

Санкт-Петербургский государственный университет
Факультет прикладной математики – процессов управления
Кафедра вычислительных методов механики деформируемого тела

ЕЖОВА Екатерина Викторовна

Выпускная квалификационная работа

**Разработка методики расчета требований по
надежности к компонентам комплекса программ**

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Основная образовательная программа магистратуры ВМ.5518

«Надежность и безопасность сложных систем»

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор кафедры ВММДТ СПбГУ
Пронина Ю. Г.

Рецензент,
кандидат технических наук,
Шафранюк А. В.

Санкт-Петербург

2019

Содержание

Введение	
Постановка задачи	
Глава 1. Основные используемые сведения	
1.1. Сведения из теории надежности	
1.2. Основные виды соединения элементов	
1.3. Методы вычисления ВБР для сложных схем	
1.4. Принцип составления структурной схемы надежности	
Глава 2. Решение поставленной задачи	
2.1. Составление структурной схемы надежности	
2.2. Определение ВБР отдельных блоков системы	
2.3. Описание алгоритма решения задачи	
2.4. Методика расчета требований по наработке на отказ к элементам системы	
Заключение	
Список литературы	

Введение

Задачи, связанные с теорией надежности, возникают во многих областях науки: машиностроение, инженерное дело, информационные технологии и др [1–5]. Некоторые более подробные сведения о применении методов теории надежности представлены в главе 1.

Рассматриваемая в данной работе задача была сформулирована во время прохождения научно-производственной практики в концерне «ЦНИИ «Электроприбор». Задача является актуальной, поскольку она возникла при проектировании современного военно-промышленного комплекса программ освещения обстановки при передвижении подводной лодки.

Целью данной работы является составление методики расчета требований по надежности к компонентам комплекса программ по известной характеристике надежности всего комплекса. Для реализации указанной цели необходимо: провести анализ системы и составить ее структурную схему надежности; изучить различные методы работы со структурными схемами надежности; определить способ решения для отдельных блоков системы; провести расчет требований по надежности; подробно описать алгоритм решения и составить методику решения поставленной задачи.

В первой главе настоящей работы приведены используемые сведения из теории надежности, основные виды соединений элементов и методы работы с ними, а также принципы составления структурной схемы надежности. Проведена проверка эквивалентности разных методов вычисления вероятности безотказной работы для заданной системы.

Вторая глава посвящена описанию решения задачи определения характеристики надежности отдельного объекта по заданной характеристике надежности всей системы. Все этапы решения поясняются схемами, формулами и таблицами. Результаты расчетов для удобства сведены в таблицы. В последнем разделе приведена методика решения поставленной задачи.

Некоторые результаты работы были представлены на Международной конференции аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» (CPS'19) 8–12 апреля 2019 г и изложены в статье [6].

Постановка задачи

Рассматривается комплекс программ освещения обстановки при движении подводной лодки. На рисунке 1 изображена структурная схема функциональных задач комплекса. Она отражает связь программ в комплексе и передачу данных между программами. Комплекс имеет восемь режимов освещения обстановки: каждый режим выделен на схеме пунктирными линиями. Также каждая программа имеет защиту от ввода неверных данных, т. е. на этапе проектирования можно считать, что все программы работают независимо: отказ одной программы не влечет за собой отказ другой программы.

Требуется составить структурную схему надежности программного комплекса. По заданной наработке на отказ всего комплекса (системы) T_c определить наработку на отказ T каждой программы (элемента) при условии, что ко всем элементам предъявляются одинаковые требования. Также необходимо составить методику решения задачи определения наработки на отказ отдельного элемента по известной наработке на отказ всей системы.

Глава 1. Основные используемые сведения

1.1. Сведения из теории надежности

Поскольку основной задачей данной работы является разработка методики решения поставленной задачи, то необходимо привести все используемые в ходе решения теоретические сведения. Приведем ряд стандартных определений из теории надежности [7].

Надежность — свойство технического объекта сохранять свои характеристики в определенных пределах при данных условиях эксплуатации.

Показатели надежности — количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

Элемент — объект, обладающий рядом свойств, внутреннее строение которого значения не имеет.

Система — совокупность связанных между собой элементов, обладающих свойством, отличным от свойств отдельных ее элементов.

Работоспособность — состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения основных параметров, установленных научно-технической документацией.

Структурная схема надежности — графическое изображение работоспособного состояния системы.

Отказ — событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния технического объекта.

Вероятность безотказной работы (ВБР) $P(t)$ — вероятность того, что технический объект не откажет в течение времени t или что время ξ работы до отказа технического объекта больше времени его функционирования t :

$$P(t) = P(\xi > t).$$

Здесь $P(t)$ — убывающая функция времени со свойствами:

$$0 < P(t) < 1, \quad P(0) = 1, \quad P(+\infty) = 0.$$

Наработка до отказа T_1 — средняя продолжительность безотказной работы (невосстанавливаемого объекта).

Наработка на отказ T — средняя продолжительность безотказной работы объекта между отказами (восстанавливаемого объекта).

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ — условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.

Параметр потока отказов $\omega(t)$ — плотность вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта.

В случае, когда $\lambda(t) = \text{const}$, вероятность безотказной работы подчиняется экспоненциальному закону распределения

$$P(t) = e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

наработка на отказ вычисляется по формуле

$$T = \frac{1}{\lambda}. \quad (2)$$

В случае экспоненциального закона распределения и мгновенного восстановления

$$\omega(t) = \lambda = \frac{1}{T}. \quad (3)$$

Более подробную информацию можно найти в [8–11].

1.2. Основные виды соединения элементов

В данном разделе описаны основные виды соединения элементов и приведены формулы для вычисления ВБР системы по известным ВБР элементов.

1.2.1. При *последовательном соединении элементов* [10, 12] отказ системы происходит при отказе хотя бы одного элемента.

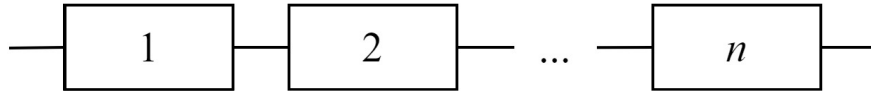


Рис. 2. Последовательное соединение элементов

В этом случае ВБР системы вычисляется по формуле

$$P_c = \prod_{i=1}^n P_i. \quad (4)$$

1.2.2. При *параллельном соединении элементов* [10, 12] система отказывает только при отказе всех элементов.

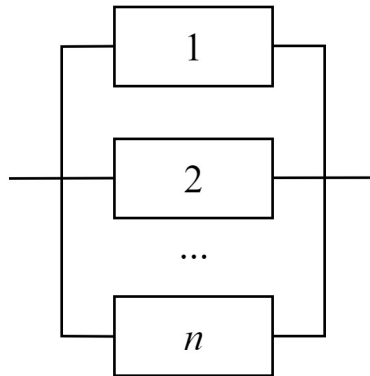


Рис. 3. Параллельное соединение элементов

В этом случае ВБР системы вычисляется по формуле

$$P_c = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i). \quad (5)$$

В формулах (4) и (5) P_i — ВБР i -го элемента, n — количество элементов в системе.

1.2.3. Также на практике [13, 14] довольно часто встречаются схемы, представляющие собой *комбинацию последовательного и параллельного соединения*.

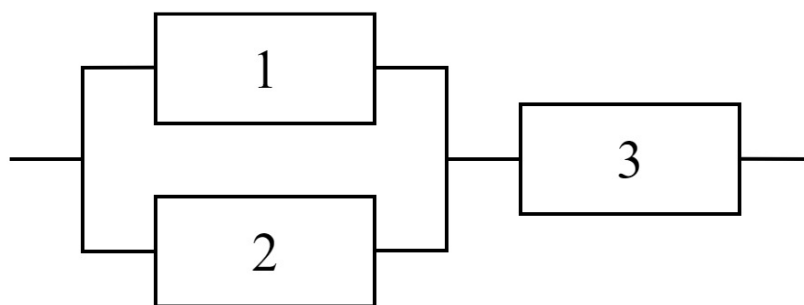


Рис. 4. Пример комбинированного соединения элементов

В этом случае в соответствии с логической схемой применяются формулы (4) и (5). В примере, изображенном на рис. 4, ВБР вычисляется по следующей формуле

$$P_c = \{1 - (1 - P_1)(1 - P_2)\}P_3. \quad (6)$$

Здесь сначала вычисляется ВБР блока из параллельно соединенных элементов 1 и 2, а затем — всей системы, как состоящей из двух последовательно соединенных элементов: блока 1, 2 и элемента 3.

1.2.4. Для *более сложных соединений*, когда связь элементов не может быть представлена только как комбинация последовательного и параллельного соединения, как например, на рис. 5 и 6, при вычислении ВБР можно воспользоваться таблицей истинности или формулой полной вероятности.

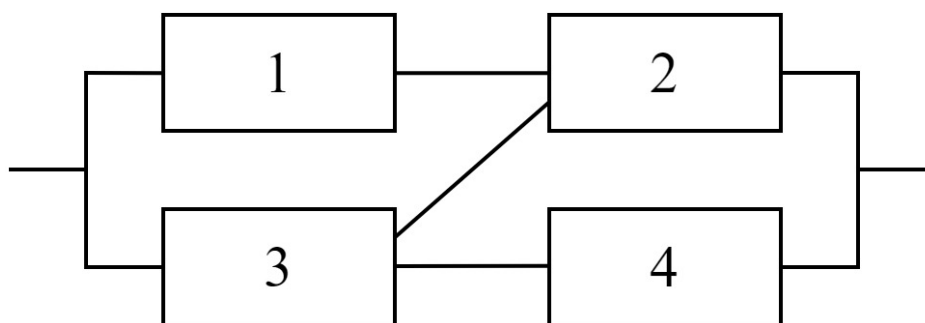


Рис. 5. Пример более сложного соединения элементов

Частным случаем сложных соединений является «мостиковая» структура (рис. 6).

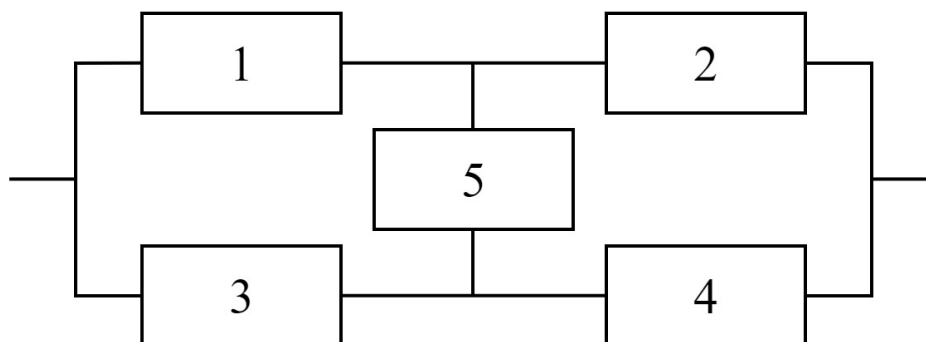


Рис. 6. «Мостиковая» структура

Элементы 1, 2, 5 образуют соединение типа звезда, которое можно преобразовать к соединению типа треугольник (рис. 7) [8, 10].

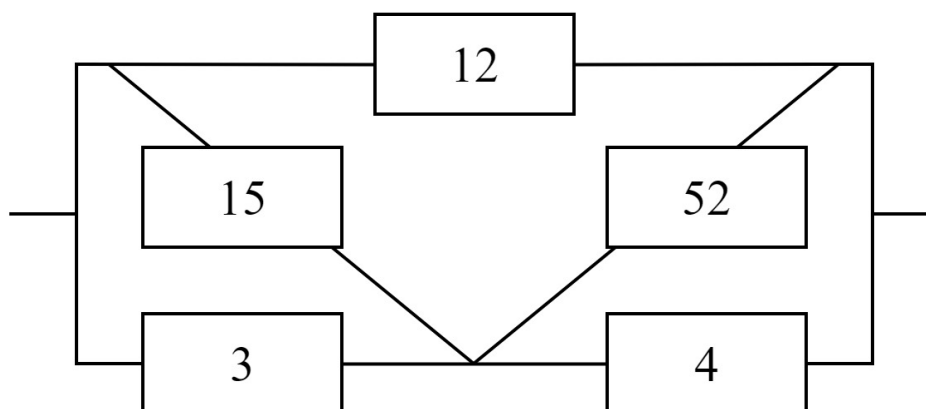


Рис. 7. «Мостиковая» структура после упрощения «звезда-треугольник»

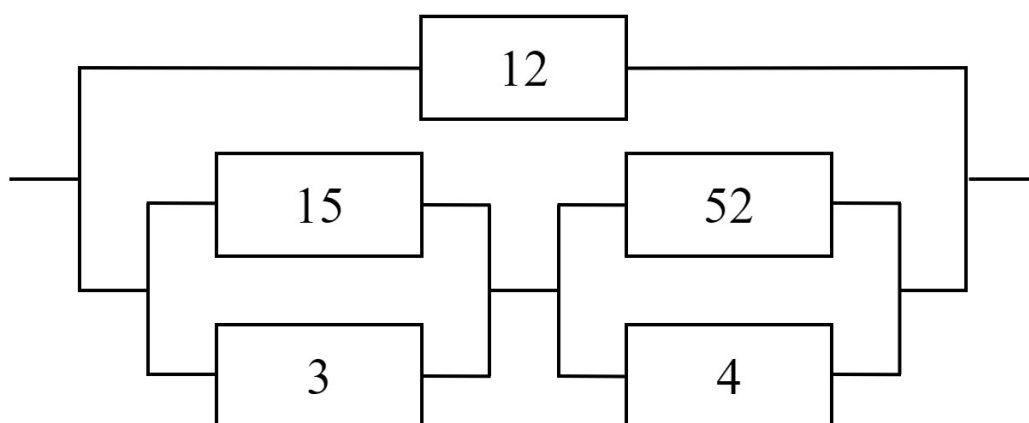


Рис. 8. Упрощенная «мостиковая» структура

Вероятности отказов новых полученных элементов 12, 15, 52 вычисляются следующим образом

$$Q_{12} \approx \sqrt{\frac{Q_1 Q_2}{Q_5}}, \quad Q_{15} \approx \sqrt{\frac{Q_1 Q_5}{Q_2}}, \quad Q_{52} \approx \sqrt{\frac{Q_5 Q_2}{Q_1}}, \quad (7)$$

где $Q_i = 1 - P_i$ — вероятность отказа элемента i .

Обратное преобразование «треугольник-звезда» осуществляется по формулам

$$Q_1 \approx Q_{12} Q_{15}, \quad Q_2 \approx Q_{12} Q_{52}, \quad Q_5 \approx Q_{15} Q_{52}. \quad (8)$$

Следует отметить, что формулы (7) и (8) являются приближенными, т. е. имеют вычислительную погрешность. Методы с использованием таблицы истинности или формулы полной вероятности, описанные в следующем разделе, являются точными.

1.3. Методы вычисления ВБР для сложных схем

1.3.1. Метод с использованием таблицы истинности [15]

Таблица истинности состоит из 2^n строк и $n + 1$ столбцов (n — количество элементов в системе). Первые n столбцов содержат всевозможные варианты состояний (1 — работоспособное / 0 — неработоспособное) элементов (всего 2^n состояний), в последнем столбце записывается состояние системы, определяемое по структурной схеме надежности.

Рассмотрим применение таблицы истинности (таблица 1) на примере схемы, изображенной на рис. 5. Схема состоит из четырех элементов, следовательно размер таблицы 16×5 . Легкий метод заполнения таблицы: в столбец, который соответствует последнему элементу системы (в данном случае 4), по очереди записываются 0, 1, 0, 1, 0, ...; в столбец предыдущего элемента (3) записываются 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, ...; для следующих элементов записываются по 4, 8, 16 и т. д. нулей и единиц.

Таблица 1. Таблица истинности для схемы на рис. 5

1	2	3	4	Состояния системы
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

По структурной схеме надежности заполняется последний столбец таблицы. Формула ВБР будет составлена на основе строк, соответствующих работоспособному состоянию системы (в последнем столбце 1). Из каждой такой строки выписываются произведения состояний элементов: если состояние элемента 1, то в произведение записывается вероятность безотказной работы элемента P_i , если 0 — вероятность отказа элемента $Q_i = 1 - P_i$. Далее все такие произведения суммируются

$$\begin{aligned}
 P_c = & Q_1 \cdot Q_2 \cdot P_3 \cdot P_4 + Q_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot Q_4 + Q_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 + \\
 & + P_1 \cdot Q_2 \cdot P_3 \cdot P_4 + P_1 \cdot P_2 \cdot Q_3 \cdot Q_4 + P_1 \cdot P_2 \cdot Q_3 \cdot P_4 + \\
 & + P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot Q_4 + P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Подставляя в формулу (9) конкретные значения ВБР элементов, получим ВБР системы

$$\begin{aligned}
 P_1 = 0.6, \quad P_2 = 0.7, \quad P_3 = 0.8, \quad P_4 = 0.9, \\
 P_c = 0.86. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Поскольку зависимость количества строк таблицы от количества элементов выражается как 2^n , то даже при небольшом количестве элементов метод становится чересчур трудоемким (например, для системы в 10 элементов, в таблице будет 1024 строки). Однако при малом количестве элементов, таблицу истинности при необходимости можно использовать для проверки результатов расчетов другими методами.

1.3.2. Метод с применением формулы полной вероятности [10, 16]

Формула полной вероятности (ФПВ) позволяет свести вычисление ВБР сложной схемы к вычислению ВБР нескольких более простых схем. Формула имеет следующий вид

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i), \quad (11)$$

где A_1, \dots, A_n — полная группа несовместных событий (появление одного события исключает появление других событий; в произвольном эксперименте обязательно наступит одно из n событий; сумма вероятностей всех событий равна единице), B — произвольное событие, $P(A_i)$ — вероятность появления события A_i , $P(B|A_i)$ — условная вероятность появления события B при условии появления события A_i .

Рассмотрим применение ФПВ к структурной схеме надежности, изображенной на рис. 5. Пусть в (11) B — работоспособное состояние системы, A_1 — отказ элемента 2, A_2 — работоспособное состояние элемента 2. Тогда формула (11) примет вид

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2). \quad (12)$$

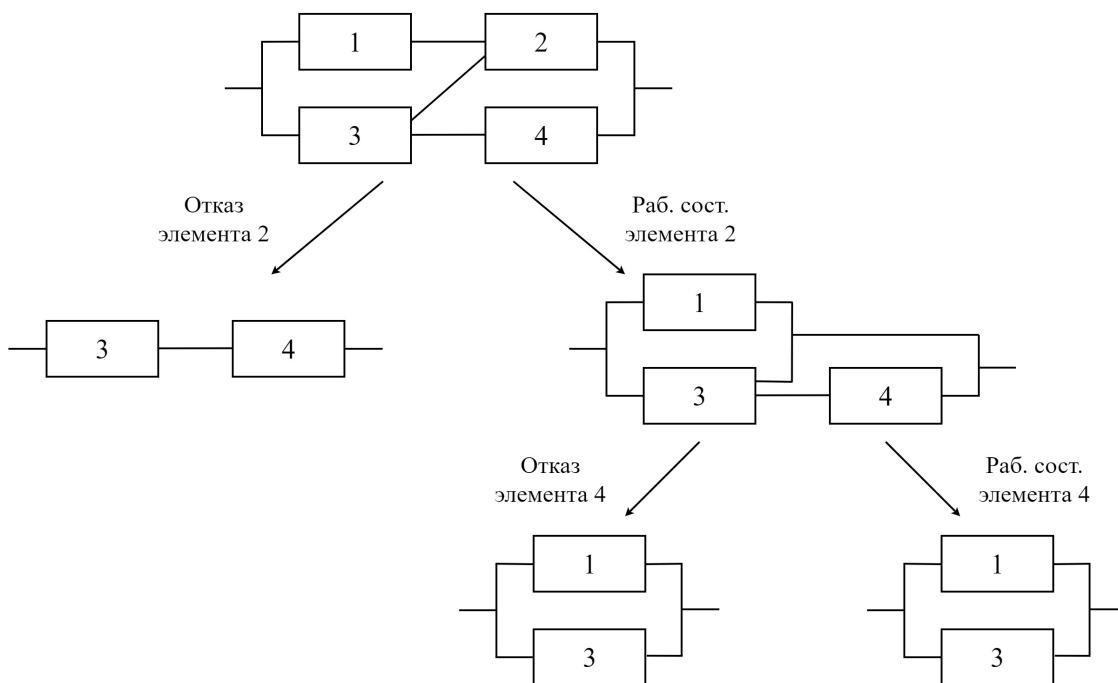


Рис. 9. Схема применения ФПВ с «узловым» элементом 2

Схема применения ФПВ приведена на рис. 9. Условные вероятности в (12) представляют собой: 1) исходную схему, из которой исключен элемент 2 и все элементы, которые без элемента 2 не могут обеспечить работоспособное состояние системы; 2) исходную схему, из которой исключен элемент 2 с заменой на работоспособные связи, т. е. если последователь-

ность элементов 1, 2 была работоспособной, то в новой схеме элемент 1 будет обеспечивать работоспособное состояние системы.

Поскольку структурная схема надежности в случае работоспособного состояния элемента 2 все еще не может быть представлена как комбинация последовательного и параллельного соединения, то следует еще раз применить ФПВ. Тогда формула (12) переписется в виде

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2) \left[P(A_3)P(B_1|A_3) + P(A_4)P(B_1|A_4) \right], \quad (13)$$

где B_1 — работоспособное состояние системы при условии работоспособного состояния элемента 2, A_3 — отказ элемента 4, A_4 — работоспособное состояние элемента 4. Используя формулы (4) и (5), получим

$$\begin{aligned} P_c &= (1 - P_2)P_3P_4 + \\ &+ P_2 \left[(1 - P_4)(1 - (1 - P_1)(1 - P_3)) + P_4(1 - (1 - P_1)(1 - P_3)) \right] = \\ &= (1 - P_2)P_3P_4 + P_2(1 - (1 - P_1)(1 - P_3)). \quad (14) \end{aligned}$$

Слагаемое в квадратных скобках упрощается, т. е. можно упростить и саму схему применения ФПВ (рис. 10).

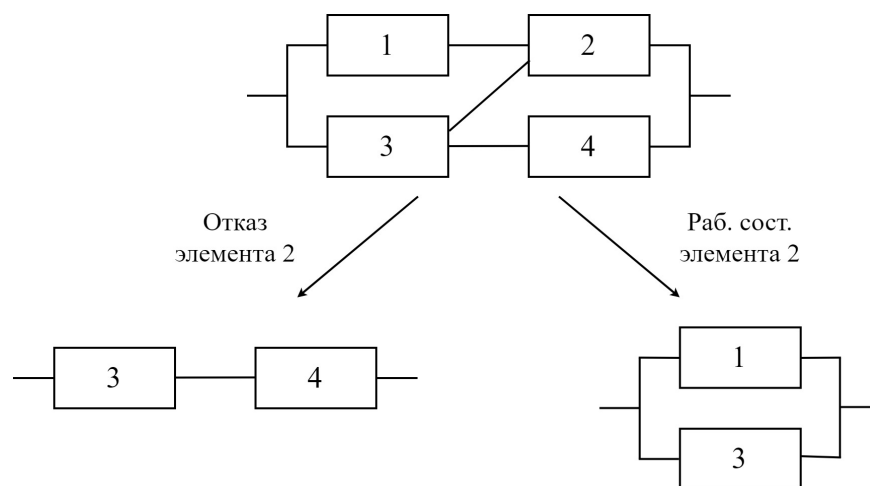


Рис. 10. Упрощенная схема применения ФПВ с «узловым» элементом 2

Следует отметить, что существует вариативность в выборе «узлового» элемента (чей отказ или работоспособность рассматривается в условной

ВБР системы) и в принципе можно взять любой элемент, но этот выбор будет определять выражение для ВБР. Например, рассмотрим в качестве с «узлового» элемента элемент 1.

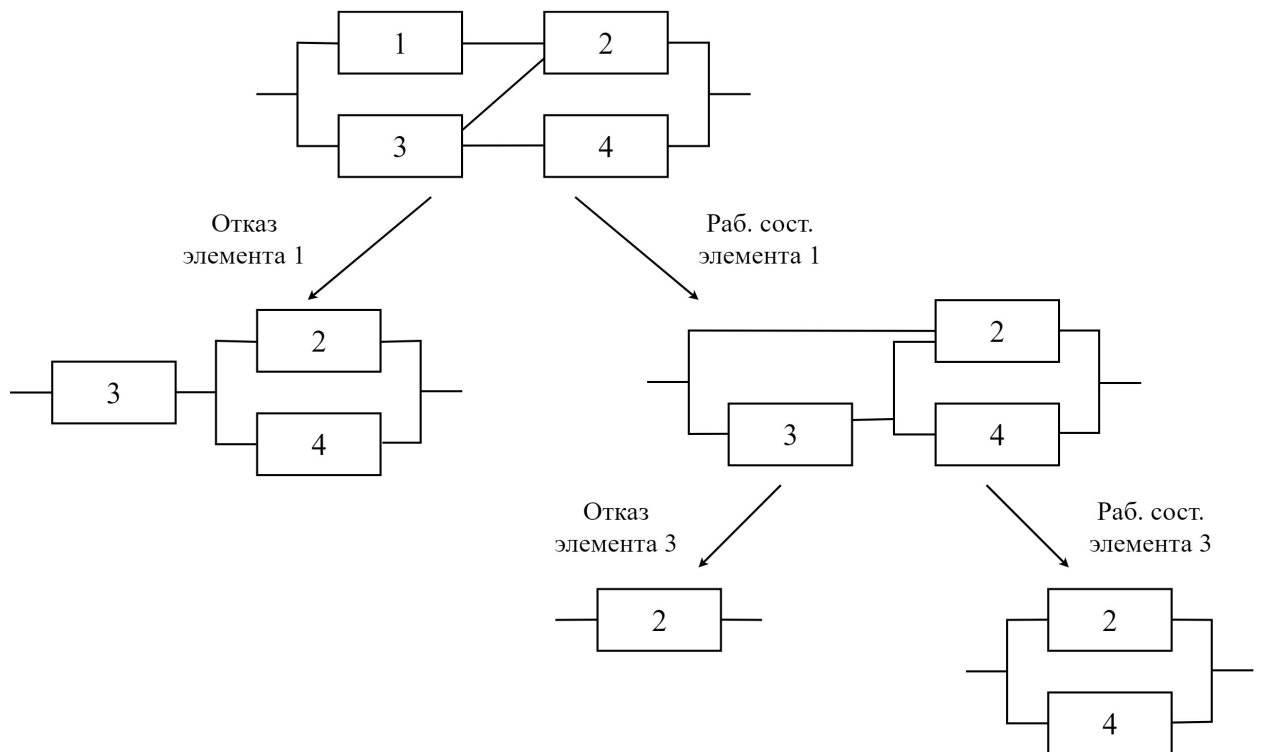


Рис. 11. Схема применения ФПВ с «узловым» элементом 1

$$\begin{aligned}
 P_c &= (1 - P_1)P_3(1 - (1 - P_2)(1 - P_4)) + \\
 &+ P_1 \left[(1 - P_3)P_2 + P_3(1 - (1 - P_2)(1 - P_4)) \right] = \\
 &= P_3(1 - (1 - P_2)(1 - P_4)) + (1 - P_3)P_1P_2. \quad (15)
 \end{aligned}$$

После упрощения формулы (15), полученной по схеме, изображенной на рис. 11, можно заметить, что получается случай, симметричный изображенному на рис. 10, однако «узловым» элементом здесь уже будет элемент 3 (рис. 12). Таким образом сам вид полученной формулы подсказывает наиболее выгодный вариант выбора «узлового» элемента. Однако это работает не всегда, и в более сложных случаях при выборе неудачного «узлового» элемента получится очень громоздкая формула для ВБР.

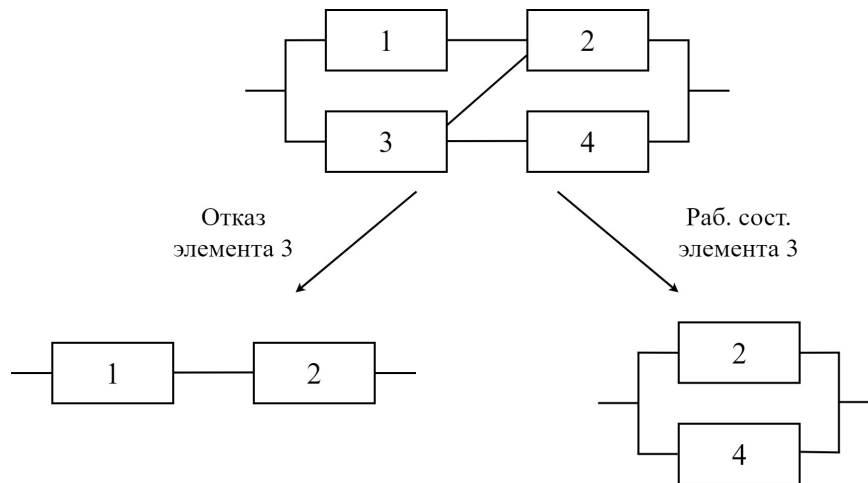


Рис. 12. Схема применения ФПВ с «узловым» элементом 3

Подставляя в формулы (14) и (15) те же значения ВБР элементов, что и в (10), получим то же значение ВБР системы, что подтверждает эквивалентность метода с использованием таблиц истинности, а также двух подходов с использованием ФПВ

$$P_1 = 0.6, \quad P_2 = 0.7, \quad P_3 = 0.8, \quad P_4 = 0.9,$$

$$P_c = 0.86.$$

1.4. Принцип составления структурной схемы надежности

Структурная схема надежности — это графическое изображение взаимосвязи элементов системы. Схема строится на основе структурного анализа надежности системы.

Структурный анализ надежности состоит в выяснении влияния отказов элементов на работоспособность всей системы. На этапе проектирования он основывается на логическом анализе принципов функционирования системы с учетом функционального назначения элементов и их взаимодействия. В основе такого анализа лежат общие представления о работе системы, здравый смысл и поиск ответа на вопрос «Как поведёт себя система, если отказал элемент i ?».

Цель анализа — ответить на вопросы: «Какие отказы элементов или их комбинации приводят к отказу системы?» или «При каких комбинациях работоспособных элементов сохраняется работоспособность системы?».

Также при создании структурной схемы надежности необходимо понимать, что в зависимости от цели расчета надежности для одной физической системы могут быть составлены разные структурные схемы надежности. Такие ситуации описаны в [17] на примере летательных аппаратов.

Глава 2. Решение поставленной задачи

2.1. Составление структурной схемы надежности

В нижней части структурной схемы функциональных задач (рис. 1) пунктиром выделены восемь блоков. Каждый из блоков отвечает за определенный режим освещения обстановки.

На первом этапе решения в соответствии с разделом 1.4 составлены структурные схемы надежности для каждого режима в отдельности (рис. 13). Первая цифра в номере элементов отвечает за порядковый номер блока в системе, вторая — за номер элемента в блоке. Элемент 0, выделенный синим контуром является общим для всех систем, в которых он присутствует. При решении этот факт будет учтен наложением на этот элемент особых условий: если интенсивность отказов всех элементов λ , то интенсивность отказов общего элемента $k\lambda$, где k — коэффициент, определяемый экспериментально.

Также следует отметить, что связи, выделенные красным цветом, не имеют пересечения со связями, выделенными черным цветом. Условно говоря, эти схемы можно назвать двумерными проекциями трехмерных схем.

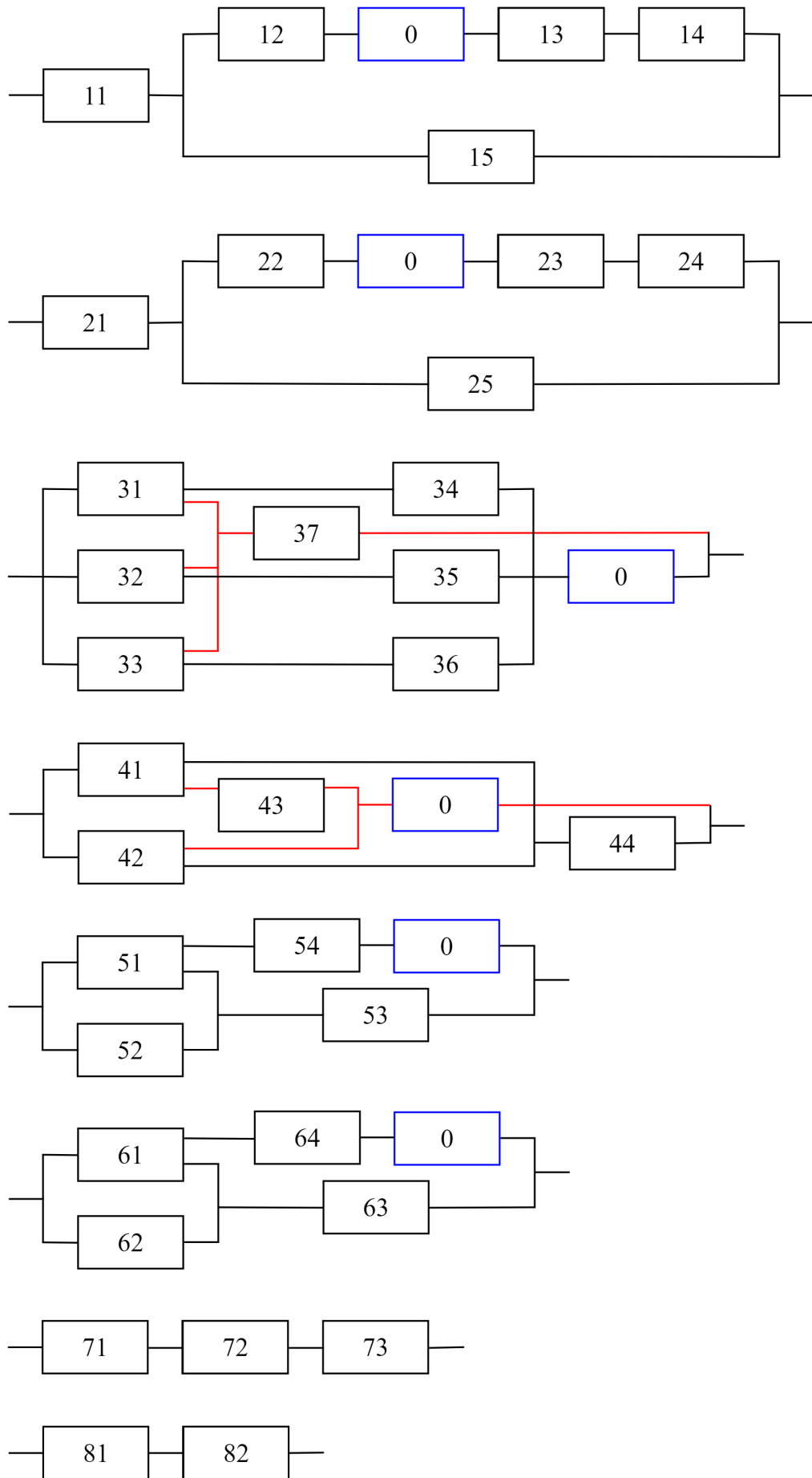


Рис. 13. Структурные схемы надежности всех режимов

Следует пояснить, почему возникла необходимость использовать сложные трехмерные схемы соединения элементов. К примеру, для 3-го блока первоначально была составлена схема, изображенная на рис. 14, но такой вариант структурной схемы надежности не согласуется с заданной структурной схемой функциональных задач (рис. 1), так как элементы 31, 32 и 33 должны работать только с элементами 34, 35 и 36 соответственно. На предложенной схеме последовательности элементов 31, 35 или 32, 34 также могут обеспечить работоспособное состояние системы. Таким образом, решить задачу только с помощью стандартных последовательных и параллельных связей оказалось невозможно.

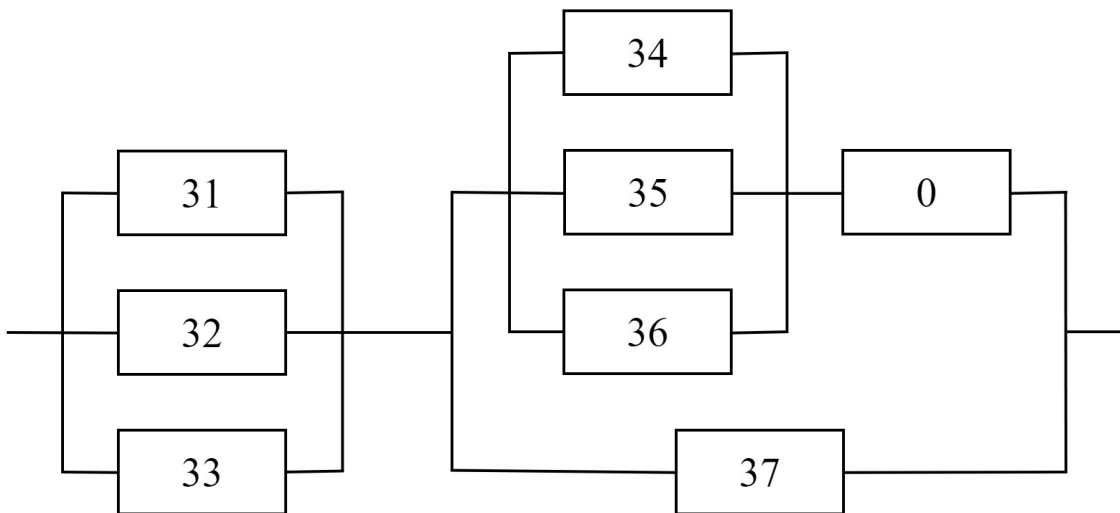


Рис. 14. Вариант составления ССН для 3 блока

Что касается общего элемента: поскольку он входит в шесть блоков, то можно предпринять попытку объединить несколько блоков в один. Однако, например, при параллельном объединении блоков 1 и 2 (рис. 15) возникают новые последовательности элементов (21, 22, 0, 13, 14 или 11, 12, 0, 23, 24), обеспечивающие работоспособное состояние системы, что также не согласуется с заданной структурной схемой функциональных задач.

Еще одним важным моментом является определение того, что считать работоспособным состоянием системы. Система состоит из восьми блоков, изображенных на рис. 13. С одной стороны, каждый режим может функционировать независимо, и систему можно считать работоспособной

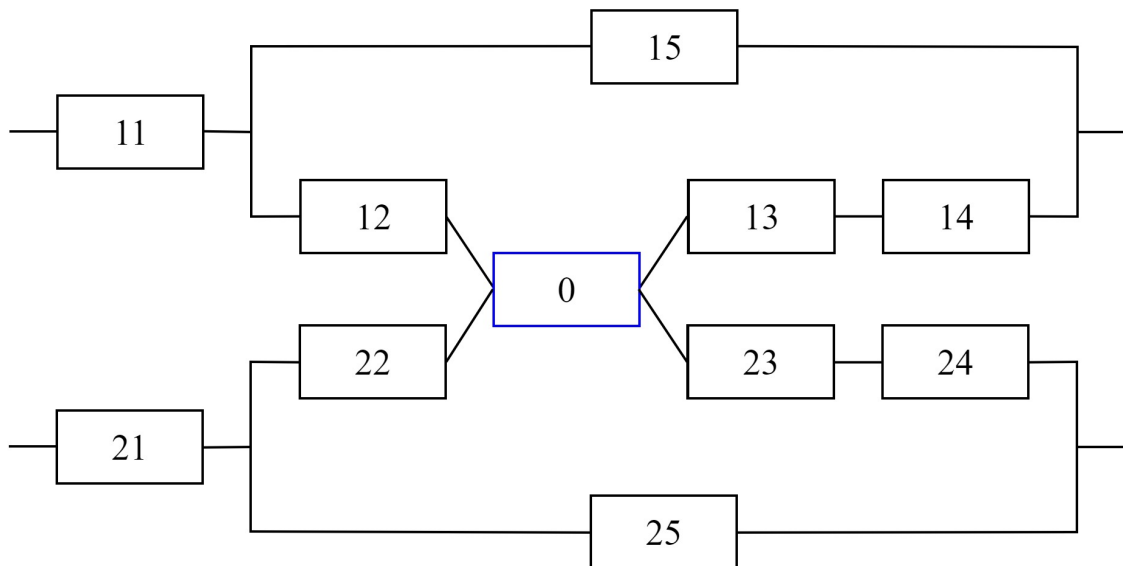


Рис. 15. Объединение блоков 1 и 2

в случае, если работает хотя бы один режим освещения обстановки. Тогда указанные блоки можно соединить параллельно. Такой вариант отражает минимально допустимые — предельные — требования к работоспособности системы (в аварийных ситуациях).

Другим вариантом является последовательное соединение блоков, что будет означать, что работа любого режима критически важна для работы системы в целом. Это случай идеально подготовленной для приемки системы, надежность которой высока только в случае значительно более высокой надежности всех ее элементов.

Исходя из поставленной задачи и логических принципов теории надежности, необходимо обеспечить каждому блоку такую же надежность, какую техническая документация предъявляет ко всей системе: провести вычисления для каждого блока в отдельности, а затем выбрать показатель, на который накладываются самые жесткие требования (для наработки на отказ — это наибольший показатель), поскольку по условию задачи на все элементы накладываются одинаковые ограничения.

Далее расчеты будут проведены для вышеописанных трех случаев (хотя, вообще говоря, их может быть и больше).

2.2. Определение ВБР отдельных блоков системы

Для блоков 1, 2, 7 и 8 на рис. 13 при составлении формул ВБР использованы стандартные формулы (4), (5) и (6). К остальным блокам применена ФПВ (12).

В формулах приняты следующие обозначения, соответствующие схеме на рис. 13:

- P_i , $i = \overline{1, 8}$ — ВБР блока с номером i ;
- P_{jk} — ВБР элемента с номером k в блоке j ;
- P_0 — ВБР общего элемента для блоков 1–6.

ВБР блоков 1 и 2 вычисляется по формуле (6), где элемент 11 соответствует элементу 3, последовательность элементов 12, 0, 13, 14 — элементу 1 и элемент 15 — элементу 2. В итоге получены следующие выражения

$$P_1 = P_{11} (1 - (1 - P_{15}) (1 - P_{12}P_0P_{13}P_{14})), \quad (16)$$

$$P_2 = P_{21} (1 - (1 - P_{25}) (1 - P_{22}P_0P_{23}P_{24})). \quad (17)$$

ВБР блоков 7 и 8 представляет собой последовательное соединение и вычисляется по формуле (4)

$$P_7 = P_{71}P_{72}P_{73}, \quad (18)$$

$$P_8 = P_{81}P_{82}. \quad (19)$$

Для третьего блока в качестве начального «узлового» элемента выбран элемент 37. Далее схема была разложена по элементам 0, 34, 35 и 36. Чтобы полностью полностью разложить схему на простые составляющие, ФПВ пришлось применить 9 раз. Подробная схема применения ФПВ приведена на рис. 16. Однако в конце каждой цепочки применения ФПВ была получена одна и та же схема из параллельно соединенных элементов 31, 32 и 33.

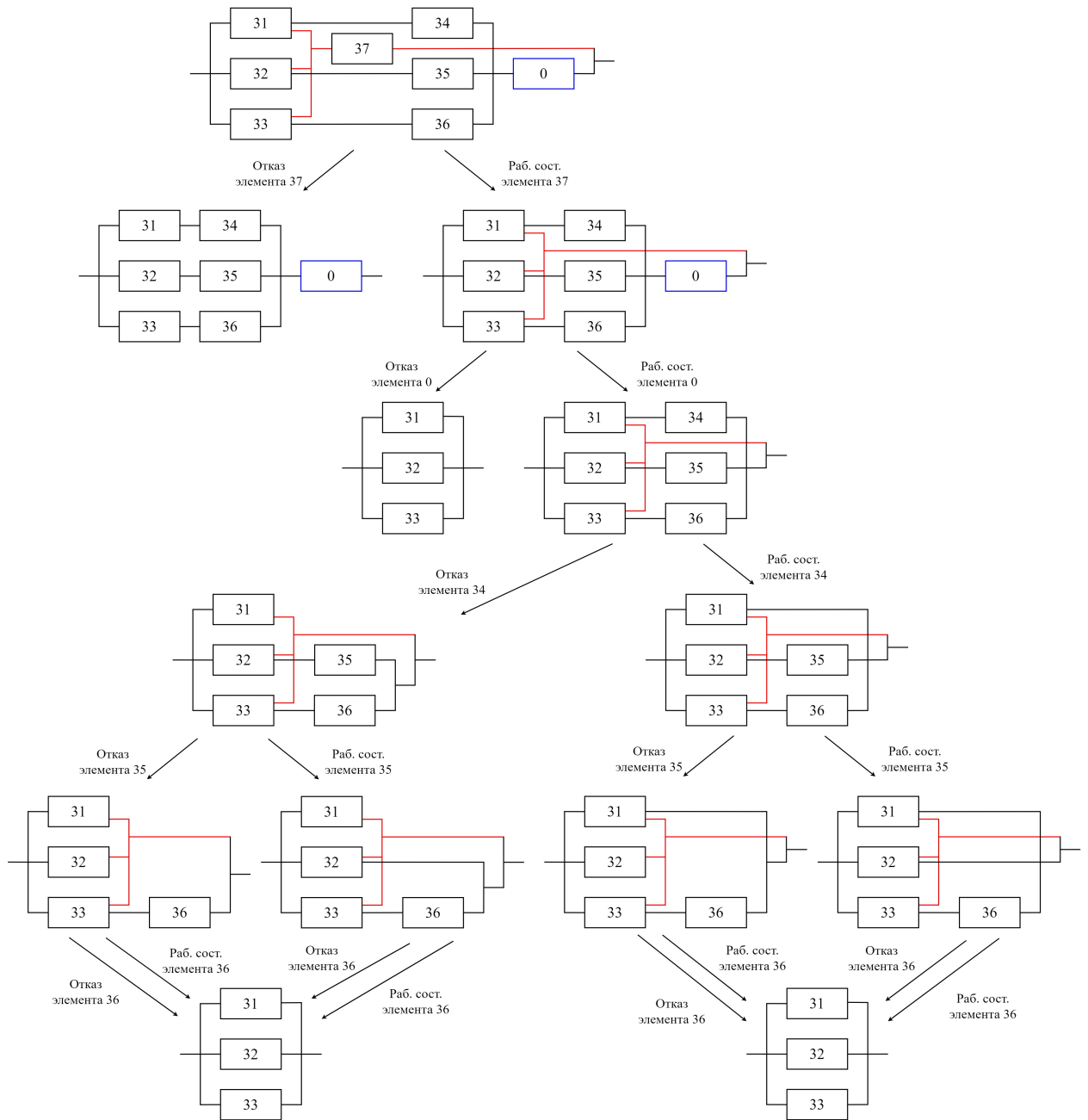


Рис. 16. Полная схема применения ФПВ для 3 блока

Поскольку при разложении схемы по ФПВ одно слагаемое входит с множителем P_i , а второе — с множителем $1 - P_i$, то в случае если слагаемые равны, этот факт позволяет значительно сократить окончательную формулу в соответствии с упрощенной схемой применения ФПВ на рис. 17. Данная ситуация — это яркий пример удачного выбора «узловых» элементов.

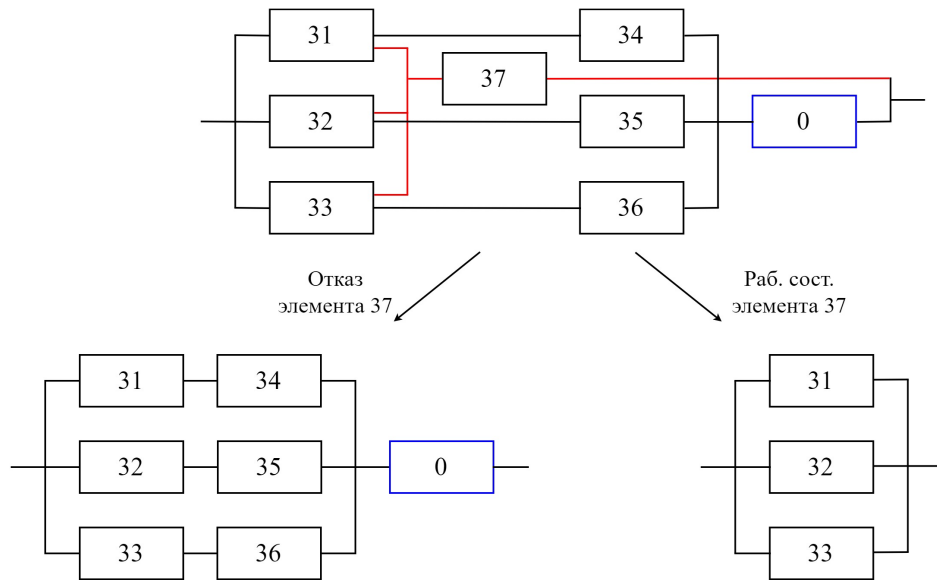


Рис. 17. Упрощенная схема применения ФПВ для 3 блока

В итоге ВБР для третьего блока имеет следующий вид

$$P_3 = (1 - P_{37}) \left[(1 - (1 - P_{31}P_{34})(1 - P_{32}P_{35})(1 - P_{33}P_{36}))P_0 \right] + P_{37}(1 - (1 - P_{31})(1 - P_{32})(1 - P_{33})). \quad (20)$$

Для четвертого блока в качестве начального «узлового» элемента выбран элемент 44. Также приведена полная схема применения ФПВ (рис. 18) и упрощенная схема (рис. 19) ввиду удачного выбора «узловых» элементов.

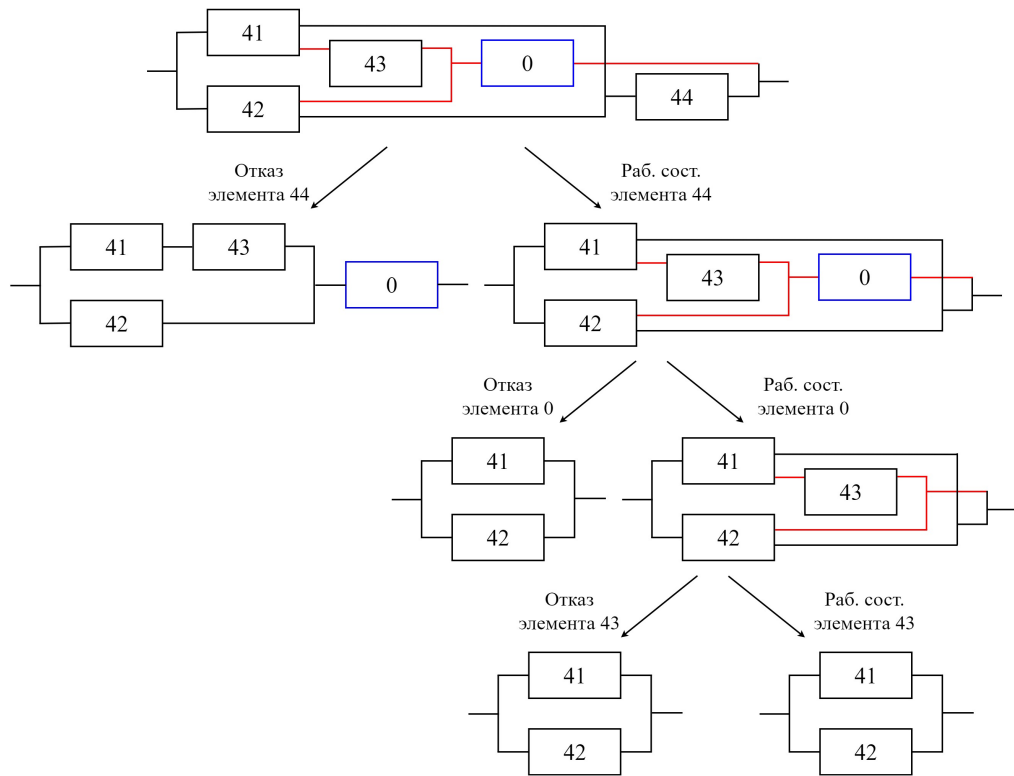


Рис. 18. Полная схема применения ФПВ для 4 блока

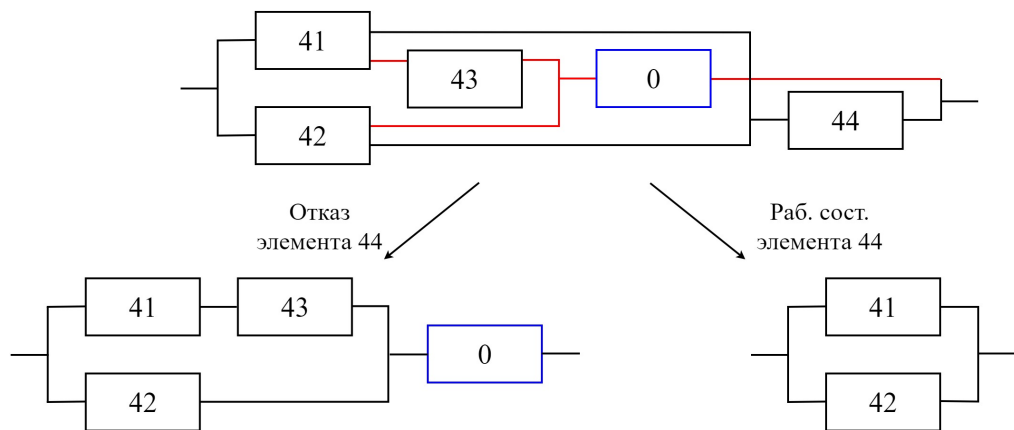


Рис. 19. Упрощенная схема применения ФПВ для 4 блока

Выражение ВБР для четвертого блока выглядит следующим образом

$$P_4 = (1 - P_{44}) \left[(1 - (1 - P_{41}P_{43})(1 - P_{42}))P_0 \right] + P_{44} \left[1 - (1 - P_{41})(1 - P_{42}) \right]. \quad (21)$$

Структурные схемы надежности для пятого и шестого блоков идентичны, поэтому схемы применения ФПВ приведены только для пятого блока. В качестве начального «узлового» элемента выбран элемент 53 (63 для

шестого блока). Полная схема применения приведа на рис. 20, упрощенная ввиду удачного выбора «узловых» элементов — на рис. 21.

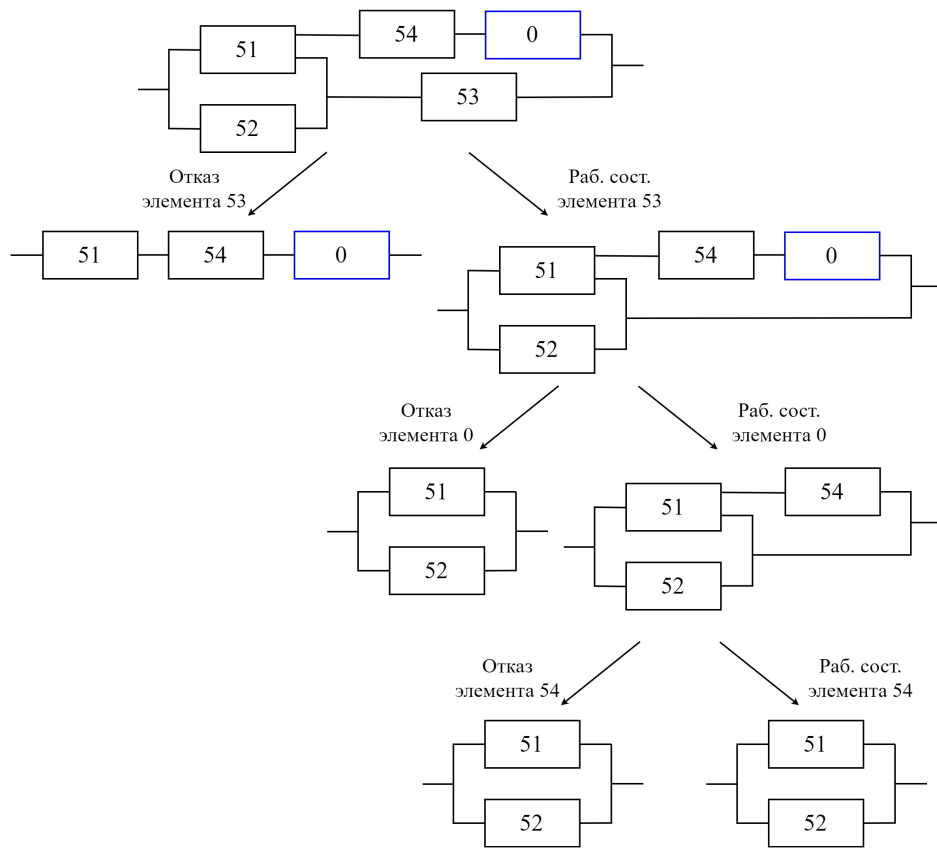


Рис. 20. Полная схема применения ФПВ для 5 и 6 блоков

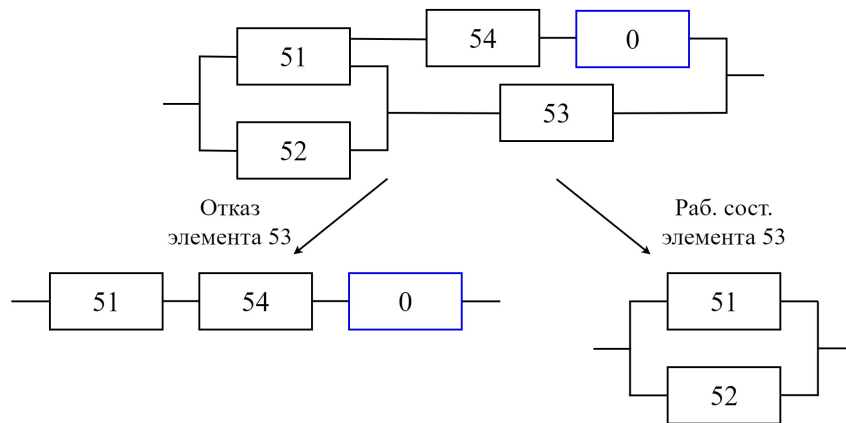


Рис. 21. Упрощенная схема применения ФПВ для 5 и 6 блоков

В итоге ВБР для пятого и шестого блока имеют следующий вид

$$P_5 = (1 - P_{53}) [P_{51}P_{54}P_0] + P_{53} [1 - (1 - P_{51})(1 - P_{52})], \quad (22)$$

$$P_6 = (1 - P_{63}) [P_{61}P_{64}P_0] + P_{63} [1 - (1 - P_{61})(1 - P_{62})]. \quad (23)$$

2.3. Описание алгоритма решения задачи

В целом решение задачи основано на том факте, что ВБР системы можно вычислить двумя способами: с использованием интенсивности отказов всей системы и с использованием интенсивности отказов каждого отдельного элемента (по условию задачи на все элементы налагаются одинаковые требования, т. е. интенсивности отказов всех элементов $\lambda_i = \lambda$). Зная наработку на отказ системы T_c , можно вычислить интенсивность отказов системы λ_c , а по ней — ВБР системы $P_c(\lambda_c, t)$. Далее по структурной схеме надежности необходимо составить выражение для вероятности безотказной работы в зависимости от интенсивности отказов отдельного элемента $P_c(\lambda, t)$. Приравняв два выражения для вероятности безотказной работы системы, получим уравнение для определения интенсивности отказов элемента λ , по которой затем вычислим наработку на отказ каждого элемента T .

По заданной наработке на отказ T_c вычисляем интенсивность отказов системы в целом

$$\lambda_c = \frac{1}{T_c}. \quad (24)$$

Для вычисления вероятности безотказной работы выбран экспоненциальный закон распределения (поскольку в этом случае интенсивность отказов является величиной постоянной, что соответствует периоду нормальной эксплуатации, который нас интересует)

$$P_c(\lambda_c, t) = e^{-\lambda_c t}, \quad (25)$$

где t — рассматриваемое время работы системы.

С использованием выражений для ВБР отдельных блоков (формулы (16)–(23)) составляем выражение для ВБР всей системы. Далее рассмотрены три случая конфигурации системы, о которых говорилось ранее (параллельное соединение, последовательное соединение и расчет для каждого блока в отдельности).

ВБР отдельных элементов блоков вычисляются также с помощью экспоненциального закона распределения

$$P_{ij}(\lambda, t) = e^{-\lambda t}, \quad P_0(\lambda, t) = e^{-k\lambda t}, \quad (26)$$

где i — номер одного из восьми блоков, j — номер элемента в блоке, k — определяемый экспериментально коэффициент, учитывающий, что элемент 0 является общим для шести блоков, причем для параллельного соединения элементов $k > 1$, для последовательного — $0 < k < 1$. В случае, когда задача решается отдельно для каждого блока $k = 1$.

2.3.1. Параллельное соединение блоков

Используя формулу (5), получаем ВБР системы

$$P_{c1} = 1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)(1 - P_4)(1 - P_5)(1 - P_6)(1 - P_7)(1 - P_8), \quad (27)$$

где $P_i, i = \overline{1, 8}$ — ВБР отдельных блоков, вычисляемая по формулам (16)–(23), а ВБР отдельных элементов блоков вычисляются по формуле (26).

Далее приравниваем два значения для ВБР всей системы (правые части в формулах (25) и (27)) и получаем уравнение относительно λ

$$1 - (1 - P_1)(1 - P_2)(1 - P_3)(1 - P_4)(1 - P_5) \times \\ \times (1 - P_6)(1 - P_7)(1 - P_8) - e^{-\lambda c t} = 0. \quad (28)$$

Уравнение (28) численно решено в программном пакете Maple. При заданной наработке на отказ системы $T_c = 4$ ч и времени работы системы $t = 24$ ч получены результаты расчетов, приведенные в таблице 2.

Таблица 2. Результаты расчетов в случае параллельного соединения

$T_c, \text{ч}$	4					
k	1	2	3	4	5	6
$T, \text{ч}$	5.605	5.661	5.662	5.662	5.662	5.662

Здесь k — определяемый экспериментально коэффициент, учитывающий, что элемент 0 является общим для шести блоков. Таким образом для обеспечения наработки на отказ системы 4 часа, наработка на отказ отдельного элемента должна быть 5.662 ч. Еще раз отметим, что это минимально допустимые требования к наработке на отказ элемента.

2.3.2. Последовательное соединение блоков

Аналогично поступаем и с последовательным соединением блоков. Используя формулу (4), составляем ВБР системы

$$P_{c2} = P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7 P_8, \quad (29)$$

где $P_i, i = \overline{1, 8}$ — ВБР отдельных блоков, вычисляемая по формулам (16)–(23), а ВБР отдельных элементов блоков вычисляются по формуле (26). Приравнивая к (25), получаем уравнение

$$P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 P_6 P_7 P_8 - e^{-\lambda_c t} = 0 \quad (30)$$

Решение уравнения (30) также численно было получено в программном пакете Maple. Результаты расчетов для наработки на отказ системы $T_c = 4$ ч и времени работы системы $t = 24$ ч приведены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты расчетов в случае последовательного соединения

$T_c, \text{ч}$	4			
k	1/6	1/5	1/4	1/3
$T, \text{ч}$	44.98	45.125	45.34	45.69

2.3.3. Решение отдельно для каждого блока

В данном варианте постановки задачи решается восемь отдельных уравнений

$$\begin{aligned} P_1 - e^{-\lambda ct} = 0, \quad P_2 - e^{-\lambda ct} = 0, \quad P_3 - e^{-\lambda ct} = 0, \quad P_4 - e^{-\lambda ct} = 0, \\ P_5 - e^{-\lambda ct} = 0, \quad P_6 - e^{-\lambda ct} = 0, \quad P_7 - e^{-\lambda ct} = 0, \quad P_8 - e^{-\lambda ct} = 0. \end{aligned} \quad (31)$$

Результаты численного решения приведены в таблицах 4 и 5 для трех значений наработок на отказ $T_c = 4; 8; 16$ ч и двух значений времени работы системы $t = 24$ ч и $t = 48$ ч. В рамках данной постановки, ввиду полной независимости блоков 1 – 8, коэффициент k для общего элемента следует положить равным единице.

Таблица 4. Результаты расчетов отдельно для каждого блока для времени работы $t = 24$ ч

$T_c, \text{ч}$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
4	8	8	6.76	6.77	7.17	7.17	12	8
8	15.95	15.95	11.75	11.88	13.04	13.04	24	16
16	30.94	30.94	18.99	19.69	22.51	22.51	48	32

Таблица 5. Результаты расчетов отдельно для каждого блока для времени работы $t = 48$ ч

$T_c, \text{ч}$	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8
4	8	8	7.33	7.33	7.56	7.56	12	8
8	16	16	13.52	13.54	14.34	14.34	24	16
16	31.9	31.9	23.5	23.75	26.08	26.08	48	32

Поскольку именно эта постановка задачи лучше всего отвечает требованиям технического задания, то для нее проведем более детальный анализ полученных результатов.

Во-первых, увеличение наработки на отказ системы влечет за собой пропорциональное увеличение требуемой наработки на отказ отдельных элементов. Во-вторых, при увеличении времени работы системы при фиксированной наработке на отказ системы увеличивается наработка на отказ отдельных элементов.

Также поскольку по условию задачи ко всем элементам предъявляются одинаковые требования, то среди полученных значений наработок на отказ необходимо выбрать наибольшее, которое будет соответствовать самому слабому звену в системе, в данном случае — это седьмой блок. Таким образом оценку требований по надежности можно проводить для самого слабого места цепи и применять для всех элементов системы (в случае если необходимо определить одно значение для всех элементов).

Следует также обратить внимание на последние два столба таблиц 4 и 5. Блоки 7 и 8 представляют собой последовательное соединение элементов, для которого справедлива формула

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad (32)$$

т. е. интенсивность отказов системы равна сумме интенсивностей отказов всех ее элементов. Отсюда следует, что для экспоненциального распределения также справедливо

$$T_c = \frac{1}{\lambda_c} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} = \sum_{i=1}^n T_i, \quad (33)$$

т. е. для блока 7, состоящего из трех элементов, наработка на отказ элемента в три раза больше наработки на отказ системы, а для блока 8, состоящего из двух элементов, — в два раза больше, что соответствует значениям чис-

ленных расчетов. Этот момент подтверждает корректность предложенного в данной работе метода решения поставленной задачи.

Сопоставление результатов численных расчетов для разных конфигураций системы, приведенных в таблицах 2–5, показывает, что неточное понимание постановки задачи может привести к существенно завышенным или заниженным требованиям к надежности элементов.

2.4. Методика расчета требований по наработке на отказ к элементам системы

В результате проделанной работы можно сформулировать следующие этапы методики решения задач по определению наработки отказа отдельных элементов по заданной наработке на отказ системы.

1. По имеющимся данным о системе составить структурную схему надежности.
2. По заданной наработке на отказ системы T_c определить интенсивность отказов системы λ_c

$$\lambda_c = \frac{1}{T_c}.$$

3. Определить ВБР системы для заданного времени работы t

$$P_c(\lambda_c, t) = e^{-\lambda_c t}.$$

4. По структурной схеме надежности составить выражение для определения ВБР системы через интенсивности отказов λ отдельных элементов

$$P_c(\lambda, t).$$

Для составления указанных выражений можно применять методы, изложенные в разделе 1.3. Причем ВБР отдельного элемента системы вычисляется по формуле

$$P_i(\lambda, t) = e^{-\lambda t}, \quad i = \overline{1, n}.$$

5. Составить уравнение для определения интенсивностей отказов λ , приравняв к имеющейся вероятности безотказной работы системы

$$P_c(\lambda, t) - e^{-\lambda_c t} = 0. \tag{34}$$

6. Решить уравнение (34).

7. По интенсивности отказов элементов вычислить наработку на отказ элементов

$$T = \frac{1}{\lambda}.$$

Заключение

Таким образом, задача разработки методики расчета наработки на отказ к компонентам комплекса программ освещения обстановки по заданной наработке на отказ всего комплекса решена.

На первом этапе работы пристальное внимание было уделено изучению теоретических сведений, необходимых для решения поставленной задачи. В частности были рассмотрены и подробно описаны методы работы со сложными структурными схемами надежности, такие как использование таблиц истинности и формулы полной вероятности для вычисления вероятности безотказной работы. При работе с формулой полной вероятности проиллюстрирована важность проведения предварительного анализа системы при выборе «узлового» элемента. Также на примере конкретной структурной схемы надежности продемонстрирована эквивалентность вышеупомянутых подходов.

Далее по структурной схеме функциональных задач составлены структурные схемы надежности отдельно для каждого режима освещения обстановки. По составленным структурным схемам надежности в соответствии с приведенными вспомогательными сведениями составлены вероятности безотказной работы каждого режима.

Принимая во внимание тот факт, что вероятность безотказной работы системы может быть получена двумя способами, было составлено уравнение для нахождения искомой характеристики надежности отдельных элементов.

Численные расчеты проведены для трех вариантов конфигурации системы. Продемонстрирована важность изучения требований заказчика (с учетом многозначности используемых терминов) и точной формулировки задачи.

Анализ результатов вычислений показал, что наработка на отказ отдельных элементов в значительной степени зависит от выбираемой конфигурации системы и заданной наработки на отказ системы, а также от

рассматриваемого времени работы комплекса.

При решении задачи для третьего случая конфигурации системы получено подтверждение корректности метода решения, поскольку численный результат совпал с аналитическим решением, известным для частного случая (последовательного соединения элементов).

В ходе решения задачи составлена методика работы с классом задач, в которых по характеристике надежности всей системы необходимо определить характеристики надежности отдельных элементов системы.

Список литературы

- [1] Трофимов В. И., Белов С. В., Садчиков П. Н. Построение алгоритма расчета показателей надежности промышленного здания // Вестник современных исследований. 2018. №6.3 (21). С. 573–578.
- [2] Костюков А. С., Бобылкин И. С., Никитин Л. Н., Пирогов А. А. Анализ статистических методов испытаний и оптимизация расчета надежности при производстве электронных средств // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2018. Т. 14. № 3. С. 108–114.
- [3] Бурзуева Н.Н., Мостовой Я.А. Анализ надежности среды разработки android studio // Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» Том 9, №6. 2017.
- [4] Уткин В.С. Расчет надежности железобетонных свай-стоек в основаниях фундаментов // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. № 3. С. 24–34.
- [5] Кульбак Л. И., Мартинович Т. С. Расчет показателей надежности восстанавливаемых объектов с учетом погрешностей исходных данных // Информатика. 2018. Т. 15. № 4. С. 16-25.
- [6] Ежова Е. В. О расчете требований по надежности к компонентам комплекса программ // Процессы управления и устойчивость: Труды 50-й международной научной конференции аспирантов и студентов / под ред. А. С. Ерёмкина, Н. В. Смирнова, Т. Е. Смирновой. СПб.: Издат. Дом С.-Петербур. гос. ун-та, 2019.
- [7] Половко А. М., Гуров С. В. Основы теории надежности. 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 704 с.
- [8] Надежность технических систем и техногенный риск. Электронное учебное пособие. (<http://www.obzh.ru/nad/biblio.html>)

- [9] Острейковский В. А. Теория надежности. Учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 2003. 463 с.
- [10] Беляев С. А. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС: учебное пособие / С.А. Беляев, А.В. Воробьев, В.В. Литвак. Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2015. 248 с.
- [11] Кокушин Н. Н., Тихонов А. А., Петров С. Г., Головкин В. Е., Ключкин И. В. Основы теории надежности: учебное пособие. СПб: ГОУВПО СПбГТУРП, 2011. 77 с.
- [12] Шубин Р. А. Надежность технических систем и техногенный риск: учебное пособие. Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. 80 с.
- [13] Бондарева Г. И., Орлов Б. Н. Повышение безотказности колесных движителей машин природообустройства // Машиностроение, 2016. С. 23–25.
- [14] Старовойтов Е. И. Анализ надежности лазерных локационных систем для управления движением космических аппаратов // Научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана Наука и образование, 2014. С. 202–219
- [15] Федотов А В. Основы теории надежности и технической диагностики: конспект лекций. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2010. 64 с.
- [16] ГОСТ Р 51901.14–2007. Менеджмент риска. Структурная схема надежности и булевы методы. М.: Стандартинформ, 2008. 24 с.
- [17] Мрыкин С. В., Вильчек М. И. Метод структурных схем и оценка безотказности системы. Самарский государственный аэрокосмический университет, 2010. 27 с.