САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н. Н. Васильев

ВВЕДЕНИЕ В ВОЛНОВУЮ ОПТИКУ

Учебное пособие

С.-ПЕТЕРБУРГ
2016

УДК 535.12+535.41/.42
ББК 22
В19

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, зав. каф. методики обучения физике *А. В. Ляпцев* (РГПУ им. А. И. Герцена); канд. физ.-мат. наук, доц. каф. электроники твердого тела *Е. А. Денисов* (С.-Петерб. гос. ун-т)

Рекомендовано к печати
Методическим советом Академической гимназии
Санкт-Петербургского государственного университета

Васильев Н. Н.
В19 **Введение в волновую оптику**: учебное пособие.— СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2016. — 38 с.

ISBN 978-5-288-05652-9

Учебное пособие создано на основе многолетней практики преподавания дисциплины «Экспериментальная физика» в Академической гимназии. В пособии излагаются основы электромагнитной теории света, интерференции и дифракции с позиций эксперимента, поэтому громоздкий математический аппарат сведён к минимуму и упор сделан на приближения, оценки и масштаб оптического диапазона электромагнитных волн. Обстоятельно рассмотрены методы зон Френеля и векторных диаграмм, позволяющие количественно описать дифракционную картину высокой симметрии. Определены дифракция Френеля и её предельный случай — дифракция Фраунгофера. Обозначена граница применимости геометрической оптики.

Пособие предназначено для учащихся выпускных классов школ физико-математического профиля и первых курсов нефизических специальностей университетов. Оно будет полезно для преподавателей указанных образовательных учреждений при организации лабораторных работ по оптике.

ББК 22

ISBN 978-5-288-05652-9

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие призвано способствовать более глубокому пониманию и усвоению теоретического материала по волновой оптике, излагаемого в школьных учебниках для физико-математических классов и типовых учебниках для нефизических специальностей высших учебных заведений. Излагаемый ниже материал не может заменить посвящённые волновой оптике главы в учебниках по общей физике и является дополнением к этим разделам. В то же время автор надеется, что изложение нетривиальной теории волновых процесов с точки зрения экспериментатора поможет ответить на частные и вполне конкретные вопросы, которые непрерывно возникают у пытливого учащегося. В результате накопления некоторой «критической массы» таких моментов озарения обязательно наступает время, когда абстрактная теория становится вполне зримой и ощутимой.

При подготовке учебного пособия автор опирался на личный многолетний опыт преподавания раздела «Волновая оптика» учебной дисциплины «Экспериментальная физика» в Академической гимназии Санкт-Петербургского государственного университета. В связи со спецификой подачи материала читатель не найдёт ссылок на использованную литературу, так как невозможно перечислить все издания, которые использовались при написании этой работы. Тем не менее нельзя не упомянуть по крайней мере одну книгу — это «Волновая оптика» (5-е изд., 2008) замечательного профессора физического факультета ЛГУ (СПбГУ) Николая Ивановича Калитеевского.

§ 1. Электромагнитные волны. Оптический диапазон электромагнитных волн

Для объяснения ряда оптических явлений (интерференции, дифракции, поляризации) свет можно представить как электромагнитные волны, свойства которых описываются при помощи классической электромагнитной теории Максвелла. В рамках этой теории под светом подразумевается электромагнитное излучение, испускаемое при колебаниях заряженных частиц — электронов, входящих в состав атомов и молекул.

Каждый атом (или молекула) испускает электромагнитную волну, весьма близкую к монохроматической. В такой волне колебания напряженностей электрического и магнитного полей происходят по гармоническому закону с некоторой частотой ν, величина которой определяется как природой самого атома, так и условиями его возбуждения, то есть способом сообщения атому энергии, необходимой для возникновения колебаний электрона.

На рисунке 1 показано положение *оптического* (светового) диапазона частот относительно диапазонов других видов электромагнитных волн. Оптический диапазон включает в себя *инфракрасное, видимое* и *ультрафиолетовое* излучения. Общим для этих излучений является то, что все они регистрируются оптическими методами: при помощи тепловых датчиков, фотопластинок, фотоэлементов. Видимая часть излучения, кроме того, воспринимается органами зрения живых организмов. Пучками света можно управлять при помощи приборов, основанных на законах отражения и преломления: зеркал, линз, призм и т. д.

Электромагнитная волна является поперечной: *векторы* напряженностей электрического ($\overrightarrow{E}$) и магнитного ($\overrightarrow{H}$) полей в ней перпендикулярны направлению распространения волны, а также друг

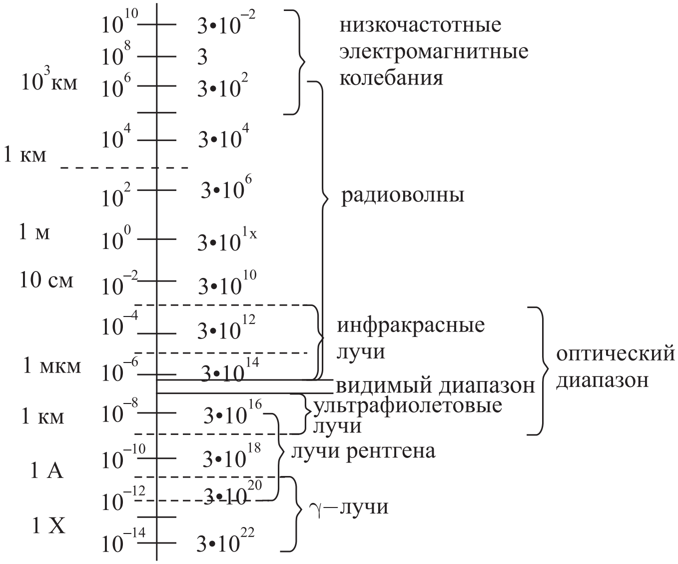

Рис. 1. Шкала электромагнитных волн. Слева — шкала длин волн электромагнитного излучения в метрах, справа — шкала частот в герцах

другу. В электромагнитной волне, излучаемой отдельным атомом в одном акте испускания, колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят в фиксированных взаимно перпендикулярных плоскостях, проходящих через направление распространения волны, то есть волновой вектор $\vec{k}$ (рис. 2). Такая волна называется *плоско (линейно) поляризованной.* Ее свойства в направлениях векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ различны: электрическое поле волны действует на заряженные частицы,

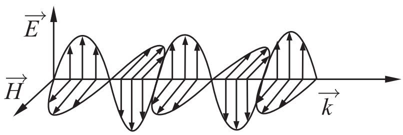

Рис. 2. Распределение в пространстве электрического ($\vec{E}$) и магнитного ($\vec{H}$) векторов линейно поляризованной световой волны, распространяющейся в направлении волнового вектора $\vec{k}$

входящие в состав вещества, через которое проходит волна, иначе, чем магнитное ноле. Действием магнитного поля на эти частицы можно пренебречь по сравнению с действием электрического поля. Поэтому в оптике, говоря про световые волны, принимают во внимание только напряженность электрического поля.

§ 2. Введение в теорию гармонических волн

Как известно, волна — колебание некоторой физической величины, которое распространяется во времени и в пространстве.

Выведем простое математическое выражение для *гармонической* волны, то есть волны, имеющей частоту ν и распространяющейся вдоль координаты x. Такая математическая модель хорошо описывает физический пакет гармонических волн со спектром шириной $\delta\nu \ll \nu$. Рассмотрим два упрощения.

Сначала фиксируем точку в пространстве и рассмотрим функцию $\sin\omega t$ (рис. 3). Нас интересует период этого синусоидального колебания T. Очевидно,

$$\begin{aligned} \omega T &= 2\pi, \\ T &= \frac{2\pi}{\omega}. \end{aligned} \tag{1}$$

Теперь становится ясным смысл параметра ω: это величина, обратно пропорциональная периоду колебаний и называющаяся круговой частотой.

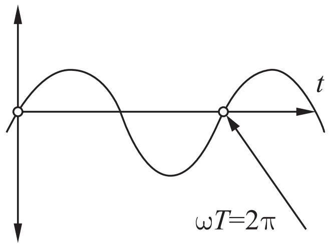

Рис. 3. График функции $\sin\omega t$, описывающей гармоническое колебание, происходящее в некоторой точке пространства (t — время, T — период колебаний, ω — круговая частота)

В эксперименте же используют и измеряют частоту $\nu = \omega/2\pi$, которая имеет размерность [сек$^{-1}$]: число колебаний в секунду, измеряемое в герцах (Гц). Таким образом, величина ωt безразмерна; она может быть названа временной частью *фазы колебания.*

Теперь фиксируем точку во времени, то есть рассмотрим «замороженную» волну в пространстве. Как мы предположили, колебания происходят по одной координате x, то есть одномерны. Рассмотрим функцию $\sin kx$ и опять найдем период колебаний λ, который называется *длиной волны* (период в пространстве). Вновь очевидно:

$$k\lambda = 2\pi, \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}. \tag{2}$$

Параметр k имеет смысл пространственной частоты колебаний и называется *волновым числом.* Видно, что величина kx безразмерна; она может быть названа пространственной частью фазы колебания.

Далее «разморозим» волну, то есть рассмотрим движущееся в пространстве колебание. Встает вопрос: что должно бежать? Только в середине XIX столетия физики смогли четко ответить на этот вопрос, хотя теория разрабатывалась с начала века.

Сложим временную и пространственную части фазы колебаний и получим полную фазу колебаний бегущей волны φ:

$$\varphi = \omega t \pm kx. \tag{3}$$

Очевидно, что аргумент φ в функции $\sin\varphi$ является единственной переменной, характеризующей такое синусоидальное колебание. Если $\varphi = \mathrm{const}$, то значение колебательной функции также сохраняется постоянным. Для того, чтобы φ оставалась постоянной с течением времени t, x также должно меняться, как видно из (3). Таким образом, постоянная фаза должна бежать в пространстве. Исходя из таких рассуждений, найдем скорость распространения фазы. Должно выполняться равенство

$$\varphi_0 = \omega t \pm kx = \mathrm{const}. \tag{4}$$

Для определенности возьмем знак «минус».

Пусть в момент времени t_1 в пространственной точке x_1 выполняется следующее равенство:

$$\omega t_1 - kx_1 = \varphi_0. \tag{5}$$

Пусть в момент времени $t_2 > t_1$ фаза φ_0 соответствует пространственной точке x_2:

$$\omega t_2 - kx_2 = \varphi_0. \tag{6}$$

Вычтем из равенства (6) равенство (5) и получим

$$\omega(t_2 - t_1) - k(x_2 - x_1) = \varphi_0 - \varphi_0 = 0. \tag{7}$$

Обозначим $t_2 - t_1$ как δt, $x_2 - x_1$ как δx и подставим в (7):

$$\frac{\delta x}{\delta t} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\lambda}{2\pi/\nu} = \nu\lambda. \tag{8}$$

По определению $\dfrac{\delta x}{\delta t}$ есть скорость движения постоянной фазы, или *фазовая скорость*:

$$v = \nu\lambda. \tag{9}$$

Поскольку $\nu\lambda > 0$, постольку $v > 0$; вспоминая, что $t_2 - t_1 = \delta t > 0$, получим, что и $\delta x > 0$, то есть $x_2 - x_1 > 0$ и $x_2 > x_1$. Таким образом, фаза переместилась в сторону бóльших значений координаты x.

Аналогичным образом можно показать, что фаза

$$\omega t + kx$$

движется в сторону меньших значений координаты.

Остается вопрос: что же колеблется физически? Исходя из волновых представлений, можно сказать, что колеблется электромагнитное поле; однако в большинстве задач волновой оптики представляет интерес электрическое поле. Поэтому уравнение вида

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_0} \sin(\omega t - kx) \tag{10}$$

описывает гармоническое колебание напряженности электрического поля $\overrightarrow{E}$, распространяющегося в сторону положительных значений координаты x. Здесь $\overrightarrow{E_0}$ представляет собой параметр, дающий максимальное и минимальное значения этого поля; $\overrightarrow{E_0}$ называется *амплитудой* напряженности поля.

Уравнение (10) описывает *плоскую* гармоническую (монохроматическую) волну, так как поверхность постоянной фазы в некоторый момент времени t_0 представляет собой плоскость, перпендикулярную оси x:

$$\varphi = \omega t_0 - kx = \varphi_0 - kx = \text{const} \Rightarrow kx = \text{const}.$$

Последнее равенство является уравнением плоскости с нормалью, параллельной оси x. Поверхность постоянной фазы называется *волновой поверхностью* или *фронтом* волны в момент времени t[1]. Так, для *плоской* волны волновая поверхность будет плоской (рис. 4). Ясно, что фронт движется с фазовой скоростью v.

В *сферической* волне волновой фронт представляет собой сферу с центром в точке расположения точечного источника, а направления лучей в каждой точке определяются волновым вектором $\vec{k}$, перпендикулярным сферической поверхности и параллельным радиус-вектору:

$$\overrightarrow{E}(\vec{r},\, t) = \frac{\overrightarrow{E_0}}{r}\sin{(\omega t - kr)}, \tag{10а}$$

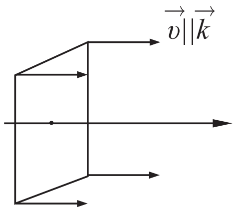

Рис. 4. Фрагмент плоской волны, распространяющейся со скоростью $\vec{v}$ в направлении вектора $\vec{k}$

причём $|\vec{k}| = k = 2\pi/\lambda$. Сомножитель $1/r$ выражает сохранение световой энергии при распространении через непоглощающую оптическую среду. На расстояниях $r \gg \lambda$ изменение напряженности с расстоянием незначительно, и формула (10а) становится похожей на формулу (10):

$$\overrightarrow{E}(\vec{r},\, t) = \overrightarrow{E_0}\sin{(\omega t - kr)}. \tag{10б}$$

В волновой оптике часто используются *разности фаз* двух монохроматических волн $\Delta\varphi$ или *разности хода* Δr. Поэтому приведём простое соотношение между ними. В некоторый момент времени t волна на расстояниях r_1 и r_2 имеет разность фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda}. \tag{11}$$

§ 3. Элементарная теория интерференции

Рассмотрим простейший случай наложения двух монохроматических волн вида (10б), прошедших до точки наблюдения расстояния r_1 и r_2 и имеющих разные частоты и начальные фазы φ^0:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{E_1} &= \overrightarrow{E_{01}}\sin\left(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_1^0\right) \equiv \overrightarrow{E_{01}}\sin\varphi_1,\\ \overrightarrow{E}_2 &= \overrightarrow{E_{02}}\sin\left(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_1^0\right) \equiv \overrightarrow{E_{02}}\sin\varphi_2.\end{aligned} \tag{12}$$

[1]В этом пособии понятия «волновая поверхность» и «волновой фронт» в момент времени t используются как синонимы, поскольку строгое понятие «волновой фронт» в волновой оптике применяется редко.

Методами интерференции, которые будут описаны ниже, сведем эти две волны в некоторой области пространства; пусть в точке наблюдения между ними возникла разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$. В области пересечения волн произойдет их наложение в соответствии с *принципом суперпозиции,* который гласит: результирующая величина напряженности двух или нескольких волн в некоторой точке пространства равна сумме векторов напряженностей отдельных волн. Для двух волн равной амплитуды и одной плоскости поляризации ($\overrightarrow{E}_1 \uparrow\uparrow \overrightarrow{E_2}$) имеем результирующую $\overrightarrow{\Sigma}$:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Sigma} &= \overrightarrow{E_0}\left(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2\right) = 2\overrightarrow{E_0}\sin\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\cos\frac{\Delta\varphi}{2}, \\ \overrightarrow{\Sigma} &= 2\overrightarrow{E_0}\sin\left(\varphi_1 + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)\cos\tfrac{\Delta\varphi}{2}. \end{aligned} \tag{13}$$

Заметим, что такое результирующее колебание имеет, в соответствии с определением, амплитуду

$$2E_0\cos\frac{\Delta\varphi}{2}, \tag{13а}$$

поскольку сомножитель $\sin(\varphi_1 + \varphi_2)/2$ отвечает колебательному движению с оптической частотой.

Эти формулы записаны для общего случая наложения двух монохроматических волн разных частот, волновых векторов и начальных фаз. Тем не менее уже очевидна зависимость от разных фаз $\Delta\varphi$ (или разности хода Δr).

Для двух *когерентных* волн (см. § 5), которые часто получают в схемах интерференции, $\omega_1 = \omega_2$ и $k_1 = k_2$. Тогда

$$\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) + \varphi_2^0 - \varphi_1^0 \neq f(t) \tag{14}$$

в данной точке пространства. Рассмотрим случай, когда $\varphi_2^0 - \varphi_1^0 = 0$, не умаляющий общности нижеследующего результата. Если разность хода

$$\Delta r = r_1 - r_2 = n\lambda, \tag{15а}$$

где n — целое число, то, обобщая формулу (11) для Δr, имеем

$$\Delta\varphi = 2\pi n. \tag{15б}$$

Тогда

$$\overrightarrow{\Sigma} = 2\overrightarrow{E_0}\sin\left(\varphi_1 + \pi n\right)\cos\pi n = 2\overrightarrow{E_0}\sin\varphi_1\left(-1\right)^n\left(-1\right)^n = 2\overrightarrow{E_0}\sin\varphi_1. \tag{16}$$

Таким образом, при условии (15) суммарная напряженность светового поля удваивается по сравнению с исходной волной (12).

Если разность хода

$$\Delta r = (2n+1)\,\frac{\lambda}{2} \tag{17а}$$

и разность фаз

$$\Delta\varphi = (2n+1)\,\pi, \tag{17б}$$

то

$$\overrightarrow{\Sigma} = 2\overrightarrow{E_0}\sin\left(\varphi_1 + (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\cos\left((2n+1)\,\frac{\pi}{2}\right) = 0. \tag{18}$$

Таким образом, при условии (17) накладывающиеся волны гасят друг друга.

§ 4. Испускание электромагнитных волн атомами. Приемники света

Возбужденный атом, испуская электромагнитную волну («высвечиваясь»), теряет энергию. В результате спустя некоторый промежуток времени излучение прекращается. Длительность отдельного акта излучения τ обычно составляет около 10^{-8} с. Это значит, что электромагнитная волна, испускаемая атомом, не представляет собой «бесконечную синусоиду», а является так называемым *цугом* — отрезком монохроматической волны. Длина цуга l определяется расстоянием, которое проходит волна за время испускания. Скорость света в пустоте $c = 3\times10^8$ м/с. Тогда $l \approx c\tau \approx 3$ м, то есть приблизительно в 10^6 раз больше длины волны. Поэтому такой цуг содержит около миллиона «гребней» и «впадин» (ориентировочные цифры, приведенные здесь, относятся к видимой части спектра).

Приемники света (приборы, регистрирующие наличие света или его изменения) обладают инерционностью. У каждого из них имеется *время разрешения,* определяющее минимальную длительность изменения светового потока, которую прибор еще может воспринимать. Время разрешения может быть весьма различным. Для глаза оно составляет 0,1 с, для фотографических материалов 10^{-3} – 10^{-5} с. Время разрешения фотоэлектрических умножителей может достигать 10^{-9} с. Однако в любом случае время разрешения приемников света во много раз превышает период колебаний напряженности электрического поля в световой волне, который для видимого света составляет порядка 10^{-15} с. Поэтому ни один прибор не в состоянии регистрировать отдельные колебания напряженности электрического поля в световой волне. Обычно за время разрешения в прибор попадает огромное число цугов. В результате приемники света реагируют не на значения напряженности электрического поля в волне, а на суммарную энергию, принесенную электромагнитным излучением за некоторый характерный промежуток времени. В связи с этим для оценки действия световой волны вводится понятие *интенсивности* излучения I, под которой обычно подразумевается количество энергии, проносимой волной в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны, усредненное за промежуток времени, необходимый для регистрации излучения.

Из электромагнитной теории известно, что интенсивность I пропорциональна квадрату напряженности электрического поля. Поэтому $I \sim \overline{E^2}$, где чертой над буквой обозначено усреднение по времени. Среднее значение квадрата любой величины, колеблющейся по гармоническому закону, пропорционально квадрату амплитуды. Поэтому в случае монохроматической волны $I \sim E_0^2$, где E_0 — амплитуда напряженности электрического поля волны.

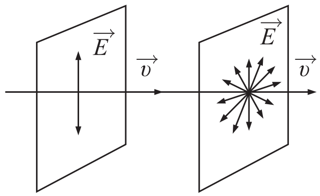

Рис. 5. Изменение направления вектора напряжённости электрического поля $\overrightarrow{E}$ за время регистрации излучения ($\overrightarrow{v}$ — вектор скорости волны)

В подавляющем большинстве источников света (кроме оптических квантовых генераторов — лазеров) в возбуждении атомов существенную роль играет тепловое движение частиц среды. Вследствие хаотичности этого движения моменты возбуждения атомов и испускания ими цугов распределяются по времени хаотически. Хаотической оказывается и поляризация (то есть направление вектора $\overrightarrow{E}$) цугов. Вектор напряженности электрического поля, получающийся при сложении полей отдельных цугов, в течение промежутка времени, необходимого для регистрации излучения, многократно хаотически изменяет направление в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света (рис. 5). При этом все направления в этой плоскости оказываются равноправными. Такой свет называется *естественным.*

§ 5. Когерентные волны. Интерференция

Учтем особенности излучения света цугами, а также усреднение по времени приемниками света. Математически это означает, что начальные фазы волн φ_1^0 и φ_2^0 в формуле (12) нескоррелированы, то есть $\Delta\varphi^0$ хаотически скачет во времени при смене цугов; в физической реальности мы наблюдаем именно интенсивность суммарного поля $\overrightarrow{\sum}$ (13). Вычислим эту интенсивность I, учитывая усреднение по отрезку времени, равному времени разрешения приемника, и опуская векторную запись:

$$I \sim \overrightarrow{\sum}^2 = \overline{4E_0^2 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \sin^2 \left(\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)} \sim 4E_0^2 \overline{\cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}. \qquad (19)$$

Здесь учтено, что усреднение не распространяется на постоянный сомножитель $4E_0^2$, а также то, что среднее значение квадрата величины, меняющейся по гармоническому закону с большой частотой, пропорционально квадрату амплитуды колебаний этой величины (13а).

Рассмотрим несколько частных случаев, которые охватывают все возможные ситуации.

1. Частоты колебаний различны. Пусть

$$\omega_1 = \omega, \qquad \omega_2 = \omega + \Delta\omega,$$

тогда

$$\Delta\varphi = \Delta\omega t + \Delta\varphi_r + \Delta\varphi^0, \qquad (20)$$

где $\Delta\varphi_r$ — разность фаз колебаний, обусловленная пространственной частью фаз; $\Delta\varphi^0$ — разность начальных фаз.

Видно, что $\cos(\Delta\varphi)/2$ колеблется с частотой $(\Delta\omega)/2$ и периодом $T = 2\pi/(\Delta\omega/2) = 4\pi/(\Delta\omega)$. Если величина T значительно меньше времени разрешения приемника света, то за время, необходимое для наблюдения (то есть за время разрешения), $\cos(\Delta\varphi/2)$ многократно поменяет знак и усреднение можно брать за бесконечное время. Можно показать, что тогда

$$\overline{\cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}} = \frac{1}{2}$$

для любой разности фаз $\Delta\varphi_r$, то есть в любой точке пространства. Поэтому в области пресечения волн будет наблюдаться однородный