

Санкт-Петербургский государственный университет  
Математическое обеспечение и администрирование информационных  
систем

Кафедра информационно-аналитических систем

Белозерцева Дарья Юрьевна

Разработка статистической модели для  
прогнозирования волатильности цен финансовых  
активов для оценки рыночных рисков

Выпускная квалификационная работа

Научный руководитель:  
к. ф.-м. н., доцент Григорьев Д. А.

Рецензент:  
д. т. н., проф. Мусаев А. А.

Санкт-Петербург  
2019

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY  
Software and Administration of Information Systems  
Analytical Information Systems

Daria Belozertseva

Development of a statistical model for predicting price  
volatility of financial assets for estimation market risks

Graduation Project

Scientific supervisor:

Ph.D., Associate professor Dmitriy Grigoriev

Reviewer:

Sc. D., Professor Aleksandr Musaev

Saint-Petersburg

2019

# Оглавление

ВВЕДЕНИЕ .....	2
1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ .....	4
1.1 ФИНАНСОВЫЕ ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ.....	4
1.2 ВОЛАТИЛЬНОСТЬ И ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ .....	5
1.3 VALUE AT RISK.....	6
2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....	8
2.1 ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ .....	9
2.2 ПОСТРОЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ VALUE AT RISK .....	9
3. РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ GARCH ДЛЯ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ.....	10
3.1 ИССЛЕДОВАНИЕ НАУЧНЫХ РАБОТ .....	10
3.2 ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ СУЩЕСТВУЮЩИХ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	13
3.3 ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ТИПА GARCH К ИНДЕКСУ МОСБИРЖИ.....	14
4. МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ VALUE AT RISK.....	19
4.1 ИЗУЧЕНИЕ НАУЧНЫХ РАБОТ.....	19
4.2 СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ VALUE AT RISK .....	20
5. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ.....	30
6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	35
7. РЕКОМЕНДАЦИИ К ДАЛЬНЕЙШЕМУ ИССЛЕДОВАНИЮ.....	36
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	37
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	39

## ВВЕДЕНИЕ

Финансовые рынки становятся все более сложными и глобальными, из-за подверженности различным видам рисков. Из всех финансовых рисков наиболее всеобъемлющими являются рыночные риски, а наиболее сложными для анализа являются рынки развивающихся стран. На рынках экономически развитых стран у инвесторов в наличии большое количество финансовых инструментов, а степень рисков меньше из-за лучшей юридической защищенности. Помимо того, что рынки развивающихся стран не обладают вышеперечисленными достоинствами, они к тому же до сих пор не очень хорошо изучены, поэтому у инвесторов нет достаточной информации, чтобы решить – стоит ли рисковать. Но все же в последние годы интерес инвесторов к развивающимся странам возрос. Все чаще в развивающихся странах ужесточается политика в денежно-кредитной сфере, проводятся меры по борьбе с инфляцией. Рейтинги многих развивающихся стран растут, и это повышает всеобщий интерес к ним. Однако неразвитая нормативно-правовая сторона и политическая нестабильность все еще являются поводом для опаски инвесторов, чтобы вкладывать в экономики таких стран собственные средства. Тем не менее, процесс массового вложения капитала уже начался [1].

Россия - пример страны с развивающейся экономикой. В настоящий момент правительством РФ предпринимаются усиленные меры по укреплению экономической стабильности в стране, и интерес инвесторов к рынку России начинает повышаться. Принимая во внимание приведенные выше факты, выбор пал на рассмотрение Московской биржи, как основного источника данных для анализа моделей. Помимо индекса Московской биржи, были также рассмотрены различные индексы стран БРИКС, чтобы оценить применимость предлагаемой модели для развивающихся рынков в целом.

Качественное прогнозирование рисков имеет первостепенное значение. Одним из самых востребованных инструментов прогнозирования рисков в современном риск-менеджменте является Value at Risk [2]. Однако модели VaR могут показывать разные результаты, и это делает для финансовых аналитиков задачу по выбору подходящей реализации VaR нетривиальной. Стандартных методов по определению лучшей модели не существует. Именно поэтому так важна задача оценки различных моделей VaR и выбор наиболее подходящих методов ее применения.

В связи с частыми финансовыми кризисами вопрос исследования VaR в условиях экстремальных рыночных рисков стоит очень остро. Наиболее известный метод, исследующий волатильность - показатель, на который имеет смысл обратить особое внимание при угрозе кризиса - является GARCH [2]. Именно на этот метод было решено обратить особое внимание при выборе исследуемой реализации VaR.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

В данном разделе будет приведен обзор основных теоретических понятий, используемых в работе. Более подробную информацию можно получить в [2].

## 1.1 ФИНАНСОВЫЕ ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

Анализ финансовых рядов имеет существенные отличия от остальных временных рядов, так как финансовые рынки являются сложными динамическими системами и отражают ожидания множества участников с иррациональным поведением. Данный факт приводит к постоянно изменяющейся волатильности котировок.

Большинство финансовых исследований взаимосвязаны с доходностями активов (asset return) в обход цен. Во-первых, для среднестатистического инвестора доходность актива – это полное и масштабное резюме возможностей для инвестирования. А во-вторых, ряды доходностей активов гораздо легче обрабатывать, нежели ценовые, так как их статистические свойства более привлекательны для применения к ним методов статистического анализа данных.

Есть несколько определений доходностей активов. Пусть  $P_t$  - цена актива с индексом времени. Предположим, что актив не выплачивает дивидендов.

Изменение актива в течение одного периода с момента  $t-1$  по момент  $t$  дает в результате простое приращение цены:

$$1 + R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

Соответственно, чистый доход за один период или процентный доход:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1.$$

В данном исследовании, как и в большинстве исследований, связанных с прогнозированием волатильности, используется только один вид asset return, называемый логарифмическим приращением. Логарифмическое приращение – это натуральный логарифм простого валового дохода актива, и определяется формулой:

$$r_1 = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}).$$

Логарифмическое приращение имеет преимущество над простым приращением цены  $R_t$ , так как статистические свойства логарифмической прибыли легче поддаются обработке [2].

## 1.2 ВОЛАТИЛЬНОСТЬ И ЕЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Волатильность – это статистический показатель, который характеризует тенденцию изменчивости цены.

Точность такой оценки является проблемой, достаточно трудной для изучения. Хотя волатильность не наблюдается напрямую, существуют соответствующие характеристики, наблюдаемые в ценовых приращениях:

1. Существует кластеризация волатильностей (то есть для одних промежутков времени волатильность может быть высока, а для других низка);
2. Волатильность эволюционирует непрерывно со временем, соответственно, ее скачки довольно редки;
3. Волатильность никогда не уходит в бесконечность (существует фиксированный предел колебаний);
4. Волатильность по-разному реагирует на сильный рост и падение цен.

Пусть  $R_t$  – это логарифм доходности актива в момент времени  $t$ . Основная идея исследования волатильности, заключается в том, что ряд  $\{R_t\}$  либо является серийно некоррелированным, либо имеет

незначительные последовательные корреляции более низкого порядка, но все равно это зависимый ряд. На этом основывается поиск кластеризованных волатильностей.

Построение модели волатильности для рядов ценовых приращений состоит из четырех этапов:

1. Проверить последовательную зависимость в данных и, при необходимости, преобразовать ряд (например, моделью ARMA), чтобы удалить любую линейную зависимость между ценовыми индексами;
2. Применить к данным модель волатильности и проверить квадраты ошибок симулированных ценовых приращений на автокорреляцию;
3. Провести оценку построенной волатильности;
4. Проверить качество построенной модели и при необходимости уточнить ее.

Модели GARCH и EGARCH, рассмотренные в данной работе, служат для моделирования кластеризации волатильности [2].

### 1.3 VALUE AT RISK

Экстремальные ценовые движения на финансовых рынках редки, но важны. Обвал фондового рынка на Уолл-стрит в октябре 1987 года и другие крупные финансовые кризисы привлекли большое внимание исследователей. В последние годы большое ежедневное движение цен в высокотехнологичных акциях породило еще больше дискуссий о рыночном риске. В результате Value at Risk (VaR) стала широко используемой мерой рыночного риска в управлении рисками.

Существует несколько видов риска на финансовых рынках. Кредитный риск, операционный риск и рыночный риск являются тремя основными категориями финансового риска.

Value at Risk в основном относится к рыночным рискам, но он также применим к другим видам риска. VaR - это единичная оценка значения, на которое позиция финансового индеса в определенной категории риска



может снизиться из-за общих рыночных движений в течение определенного периода. Финансовые учреждения используют эту оценку для того, чтобы они могли продолжать свою деятельность после катастрофического события.

С точки зрения финансовых рисков, VaR может быть определен как падение финансовой стоимости на определенном временном горизонте с заданной степенью вероятности. С этой точки зрения, VaR рассматривается как мера потерь, связанных с редким (или неожиданным) событием в нормальных рыночных условиях.

Расчет VaR включает следующие аспекты:

1. Процент вероятности  $p$ , например  $p = 0,01$  или  $p = 0,05$ ;
2. Временной горизонт. Например, 1 день или 10 дней;
3. Частота данных, которая может не совпадать с временным горизонтом. Чаще всего используются приращения дневных цен актива;
4. Cumulative Distribution Function и ее квантили;
5. Значение рыночной цены актива или портфеля бумаг.

Подробнее в [2].

## 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью данной работы является исследование и сравнение моделей Value at Risk, построенных с помощью метода GARCH и использующих различные распределения. Данную работу можно рассматривать как продолжение исследований работ [3] и [4]. Исследованная область применения VaR будет расширена путем рассмотрения дополнительного набора распределений, а также разработкой алгоритма выбора наилучшей модели на предоставленном наборе исходных данных.

Были поставлены следующие задачи:

1. Выбрать и построить наилучшую модель GARCH для исторических ценовых данных индекса МосБиржи;
2. Построить Value at Risk несколькими методами:
  - a. Основанным на волатильностях, смоделированных моделью EGARCH;
  - b. Основанным на абсолютных значениях, смоделированных моделью EGARCH;
  - c. Путем подбора наиболее подходящего распределения;
3. Построить алгоритм, на вход для которого будет поступать набор данных, а на выходе будет определена модель Value at Risk, дающая наилучшее качество на данном наборе данных.

Работа делится на две части, в первой из которых происходит теоретическое исследование с целью найти наиболее эффективную модель типа GARCH, и последующая ее реализация. Во второй части исследуются методы построения Value at Risk, а так же реализуется алгоритм подбора наилучшей модели для разных наборов данных.

## 2.1 ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

Целью является построение и выбор лучшей модели GARCH для исторических ценовых данных. Для этого необходимо найти научную работу, в которой описано сравнение моделей GARCH различных типов, и проделать аналогичную работу с последующим сравнением результатов. После чего применить реализованную модель к выбранным данным и проанализировать результаты.

## 2.2 ПОСТРОЕНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ VALUE AT RISK

Целью второй части является построение и оценка моделей VaR. Данная работа выполняется с опорой на ранее исследованную научную работу, в которой оценка модели производится на двух распределениях - нормальном и student t-распределении. Следуя рекомендациям авторов данной работы, данное исследование было решено продолжить, применив его к другим, ранее не рассмотренным распределениям - kernel distribution и logistic distribution.

## 3. РЕАЛИЗАЦИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ GARCH ДЛЯ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ

В этой части описано исследование научных работ, предоставивших последовательный алгоритм реализации и оценки GARCH-моделей. Была выбрана наиболее полная и удовлетворяющая требованиям раздела 2.1 работа. После чего были построены модели, показавшие наилучшие результаты, которые подверглись сравнению с результатами авторов статьи. Результат работы данного этапа исследования может быть признан удовлетворительным, если результаты выбранной работы были повторены с достаточной точностью, чтобы судить, что построенная модель может быть использована для дальнейших исследований.

### 3.1 ИССЛЕДОВАНИЕ НАУЧНЫХ РАБОТ

Было рассмотрено несколько научных работ, опубликованных в период с 2015 по 2017 года, среди которых нужно было выбрать одну, результат которой планировалось повторить. Основной выбор лежал между статьями [3], [5], [6], [7] и [8]. Не удалось найти данных, использованных в работах [5] и [6]. Работа [7] была большей частью сосредоточена на поиске оптимальных коэффициентов, нежели на выборе наиболее оптимальной модели и ее оценке. В работе [8] были построены модели более низкого порядка, нежели в других статьях. В итоге выбор пал на работу [3], так как данные, предоставленные авторами статьи, позволили наиболее точно произвести сравнительную оценку результатов.

В выбранной научной статье было рассмотрено два индекса фондового рынка Китая - Shanghai Composite Index и Shenzhen Component Index. Индексы ежедневных цен были взяты за период со 2 января 2005 г.

по 28 июня 2015 г. Диапазон данных был разделен на две части: первая часть ежедневных индексов длительностью в 10 лет (период со 2 января 2005 по 11 апреля 2015) использовалась в качестве набора данных для обучения. Остальные 78 наблюдений (с 11 апреля 2015 по 28 июня 2015) использовались для прогнозирования вне выборки. Далее было проведено преобразование данных, для устранения влияния между двумя временными точками, по формуле:

$R_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ , где  $P_t$  - последовательные цены закрытия торгового дня.

Был проведен эмпирический анализ данных - исследованы графики временных рядов, коэффициенты асимметрии, эксцессы, сделан тест Харке-, проверяющий ошибки наблюдений на нормальность, сверкой их асимметрии и эксцесса со значениями этих показателей у нормального распределения [3]. Результаты исследования показали, что оба временных ряда имеют асимметричные распределения, сдвинутые влево, значения эксцессов, значительно выше значений нормального распределения. Следовательно, распределения имеют толстые хвосты. Статистика Харке-Бера показывает отклонение нулевой гипотезы о нормальном распределении.

Для проверки временных рядов на стационарность был проведен ADF-тест, показавший, что рассматриваемые временные ряды *стационарны*. В [2] поясняется, что стационарность временных рядов является условием корректной работы моделей типа GARCH.

Функция автокорреляции, построенная для обоих временных рядов, показала, что на фондовых рынках Шанхая и Шэньжэня последовательная корреляция в ежедневных рядах доходности отсутствует.

После проведения оценки данных было построено 4 модели GARCH - GARCH(1,1), GARCH-M(1,1), TGARCH(1,1) и EGARCH(1,1).

Сравнение моделей с помощью оценки АИС (информационный критерий Акаике, использует суммы квадратов ошибок наблюдений для сравнения работы моделей) показало, что EGARCH(1,1) имеет наименьшее значение оценок, и, следовательно, наилучшим образом подходит для соответствующих данных. Однако, значения для всех моделей были достаточно близки, поэтому выбрать явного фаворита было трудно.

Чтобы оценить приемлемость прогноза, необходимо провести некоторую статистическую диагностику уже построенных моделей. Если модель типа GARCH задана точно, то нормированные остатки должны иметь нормальное распределение, должна отсутствовать последовательная корреляция приращений и стандартизированных ошибок прогноза. И снова статистика Харке-Бера для EGARCH(1,1) показывает самый маленький результат, показывая, что ошибки прогноза имеют нормальное распределение, тест Льюнга-Бокса на проверку автокорреляции временных рядов указывает на отсутствие автокорреляции и ARCH-эффекта (автокорреляции квадратов ошибок прогнозирования).

Для оценки прогноза вне выборки использованы репрезентативные меры, такие как RMSE, MAE, MAPE.

MAPE показала, что T-GARCH(1,1) более конкурентоспособна, чем EGARCH(1,1), в то время, как MAE и RMSE показывают, что EGARCH(1,1) превосходит другие модели.

Таким образом в результатах проведенного исследования было указано, что EGARCH(1,1) является наилучшей моделью для прогнозирования волатильности на финансовом фондовом рынке такой развивающейся страны как Китай.

## 3.2 ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ СУЩЕСТВУЮЩИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

За основу была взята научная работа, описание которой представлено главой ранее. Основной целью не было в точности повторить каждый шаг, проделанный авторами статьи - а лишь взять их работу за основу для построения собственной модели, и с помощью сравнения результатов нескольких тестов убедиться, что построенная модель работает правильно.

Был взят на рассмотрение лишь один индекс из двух, рассмотренных авторами статьи - Shenzhen Component Index. Изначально данные были взяты на том же временном промежутке, что и у авторов статьи, но график построенных временных рядов выявил некоторую погрешность, а именно сдвиг данных по временной оси, относительно данных рассмотренных авторами. Для исправления данной погрешности и возможности сравнивать полученные результаты с результатами авторов, данные были сдвинуты с помощью цикла, проверяющего сходство данных с данными из статьи, поэтому временной промежуток был взят несколько иной по сравнению с данными, рассмотренными в выбранной статье, а именно ежедневные цены закрытий торгового дня рассматривались за период с 26.04.2002 по 26.11.2012, включающий в себя 2641 наблюдение.

Была построена функция автокорреляции, как и у авторов статьи, показавшая отсутствие последовательной корреляции между наблюдениями.

ADF-тест так же, как и в статье показал, что данные являются стационарными.

Из 4-х моделей GARCH, рассмотренных в статье, выбор пал на реализацию двух, показавших наиболее хорошие результаты - GARCH(1,1) и EGARCH(1,1). Для сравнения моделей использовалась оценка для сравнения моделей AIC, так же был сделан диагностический тест Харке-

Бера для определения нормальности стандартизированных остатков и их квадратов, и диагностические тесты MAE, MAPE, RMSE для оценки точности прогнозов. Наиболее близкий результат к результату статьи показала оценка AIC, результаты других тестов показали значения с той или иной степенью погрешности, обусловленной неточностью в сдвиге данных, но несмотря на это все оценочные и диагностические тесты привели к заключению, которое было сделано авторами статьи, т.е. построенные нами модели были признаны рабочими и готовыми для применения на других выборках данных.

### 3.3 ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ТИПА GARCH К ИНДЕКСУ МОСБИРЖИ

Были взяты данные за период с 01.01.2008 по 21.10.2018, включающие 2839 наблюдений. 2760 ежедневных наблюдений использованы в качестве обучающей выборки, 78 наблюдений - для прогнозирования вне выборки. Эти, и все остальные данные, использованные в данном исследовании, были взяты в [9].



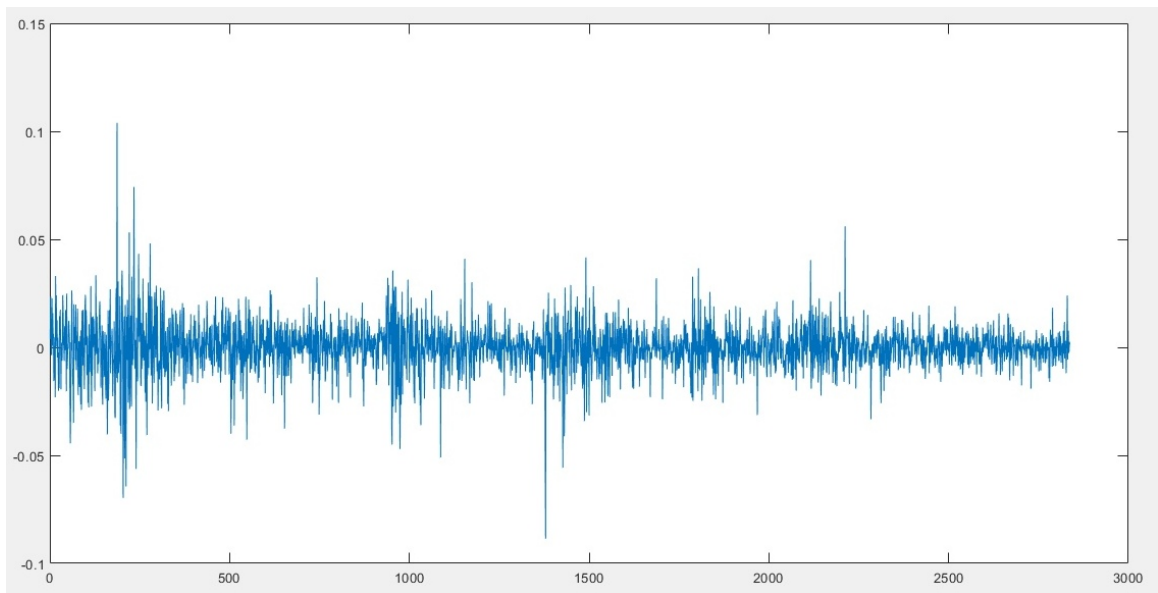


Рис. 1 Логарифмические приращения ежедневных цен Московской биржи за период с 01.01.2008 по 21.10.2018

Из графика видно, что суточные приращения индекса сконцентрированы в пределах 5%. Ряд демонстрирует несколько аномальных пиков, свидетельствующих о внезапных изменениях дисперсии. Эти аномальные дисперсии проявляют признаки кластеризованной волатильности. А непостоянная дисперсия и кластеризация волатильности обосновывают возможность применения модели семейства GARCH.

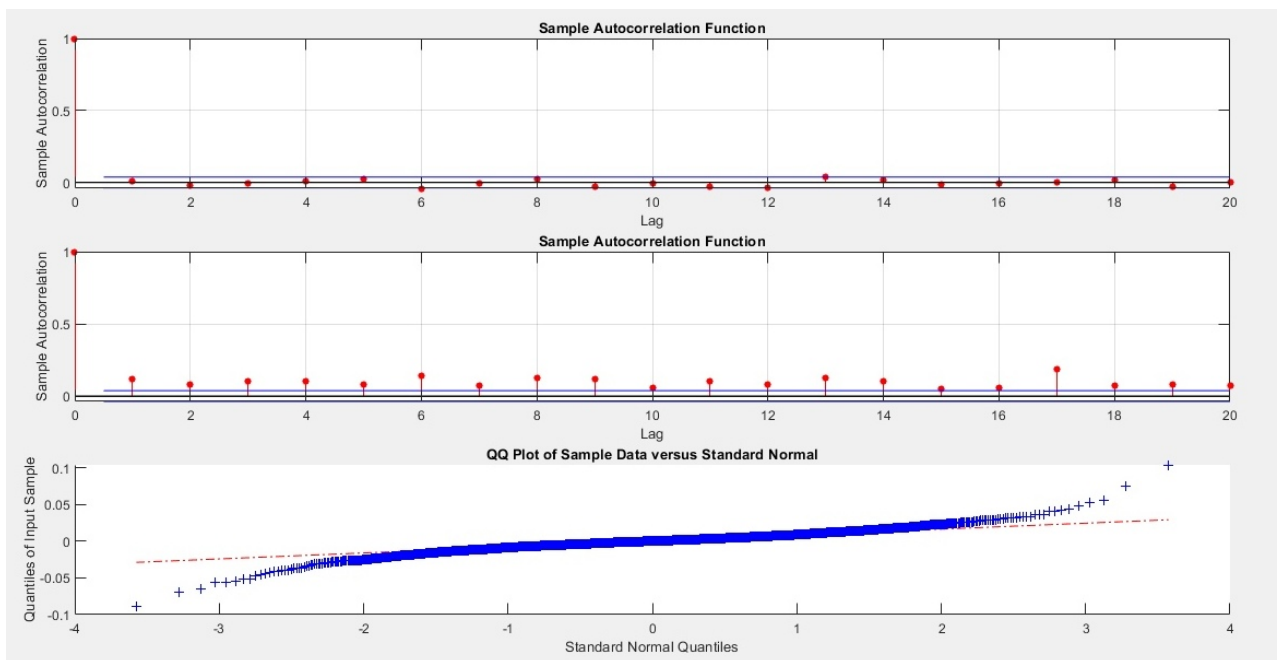


Рис. 2. Выборочная функция автокорреляции для Московской биржи  
и QQ-график

График функции автокорреляции временных рядов и их квадратов (Рис. 2) позволяет сделать вывод об отсутствии последовательной автокорреляции ряда. График квантиль-квантиль позволяет увидеть, что данные отклоняются от нормального распределения из-за наличия толстых хвостов. Таким образом, нулевая гипотеза о нормальном распределении (эта гипотеза принимается, если временной ряд имеет нормальное распределение) отклонена.

Так же был произведен ADF-тест (тест Дикки-Фуллера, который проверяет данные на стационарность), который показал, что ежедневные ряды индекса Московской биржи стационарны.

Все вышеприведенные тесты показали, что мы имеем право использовать GARCH-модели в качестве прогнозирующих моделей к выбранным нами данным.

Работа моделей типа GARCH считается стабильной, если сумма коэффициентов ARCH и GARCH в моделях  $\sim 0,99$  [2]. Сумма ARCH и GARCH

коэффициентов в моделях GARCH(1, 1) и EGARCH(1, 1) (применительно к данным МосБиржи)  $\sim 0,99$ , что удовлетворяет ограничениям на параметры стабильности модели GARCH. Уровень значимости равен 1%, следовательно, можно говорить о существовании кластеризации. Соответственно, существует влияние предыдущих значений на будущее, и можно сделать прогноз.

В дополнение к оценкам параметров была сделана оценка AIC для сравнения моделей. Ее значения равны -6.3442 и -6.3413 для GARCH(1, 1) и EGARCH(1, 1), соответственно. Из этого можно сделать вывод, что EGARCH(1, 1) больше соответствует эталонным данным. Но с другой стороны значения оценок довольно близки, поэтому сложно выбрать лучшую модель явно.

Результаты теста Харке-Бера для нормированных остатков равны 28.196 и 28.072 с уровнем значимости 0.001 для GARCH(1, 1) и EGARCH(1, 1), соответственно. Мы снова можем говорить о принятии гипотезы о нормальном распределении. Для EGARCH(1, 1) значение теста меньше, следовательно, она превосходит модель GARCH(1, 1) и на этом этапе исследования.

Оценки MAE, RMSE и MAPE для EGARCH так же показали лучшие значения чем для модели GARCH. Это говорит о том, что EGARCH показывает меньшее количество ошибок прогнозирования.

Со сводной таблицей вышеприведенных оценок можно ознакомиться в главе 5.

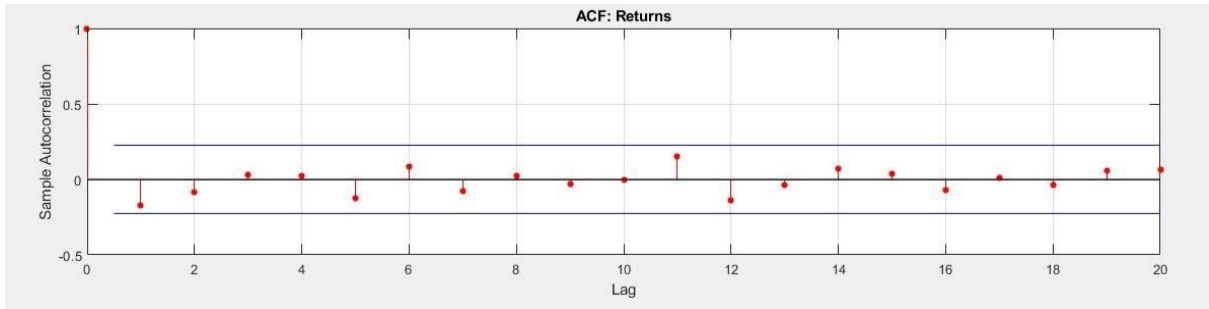


Рис. 5. Функция автокорреляции для нормированных остатков GARCH(1,1)

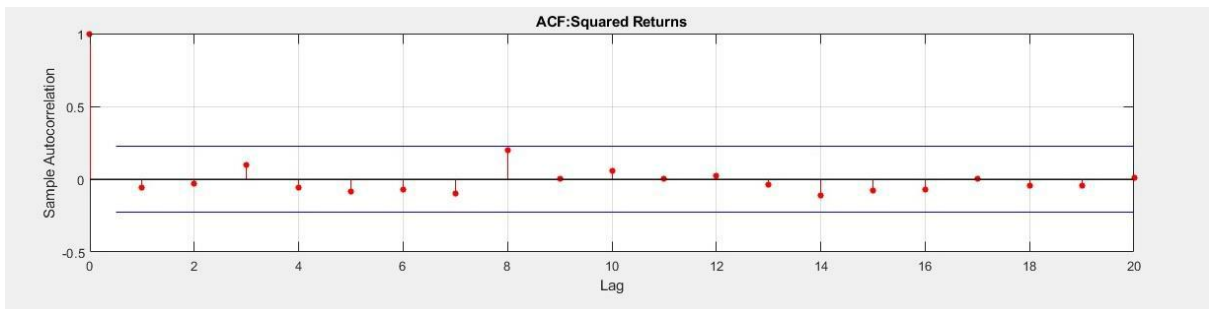


Рис. 6. Функция автокорреляции для нормированных остатков EGARCH(1, 1)

Графики 5 и 6 показывают отсутствие автокорреляции у нормированных остатков.

Таким образом, пройдя тест на стационарность, нормальность стандартизированных остатков, отсутствие автокорреляции, построенные модели типа GARCH применимы к данным, имеющие периоды скачков волатильности (период кризиса). Модель EGARCH показала преимущество перед моделью GARCH, поэтому было решено использовать ее в моделировании Value at Risk.

## 4. МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ VALUE AT RISK

В этой части приведен анализ научных работ, реализующих модели Value at Risk с использованием GARCH, построение моделей Value at Risk в нескольких распределениях (normal distribution, kernel distribution, logistic distribution, t location-scale distribution), их воспроизведение вышеуказанными методами, после чего производится построение алгоритма, анализирующего построенные модели, выбирающего наилучшую модель для выбранного набора данных, для заданных различных уровнях Value at Risk.

### 4.1 ИЗУЧЕНИЕ НАУЧНЫХ РАБОТ

Была изучена серия научных работ, посвященных построению VaR с использованием моделей типа GARCH.

В [10] доказывалась возможность построения подобной модели. Авторы статьи показывают способ построения модели для данных с нормальным распределением. Они утверждают, что если для построения модели используется ценовой ряд с нормальным распределением, то можно отойти от конкретных данных, и сгенерировать серию из  $n$  столбцов данных с нормальным распределением, и использовать их для поиска Value at Risk. Данная схема была реализована и показала относительно слабую корреляцию значений Value at Risk со значениями волатильности.

В исследовании [11] было исследовано несколько моделей, которые оценивают показатель финансового риска Value at Risk (VaR) с целью найти лучшую модель для фондового рынка Швеции. Используя прогнозируемый ежедневный VaR на уровне 95% и 99%, сравнивались следующие модели VaR: Basic Historical Simulation (HS), age weighted HS (AWHS) и volatility weighted HS (VWHS), использующая модель GARCH,

Normal VaR и t-distributed VaR. Исследование проводилось на данных шведской фондовой биржи OMXS и на серии отдельных акций Boliden за 2005-2013 годы. После пробного тестирования моделей было установлено, что VWHS, где волатильность была смоделирована с помощью модели GARCH (1,1), наиболее точно оценивает однодневный 95% и 99% VaR на шведском фондовом рынке, и поэтому она предпочтительнее других моделей. Однако исследование было ограничено тестированием VaR с небольшим отрезком вне выборки [4].

В [4] рассматриваются модели VaR (95 и 99%) построенных с помощью моделей ARIMA-GARCH и ARIMA-EGARCH на нормальном распределении и student t-распределении. В работе были приведены оценки и сравнения построенных моделей. Авторы статьи предложили рекомендацию по дальнейшему исследованию - рассмотреть модели на ранее неисследованных распределениях. Было принято решение последовать рекомендации авторов.

## 4.2 СИСТЕМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ VALUE AT RISK

По исходным данным была построена симуляция EGARCH. Было реализовано 6 моделей Value at Risk. Две из них основаны на этой симуляции. Первая из них реализована на основе симулированных с помощью EGARCH волатильностей, с подбором коэффициентов. Подбор производился методом градиентного спуска с использованием Violation Ratio в качестве функции оценки качества модели на основе симулированных данных. Далее эти коэффициенты были использованы для расчета непосредственного VaR для исторических данных для последующего тестирования и объективной оценки. С псевдокодом подбора можно ознакомиться в Приложении 1.

Вторая модель построена с помощью симулированных EGARCH returns, на выбранной 5% квантили самых больших значений.

Еще четыре модели были построены с помощью ценовых приращений, взятых с разными распределениями (normal distribution, kernel distribution logistic distribution, t location-scale distribution).

Для проверки были выбраны 9 уровней Value at Risk (от 91 до 99%). Для оценки качества было решено (аналогично [4]) использовать метрику Violation Ratio, которая рассчитывается по формуле:

$$Violation\ Ratio = \frac{Actual\ Violations}{Expected\ Violations}$$

После того, как 6 моделей Value at Risk были построены, итоговой задачей стало построить алгоритм, принимающий на вход файл с данными, который выбирает для каждого уровня Value at Risk модель, которая наиболее хорошо приближает значение Value at Risk, и реализует выбранную модель на загруженном наборе данных.

Результат работы алгоритма – получение сравнительной характеристики работы моделей для каждого уровня Value at Risk, выбор наиболее эффективной модели для каждого уровня, а так же оценка качества работы каждой из моделей.

По умолчанию 80% процентов выборки данных используется для обучения моделей, 20% - для прогнозирования Value at Risk, но это соотношение можно менять по желанию.

На вход алгоритм принимает массив, состоящий из файлов с данными. Данные должны состоять из одного столбца с историческими данными, имеющими числовой формат, быть заранее преобразованы в логарифмические приращения по формуле:

$$r_1 = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}),$$

где  $P_t$  - цена актива с индексом времени.

Описание работы системы динамического подбора модели VaR:

1. Алгоритм принимает на вход файл с данными, уровень доверия и длину требуемого ответа;
2. Данные считываются алгоритмом, отделяется часть данных для обучения;
3. Алгоритм вычисляет Value at Risk для каждой из 6 моделей. Эта итерация повторяется 9 раз для каждого из уровня VaR от 91% до 99%;
4. В процессе работы алгоритма реализованы следующие функции:
  - a. `estimateVaR` – возвращает лучший метод из построенных (по оценке Violation Ratio);
  - b. `varEGARCH` - функция, выделяющая соответствующую уровню Value at Risk квантиль самых крупных значений по симуляции EGARCH;
  - c. `varEGARCHVolatile` – функция, выделяющая волатильности по симулированной EGARCH выборке;
  - d. `var(name of model)Rating` - функция, сравнивающая результат работы модели на обучающей выборке с эталонным значением, для того, чтоб присвоить в дальнейшем место модели в рейтинге. Значения для каждой функции заносятся в массив `rating`, самая эффективная модель имеет значение минимума в данном массиве;
  - e. `computeVolatileVaR` – для модели, построенной на выборке волатильностей выполняется подбор коэффициентов, при которых модель работает наиболее эффективно;
  - f. `getEGARCHSimulation` – по данным из входного файла возвращает EGARCH-симуляцию данных;
5. Если значение `rating` модели = `min(ratings)`, то модель выбирается как наилучшая;



6. На выходе алгоритм предоставляет модель, которую он выбрал как самую эффективную.

Далее представлен результат работы алгоритма с набором из трех файлов с различными финансовыми индексами (Shenzhen Component Index, индекс МосБиржи и BOVESPA). Все три индекса являются индексами стран БРИКС (страны с развивающейся экономикой), и имеют периоды значительных скачков волатильности.

В алгоритме горизонт прогноза можно выбрать самостоятельно, в данном исследовании 80% данных было использовано в качестве обучающей выборки и 20% для прогноза.

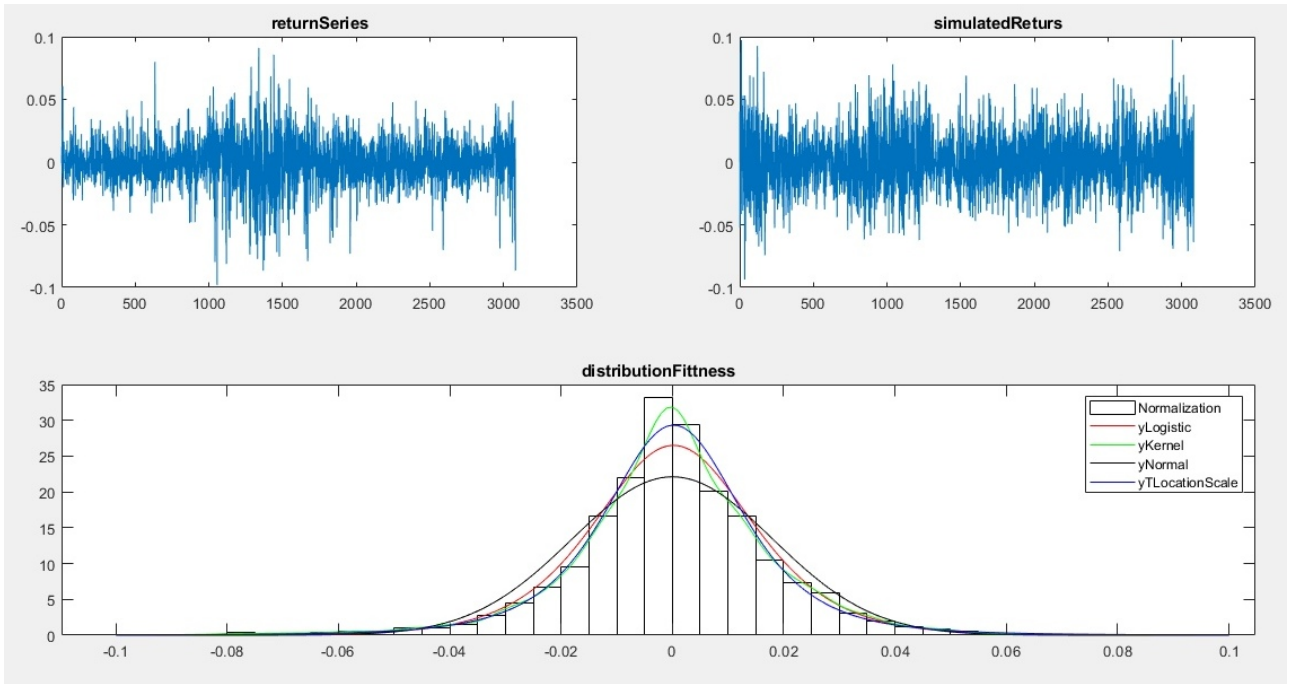


Рис. 7 Shenzhen Component Index returns

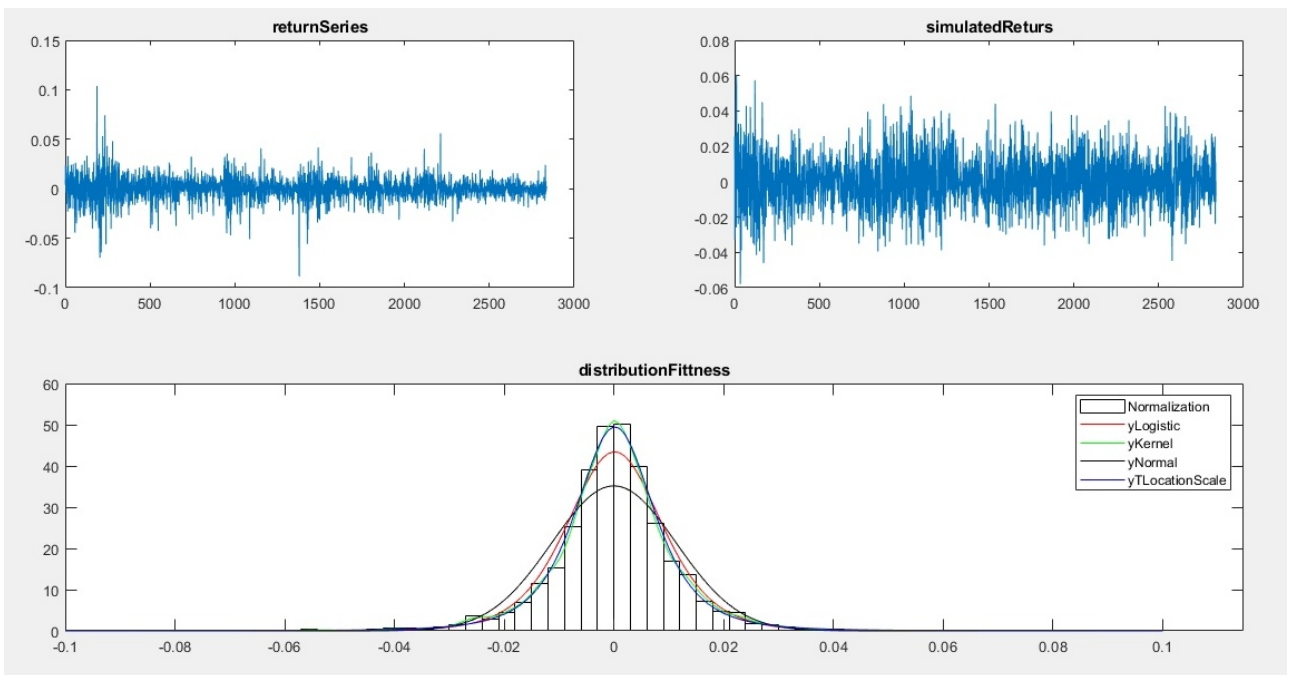


Рис. 8 returns индекса мосБиржи

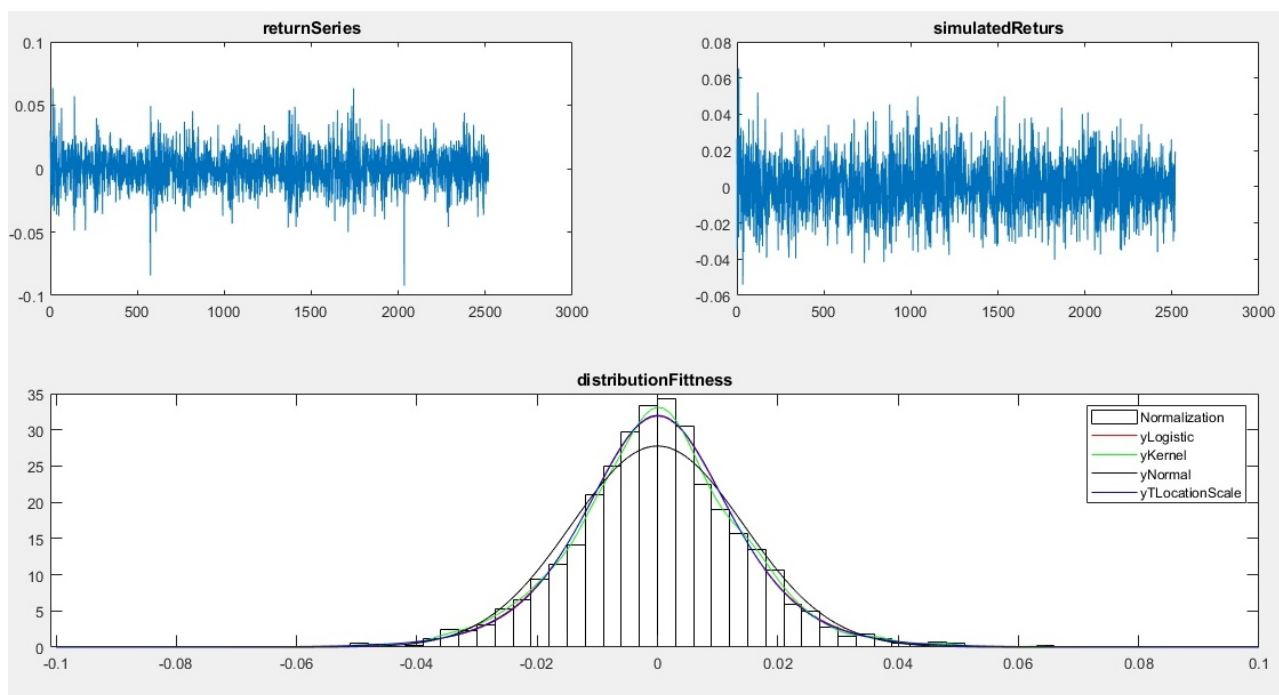


Рис. 9 BOVESPA Index returns

На рис. 7, 8 и 9 показаны простые приращения, симулированные по методу EGARCH, и гистограмма приращений в сравнении с распределениями, взятыми для построения Value at Risk. Входными данными были выбраны Shenzhen Component Index (период с 26.04.2002 по 26.11.2012), индекс МосБиржи (период с 01.01.2008 по 24.10.2018) и индекс BOVESPA (период с 01.01.2009 по 01.05.2019).

На графиках можно увидеть периоды значительных колебаний значений индексов, которые значительно усложняют задачу прогнозирования. Наименьшие скачки волатильности наблюдаются у индекса BOVESPA, который наиболее приближен к нормальному распределению среди всех прочих данных. Наиболее непредсказуемо себя ведет Shenzhen Component Index, что является следствием законов, принятых правительством Китая в рассмотренный промежуток времени, значительно повлиявших на экономическую ситуацию в стране. Наиболее сильные колебания индекса МосБиржи приходятся на 2008 год в период мирового кризиса.

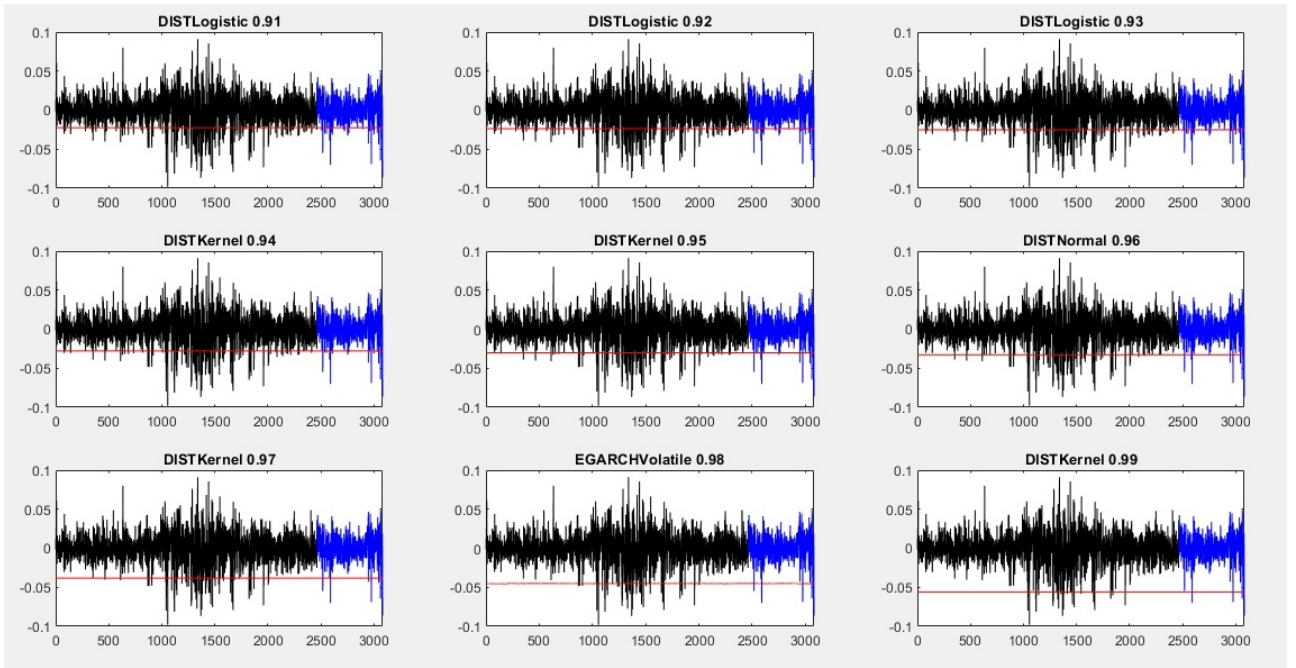


Рис. 10 Выбор модели для Shenzhen Component Index

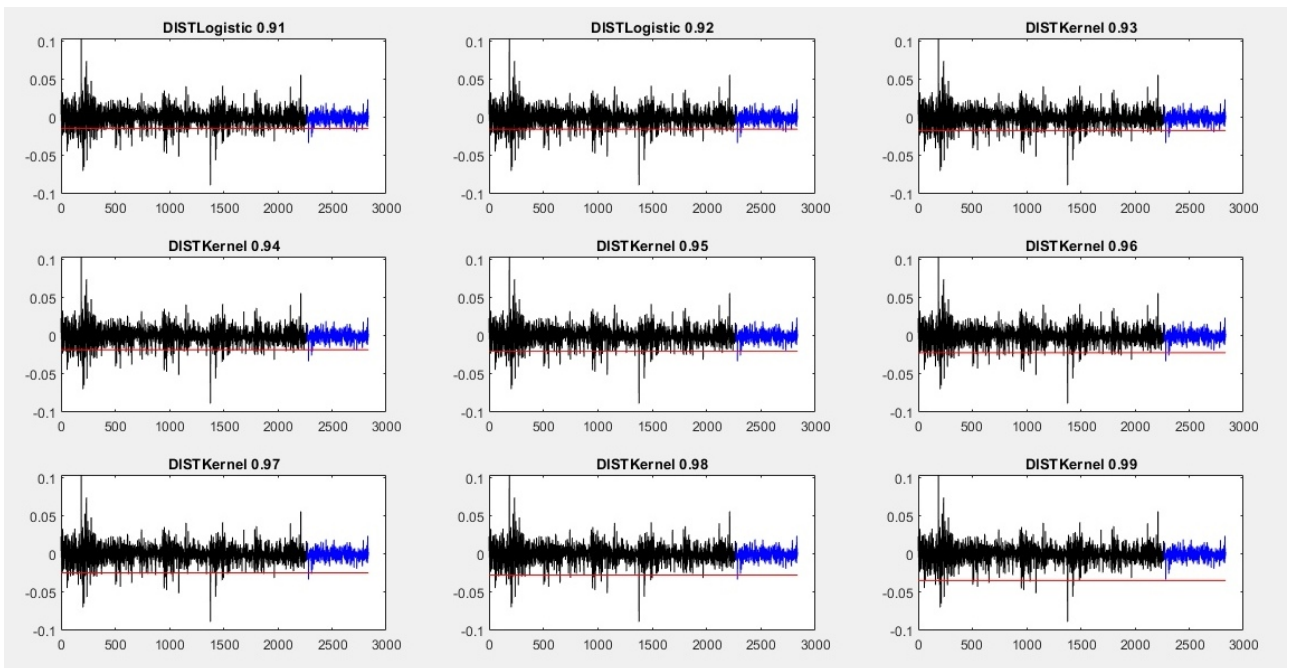


Рис. 11 Выбор модели для индекса МосБиржи

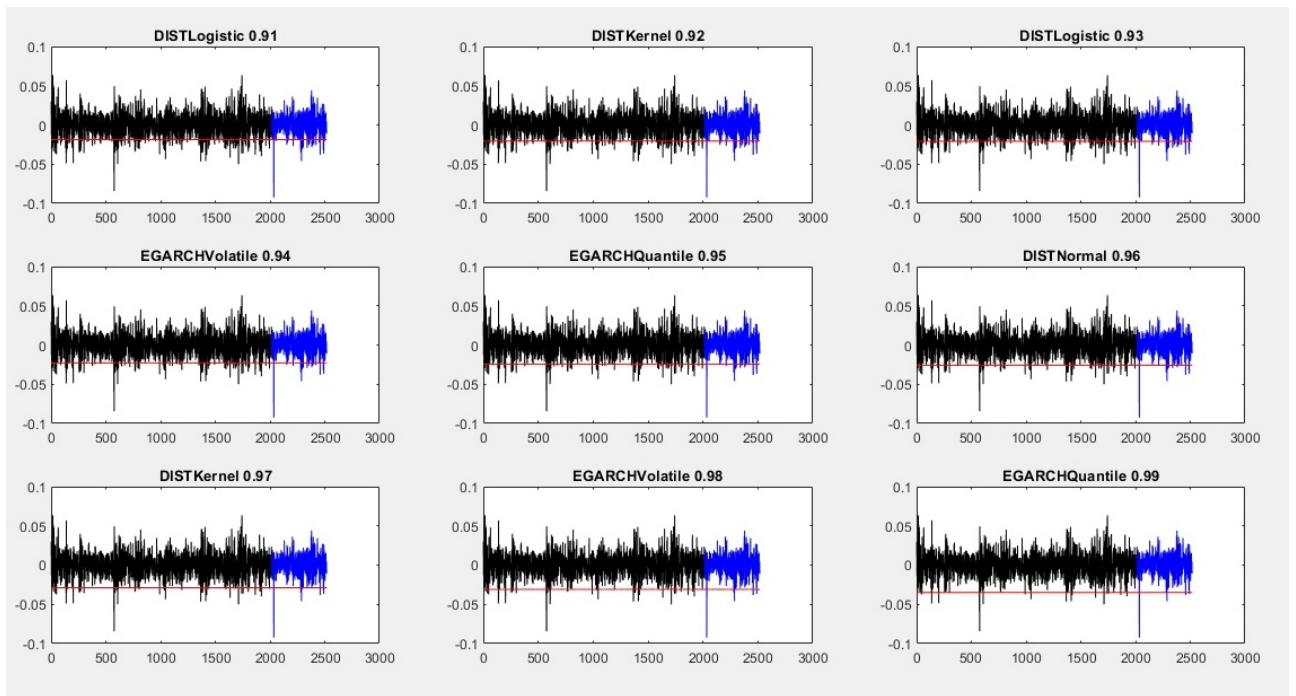


Рис. 12 Выбор модели для BOVESPA Index

На графиках 10, 11 и 12 показано, какую модель алгоритм выбрал как самую эффективную для различных Value at Risk от 91% до 99%. Красной линией обозначен результат работы модели – значения Value at Risk, черным цветом – выборка для обучения, синим – прогнозируемая выборка.

Можно заметить, что для более низких уровней VaR наиболее предпочтительным алгоритм находит модель с logistic distribution, для более высоких уровней (94%-99%) – kernel distribution. Value at Risk, использующий модель EGARCH, выбран наиболее эффективным в большинстве случаев, для данных, наиболее приближенных к нормальному распределению. Для данных, имеющих более толстые хвосты более предпочтительными являются модели, использующие распределения, отличные от нормального.

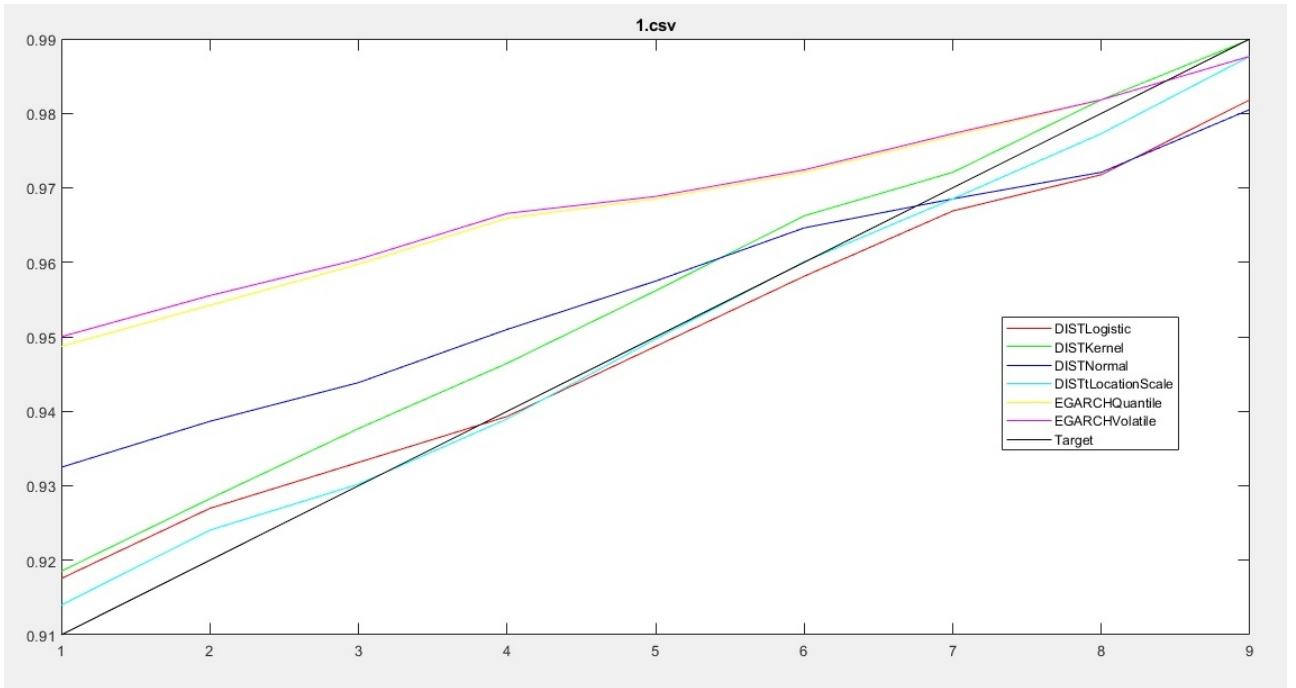


Рис. 13 Сравнение работы моделей с эталонным результатом (Shenzhen Component Index)

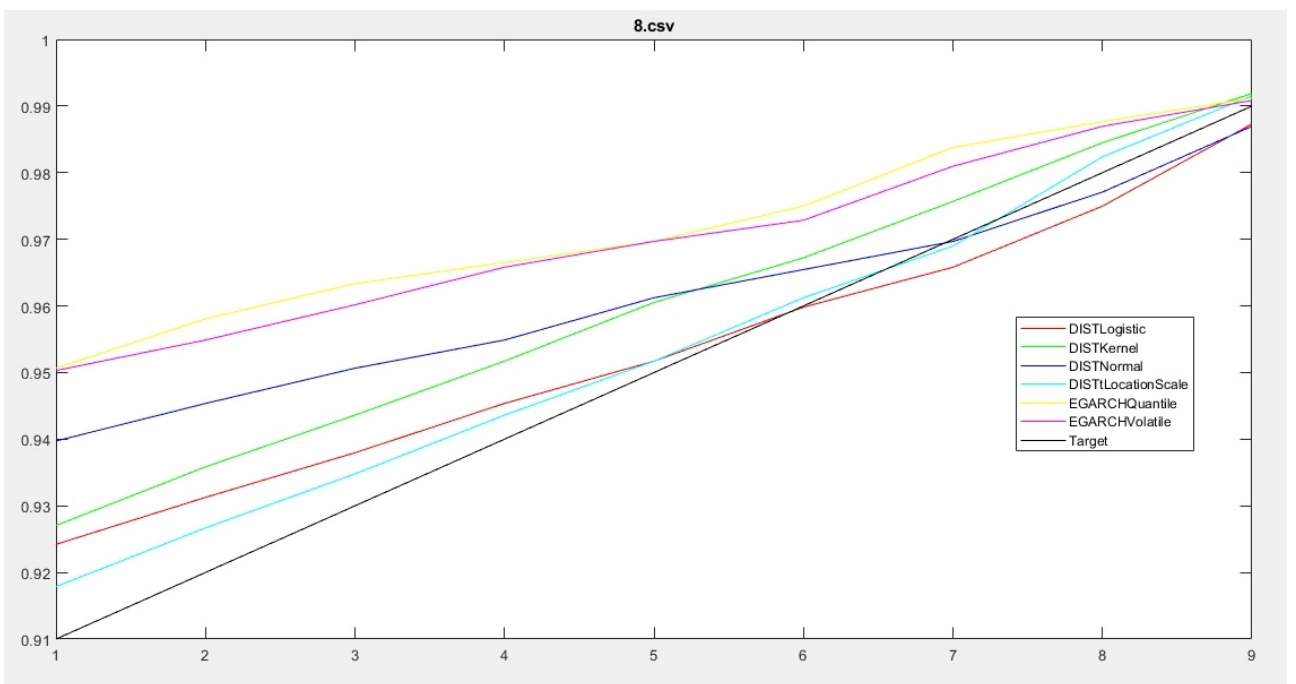


Рис. 14 Сравнение работы моделей с эталонным результатом (индекс МосБиржи)

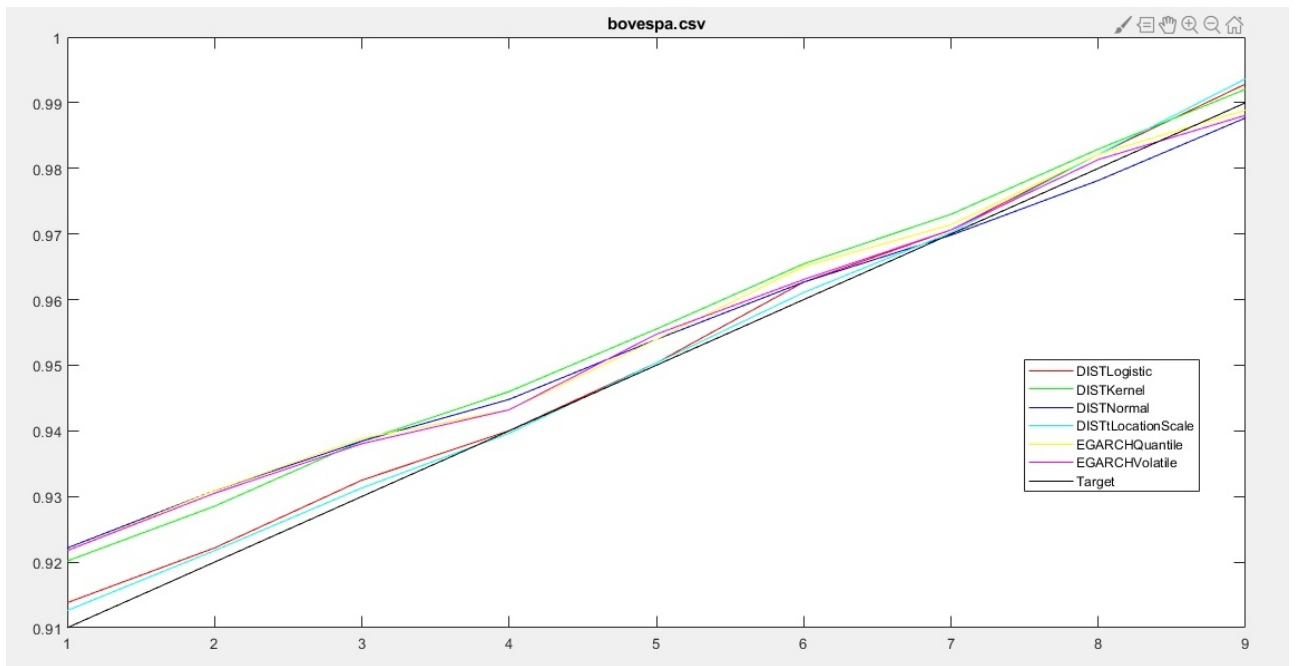


Рис. 15 Сравнение работы моделей с эталонным результатом (BOVESPA Index)

На графиках 13-15 показан результат прогноза в сравнении с реальными показателями. То, что можно увидеть на графиках, перекликается с выбором алгоритмом наиболее эффективных моделей. На более низких уровнях Value at Risk во всех трех случаях наиболее хорошо себя показывает Logistic distribution и t location-scale distribution, которые показывают довольно близкие друг к другу результаты при уровне VaR от 91% до 94%. На более высоких уровнях VaR наиболее адекватные результаты показывают kernel distribution и модели, построенные с помощью EGARCH.

Для сравнения показателей моделей, выбранных алгоритмом самыми эффективными и показателей моделей, оказавшихся самыми эффективными на практике, в главе 5 приведены сводные таблицы для каждого из рассмотренных индексов, которые хорошо дополняют и поясняют вышеприведенные графики.

## 5. ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ

В этом исследовании изучалось поведение волатильности российского фондового рынка с использованием двух вариаций модели GARCH, построенных на основе работы, исследующей Shenzhen Component Index [3]. Оценки результатов прогнозирования показали, что обе исследованные модели оказались разумными для применения к взятой нами выборке данных.

Примерно 10-25% от общего объема вневыборочных наблюдений в качестве образца оказались верными. Примерно такой же объем наблюдений оказался верным в [3]. Это неплохой результат, учитывая, что были применены только одномерные модели GARCH, а 4-х месячный прогноз является крайне коротким во времени в сравнении с 10-летним периодом обучающей выборки. Но эти результаты можно сильно улучшить, если применить более совершенные методы прогноза. В целом аномальные скачки волатильности данных подтверждают факт того, что общий риск российского фондового рынка довольно высок, что следует ожидать от рынка с развивающейся экономикой.

	AIC		MAE		MAPE		RMSE		JARQUE-BERA	
	GARCH	EGARCH	GARCH	EGARCH	GARCH	EGARCH	GARCH	EGARCH	GARCH	EGARCH
МосБиржа	-6,3442	-6,3413	0,0174	0,0043	99,988	99,9809	0,0233	0,0062	28,196 (*)	28,072 (*)
BOVESPA	-5,707	-5,7016	0,0101	0,0101	99,9786	99,977	0,0128	0,0128	4,899 (**)	4,880 (**)
* pVal = 0,001										
** pVal = 0,053										

Таблица 1. Сводная таблица оценок моделей GARCH и EGARCH для индекса МосБиржи и BOVESPA

С результирующими оценками моделей GARCH и EGARCH можно ознакомиться в Таблице 1

В дальнейшем исследовании модели Value at Risk были построены уже на основе модели EGARCH. Было построено и оценено 6 моделей. На



основе моделей был построен алгоритм, выбирающий наиболее эффективную модель для данных с различными уровнями VaR.

Target	0,9100	0,9200	0,9300	0,9400	0,9500	0,9600	0,9700	0,9800	0,9900	Average
DISTLogistic	0,9176	0,9270	<b>0,9331</b>	0,9393	0,9487	0,9581	0,9669	0,9718	0,9818	
DISTKernel	0,9185	0,9283	0,9377	<b>0,9464</b>	<b>0,9562</b>	0,9662	<b>0,9721</b>	0,9818	<b>0,9899</b>	
DISTNormal	0,9325	0,9387	0,9438	0,9510	0,9575	<b>0,9646</b>	0,9685	0,9721	0,9805	
DISTtLocationScale	<b>0,9140</b>	<b>0,9241</b>	0,9302	0,9390	0,9497	0,9601	0,9685	0,9773	0,9877	
EGARCHQuantile	0,9487	0,9542	0,9598	0,9659	0,9685	0,9721	0,9770	0,9818	0,9877	
EGARCHVolatile	0,9500	0,9555	0,9604	0,9666	0,9688	0,9724	0,9773	<b>0,9818</b>	0,9877	
TrueBest	0,9140	0,9241	0,9302	0,9393	0,9575	0,9601	7,0000	0,9818	0,9899	
BestMistake	0,0040	0,0041	0,0002	0,0007	0,0075	0,0001	6,0300	0,0018	0,0001	0,6721
Chosen	0,9140	0,9241	0,9302	0,9464	0,9562	0,9646	0,9721	0,9818	0,9899	
Absolute Loss	0,0040	0,0041	0,0002	0,0064	0,0062	0,0046	0,0021	0,0018	0,0001	0,0033
Relative Loss	0,0000	0,0000	0,0000	10,1429	0,1733	45,0000	0,9997	0,0000	0,0000	6,2573

Таблица 2. Сводная таблица показателей алгоритма для Shenzhen Component Index

Target	0,9100	0,9200	0,9300	0,9400	0,9500	0,9600	0,9700	0,9800	0,9900	Average
DISTLogistic	<b>0,9242</b>	<b>0,9313</b>	0,9380	0,9454	0,9517	0,9598	0,9658	0,9750	0,9873	
DISTKernel	0,9270	0,9358	<b>0,9436</b>	<b>0,9517</b>	<b>0,9605</b>	<b>0,9672</b>	<b>0,9757</b>	<b>0,9845</b>	<b>0,9919</b>	
DISTNormal	0,9397	0,9454	0,9507	0,9549	0,9612	0,9655	0,9697	0,9771	0,9870	
DISTtLocationScale	0,9179	0,9267	0,9348	0,9436	0,9517	0,9612	0,9690	0,9824	0,9915	
EGARCHQuantile	0,9507	0,9581	0,9633	0,9665	0,9697	0,9750	0,9838	0,9877	0,9912	
EGARCHVolatile	0,9503	0,9549	0,9602	0,9658	0,9697	0,9729	0,9810	0,9870	<b>0,9908</b>	
TrueBest	0,9179	0,9267	0,9348	0,9436	0,9517	0,9598	0,9697	0,9824	0,9908	
BestMistake	0,0079	0,0067	0,0048	0,0036	0,0017	0,0002	0,0003	0,0024	0,0008	0,0032
Chosen	0,9242	0,9313	0,9436	0,9517	0,9605	0,9672	0,9757	0,9845	0,9908	
Absolute Loss	0,0142	0,0113	0,0136	0,0117	0,0105	0,0072	0,0057	0,0045	0,0008	0,0088
Relative Loss	0,7975	0,6866	1,8333	2,2500	5,1765	37,0000	20,0000	0,8750	0,0000	7,6243

Таблица 3. Сводная таблица показателей алгоритма для индекса МосБиржи

Target	0,9100	0,9200	0,9300	0,9400	0,9500	0,9600	0,9700	0,9800	0,9900	Average
DISTLogistic	0,8916	0,9039	0,9178	0,9257	0,9384	0,9492	0,9627	0,9730	0,9877	
DISTKernel	0,9106	0,9218	0,9329	0,9412	0,9527	0,9651	<b>0,9730</b>	0,9829	0,9925	
DISTNormal	<b>0,9083</b>	<b>0,9198</b>	0,9265	0,9369	0,9420	0,9531	0,9627	0,9722	0,9829	
DISTtLocationScale	0,8880	0,9007	0,9150	0,9245	0,9380	0,9492	0,9631	0,9766	0,9917	
EGARCHQuantile	0,9214	0,9249	0,9380	0,9468	0,9539	0,9611	0,9714	<b>0,9829</b>	<b>0,9909</b>	
EGARCHVolatile	0,9126	0,9222	<b>0,9285</b>	<b>0,9392</b>	<b>0,9476</b>	<b>0,9587</b>	0,9682	0,9766	0,9837	
TrueBest	0,9106	0,9198	0,9285	0,9392	0,9476	0,9611	0,9714	0,9829	0,9909	
BestMistake	0,0006	0,0002	0,0015	0,0008	0,0024	0,0011	0,0014	0,0029	0,0009	0,0013
Chosen	0,9083	0,9198	0,9285	0,9392	0,9476	0,9587	0,9730	0,9829	0,9909	
Absolute Loss	0,0017	0,0002	0,0015	0,0008	0,0024	0,0013	0,0030	0,0029	0,0009	0,0016
Relative Loss	3,8333	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2,1818	1,1429	0,0000	0,0000	0,7953

Таблица 4. Сводная таблица показателей алгоритма для BOVESPA Index

Вышеприведенные таблицы 1-3 показывают показатели алгоритма на выбранных для исследования данных. Зеленым цветом отмечены самые эффективные показатели по результатам сравнения прогноза с эталоном, жирным шрифтом – те модели, которые, как предположил алгоритм, окажутся самыми эффективными. TrueBest – выписанный показатель, отмеченный зеленым цветом, BestMistake – разница между самым лучшим показателем и эталоном. Chosen – выписанный показатель выбранной алгоритмом модели. AbsoluteLoss – разница между показателем выбранной алгоритмом модели и эталоном. RelativeLoss – отношение AbsoluteLoss и BestMistake. Average – среднее значение по столбцам. По показателям в таблицах можно сделать вывод, что приведенный алгоритм далеко не всегда выбирает модель, оказавшуюся самой эффективной на практике. Причина тому – погрешность прогнозирования моделей. Так как алгоритм проверяет эффективность на исходных данных, а прогноз зачастую имеет погрешность, то алгоритм не всегда способен угадать модель, реализовавшую максимальное приближение. Однако, сравнивая модели, выбранные алгоритмом, и модели показавшие себя наиболее эффективными, можно сказать, что в абсолютном большинстве случаев выбор выпадает на модели, значения

которых оказались наиболее близкими к значениям лучших моделей. Наихудший результат алгоритм показал в работе с индексом МосБиржи – модели выбранные алгоритмом оказались не самыми эффективными. Это обусловлено тем, что в обучающую выборку попали периоды кризиса и скачков волатильности, в то время как прогнозируемая выборка оказалась периодом стабильной волатильности. Наилучший результат алгоритм показал на индексе BOVESPA. Так как данные этого индекса наиболее приближены к нормальному распределению, то все модели показали себя очень точными, их результаты были довольно близки друг другу по сравнению с результатами на других данных. Однако, в 6 из 9 случаев алгоритм выбрал самую эффективную модель. При работе с Shenzhen Component Index алгоритм совершил 4 попадания из 9. Результат получился средним из-за того, что на обучающую выборку пришелся период высокой волатильности.

Таким образом, алгоритм оказался точным при работе с данными приближенными к нормальному распределению, а так же с данными, у которых проявляются толстые хвосты распределения, но скачки волатильности оказались равномерно распределены как в обучающей выборке, так и в выборке для прогнозирования. С данными, в которых на обучающую выборку пришлись скачки волатильности, а в прогнозируемой выборке скачков волатильности не наблюдалось, алгоритм показал себя неточным, и «промахивался», пытаясь угадать наиболее эффективную модель, зачастую выбирая наиболее близкие по результатам модели.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были рассмотрены методы построения моделей Value at Risk, а так же применен алгоритм, который позволяет определить наиболее эффективную модель из числа реализованных для выбранного набора данных, применить ее и проанализировать точность прогноза. Для исследования были выбраны исторические ценовые данные индексов с высоким уровнем волатильности. По этой причине было решено использовать в построении моделей VaR в том числе и модели типа GARCH, ориентированные на данные с высоким уровнем волатильности.

Было построено шесть моделей Value at Risk, две из которых использовали модель EGARCH для прогнозирования риска, а остальные 4 были построены с помощью различных распределений. Итогом данной работы стал практический алгоритм, обобщивший работу всех шести моделей, и самостоятельно принимающий решение, какую из них наиболее оптимально применить для конкретных входных данных. Полученный алгоритм может стать шаблоном для дальнейших исследований, в том числе для исследования данных с другими свойствами, нежели те, что были рассмотрены в данной работе. Рекомендации по возможным путям улучшения работы данного алгоритма, а так же вариантам дальнейших исследований приведены в главе 7.

## 7. РЕКОМЕНДАЦИИ К ДАЛЬНЕЙШЕМУ ИССЛЕДОВАНИЮ

Приведенный алгоритм предполагает много путей для дальнейших исследований и улучшений. Одним из вариантов для улучшения алгоритма может стать реализация алгоритма поиска оптимальных коэффициентов для модели EGARCH, с возможным использованием методов машинного обучения или генетического алгоритма.

Так же в приведенном алгоритме построены модели, использующие лишь 4 различных распределения. Расширив список примененных распределений можно добиться улучшения эффективности работы алгоритма.

Алгоритм является универсальным шаблоном для исследования данных, обладающих различными свойствами. В данной работе исследовались данные, отличающиеся от нормального распределения тяжелыми хвостами. Анализируя данные, имеющие другие типы распределений, можно расширить приведенное исследование.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Снопина А. В. Финансовые рынки развитых и развивающихся стран: сравнительный обзор //Вестник науки и образования. – 2017. – №. 4 (28).

[2] Tsay R. S. Analysis of financial time series. – John wiley & sons, 2005. – Т. 543.

[3] Shanshan Fan, Lei Wang & Zhaodan Wu. Modelling and forecasting volatility for the Chinese equity market. – 2017. - Asian Academic Press

[4] Anita Dimingo. VALUE AT RISK BASED ARIMAGARCH MODELING ON TRADED SECURITIES: CASE STUDY OF THE ZIMBABWE STOCK EXCHANGE STOCKS (2010– 2016). – 2018.

[5] Чуприна О. Е. моделювання волатильності фінансових інструментів для оцінювання ринкових ризиків. – 2015.

[6] Salisu A. A and Swaray R. Forecasting the return volatility of Energy prices. -2017.

[7] Варфоломеева Е. Д. Аналитический модуль для прогнозирования доходности финансовых инструментов на основании GARCH-модели волатильности. – 2009. – СПбГУ

[8] Молоденков К. В. ARCH и GARCH модели временных рядов. – 2014. – НИУ «Высшая Школа Экономики»

[9] Электронный ресурс // <http://www.investing.com>

[10] Liang Y., Huang W. The Dynamics of Precious Metal Markets VaR: A GARCH-Type Approach. – 2018.

[11] Ringqvist, A. Value at Risk on the Swedish stock. – 2014.

[12] Marie Kratz. There is a VaR Beyond Usual Approximations. – 2013.

[13] И.С.Меньшиков, Д.А.Шелагин. Рыночные риски: модели и методы. 2000.

[14] А. А. Лобанов и А. В. Чугунов. Энциклопедия финансового риск-менеджмента. – 2009.

[15] Молчанов А. А. Использование GARCH модели для исследования динамики курса валют. – 2012.

[16] Электронный ресурс // <https://github.com/Dasha-Belozerceva/graduation-work>



# ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Некоторые функции, реализованные в алгоритме выбора наилучшей модели Value at Risk для заданного набора данных. Ссылку на исходный код алгоритма, а так же данные, на которых алгоритм был исследован можно найти в списке использованной литературы [16].

`% Прогоняется алгоритм для разных уровней Var (в данном случае 91%), возвращаются результаты работы 6 моделей`

```
1
[Var1, Method1, varLogistic, varKernel, varNormal,
varTLocationScale, varEGARCH, varEGARCHVolatile] =
estimateVaR(returnSeriesShort, SampleSize, levels(1));
varLogisticRating(1) = mean(sum(returnSeries >
varLogistic))/SampleSize;
varKernelRating(1) = mean(sum(returnSeries > varKernel))/SampleSize;
varNormalRating(1) = mean(sum(returnSeries > varNormal))/SampleSize;
varTLocationScaleRating(1) = mean(sum(returnSeries >
varTLocationScale))/SampleSize;
varEGARCHRating(1) = mean(sum(returnSeries > varEGARCH))/SampleSize;
varEGARCHVolatileRating(1) = mean(sum(returnSeries >
varEGARCHVolatile))/SampleSize;
```

`% функция возвращающая лучшую модель из построенных`

```
function [VaR, Method, varLogisticFull, varKernelFull, varNormalFull,
varTLocationScaleFull, varEGARCHFull, varEGARCHVolatileFull] =
estimateVaR(returnSeries, estimationWidth, confidence_level, plotting)
rng default;
SampleSize = length(returnSeries);
if nargin < 4
plotting = 0;
end
```

`% функция симуляции данных по EGARCH`

```
[simulatedVolatilesFull, simulatedRetursFull] =
getEGARCHSimulation(returnSeries, estimationWidth);
simulatedVolatiles = simulatedVolatilesFull(1:SampleSize);
simulatedReturs = simulatedRetursFull(1:SampleSize);
% выстраивание дистрибуций для всех данных
x_pdf = [-0.1:0.001:0.1];
distLogistic = fitdist(returnSeries, 'Logistic');
```

```

yLogistic = pdf(distLogistic,x_pdf);
varLogistic = computeParametricVaR(distLogistic,confidence_level);
distKernel = fitdist(returnSeries,'Kernel');
yKernel = pdf(distKernel,x_pdf);
varKernel = computeParametricVaR(distKernel,confidence_level);
distNormal = fitdist(returnSeries,'Normal');
yNormal = pdf(distNormal,x_pdf);
varNormal = computeParametricVaR(distNormal,confidence_level);
distTLocationScale = fitdist(returnSeries,'tLocationScale');
yTLocationScale = pdf(distTLocationScale,x_pdf);
varTLocationScale
computeParametricVaR(distTLocationScale,confidence_level);

%Квантильный EGARCH
varEGARCH = quantile(simulatedReturs,1-confidence_level);
%Волатильный EGARCH
varEGARCHVolatileFull = computeVolatileVaR(simulatedVolatilesFull,
simulatedRetursFull, 1-confidence_level);

%Подбор наилучших коэффициентов методом градиентного спуска
function VaR = computeVolatileVaR(simulatedVolatiles, simulatedReturs,
confidence_level)
SampleSize = length(simulatedReturs);
a = 0;
b = 0;
stepA = 0.01;
stepB = 0.1;
winstreak = 0;
bestViolationsRate = 0.5;
while winstreak < 10
tempA = a + stepA;
tempB = b + stepB;
violations = sum(simulatedReturs < mean(simulatedReturs) - tempA
- tempB * simulatedVolatiles);
tempViolationsRate = abs(violations/SampleSize
confidence_level);
if tempViolationsRate >= bestViolationsRate
else
bestViolationsRate = tempViolationsRate;
winstreak = 0;
a = tempA;
b = tempB;
continue
end

```

```

tempA = a - stepA;
tempB = b + stepB;
violations = sum(simulatedReturs < mean(simulatedReturs) - tempA
- tempB * simulatedVolatiles);
tempViolationsRate      =      abs(violations/SampleSize      -
confidence_level);
if tempViolationsRate >= bestViolationsRate
else
    bestViolationsRate = tempViolationsRate;
    winstreak = 0;
    a = tempA;
    b = tempB;
    continue
end
tempA = a + stepA;
tempB = b - stepB;
violations = sum(simulatedReturs < mean(simulatedReturs) - tempA
- tempB * simulatedVolatiles);
tempViolationsRate      =      abs(violations/SampleSize      -
confidence_level);
if tempViolationsRate >= bestViolationsRate
else
    bestViolationsRate = tempViolationsRate;
    winstreak = 0;
    a = tempA;
    b = tempB;
    continue
end
tempA = a - stepA;
tempB = b - stepB;
violations = sum(simulatedReturs < mean(simulatedReturs) - tempA
- tempB * simulatedVolatiles);
tempViolationsRate      =      abs(violations/SampleSize      -
confidence_level);
if tempViolationsRate >= bestViolationsRate
else
    bestViolationsRate = tempViolationsRate;
    winstreak = 0;
    a = tempA;
    b = tempB;
    continue
end
winstreak = winstreak + 1;
stepA = stepA/2;

```

```

        stepB = stepB/2;
    end
    VaR = mean(simulatedReturs) - a - b * simulatedVolatiles;
end

%Симуляция исходных данных как результат работы EGARCH
function [volatiles, returns] = getEGARCHSimulation(returnSeries, width,
leverage)
    if nargin < 3
        leverage = -0.016089;
    end
    model = egarch('GARCHLags', 1, 'ARCHLags', 1);
    [estMdl, estParamCov, logL] = estimate(model, returnSeries);
    mdl =
egarch('Constant', estMdl.Constant, 'GARCH', estMdl.GARCH{1}, 'ARCH', estMdl.
ARCH{1}, 'Leverage', leverage);
    [volatiles, returns] = simulate(mdl, width);
end

```