной коррозии на работу различных конструкций [1, 4, 12–19].

Необходимо отметить, что согласно ГОСТ 5272-68 [20], под скоростью коррозии понимают потери единицы поверхности металла в единицу времени, в то время как для глубины коррозионного разрушения в единицу времени введен термин скорость проникновения коррозии. Однако в данной работе будет использовано словосочетание «скорость коррозии» вместо «скорость проникновения коррозии», так как в научной литературе по данной тематике [4, 13, 16, 18, 21, 22] такая замена была произведена.

Интенсивность коррозии зависит от множества факторов: свойств материала и среды, давления, температуры, способа и качества механической обработки поверхности, длительности процесса и т. д. Данные зависимости устанавливаются экспериментально. На рубеже 19-20 веков было открыто влияние механических напряжений на скорость коррозии, так называемый «механохимический» эффект [15, 23, 24]. Было исследовано, что при некоторых условиях скорость коррозии увеличивается при увеличении механических напряжений, возникающих в теле. При этом совместное воздействие напряжений и коррозии наносит более значительный ущерб, чем механические нагрузки и агрессивная среда, действующие по отдельности. Таким образом срок службы конструкций, подвергающихся одновременному воздействию, снижается. Эммануилом Марковичем Гутманом был введен термин «механохимическая коррозия» для сплошной коррозии, при которой наблюдается механохимический эффект [15].

В инженерных расчетах широко применяется линейная зависимость ско-

рости проникновения механохимической коррозии от напряжения:

$$v = v^0 + m\sigma, \quad (1)$$

где  $v^0$  и  $m$  — постоянные, определяемые экспериментально,  $\sigma$  — эквивалентное напряжение. Впервые такого вида зависимость была введена В. И. Долинским в решении задачи прочностного расчета растягиваемой тонкостенной трубы, подвергающейся сплошной коррозии. В данной работе скорость коррозии была линейной функцией интенсивности напряжений [16]. При использовании данной зависимости (17) также аналитически решены некоторые задачи прочности и долговечности подверженных механохимической коррозии оболочек, пластин и других конструкций [4, 16, 18, 25, 26].

Помимо линейной были предложены некоторые другие варианты зависимости: экспоненциальная [15, 27, 28], квадратичная [25, 26, 29, 30] и другие модели. Под напряжением в этих зависимостях может пониматься какое-либо эквивалентное напряжение, например, интенсивность напряжений, максимальное нормальное напряжение, среднее напряжение и др.

Оригинальные аналитические решения задач о тонкостенных и толстостенных сосудах, стержнях и других конструкционных элементах в условиях механохимической коррозии получены Э. М. Гутманом с сотрудниками [15, 18, 31–33]. В этих работах предполагалось, что скорость коррозии экспоненциально зависит от среднего напряжения. В более поздних работах Э. М. Гутман исследовал устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек уже не только при экспоненциальной, но и при линейной зависимости.

В работе [34] было исследовано три модели механохимического износа толстостенной цилиндрической оболочки, основанные на линейной, экспоненциальной и квадратичной зависимостях скорости коррозии от напряжений. Показано, что прогнозы с использованием данных моделей дают разницу примерно в 10%. Кроме того, ими были предложены энергетическая, диффузионная и логистическая модели коррозионного износа. В статье [35] предложена методология построения моделей конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой, что помогло систематизировать и унифицировать построение моделей. Расчет конструкций с учетом совместного воздействия

нагрузок, температур и коррозионного износа был произведен в статьях [36-38].

Большой цикл исследований по изучению влияния коррозионного износа на поведение и долговечность конструкций принадлежит Ю.М.Почтману с коллегами [39,40]. В их работах было открыто новое направление исследований, связанное с принципами и методами оптимального построения конструкций с учетом воздействия агрессивных сред. В работах [39-42] рассмотрены принципы конструирования с точки зрения снижения материалоемкости и стоимости конструкций, а также повышения прочности, местной и общей устойчивости. Во многих отмеченных выше работах использован детерминированный подход к расчету прочности конструкций, находящихся под действием агрессивной среды. Но, ввиду случайного характера коррозионного процесса, большой интерес представляет вероятностно-статистический подход к оценке долговечности тел с учетом коррозионных повреждений. Существует большое количество работ по данной тематике. Этот подход исследовали И. А. Притыкин, В. Я. Флакс, С. А. Тимашев, В. Д. Райзер, Ю. Д. Вольберг, В. В. Филиппов [19,43-45].

В исследованиях М. М. Фридмана и И. Елишакова приведены численные результаты решения задачи определения оптимальной начальной формы непрямоугольных сжатых стоек и стержней. За параметр оптимальности в данных работах принят начальный объем конструкций. В их публикациях были получены результаты для прямоугольного и круглого сечения стоек с использованием как линейной, так и экспоненциальной модели [46,47]. Устойчивость тонкостенной сферической оболочки, подвергающейся воздействию давления снаружи и агрессивной среды изнутри рассмотрена в [48]. Численные результаты, полученные для оболочек из углеродистой стали могут использоваться для оценки срока службы при различных геометрических и механических параметрах, внешней нагрузке, температуре и параметрах процесса коррозии.

Прочностный расчет трубопроводов исследован в достаточно большом числе работ. Однако не менее важной проблемой является оценка прочности и надежности трубопроводов в условиях эксплуатации. Большое внимание это-

му вопросу уделяется специалистами ВНИИгаза под руководством В. В. Харионовского [49-51]. В их публикациях указано, что задача прогнозирования включает ряд пунктов: оценку текущего состояния, анализ нагрузок, а также условия взаимодействия трубопровода с окружающей средой и оценку риска возникновения опасных аварийных ситуаций.

Затухание коррозионного процесса в результате образования плотной пленки окислов на поверхности металла можно учитывать с помощью экспоненциального сомножителя [4]:

$$v = v^0 + m\sigma \exp(-bt). \quad (2)$$

Коэффициент затухания  $b$  определяется экспериментально.

Следует также отметить, что согласно [4] в некоторых системах металл-среда существует так называемое пороговое напряжение такое, что скорость коррозии при напряжениях меньше пороговых практически не зависит от напряжений, а при напряжениях больше пороговых зависимость является линейной.

Во второй главе данной работы рассматривается местная, или локальная, коррозия. Местная коррозия протекает на сравнительно небольших по площади участках поверхности металлов и приводит к опасным повреждениям конструкций в виде полостей, которые обычно начинаются с поверхности и уходят вглубь материала. Характерной чертой для такого вида коррозии является то, что скорость растворения на поврежденных участках превосходит скорость коррозии на основной поверхности металла [4]. Что приводит к углублению образовавшихся повреждений, а также возможному образованию трещин и сквозным отверстиям. Кроме того, локальные дефекты являются концентраторами напряжений, которые могут привести к преждевременному разрушению изделия [1, 2].

В настоящее время используются металлы и сплавы, которые устойчивы к сплошной равномерной коррозии, но подвержены местной (локальной) коррозии. Такая стойкость к коррозии обусловлена наличием на поверхности металла защитной пленки, которая препятствует коррозионному разрушению. Такие пленки могут возникать естественно [55] в процессе эксплуатации или

специально наноситься на элементы конструкции на этапе конструирования [56-58]. Однако, проблема использования защитных пленок состоит в том, что они могут иметь дефекты в виде микропор, трещин или повреждаться в процессе эксплуатации. Такие дефекты защитных покрытий приводят к возникновению локальных очагов коррозии и их дальнейшему развитию [59].

Наиболее распространенным видом местной коррозии является питтинговая (точечная) коррозия. Для такого вида разрушения характерно образование полостей в металле, которые начинаются с поверхности — питтингов. Еще одним видом локальной коррозии являются коррозионные трещины. Некоторые задачи роста трещин, скорость роста которых зависит от напряжений были рассмотрены в работах Р. А. Арутюнана [60,61].

Одним из наиболее используемых способов оценки напряженного состояния в окрестности поверхностного дефекта является конечно-элементное моделирование [62, 63]. Число задач в этой области не ограничено, так как существует несчетное множество различных комбинации геометрических параметров.

# Глава 1

## Равномерная коррозия тонкостенной трубы

В данной главе рассматриваются задачи о равномерной механохимической коррозии тонкостенной цилиндрической оболочки. В инженерной практике используются аналитические решения, основанные на формуле Лапласа (6), где имеет значение лишь разность внутреннего и внешнего давлений, а не сами их значения [16, 21]. Кроме того, для тонкостенных цилиндрических оболочек применимы обобщенные формулы Ламе для толстостенной трубы, но они имеют довольно громоздкий вид и не всегда удобны в инженерных расчетах [54].

Таким образом, целью данной главы является построение новых формул для расчета напряжений, а также уточнение решения задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы так, чтобы оно отражало гидростатическую составляющую внутреннего и внешнего давлений, но при этом сохранило компактную форму, удобную в использовании.

### 1.1. Постановка задачи

Рассмотрим тонкостенную линейно-упругую трубу со свободными от нагрузок торцами, находящуюся под действием внутреннего  $p_r$  и внешнего  $p_R$  давлений. Внутренний радиус трубы равен  $r$ , внешний —  $R$ . Пусть труба подвергается равномерной коррозии изнутри и снаружи со скоростями  $v_r$  и  $v_R$  соответственно. Таким образом коррозионный процесс приводит к увеличению внутреннего радиуса  $r = r(t)$  и к уменьшению внешнего радиуса  $R = R(t)$  и толщины  $h = h(t) = R(t) - r(t)$ . Введем обозначения  $r_0$ ,  $R_0$  и  $h_0 = R_0 - r_0$  для радиуса трубы и ее толщины в начальный момент времени  $t = t_0$ .

Скорость коррозии на внутренней и внешней поверхностях определяется согласно [4, 6] формулами:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = a_r + m_r \sigma_1(r), \quad v_R = -\frac{dR}{dt} = -[a_R + m_R \sigma_1(R)]. \quad (3)$$

или с учетом возможного затухания процесса в связи с образованием плотной

пленки окислов на поверхности материала:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r \sigma_1(r)] \exp(-bt), \quad (4)$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = -[a_R + m_R \sigma_1(R)] \exp(-bt). \quad (5)$$

где  $a_r, a_R, b, m_r$  и  $m_R$  — постоянные, определяемые экспериментально;  $\sigma_1$  — максимальное по абсолютной величине нормальное напряжение (т.е.  $\sigma_{\theta\theta}$ );  $\text{sign} m = \text{sign} \sigma_1$ .

Введем цилиндрическую систему координат  $(\varrho, \theta, z)$ , где ось  $z$  совпадает с осью трубы.

Согласно формуле Лапласа, максимальное нормальное напряжение  $\sigma_1$  в тонкостенной трубе считается постоянным по всей толщине и равно

$$\sigma(r) = \sigma(R) = \sigma_{\theta\theta} = \frac{\Delta p R_c}{h}, \quad \Delta p = p_r - p_R, \quad (6)$$

где  $R_c = (R_0 + r_0)/2$  есть срединный радиус, который считается константой.

Как видно напряжение, выраженное формулой (6) не зависит от значений давлений  $p_r$  и  $p_R$ , а зависит лишь от разности давлений  $\Delta p$ . Поэтому решение задачи, основанное на формуле Лапласа не отражает гидростатическую составляющую внутреннего и внешнего давлений.

Согласно решению задачи Ламе о толстостенном цилиндре под действием внутреннего и внешнего давления, окружное напряжение (которое является максимальным главным напряжением) вычисляется по формуле

$$\sigma_{\theta\theta}(\varrho) = \frac{p_r r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} + \frac{(p_r - p_R) r^2 R^2}{R^2 - r^2} \frac{1}{\varrho^2}, \quad r \leq \varrho \leq R, \quad (7)$$

где  $\varrho$  и  $\theta$  — полярные координаты с началом в центре тяжести поперечного сечения трубы. Решения, основанные на формуле (7) также применимы и к тонкостенным цилиндрическим оболочкам, но являются довольно громоздкими и не всегда удобными для инженерных расчетов.

Необходимо построить решение, которое будет отражать влияние гидростатической составляющей внутреннего и внешнего давлений  $p = \min\{p_r, p_R\}$  на напряженное состояние трубы, но при этом сохранить компактную форму.

Также требуется провести анализ выведенных формул и их сопоставление с решением, основанным на классической «котельной» формуле для оценки точности модели и целесообразности уточнения решения.

## 1.2. Уточненные формулы для расчета напряжений

Для построения новых уточненных формул для расчета напряжений в трубе было использовано решение задачи Ламе о толстостенном полом цилиндра под действием внутреннего и внешнего давлений. Окружное напряжение на внутренней и внешней поверхности различно и вычисляется по формуле (7).

Запишем формулы для напряжений на внутренней и внешней поверхностях, используя срединный радиус:

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{p_r(2R_c^2 + 2\delta^2) - 2p_R(R_c^2 + 2R_c\delta + \delta^2)}{4R_c\delta},$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R) = \frac{-p_R(2R_c^2 + 2\delta^2) + 2p_r(R_c^2 - 2R_c\delta + \delta^2)}{4R_c\delta},$$

где

$$r = R_c - \delta, R = R_c + \delta.$$

Далее преобразуем полученное выражение к следующему виду:

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{p_r \left(1 + \frac{\delta^2}{R_c^2}\right) - p_R \left(1 + 2\frac{\delta}{R_c} + \frac{\delta^2}{R_c^2}\right)}{2\frac{\delta}{R_c}},$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R) = \frac{-p_R \left(1 + \frac{\delta^2}{R_c^2}\right) + p_r \left(1 - 2\frac{\delta}{R_c} + \frac{\delta^2}{R_c^2}\right)}{2\frac{\delta}{R_c}}.$$

Поскольку для тонкостенной трубы  $\delta/R_c \ll 1$ , то можно пренебречь членами второго порядка малости по сравнению с единицей, но при этом со-

хранив члены первого порядка (которые и обеспечат требуемую точность).

В результате данного предельного перехода получаем необходимые формулы:

$$\sigma_{\theta\theta}(r) = \frac{\Delta p R_c}{h} - p_R. \quad (8)$$

$$\sigma_{\theta\theta}(R) = \frac{\Delta p R_c}{h} - p_r, \quad (9)$$

где  $h = 2\delta$ .

Таким образом, вид формул (8) и (9) отражает зависимость напряжения не только от разности давлений  $\Delta p$ , но и от самих значений внутреннего и внешнего давлений.

### 1.3. Уточненное решение задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы

В данном параграфе уточним решение задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы таким образом, чтобы оно отражало гидростатическую составляющую внутреннего и внешнего давлений  $p = \min\{p_r, p_R\}$ . Для этого будем использовать формулы для расчета напряжений, полученные в предыдущем параграфе.

Рассмотрим двустороннюю механохимическую коррозию. Скорость растворения в данном случае определяется соотношениями:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = [a_r + m_r \sigma_1(r)] \exp(-bt), \quad (10)$$

$$v_R = -\frac{dR}{dt} = -[a_R + m_R \sigma_1(R)] \exp(-bt). \quad (11)$$

где  $a_r, a_R, b, m_r$  и  $m_R$  — постоянные, определяемые экспериментально;  $\sigma_1$  — максимальное по абсолютной величине нормальное напряжение (т.е.  $\sigma_{\theta\theta}$ );  $\text{sign} m = \text{sign} \sigma_1$ .

Для получения основного разрешающего дифференциального уравнения сложим выражения (10) и (11), а также для напряжений используем уточ-

ненные формулы (8) и (9).

$$\frac{dR}{dt} - \frac{dr}{dt} = \frac{dh}{dt} = - \left[ A + M \frac{\Delta p R_c}{h} \right] \exp(-bt), \quad (12)$$

где  $A = a_R + a_r - m_R p_r - m_r p_R$ ,  $M = m_r + m_R$ . Начальное условие при  $t = t_0 = 0$  имеет вид  $h(t_0) = h_0 = R_0 - r_0$ .

Разделяя переменные и интегрируя по  $h$  от  $h_0$  до  $h$  и по  $t$  от  $t_0$  до  $t$ , получим решение уравнения, удовлетворяющее начальному условию:

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left\{ 1 - b \left[ \frac{M \Delta p R_c}{A^2} \ln \frac{M \Delta p R_c + Ah}{M \Delta p R_c + Ah_0} - \frac{h_0 - h}{A} \right] \right\}. \quad (13)$$

Таким образом, получена зависимость  $h = h(t)$ , то есть известна толщина трубы в любой момент времени. Для того чтобы получить зависимость  $\sigma = \sigma(t)$ , необходимо из формулы (8) выразить  $h$ :

$$h = \frac{\Delta p R_c}{\sigma + p_R} \quad (14)$$

и подставить в уравнение (13). Решение основного дифференциального уравнения примет следующий вид:

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left\{ 1 - b \left[ \frac{M \Delta p R_c}{A^2} \ln \frac{[M(\sigma + p_R) + A](\sigma_0 + p_R)}{[M(\sigma_0 + p_R) + A](\sigma + p_R)} - \frac{\Delta p R_c (\sigma - \sigma_0)}{A(\sigma_0 + p_R)(\sigma + p_R)} \right] \right\},$$

где

$$\sigma_0 = \frac{\Delta p R_c}{h_0} - p_R.$$

## 1.4. Результаты расчетов

В данном параграфе приводятся результаты расчетов для уточненного решения задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы и сопоставление с решением, основанном на «котельной» формуле. Здесь и далее все расчеты приводятся в условных единицах измерения длины, давления и времени соответственно  $l_c, p_c, t_c$ , поскольку при описании экспериментальных данных используются различные единицы измерения.

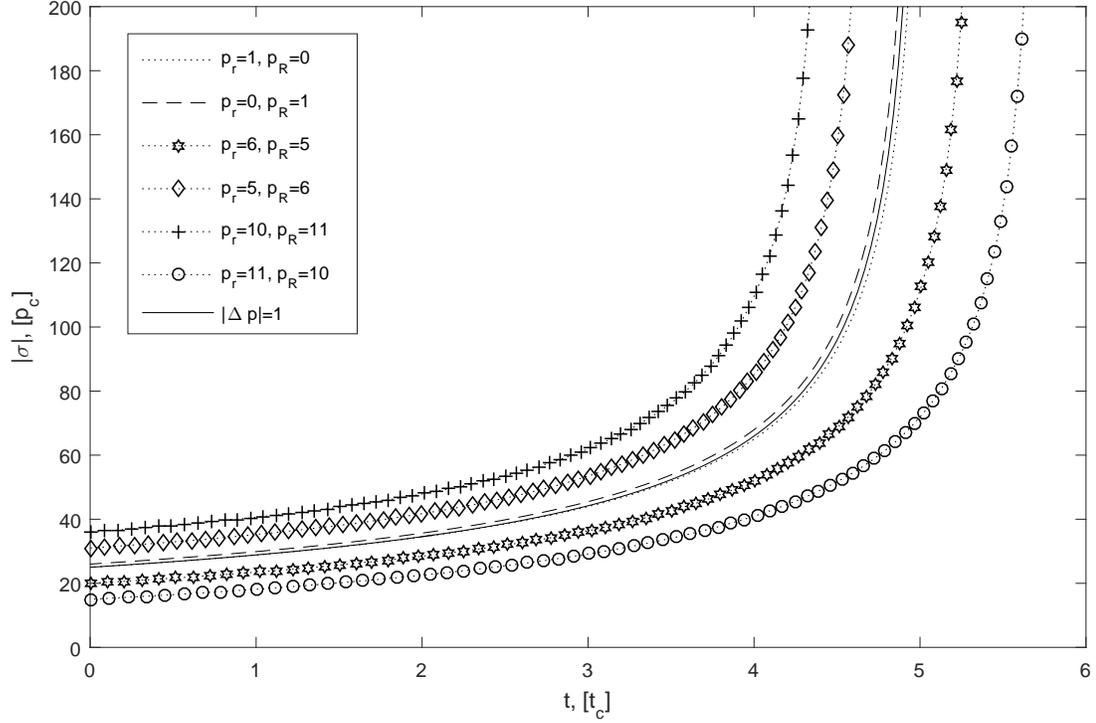


Рис. 1: График  $|\sigma(t)|$  для  $|\Delta p| = 1$

На рис.1 приведены графики зависимостей  $\sigma(t)$ , построенные для двусторонней механохимической коррозии трубы. Для построения были использованы пары внутреннего и внешнего давлений такие, что абсолютное значение их разности одинаково для всех пар и равно  $|\Delta p| = 1[p_c]$ :

- $p_r = 1[p_c], p_R = 0[p_c]$  (пунктирная кривая);
- $p_r = 0[p_c], p_R = 1[p_c]$  (штриховая кривая);
- $p_r = 6[p_c], p_R = 5[p_c]$  (пунктирная кривая с маркером звездочка);
- $p_r = 5[p_c], p_R = 6[p_c]$  (пунктирная кривая с маркером ромбик);
- $p_r = 10[p_c], p_R = 11[p_c]$  (пунктирная кривая с маркером плюсики);
- $p_r = 11[p_c], p_R = 10[p_c]$  (пунктирная кривая с маркером кружок);

Для расчетов использованы следующие начальные размеры цилиндрической оболочки:  $R_c = 100[l_c]$ -срединный радиус, являющийся константой,  $h_0 = 4[l_c]$ -начальная толщина трубы,  $t_0 = 0$ . Где  $l_c$  есть некоторая единица измерения длины.

Остальные константы имеют следующие значения:  $a_r = a_R = 0.16[l_c/t_c]$ ,  $m_r = m_R = 0.004[l_c/t_cp_c]$ ,  $b = 0$ .

Как было отмечено ранее, решение, основанное на формуле Лапласа зависит лишь от разности давлений, поэтому любым наборам внутреннего и внешнего давлений, модуль разности которых равен 1, на всех рисунках соответствует только одна кривая (сплошная на рис.1). В то время как для уточненной модели имеем различные кривые для разных значений внутреннего и внешнего давлений.

Анализируя поведение кривых на рис.1, можно увидеть, что при увеличении гидростатического давления, при условии  $p_r < p_R$ , кривые приближаются к оси ординат, что говорит об уменьшении долговечности конструкции, а при условии  $p_r > p_R$ , наоборот, отдаляются, что показывает увеличение долговечности элемента в рамках данной модели. Таким образом, решение, основанное на формуле Лапласа дает завышенные ожидания при  $\Delta p > 0$  и заниженные при  $\Delta p < 0$ .

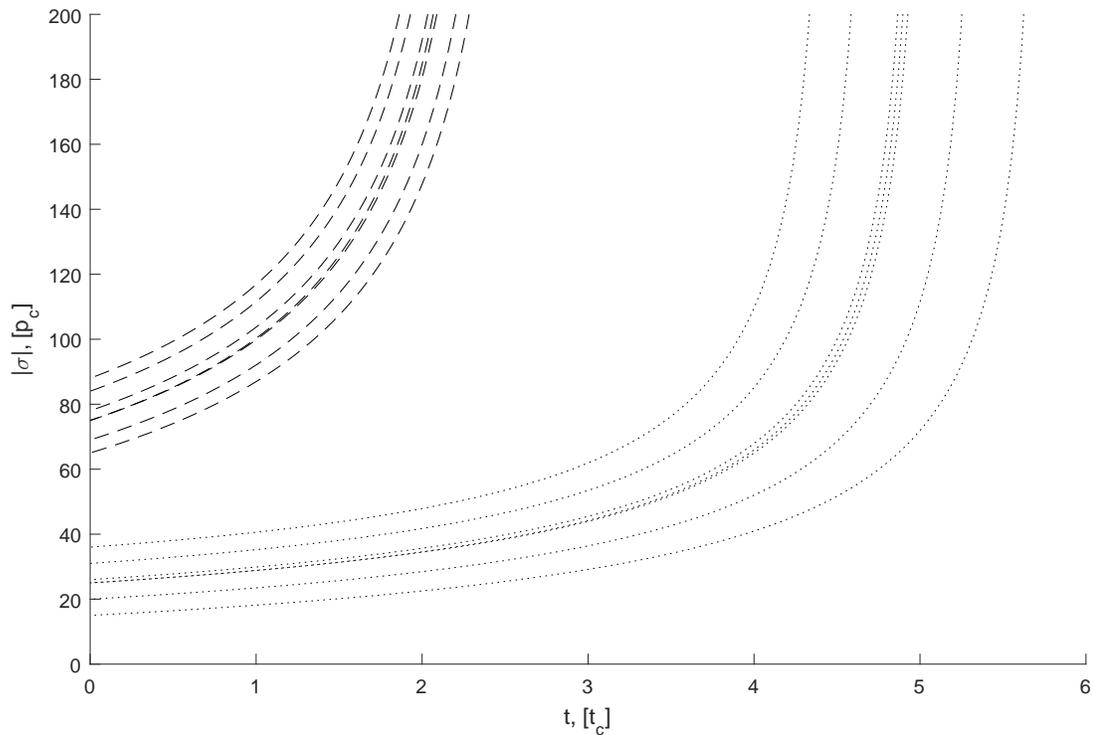


Рис. 2: График  $|\sigma(t)|$  для  $|\Delta p| = 1[p_c]$ (пунктирные линии) и  $|\Delta p| = 3[p_c]$ (штриховая линия)

Далее изменим модуль разности давлений, пусть  $|\Delta p| = 3[p_c]$  и исследуем на графике данное изменение. Для построения используются следующие

константы:  $a_r = a_R = 0.16[l_c/t_c]$ ,  $m_r = m_R = 0.004[l_c/t_c p_c]$ ,  $b = 0$ . Графики на рис.2 приведены для  $|\Delta p| = 1[p_c]$  и  $|\Delta p| = 3[p_c]$ .

Как видно из рис.2, когда  $\Delta p \ll p = \min\{p_r, p_R\}$ , возрастает погрешность, которую дает решение, основанное на «котельной» формуле, по сравнению с уточненным решением, полученным в данной главе. То есть при  $|\Delta p| = 3[p_c]$  погрешность меньше, чем при  $|\Delta p| = 1[p_c]$  при увеличении давления.

На основании полученного результата можно сделать вывод о том, что целесообразнее использовать уточненное решение в случае, когда  $\Delta p \ll p = \min\{p_r, p_R\}$ . В ином случае решение, основанное на формуле Лапласа, дает удовлетворительные результаты.

## Глава 2

# Расчет напряжений вблизи поверхностного дефекта

В данной главе исследуется напряженное состояние в толстостенной трубе под действием внутреннего гидростатического давления, на внешней поверхности которой имеется дефект. Такого вида дефект может быть технологически обусловленным или появиться за время эксплуатации. Для анализа концентрации напряжения используется метод конечных элементов.

В инженерной практике иногда применяют метод «приведения», то есть оценки несущей способности оболочек и пластин с дефектами, при котором их действительное сечение заменяют условным бездефектным, толщина которого уменьшена на глубину дефекта [64]. Это и является вопросом, который рассматривается в данной главе, можно ли применять формулы для равномерного коррозионного износа для приближенной оценки долговечности трубы с дефектом. В данной главе для расчетов используется прикладной конечно-элементный пакет ANSYS.

В первом параграфе приведена постановка задачи и описаны особенности построения модели. Далее приводятся коэффициенты концентрации напряжений, причем в случае цилиндрической оболочки невозможно определить только один коэффициент, так как напряжения в трубе зависят от радиальной координаты и в качестве номинального можно выбрать напряжение в различных точках. В третьем параграфе приведены расчеты при различных геометрических параметрах задачи, а также исследована применимость метода «приведения».

## 2.1. Построение модели

### 2.1.1. Постановка задачи

Рассмотрим линейно-упругую трубу со свободными от нагрузок торцами, находящуюся под действием внутреннего давления  $p_r$ . Пусть внутренний радиус трубы равен  $r$ , внешний —  $R$ . Радиусы остаются постоянными во времени. Пусть на внешней поверхности трубы имеется выемка цилиндрической формы со сферическим основанием. Диаметр цилиндра и сферического основания обозначим через  $2s$ , глубину проникновения через  $d$ .

Задача данной работы состоит в оценке напряженного состояния трубы в окрестности питтинга при различных геометрических параметрах задачи.

### 2.1.2. Геометрия модели

Для построения геометрии введем декартову прямоугольную систему координат так, чтобы центр сечения трубы совпадал с началом координат. Для решения данной задачи рассматривается только поперечное сечение трубы. Таким образом, выемка моделируется погружением прямоугольника с полукруглым основанием. Положим, что ось симметрии прямоугольника расположена на оси  $Oy$  системы координат. В таком случае глубиной погружения  $d$  выемки считается его максимальная глубина, то есть нижняя точка полукруглого основания. Координата точки максимального проникновения имеет вид  $(0, R - d)$ . Сечение трубы с наружным дефектом приведено на рис.1.

Следует заметить, что если глубина проникновения удовлетворяет следующему неравенству  $d \leq s$ , то дефект имеет форму полукруглой выемки, то есть может быть смоделирован погружением круга радиуса  $s$  в сечение толстостенной трубы. При этом центр погружаемого круга изменяется в пределах от точки  $(0, R + s - d)$  до точки  $(0, R)$ . Данный частный случай изображен на рис.1.

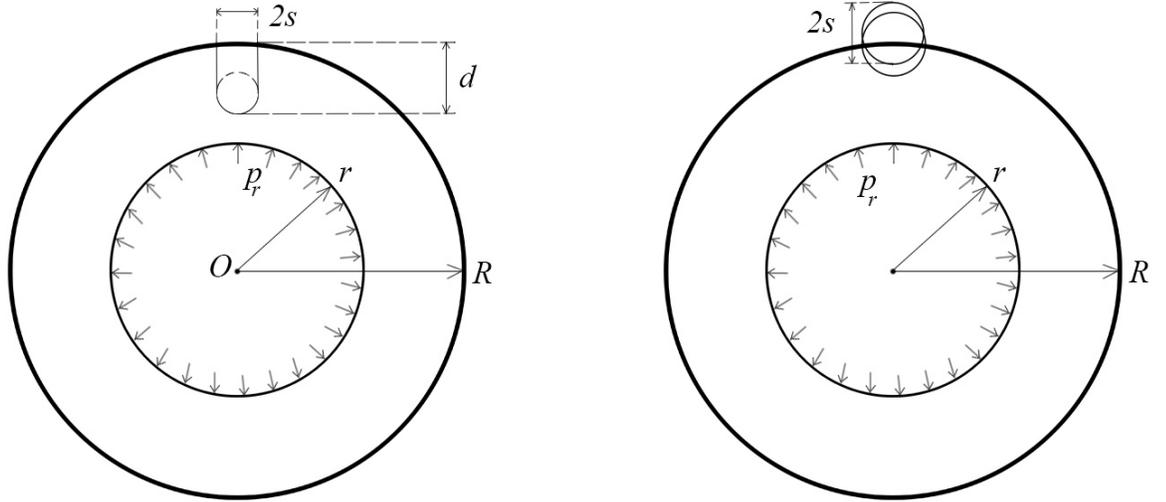


Рис. 3: Вид дефекта в зависимости от глубины погружения

### 2.1.3. Построение конечно-элементной модели

Для численных расчетов в данной работе был использован конечно-элементный прикладной пакет ANSYS mechanical APDL. В начале работы необходимо задать тип элементов, на которые будет разбита модель, с помощью библиотеки конечных элементов ANSYS [65]. Для данной задачи был выбран тип элемента «PLANE183» — восьмиузловой двухмерный элемент с двумя степенями свободы в каждом узле, подходящий для моделирования нерегулярных сеток.

Далее задаются свойства материала трубы: модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  [65].

Поставленная задача является линейной физически и геометрически.

Так как выемка одинакова по всей длине трубы, мы будем рассматривать только поперечное сечение трубы. В пакете ANSYS была построена модель сечения толстостенной трубы с радиусами  $r$  и  $R$  с центром в начале координат, а также прямоугольник и круг радиуса  $s$ . При этом центр круга расположен в точке  $(0, R + s - d)$ ; координата центра прямоугольника имеет вид  $(0, R + s - d/2)$ , его ширина и длина равны  $2s$  и  $d$  соответственно. Глубина погружения дефекта изменяется в следующих пределах  $0 < d < R - r$ . В силу симметрии модели относительно оси  $Ox$  была построена только половина

сечения. Геометрия модели представлена на рис.2.

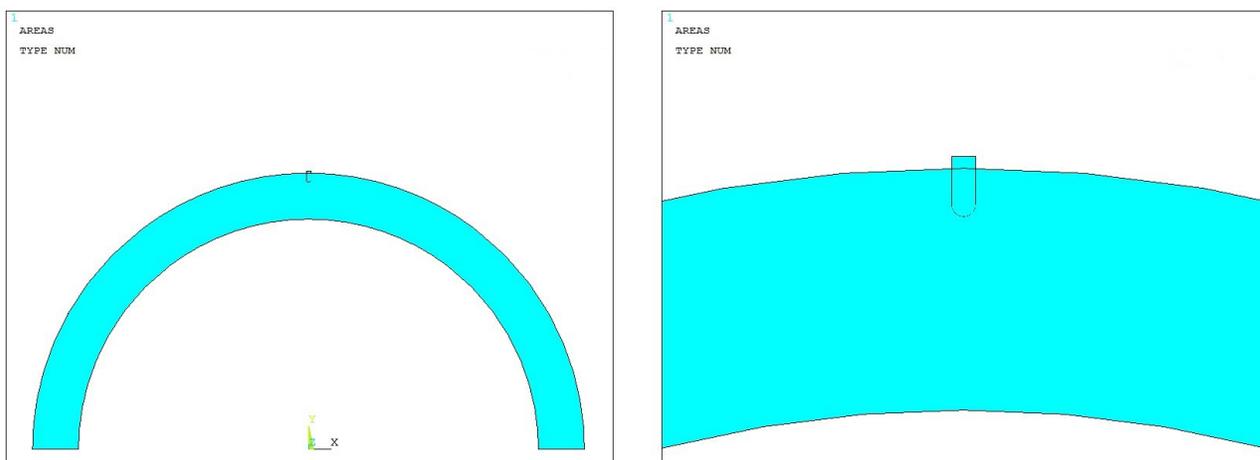


Рис. 4: Пример построенной геометрии половины сечения трубы с погруженным в него прямоугольником с полукруглым основанием

В данном параграфе при построении рисунков были выбраны следующие параметры: радиусы трубы  $r = 5 [l_c]$   $R = 6 [l_c]$ , радиус отверстия  $s = 0.05 [l_c]$ , глубина выемки  $d = 0.2 [l_c]$  ( $[l_c]$ -условная единица измерения длины). В данной работе целесообразно в качестве единицы измерения длины рассматривать толщину цилиндрической оболочки  $h = 1$  см, так как она не изменяется при проведении расчетов. Далее все числовые данные будут приведены без обозначения единиц измерения.

После построения всех геометрических объектов из сечения толстостенной трубы с помощью функции «ASBA» [65] была вырезана часть, которую занимает прямоугольник и сопряженный с ним круг. Таким образом сечение трубы с наружным дефектом глубины  $d$  окончательно смоделировано. Изображение полученной геометрии приведено на рис.3.

Следующим необходимым этапом построения расчетной модели является разбиение построенного сечения с дефектом на конечные элементы. Для этого была использована функция «AMESH» [65]. Для того чтобы получить решение с приемлемой точностью, необходимо строить такое разбиение, которое будет удовлетворять некоторым специальным требованиям. Необходимо, чтобы размеры элементов в небольшой окрестности любого из узлов отличались не существенно, то есть переход от более крупных элементов к мелким

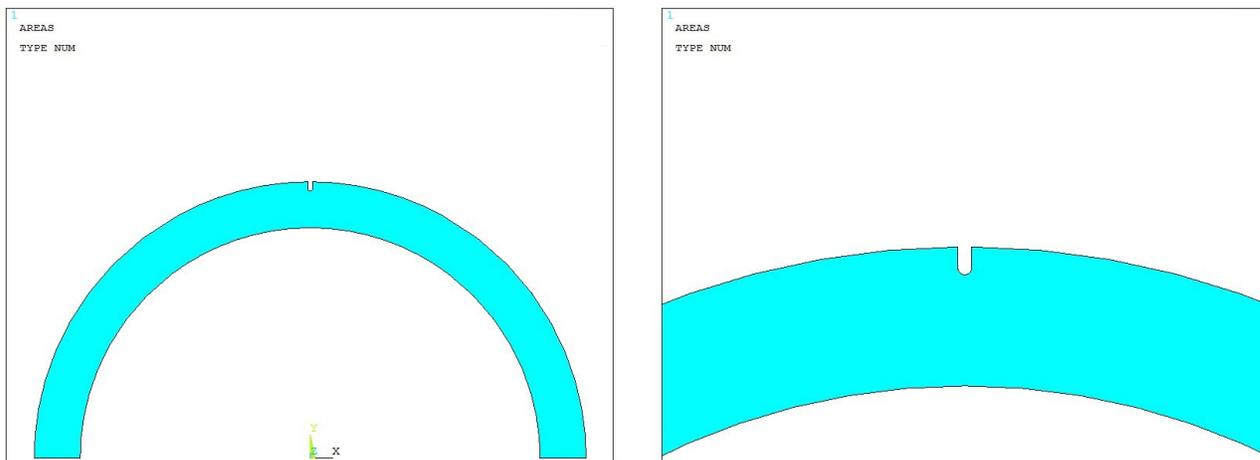


Рис. 5: Пример построенной геометрии сечения трубы с дефектом

должен быть «плавным». В связи с этим фактом и учитывая, что размеры выемки значительно меньше размеров сечения трубы, для корректного разбиения на конечные элементы нужно было предварительно разделить линии на части вблизи дефекта с помощью функции «LDIV» [65]. На линиях размер элементов был задан с помощью команды «LESIZE» [65]. Пример разбиения сечения трубы с дефектом приведен на рис.4.

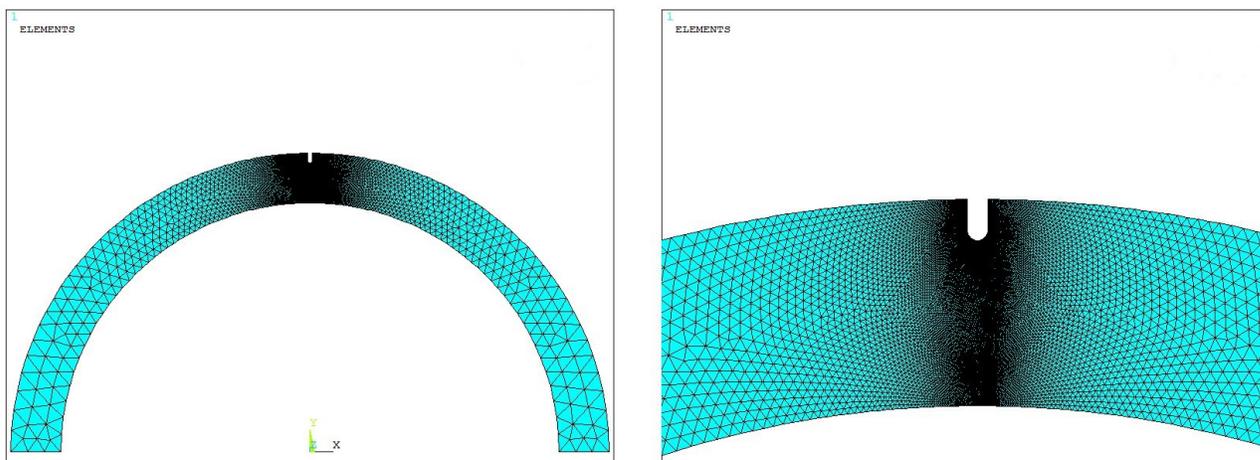


Рис. 6: Пример разбиения сечения трубы с дефектом на конечные элементы

Далее были заданы граничные условия, исходя из постановки задачи. К внутренней поверхности трубы приложено нормальное давление. На внешней поверхности трубы нулевое давление. На линии, лежащие на оси  $Ox$ , наложены ограничения на перемещения вдоль оси  $Oy$ . Данное граничное условие

вытекает из симметричности сечения трубы относительно оси  $Ox$ . Пример построенной расчетной модели с граничными условиями приведен на рис.5.

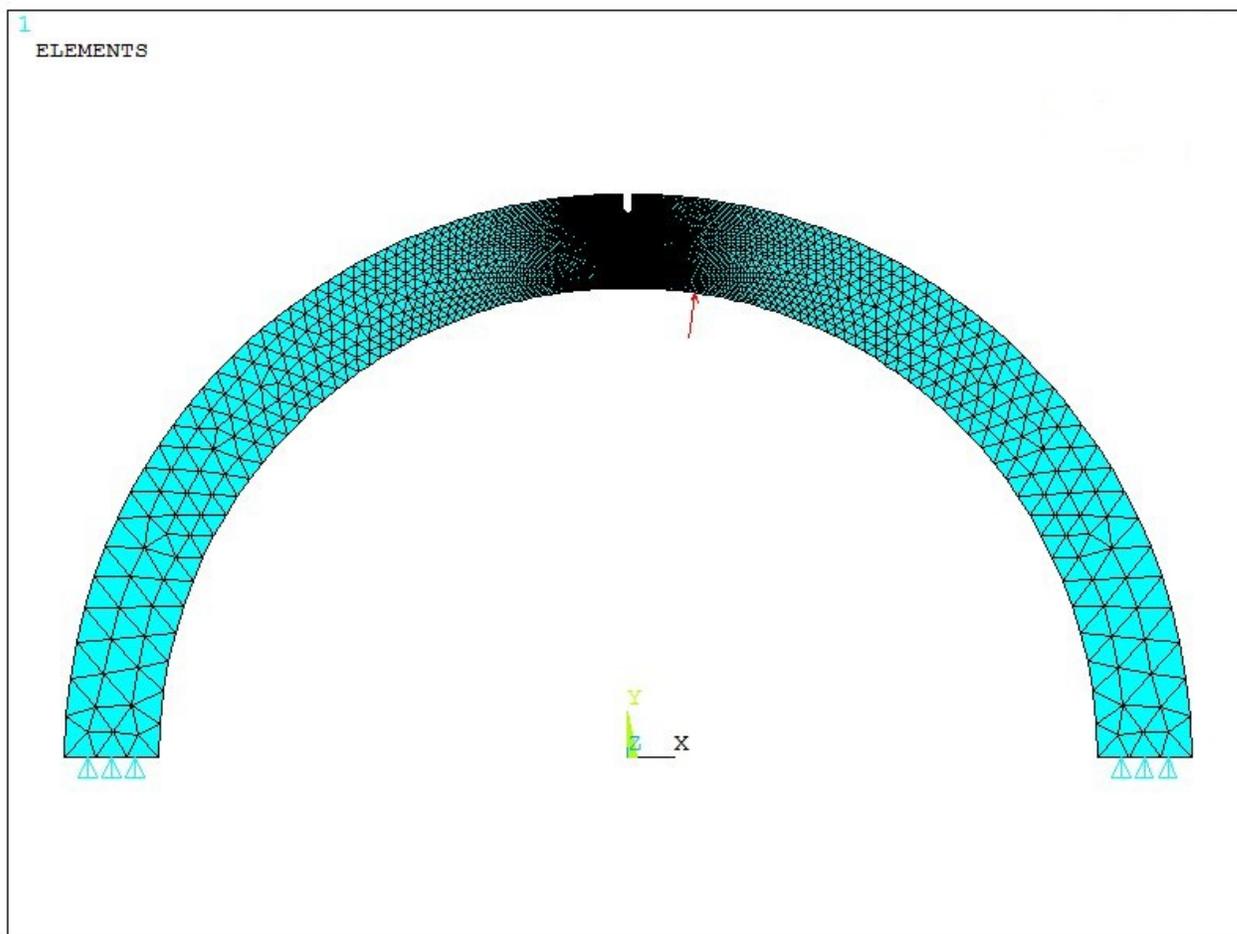


Рис. 7: Пример построенной расчетной модели с граничными условиями

## 2.2. Напряжения в окрестности поверхностного дефекта

Для анализа напряженного состояния в трубе с дефектом вводится коэффициент концентрации напряжения.

Коэффициент концентрации напряжения вводится как отношение максимального напряжения в окрестности дефекта к номинальному напряжению. Но в толстостенной трубе под давлением напряженное состояние зависит от радиальной координаты. Поэтому встает вопрос о выборе напряжения, которое необходимо использовать в качестве номинального при оценке концентрации напряжений вблизи рассматриваемой выемки.

Введем три коэффициента концентрации напряжений. Первый из них назовем «поверхностным» коэффициентом концентрации напряжений и обозначим  $k_{surf}$ . Будем рассчитывать его как отношение окружного напряжения  $\sigma_{pit}$  в нижней центральной точке выемки к окружному напряжению  $\sigma_{surf}$  на поверхности бездефектной трубы с внешним радиусом  $R$ .

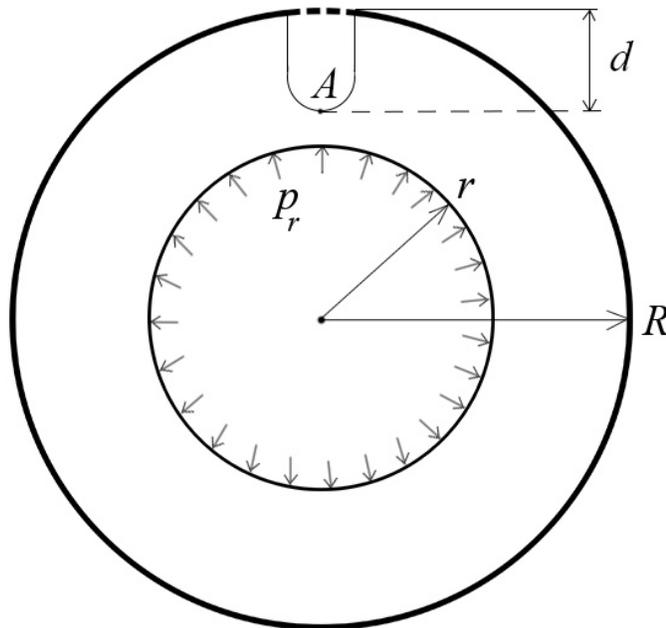


Рис. 8: Нижняя центральная точка дефекта-точка расчета  $\sigma_{pit}$  (точка А)

$$k_{surf} = \frac{\sigma_{pit}}{\sigma_{surf}} = \frac{\sigma_A}{\sigma_B} \quad (15)$$

Этот коэффициент показывает во сколько раз отличаются напряжения на внешней поверхности трубы в глубине выемки и на удалении от нее. Таким образом,  $k_{surf}$  при механохимической коррозии может позволить оценить разницу скоростей растворения в глубине выемки и на поверхности трубы.

Введем второй коэффициент концентрации напряжений- «внутренний»  $k_{in}$ . Будем рассчитывать его как отношение окружного напряжения  $\sigma_{pit}$  в нижней центральной точке выемки к окружному напряжению  $\sigma_{in}$  внутри бездефектной трубы на глубине  $d$ .

$$k_{in} = \frac{\sigma_{pit}}{\sigma_{in}} = \frac{\sigma_A}{\sigma_C} \quad (16)$$

$k_{in}$ -это напряжение, вызванное дефектом, отнесенное к напряжению, возникающему в трубе без дефектов, в той же точке.

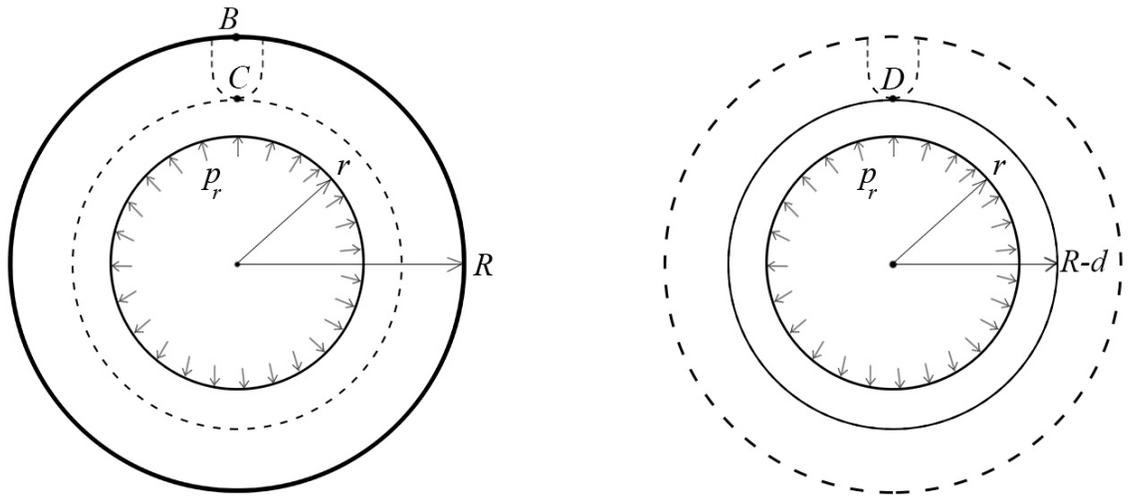


Рис. 9: Точки расчета окружных напряжений  $\sigma_{surf}$ ,  $\sigma_{in}$  (точки В и С) и  $\sigma_{ap}$  (точка D)

Третий коэффициент концентрации назовем «приведенным» и обозначим  $\sigma_{ap}$ . Будем вычислять  $\sigma_{ap}$  как отношение окружного напряжения  $\sigma_{pit}$  в нижней точке дефекта к окружному напряжению  $\sigma_{ap}$  на внешней поверхности бездефектной трубы, уменьшенного радиуса  $R - d$ .

$$k_{ap} = \frac{\sigma_{pit}}{\sigma_{ap}} = \frac{\sigma_A}{\sigma_D} \quad (17)$$

«Приведенный» коэффициент концентрации напряжения может позво-

лечь оценить возможность применения метода оценки напряженного состояния вблизи выемки с помощью напряжения в бездефектной трубе уменьшенного радиуса.

Следует заметить, что напряжение  $\sigma_{pit}$  в центральной нижней точке выемки определяется численно с помощью метода конечных элементов, а напряжения  $\sigma_{surf}$ ,  $\sigma_{in}$ ,  $\sigma_{ap}$  рассчитываются аналитически по формуле Ламе:

$$\sigma_{\theta\theta}(\varrho) = \frac{p_r r^2 - p_R R^2}{R^2 - r^2} + \frac{(p_r - p_R) r^2 R^2}{R^2 - r^2} \frac{1}{\varrho^2}, \quad r \leq \varrho \leq R \quad (18)$$

## 2.3. Результаты расчетов

Расчеты будем производить для следующих геометрических параметров. Внешний и внутренний радиусы трубы  $R = 6$  и  $r = 5$  соответственно, глубина дефекта  $d$  изменяется в следующих пределах  $0 < d \leq 0.9$ . За условную единицу измерения напряжения примем 1 МПа, таким образом внутреннее давление равно  $p_r = 1$  МПа. Модуль Юнга  $E = 210 * 10^3$  МПа и коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ . Для расчетов были выбраны значения радиуса дефекта  $s = 0.01; 0.05; 0.1; 0.2$ .

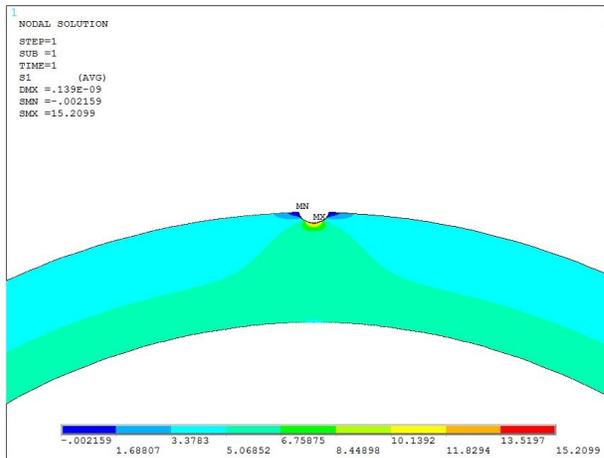
Таблица 1: Значение напряжения  $\sigma_{pit}$  в вершине дефекта при различных  $s$  и  $d$ .

$s$	0.01	0.05	0.1	0.2
$d = 0.01$	13.99	8.563	7.354	6.525
$d = 0.05$	27.459	14.376	11.423	9.413
$d = 0.1$	39.282	19.668	15.21	12.177
$d = 0.15$	50.324	24.744	18.901	14.93
$d = 0.2$	61.952	30.135	22.861	17.928
$d = 0.25$	74.787	36.129	27.295	21.318
$d = 0.3$	89.352	42.966	32.38	25.238
$d = 0.35$	106.176	50.891	38.3	29.833
$d = 0.4$	125.835	60.183	45.268	35.272
$d = 0.45$	149	71.17	53.539	41.758
$d = 0.5$	176.466	84.242	63.414	49.53
$d = 0.55$	209.17	99.856	75.244	58.862
$d = 0.6$	248.152	118.514	89.416	70.043
$d = 0.65$	294.301	140.1	106.296	83.332
$d = 0.7$	348.221	166.744	126.125	98.88
$d = 0.75$	409.554	196.555	148.843	116.636
$d = 0.8$	476.085	229.335	173.982	136.435
$d = 0.85$	543.3	263.871	201.286	158.955
$d = 0.9$	608.414	302.526	235.162	190.51

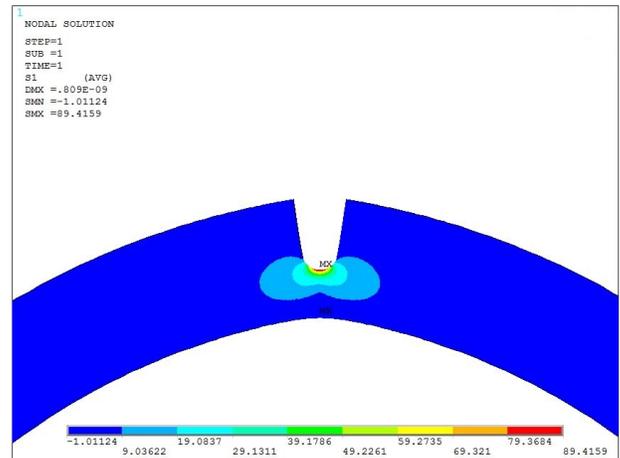
Следует заметить, что полученные с помощью метода конечных элемен-

тов результаты расчетов при измельчении сетки отличаются не более чем на 5%.

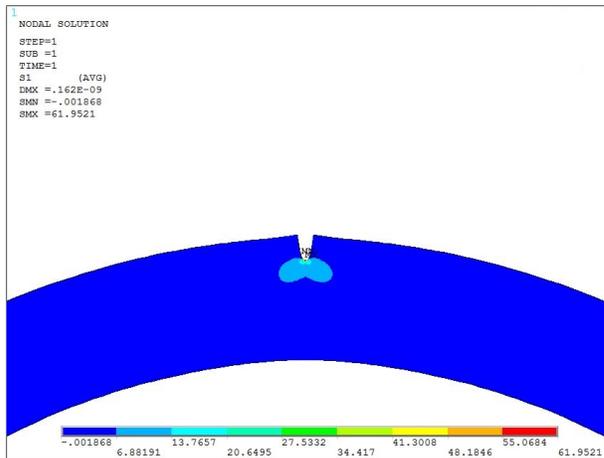
На рисунке 10 приведены распределения окружных напряжений в толстостенной трубе с дефектом, построенные в ANSYS, для различных значений  $s$  и  $d$ . Таким образом, при одинаковом радиусе  $s$  окружное напряжение  $\sigma_{pit}$  увеличивается с возрастанием глубины  $d$ .



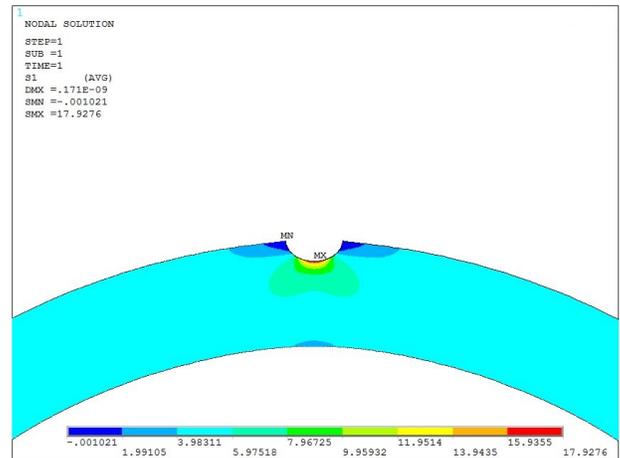
а)  $s = 0.1, d = 0.1, \sigma_{pit} = 15.21$



б)  $s = 0.1, d = 0.6, \sigma_{pit} = 89.416$



в)  $s = 0.01, d = 0.2, \sigma_{pit} = 61.952$



г)  $s = 0.2, d = 0.2, \sigma_{pit} = 17.928$

Рис. 10: Результаты численных расчетов, полученных в ANSYS

### 2.3.1. Исследование влияния радиуса дефекта

На рисунках 11, 12 и 13 представлены графики зависимостей коэффициентов концентрации напряжений  $k_{surf}, k_{in}$  и  $k_{ap}$  от глубины дефекта, рас-

считанные по формулам (15),(16),(17), для различных  $s$  при фиксированных размерах трубы  $R = 6$  и  $r = 5$  и фиксированном внутреннем давлении  $p_r = 1$  МПа. Для построения графиков 11, 12 и 13 были использованы значения глубины дефекта  $0 < d \leq 0.9$  и приведенные выше значения радиуса  $s$ .

Как и ожидалось, «поверхностный» коэффициент концентрации напряжений  $k_{surf}$  возрастает при увеличении глубины выемки (рис.11). То есть, при механохимической коррозии, чем глубже дефект, тем выше скорость растворения в его глубине по сравнению со скоростью растворения на основной поверхности, так как скорость коррозии пропорциональна напряжению. Таким образом, рост выемки в глубину приводит к более быстрому растворению в глубине дефекта, а значит к более быстрому росту дефекта.

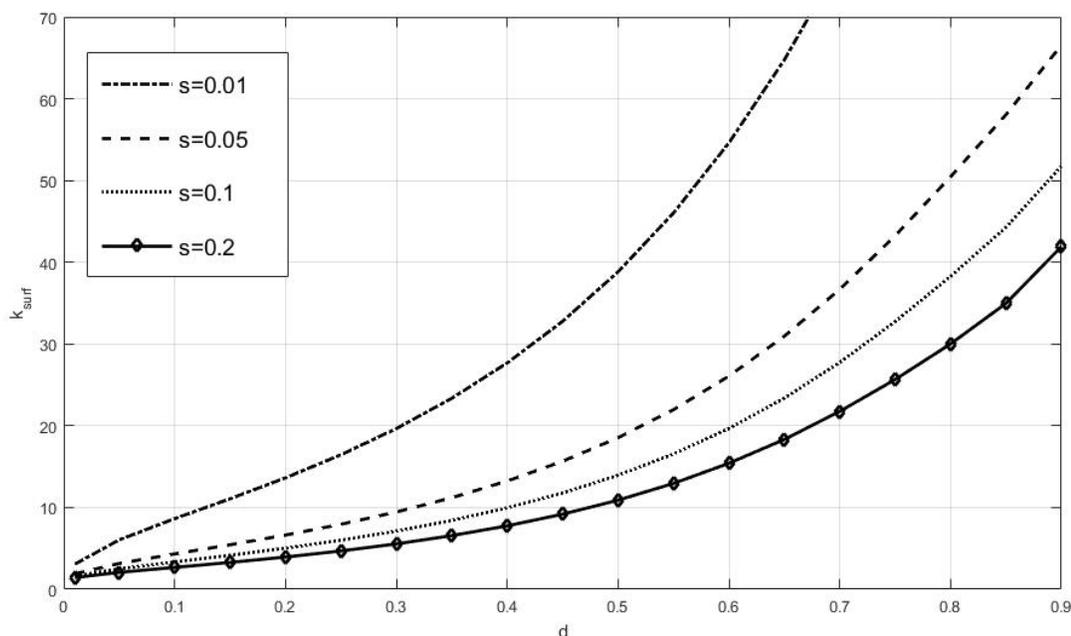


Рис. 11: График зависимости  $k_{surf}$  от глубины дефекта при различных параметрах  $s$  и  $d$

Анализ графика, приведенного на рисунке 11, позволяет сделать вывод о том, что значение «поверхностного» коэффициента концентрации напряжений зависит от радиуса дефекта. Причем, чем меньше радиус, тем больше отношение напряжений на поверхности трубы и в глубине дефекта. Таким образом, дефекты с достаточно маленькими радиусами становятся очагами более быстрого растворения материала при механохимической коррозии, что может привести к появлению сквозных отверстий.

Аналогичный характер имеют кривые, отвечающие за «внутренний» ко-

эффицент концентрации напряжений  $k_{in}$  (рис.12). Однако, в этом случае ординаты этих кривых ниже ординат кривых, соответствующих коэффициенту концентрации напряжений  $k_{surf}$ . Этот вывод следует из того, что абсолютное значение напряжения на внешней поверхности трубы меньше абсолютного значения напряжения на внутренней поверхности.

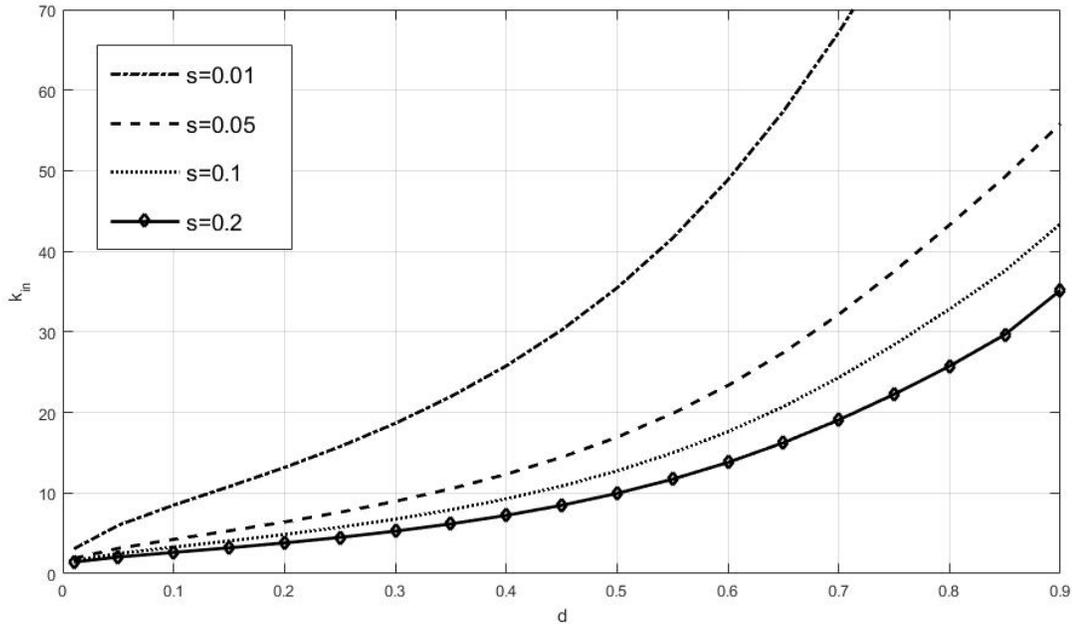


Рис. 12: График зависимости  $k_{in}$  от глубины дефекта при различных параметрах  $s$  и  $d$

Кривые, соответствующие «приведенному» коэффициенту концентрации  $k_{ap}$ , достигают точки максимума, а далее убывают с увеличением глубины  $d$  (рис. 13). Это свидетельствует о том, что напряжения на поверхности трубы уменьшенного радиуса по мере ее утоньшения растут быстрее, чем напряжение  $\sigma_{pit}$  по мере углубления дефекта. Для объяснения причин разницы скорости роста напряжений были рассмотрены напряжения в трубе под дефектом. Снижение скорости роста напряжений в вершине выемки может быть объяснено перераспределением напряжений по толщине трубы. При достаточно больших значениях глубины выемки  $d$ , напряжения на внутренней поверхности трубы под дефектом могут стать даже отрицательными. Пример данной ситуации приведен на рис. 14. Данный факт объясняет поведение  $k_{ap}$  при больших значениях  $d$ .

Далее перейдем к обсуждению возможности применения метода «приведения» для оценки напряженного состояния в трубе с дефектом с помощью

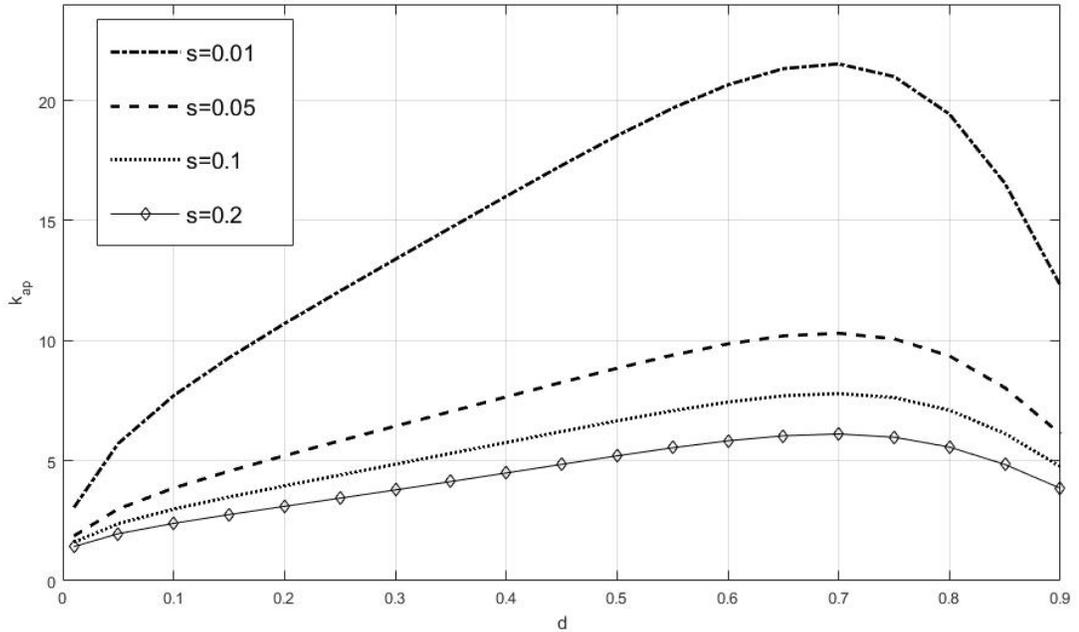


Рис. 13: График зависимости  $k_{ap}$  от глубины дефекта при различных параметрах  $s$  и  $d$

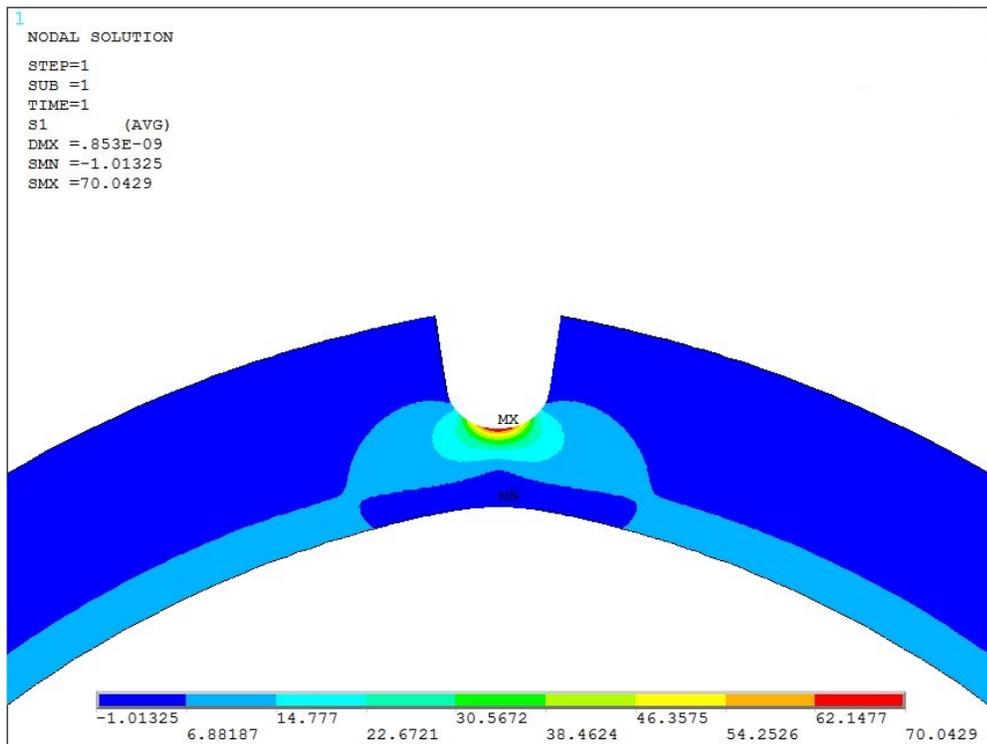


Рис. 14: Пример отрицательных напряжений на внутренней поверхности трубы под выемкой при  $s = 0.2$  и  $d = 0.6$

расчета напряжений в бездефектной трубе, уменьшенного радиуса. На графике, представленном на рисунке 13, кривые, отвечающие за «приведен-

ный» коэффициент концентрации напряжений для начальных значений глубин дефекта (5% от толщины трубы), растут значительно, далее рост приобретает практически линейный характер. То есть, для глубин выемки составляющих до 50% от толщины трубы вполне возможно применять метод «приведения» (это целесообразно, так как с дефектами данной глубины и выше во многих случаях объект больше не может эксплуатироваться). Но, как уже было отмечено выше, при больших значениях глубины выемки, такой метод не подойдет.

### 2.3.2. Исследование влияния кривизны поверхности

На рисунках 15, 16 и 17 представлены графики зависимостей коэффициентов концентрации напряжений  $k_{surf}$ ,  $k_{in}$  и  $k_{ap}$  от кривизны внешней поверхности трубы, рассчитанные по формулам (15),(16),(17), для различных пар радиусов трубы  $R = 2, r = 1$ ;  $R = 6, r = 5$  и  $R = 10, r = 9$  при фиксированном радиусе дефекта  $s = 0.01$  и при фиксированном внутреннем давлении  $p_r = 1$  МПа. Для построения графиков 15, 16 и 17 были использованы значения глубины дефекта  $0 < d \leq 0.9$  и приведенные выше значения радиусов  $R$  и  $r$ .

В первую очередь следует заметить, что для всех трех коэффициентов напряжений, для глубин дефекта, составляющих до 15% от толщины трубы, кривизна внешней поверхности трубы не оказывает влияние (кривые совпадают). Характер кривых для всех трех коэффициентов концентрации напряжений сохраняется, то есть  $k_{surf}$  и  $k_{in}$  растут с увеличением глубины выемки, а  $k_{ap}$  растет и достигает точки максимума, а затем стремительно убывает, причем, чем меньше кривизна внешней поверхности, тем больше значения коэффициентов.

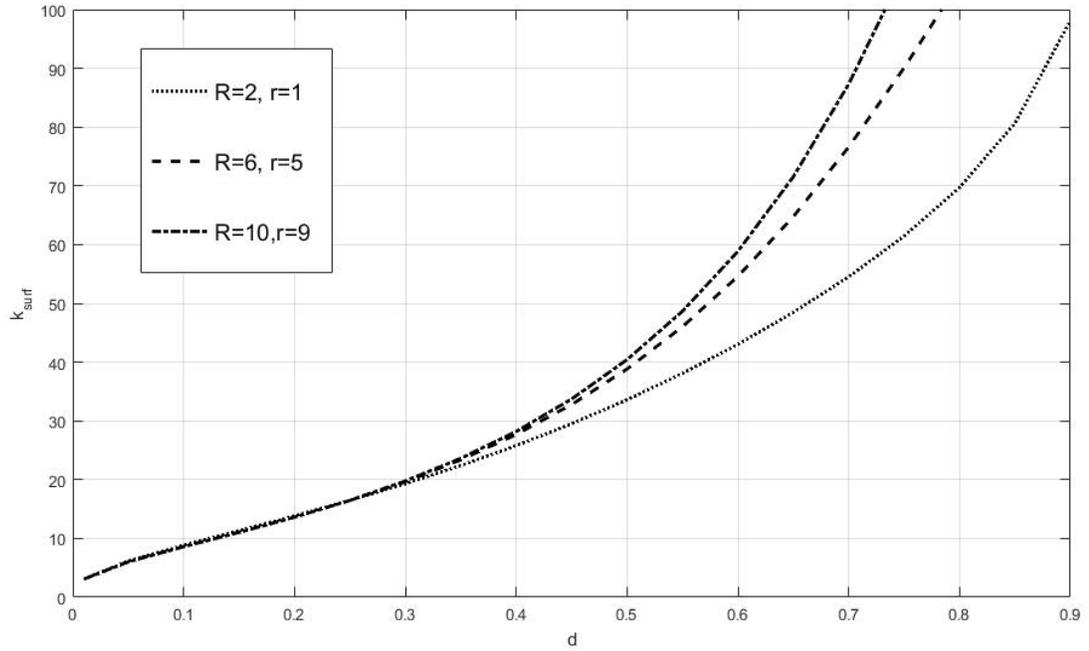


Рис. 15: График зависимости  $k_{surf}$  от глубины дефекта при различных параметрах  $R$  и  $r$

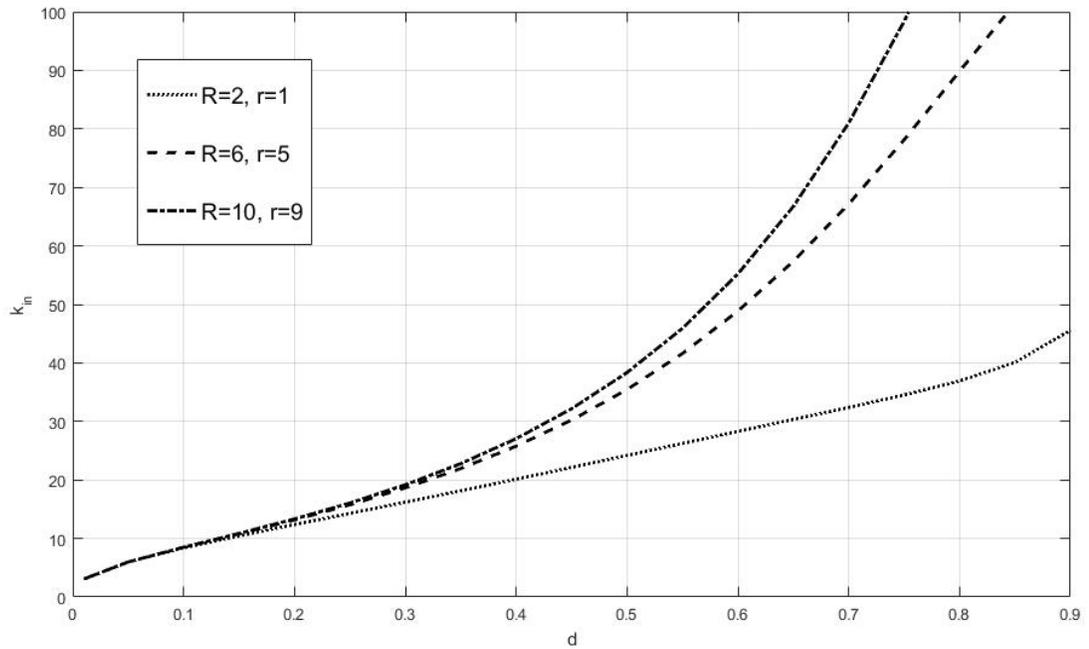


Рис. 16: График зависимости  $k_{in}$  от глубины дефекта при различных параметрах  $R$  и  $r$

Кривые соответствующие  $k_{ap}$  (рис.17) в зависимости от кривизны внешней поверхности трубы имеют максимум своего значения при различных глубинах дефекта. Для меньшей кривизны практически линейная зависимость сохраняется на большем диапазоне значений глубин проникновения  $d$ . А зна-

чит, метод «приведения» может быть использован на более широком интервале значений  $d$ . Но такой метод дает неадекватную оценку напряжений в трубе с дефектом при глубоких питтингах.

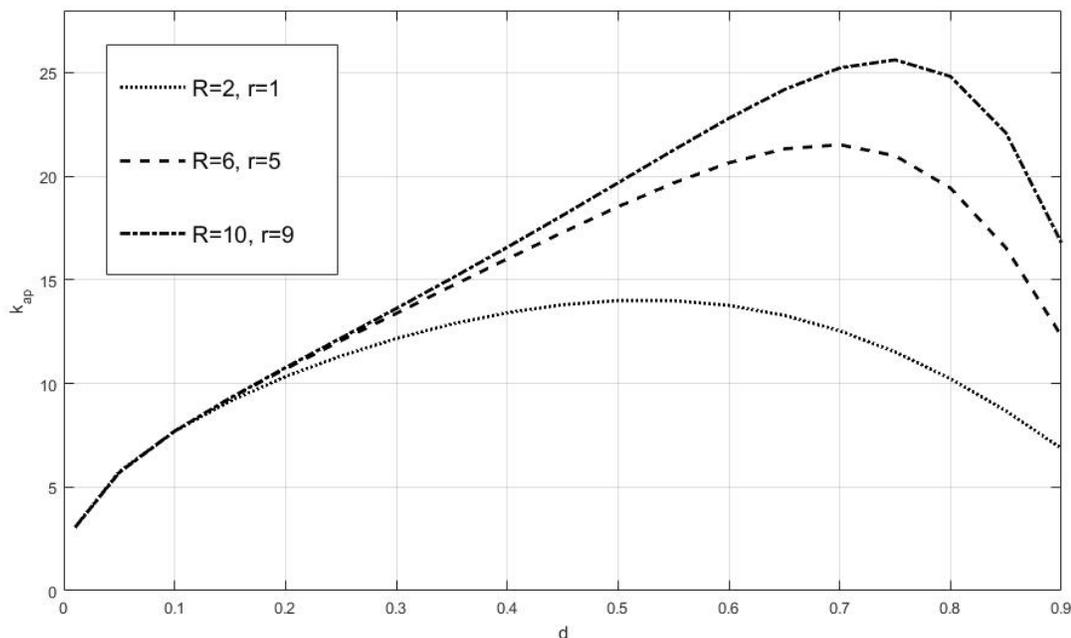


Рис. 17: График зависимости  $k_{ap}$  от глубины дефекта при различных параметрах  $R$  и  $r$

### 2.3.3. Исследование влияния площади пораженной поверхности

Для того чтобы проанализировать влияние площади пораженной поверхности на напряженное состояние в трубе, будем проводить расчеты для модели, изображенной на рис. 3, только теперь на внешней поверхности будет не один дефект, а несколько, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Доля пораженной поверхности рассчитывается по следующей формуле:

$$S = \frac{S_p}{S_o} * 100\%,$$

где  $S_p$ —площадь пораженной поверхности,  $S_o$ —общая площадь поверхности.

В качестве постоянных параметров выбраны радиус выемки  $s = 0.1$  и глубина проникновения  $d = 0.4$ . Будем варьировать число дефектов  $N$  на внешней поверхности. Пример полученной геометрии представлен на рис. 18.

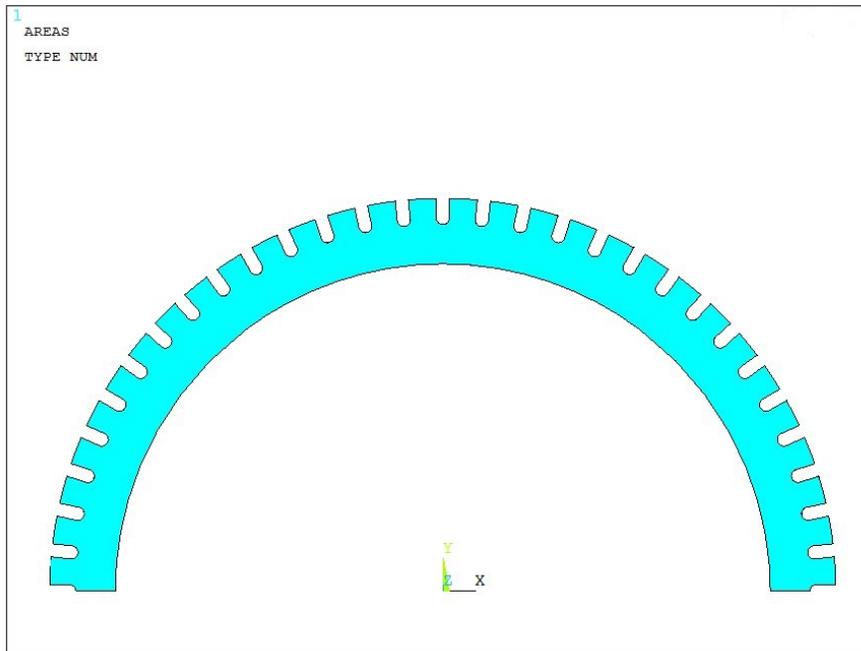


Рис. 18: Пример построенной геометрии  $s = 0.1, d = 0.4, N = 60$

На рисунках 19, 20 и 21 представлены графики зависимостей коэффициентов концентрации напряжений  $k_{surf}, k_{in}$  и  $k_{ap}$  от площади пораженной поверхности, рассчитанные по формулам (15), (16), (17), для различных пар радиусов трубы  $R = 2, r = 1; R = 6, r = 5$  и  $R = 10, r = 9$ .

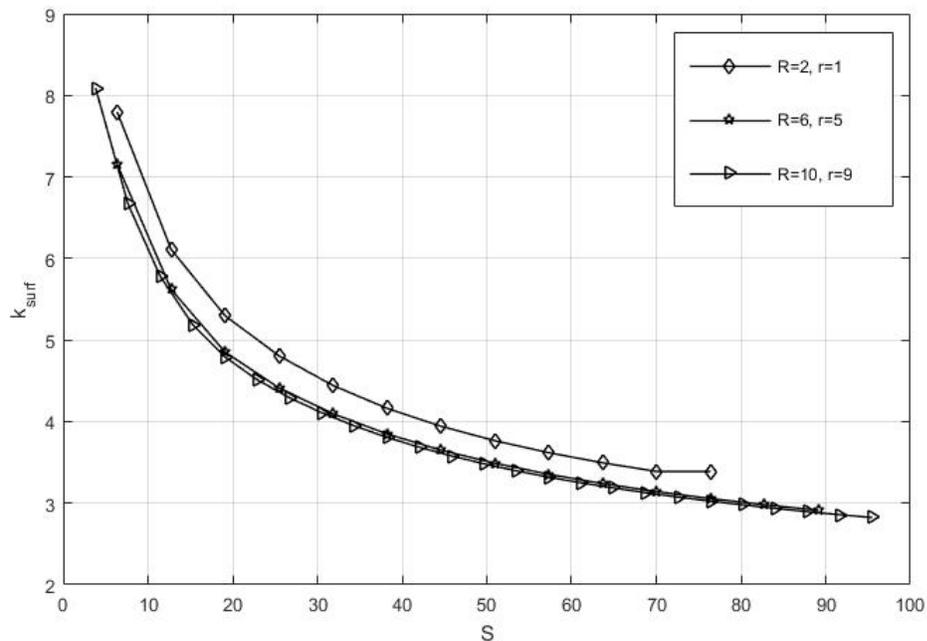


Рис. 19: График зависимости  $k_{surf}$  от площади пораженной поверхности  $s = 0.1, d = 0.4$

Как и ожидалось, все три коэффициента концентрации напряжений

уменьшаются с увеличением площади пораженной поверхности. То есть происходит перераспределение энергии между дефектами. Кривые на рис. 19, 20 и 21 сначала стремительно убывают, затем характер убывания становится более плавным.

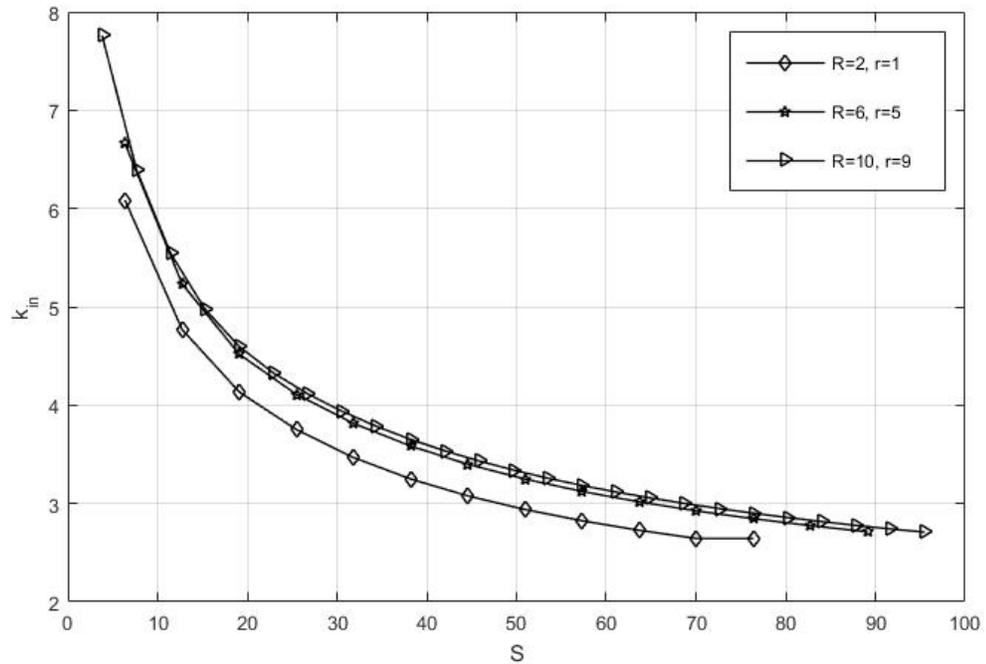


Рис. 20: График зависимости  $k_{in}$  от площади пораженной поверхности  $s = 0.1, d = 0.4$

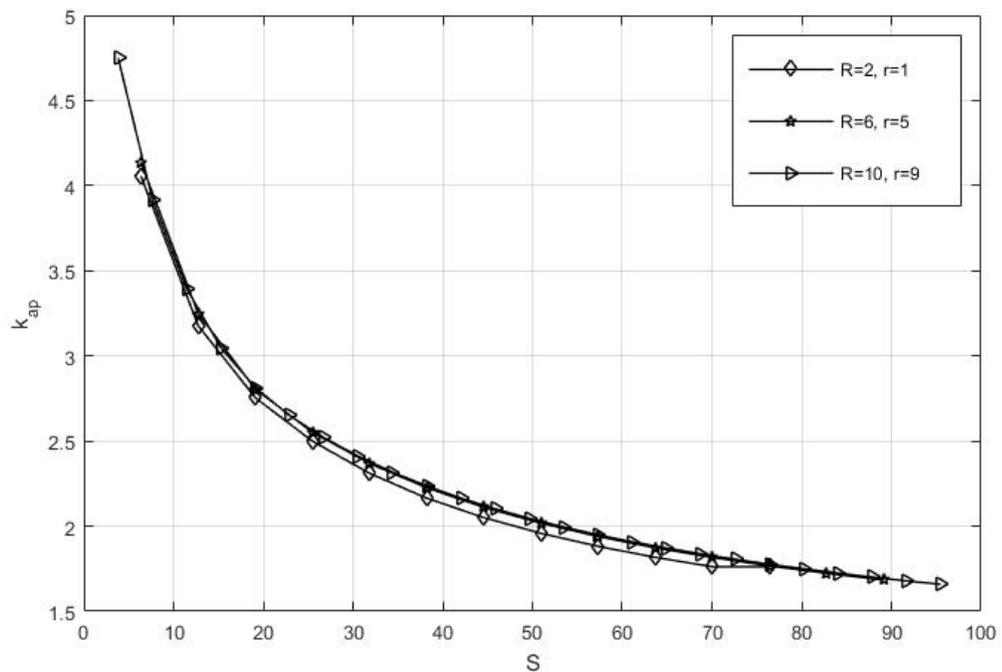


Рис. 21: График зависимости  $k_{ap}$  от площади пораженной поверхности  $s = 0.1, d = 0.4$

Для исследования возможности применения метода «приведения», то есть использования метода равномерного коррозионного износа трубы уменьшенного радиуса для трубы с дефектом или несколькими дефектами, важен характер кривых, отвечающих за  $k_{ap}$ . При доли пораженной поверхности от 70% коэффициент концентрации практически линейно зависит от площади  $S$ . Это может говорить о возможности использования такого метода оценки. Но, так как данная проблема является многопараметрической, она требует дополнительных исследований.

## Заключение

Данная работа посвящена построению новых аналитических решений задачи о механохимической коррозии тонкостенных труб, исследованию напряженного состояния трубы с поверхностным дефектом, а также возможности применения формул для равномерного коррозионного износа бездефектной трубы уменьшенного радиуса к задачам о цилиндрической оболочке с дефектами. Основными результатами, полученными в ходе работы, являются:

- Выведены новые формулы для расчета напряжений на внутренней и внешней поверхностях тонкостенной трубы, находящейся под действием гидростатического давления, которые зависят не только от разности внутреннего и внешнего давлений, но и от самих значений давлений;
- Выведены новые аналитические решения задачи о механохимической коррозии тонкостенной трубы, находящейся под действием агрессивных сред;
- Проведено сравнение модели, полученной в данной работе, с моделью, основанной на классической «котельной» формуле.
- Исследовано напряженное состояние в трубе с поверхностным дефектом на внешней стороне в зависимости от радиуса дефекта, глубины его проникновения и кривизны внешней поверхности;
- Исследовано напряженное состояние в трубе с множеством поверхностных дефектов, расположенных на одном расстоянии друг от друга.

## Список литературы

1. McCafferty, Edward. Introduction to corrosion science // Springer Science & Business Media. 2010. –575 p.
2. Hansson, C. M. The impact of corrosion on society // Metallurgical and Materials Transactions A. 2011. Vol. 42, No 10. P. 2952–2962.
3. Ермолаева Н. Н., Курбатова Г. И. Квазиодномерная нестационарная модель процессов в морских газопроводах // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2015. № 3. С. 55–66.
4. Павлов П. А., Кадырбеков Б. А., Колесников В. А. Прочность сталей в коррозионных средах. Алма-Ата: Наука, 1987. 272 с.
5. Павловский В. А., Чистов А. Л. Моделирование динамики заполнения резервуара реальным газом // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2014. № 3. С. 46–57.
6. Пронина Ю. Г. Механохимическая коррозия полого цилиндра из идеального упруго-пластического материала под действием постоянного давления // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика. Механика. Астрономия. 2006. № 3. С. 121–130.
7. Gutman E. M., Haddad J., Bergman R., 2000. Stability of thin-walled high-pressure vessels subjected to uniform corrosion // Thin-Walled Struct. Vol. 38. P. 43–52.
8. Kolpak E. P., Ivanov S. E. Mathematical and computer modeling vibration protection system with damper // Applied Mathematical Sciences. 2015. Vol. 9, No 77–80. P. 3875–3885.
9. Kolpak E. P., Ivanov S. E. Mathematical modeling of the system of drilling rig // Contemporary Engineering Sciences. 2015. Vol. 8, No 13–16. P. 699–708.
10. Sedova O. S., Pronina Yu. G. Calculation of the optimal initial thickness of a spherical vessel operating in mechanochemical corrosion conditions // В сборнике: 2015 International Conference «Stability and Control Processes» in Memory of V. I. Zubov (SCP). 2015. P. 436–439.
11. Sedova O. S., Pronina Y. G. Taking account of hydrostatic pressure in the

modeling of corrosion of thick spherical shells // В сборнике: 2015 International Conference on Mechanics – Seventh Polyakhovs Reading. 2015. P. 7106771.

12.Акимов Г. В. Теория и методы исследования коррозии металлов. М.Л.: Изд-во АН СССР, 1945. 415 с.

13.Антикайн П. А. Металлы и расчет на прочность котлов и трубопроводов. М.: Энергоатомиздат, 1990. 368 с.

14.Бережнов К. П., Филиппов В. В. Определение долговечности корродирующих строительных стальных конструкций промзданий. // Изв. вузов. Строительство и архитектура.,1988. № 1. С. 17–21.

15.Гутман Э. М. Механохимия металлов и защита от коррозии. М.: Металлургия,1981. 281 с.

16.Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии. // Химическое и нефтяное машиностроение. 1967. № 2. С. 9–10.

17.Долинский В. М. Расчет элементов конструкций, подверженных равномерной коррозии. // Исследования по теории оболочек: Сб. трудов. Казань:КИСИ, 1976. Вып. 7. С .37–42.

18.Гутман Э. М., Зайнулин Р. С., Шаталов А. Т. и др. Прочность газопромысловых труб в условиях коррозионного износа. М.:Недра, 1984. 76 с.

19.Райзер В. Д. Вопросы надежности строительных конструкций при износе. // Исследования по строительной механике: Сб. трудов. М.:Наука, 1985. С. 61–66.

20.ГОСТ 5272-68 Коррозия металлов. Термины. М.:ИПК Издательство стандартов, 1999. 15 с.

21.Карпунин В. Г., Клещев С. И., Корнишин М. С. К расчету пластин и оболочек с учетом общей коррозии. // Труды X Всес.конф.по теории оболочек и пластин, Кутаиси. Т. 1. Тбилиси:Мецниереба, 1975. С. 166–174.

22.Наумова Г. А., Овчинников И. Г. Расчеты на прочность сложных стержневых и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений. Саратов:СГТУ, 2000. 227 с.

23.Кеше Г. Коррозия металлов.Физико-химические принципы и актуальные проблемы. М.:Металлургия, 1984. 400 с.

24.Романов В. В. Влияние растягивающих напряжений на скорость кор-

розии металлов // Тр.ин-та металлургии им. А. А. Байкова. 1961. № 8. С. 149–153

25.Elishakoff I., Ghyselinck G., Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress. // Journal of Applied Mechanics. 2012. Vol. 79, No 2. P. 021013

26.Петров В. В., Овчинников И. Г., Шихов Ю. М. Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой. Саратов:Изд-во Саратовского ун-та, 1987. 288 с.

27.Charles R. J., Hilling W. B. The kinetics of glass failure by stress corrosion. // Symposium sur la résistance mécanique du verre et les moyens de l'améliorer. 1962. P. 511–527.

28.Liang J.,Suo Z. Stress-assisted reaction at a solid-fluid interface. // Interface Science. 2001. Vol. 9, No 1–2. P. 93–104.

29.Русанов А. И. Термодинамические основы механохимии. СПб.:Наука, 2006. 221 с.

30.Русанов А. И. Механохимия растворения:кинетический аспект. // Журнал общей химии. 2007. Т. 77, № 4. С. 529–542.

31.Гутман Э. М., Зайнуллин Р. С. Методика расчета запаса на коррозионный износ тонкостенных сосудов и трубопроводов. // Хим. и нефтяное машиностроение. 1983. № 11. С. 38–40.

32.Гутман Э. М., Зайнуллин Р. С., Зарипов Р. А. Долговечность сосудов высокого давления в условиях механохимической коррозии. // Коррозия и защита в нефтегазовой промышленности:сб.трудов ВНИИОЭНГ. М., 1977. № 9. С. 3–5.

33.Гутман Э. М., Зайнуллин Р. С., Зарипов Р. А. Кинетика механохимического разрушения и долговечность растянутых конструктивных элементов при упругопластических деформациях. // Физико-хим. механика материалов. 1984. № 2. С. 14-17.

34.Овчинников И. Г. Об одной модели коррозионного разрушения. // Механика деформ.сред. 1979. № 6. С. 183–188.

35.Овчинников И. Г. О методологии построения моделей конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами. // Долговечность материалов и

элементов конструкций в агрессивных и высокотемпературных средах: Межвуз. научн. сб. Саратов:СПИ, 1988. С. 17–21.

36. Овчинников И. Г., Гончарова Г. А. Коррозионно-механическое поведение изгибаемой прямоугольной пластинки. // Физико-химическая механика материалов. 1987. Т. 3. С. 121–122.

37. Овчинников И. Г., Сабитов Х. А. К определению напряженно-деформированного состояния и долговечности цилиндрических оболочек с учетом коррозионного износа. // Строительная механика и расчет сооружений. 1986. Т. 1, № 163. С. 13–17.

38. Овчинников И. Г., Гарбуз Е. В. Расчет неравномерно нагретого нелинейно-упругого цилиндра, подвергающегося коррозионному износу. // Строительная механика и расчет сооружений. 1987. № 3. С. 15–19.

39. Почтман Ю. М., Зеленцов Д. Г. Оптимизация долговечности и стоимости цилиндрических оболочек, подвергающихся механохимическому и химическому разрушению. // ФХММ. 1987. Т. 23, № 4. С. 70–73.

40. Почтман Ю. М., Темкин В. Я. О постановке задачи оптимального проектирования тонкостенных конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой. // ФХММ. 1986. № 4. С. 92–95.

41. Почтман Ю. М., Зеленцов Д. Г. Влияние агрессивной морской среды на напряженное состояние и долговечность элементов тонкостенных конструкций. // Физико-хим. механика материалов. 1990. № 3. С. 30–33.

42. Криворучко Т. М. Оптимальное проектирование стержневых систем, подверженных коррозии, с учетом долговечности. // Работоспособность материалов и элементов конструкций при воздействии агрессивных сред: межвуз. науч. сб. / Сарат. политехн. ин-т. Саратов, 1986. С. 41–42.

43. Вольберг Ю. Д., Коряков А. С. Учет воздействия агрессивной среды на несущую способность стальных конструкций. // Металлические конструкции в строительстве: сб. тр. МИСИ. М. 1983. № 183. С. 28–35.

44. Филиппов В. В. Работоспособность металлических конструкций производственных зданий Севера. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние., 1990. 144 с.

45. Флакс В. Я. Коррозия стальных конструкций предприятий черной ме-

таллургии. // Промышленное строительство. 1966. № 4. С.21-22.

46. Fridman M.M., Elishakoff I. Buckling optimization of compressed bars undergoing corrosion. // International journal of Ocean Systems Engineering. 2013. Vol.3, № 2. P.123-136.

47. Fridman M.M. Optimal design of compressed columns with corrosion taken into account. // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. 2014. Vol.52, № 1. P.129-137.

48. Gutman E.M., Bergman R.M., Levitsky S.P. Influence of internal uniform corrosion on stability loss of a thin-walled spherical shell subjected to external pressure. // Corrosion Science. 2016. Vol.111. P.212-215.

49. Иванцов О.М., Харионовский В.В. Арктические газопроводы России. М.: КИИЦ "Нефтегазстройинформреклама 1992. 138 с.

50. Ремизов Д.И. К оценке прочности трубопроводов, имеющих утонение стенки. // Надежность и диагностика газопроводных конструкций. / ред. В.В. Харионовский. М.: ВНИИГАЗ. 1996. С.129-134.

51. Харионовский В.В. Надежность и ресурс конструкций газопроводов. М.: Недра, 2000. 467 с.

52. Седова Е.Д., Пронина Ю.Г. Уточненные формулы для расчета напряжений в тонкостенной трубе под давлением. // Процессы управления и устойчивость. 2016. Т.3. № 1. С.260-264.

53. Pronina Y.G., Sedova E.D. New benchmark for the life assessment of a thin-walled pipe subjected to stress assisted corrosion. // 7th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS Congress 2016. P.6734-6740.

54. Pronina Y.G. Analytical solution for the general mechanochemical corrosion of an ideal elastic-plastic thick-walled tube under pressure // International Journal of Solids and Structures. Elsevier, 2013. V. 50. P. 3626-3633.

55. Chou D.T., Hong D., Saha P. et al. In vitro and vivo corrosion, cytocompatibility and mechanical properties of biodegradable Mg—Y—Ca—Zr alloys as implant materials // Acta biomaterialia. 2013. Vol. 9, № 10. P.8518-8533.

56. Bakhsheshi-Rad H.R., Hamzah E., Abdul-Kadir M.R. et al. The Mechanical Properties and Corrosion Behavior of Double-Layered Nano Hydroxyapatite-Polymer

Coating on Mg-Ca Alloy // Journal of Materials Engineering and Performance. 2015. Vol. 24, № 10. P. 4010-4021.

57. Razavi M., Fathi M., Savabi O. et al. Nanostructured merwinite bioceramic coating on Mg alloy deposited by electrophoretic deposition // Ceramics International. 2014. Vol. 40, № 7. P. 9473-9484.

58. Natishan P.M., O'grady W.E., McCafferty E. et al. Chlorid Uptake by Oxide Covered Aluminum as Determined by X-Ray Photoelectron and X-Ray Absorption Spectroscopy // Journal of The Electrochemical Society. 1999. Vol. 146, № 5. P.1737-1740.

59. Papavinasam S. Corrosion control in the oil and gas industry // Elsevier, 2013. 992 p.

60. Arutyunyan R.A, Denisova A.A. A failure criterion of metallic materials and structures due to attack of corrosion media // Advanced Problems in Mechanics. Proceedings XXIX Summer School. 2001. P.111-113.

61. Арутюнян А.Р., Арутюнян Р.А. Рост коррозионных трещин и долговременная прочность хрупких материалов // Вестн. С.-Петербур. ун-та. Серия 1: Математика, Механика, Астрономия. 2014. Т.1, № 1. С.87-95.

62. Duddu Ravindra. Numerical modeling of corrosion pit propagation using the combined extended finite element and level set method // Computational Mechanics. 2014. Vol. 54, № 3. P.613-627.

63. Vagbharathi A.S. An extended finite-element model coupled with level set method for analysis of growth of corrosion pits in metallic structures // Proc. R. Soc. A / The Royal Society. 2014. Vol.470. P.20140001.

64. Кикин А.И. Особенности проектирования и расчета стальных конструкций, подвергающихся воздействию агрессивной среды // Металлические конструкции: Сб. трудов. Т. 43. М.:МИСИ, 1962. С. 8-16.

65. Басов К.А. ANSYS для конструкторов // М.:ДМК Пресс, 2012.