

Отзыв научного руководителя

на выпускную квалификационную работу бакалавра СПбГУ

Габбасовой Наили Фаритовны

на тему *«Вычисление матриц Ляпунова и их использование для исследования систем с запаздыванием»*

Матрица Ляпунова является основным элементом теории функционалов Ляпунова-Красовского полного типа для систем с запаздывающим аргументом. Функционалы полного типа позволяют решать ряд важных задач теории управления, среди которых исследование робастной устойчивости систем и построение оценок решений. Недавно был найден критерий экспоненциальной устойчивости, выраженный через матрицу Ляпунова. Таким образом, проблема построения матрицы Ляпунова весьма актуальна.

В то же время эта проблема не является тривиальной, так как матрица Ляпунова для систем с запаздыванием – это функциональная матрица, заданная на некотором отрезке, которая определяется, как решение уравнения с запаздыванием с особыми дополнительными условиями.

В случае, когда запаздывания в системе кратные, проблема сводится к решению линейной граничной задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако стоит отметить, что размерность такой системы может быть весьма велика, что порой делает метод непригодным на практике. Также он не охватывает случая некрatных запаздываний. За последние 15 лет вышло несколько научных работ, посвящённых построению матриц Ляпунова в общем случае. Чаще всего авторами предлагаются методы, основанные на приближении матрицы Ляпунова полиномиальными или кусочно-полиномиальными функциями. Эти методы работают довольно быстро, но не позволяют оценить точность получаемых приближений, а порой в них даже не обосновывается сходимость к точной матрице Ляпунова при увеличении степени полиномов. Недавно появилась работа, лишённая этих теоретических недостатков – в ней представлен метод аппроксимации матриц Ляпунова с оценкой погрешности, однако этот метод работает только для заведомо экспоненциально устойчивых систем, а следовательно, неприменим при исследовании устойчивости.

В первой главе ВКР Наили Фаритовна исследовала другой численный метод построения матриц Ляпунова с оценкой погрешности. Задача сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Уравнение приближённо решается методом квадратур, то есть с помощью замены интеграла в уравнении конечной суммой. Оценка точности приближения осуществляется методом Анселоне.


Наилей Фаритовной была проделана огромная работа. Было необходимо адаптировать метод Анселоне для случая уравнений с разрывным ядром. Также при построении оценки возникло множество технических сложностей, которые были успешно преодолены Наилей Фаритовной. Как показано в работе, построенные

оценки могут быть весьма консервативны, что говорит о том, что метод сложно применить на практике, но это не умаляет его теоретического значения.

Вторая глава посвящена программной реализации проверки критерия экспоненциальной устойчивости систем с запаздыванием через матрицу Ляпунова. Наиле Фаритовне удалось существенно сократить время вычислений за счёт оптимизации кода.

Считаю, что выпускная квалификационная работа «Вычисление матриц Ляпунова и их использование для исследования систем с запаздыванием» Габбасовой Наили Фаритовны заслуживает оценки «отлично».

Научный руководитель
кандидат физ.-мат. наук
доцент кафедры теории управления



Егоров А. В.