О единственности решения задачи определения параметров механических моделей тела человека, подверженного вибрационному воздействию

В. П. Трегубов, Н. К. Егорова

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: Трегубов В. П., Егорова Н. К. О единственности решения задачи определения параметров механических моделей тела человека, подверженного вибрационному воздействию // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2019. Т. 15. Вып. 4. С. 565–577.
<https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.412>

Приведен анализ экспериментальных исследований поведения тела человека, подверженного действию вибрации. Их результаты служат основанием для разработки механических моделей тела человека, которые используются при построении систем защиты от вибрации. Основное внимание уделено определению параметров механических моделей и проблеме единственности решения задачи. Вопрос о единственном наборе значений параметров модели крайне важен для построения системы защиты от вибрации. К сожалению, эта проблема раньше не исследовалась. В связи с этим были изучены возможности нахождения единственного решения при наличии экспериментальной амплитудно-частотной характеристики или модуля входного механического импеданса. На примере механических моделей с двумя степенями свободы показано, что в общем случае такая задача не имеет единственного решения. Кроме того, для каждого вида экспериментальных результатов было выяснено, какие дополнительные данные нужно получить, чтобы задача имела единственное решение.

Ключевые слова: передаточная функция, амплитудно-частотная характеристика, входной механический импеданс, механическая модель тела человека.

Введение. Механические модели тела человека служат эффективным инструментом для разработки систем защиты человека от ударных и вибрационных воздействий. Среди вибрационных воздействий наиболее распространена транспортная вибрация, у которой доминирует вертикальная составляющая.

Основой для построения механических моделей тела человека, подверженного действию общей вибрации, являются результаты экспериментального изучения частотных свойств тела человека: амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), входного механического импеданса (ВМИ) или кажущейся массы. Первым исследователем, осуществившим измерение импеданса тела человека, был фон Бекеси [1]. Он использовал эту частотную характеристику для определения предела чувствительности человека к вибрации. Измерения производились на малогабаритном столе, поддерживаемом тензодатчиками с кристаллами кварца в качестве чувствительных элементов.

Появление более современных датчиков для измерения силы и ускорения способствовало проведению экспериментальных исследований частотных характеристик тела человека. Так, в работе [2] были представлены результаты измерения ВМИ сидящего и стоящего человека в напряженной и расслабленной позах при продолжи-

тельной вибрации в диапазоне частот от 0 до 20 Гц. На рис. 1 для всех поз явно выражены два резонансных пика в районе 5–6 и 11–12 Гц.

Рис. 1. Модуль входного механического импеданса для различных поз [2]

1 — стоячая напряженная поза; 2 — напряженная поза сидя;
3 — расслабленная поза сидя; 4 — одномассовая система.

Была отмечена схожесть поведения ВМИ тела сидящего человека и механической системы, состоящей из двух абсолютно твердых тел, соединенных последовательно пружинами и демпферами.

Следует отметить работы, проводившиеся в Институте машиноведения АН СССР. В частности, в статье [3] были представлены результаты экспериментальных исследований, в которых были получены АЧХ тела человека, подверженного действию вертикальной вибрации от 0 до 200 Гц одного уровня ускорения в трех сидячих позах, показанных на рис. 2.

Надо заметить, что выбранный диапазон частот является самым широким из приведенных в литературе. Полученные авторами АЧХ тела человека для выбранных поз значительно отличаются друг от друга (рис. 3) как по количеству резонансных частот, так и по их значениям. Так, для выпрямленной позы сидя были установлены три резонансных частоты: первая в диапазоне от 4 до 6 Гц, вторая — от 10 до 15 Гц, третья, слабо выраженная, — около 30 Гц. Это позволяет говорить о схожести экспериментальных результатов, приведенных в работах [2, 3], относя их различия к некоторому возможному отличию сидячих поз.

Позднее неоднократно обращалось внимание на сильное влияние позы испытуемого на передачу вибрации от сиденья к голове. Так, в статье [4] отмечалось, что соотношение передачи вибрации от сиденья к голове для двух разных поз в диапазоне от 35 до 50 Гц составило 6:1. В работе [5] были представлены результаты измерений по передаче вертикальной вибрации от сиденья к голове на частотах до 25 Гц для всех 6 осей вибрации головы. Была выявлена значительная вариабельность результатов по испытуемым. В [6] была отмечена вариабельность результатов и по трем группам испытуемых: мужчины, женщины, дети. Кроме того, проведенные исследования по-

Рис. 2. Три сидячие позы испытуемых
I — прямая; II — сгруппированная; III — с поднятыми вверх руками.

Рис. 3. АЧХ для поз I—III испытуемых

казали, что резонансная частота уменьшается с 6 до 4 Гц при увеличении амплитуды вибрации с 0.25 до 2.0 мс^2 , что в принципе согласуется с данными, приведенными в [7]. Следует заметить, что установленные закономерности поведения тела человека при однонаправленном вертикальном вибрационном воздействии проявились и при двунаправленном вертикальном и горизонтальном воздействии [8, 9]. Как уже отмечалось, экспериментальные АЧХ тела человека, представленные в работах [2, 3], напоминали АЧХ механических систем цепной структуры. Это и послужило основой для построения механических моделей, описанных в [3].

Рис. 4. Механические модели человека для трех различных поз [3]
а — I; б — II; в — III

Как видно из рис. 4, они состоят из абсолютно твердых тел, соединенных линейными пружинами и демпферами. Значения масс были выбраны исходя из средних значений для частей тела. Жесткости пружин и коэффициенты демпфирования являются параметрами модели и определяются таким образом, чтобы АЧХ модели максимально приближалась к экспериментальной АЧХ.

Подобным образом позднее строились и другие механические модели с сосредоточенными параметрами. В частности, в [10] была предложена модель с четырьмя степенями свободы, в которой голова, верхняя часть туловища, нижняя часть туловища и внутренности представлены четырьмя массами, соединенными пружинами и демпферами. Похожая модель с тремя степенями свободы была приведена в работе [11]; в ней говорится о необходимости вводить в модель коэффициент демпфирования, который возрастает для частот выше 8 Гц. На основе проведенного исследования сил, возникающих при взаимодействии тела человека с жесткой опорой, в [12] делается вывод, что при опоре бедер на сиденье нет оснований предполагать, что тело имеет единую точку вибрационного возбуждения. К сожалению, это справедливое замечание не получило дальнейшего экспериментального изучения.

В недавней работе [13] была представлена модель с четырьмя степенями свободы, в которой массы соединялись не только последовательно, но и параллельно (рис. 5). Тем самым было показано, что модель не обязательно должна иметь цепную структуру. Кроме того, в этой работе были рассмотрены и другие варианты модели с четырьмя степенями свободы с разными способами соединений масс пружинами и демпферами (рис. 6). При этом количество параметров было разным и элементы модели не привязывались к конкретным частям тела человека. Для сравнения были изучены частотные характеристики четырех массовых моделей других авторов.

На рис. 7, а приведена схема модели из работы [14], на рис. 7, б — схема сходных между собой моделей из [15, 16]. Однако отмечалось, что увеличение числа параметров модели не обязательно улучшает ее соответствие экспериментальным характеристикам.

Рис. 5. Механическая модель с четырьмя степенями свободы [13]

Рис. 6. Модели с четырьмя степенями свободы с разными способами соединений масс пружинами и демпферами [13]

Анализ предшествующих исследований показал, что при поиске параметров предложенных механических моделей не ставился вопрос о единственности найденного набора этих параметров. В то же время данный вопрос является принципиально важным для использования механических моделей тела человека при построении систем виброзащиты. Разные значения параметров модели будут приводить к различным вариантам параметров виброзащиты. Изучению этой проблемы и посвящена настоящая статья. В ней рассматривались только механические модели цепной

Рис. 7. Механическая модель, предложенная в работе [14] (а),
и модель одной и той же структуры из работ [15, 16] (б)

структуры, в которых в качестве соединительных элементов выступают линейные пружины и демпферы.

Системы с двумя степенями свободы. Рассматривалась механическая модель, состоящая из двух масс, соединенных линейными пружинами и демпферами, которая расположена на вибрирующем основании (рис. 8).

Рис. 8. Двухмассовая механическая модель тела человека,
подверженного вибрации

Здесь следует отметить, что в экспериментальных исследованиях измерения проводились, как правило, на голове. Из этого можно заключить, что такие измерения относятся к массе m_1 , хотя, строго говоря, это не обязательно модель головы.

Уравнения движения приведенной системы в абсолютной системе координат имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_1(x_1 - x_2) &= 0, \\ m_2 \ddot{x}_2 - b_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - c_1(x_1 - x_2) + b_2(\dot{x}_2 - \dot{y}) + c_2(x_2 - y) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где m_1 и m_2 — верхняя и нижняя массы; y — перемещение вибрирующего основания; x_1 и x_2 — перемещения верхней и нижней масс; c_1 и c_2 — жесткости пружин, соединяющих массы m_1 и m_2 ; b_1 и b_2 — соответствующие коэффициенты демпфирования.

Передаточные функции. Применив к системе уравнений движения (1) преобразование Лапласа (с нулевыми начальными данными)

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt,$$

в котором p — комплексная переменная, $F(p)$ — изображение функции $f(t)$, можно перейти к линейным алгебраическим уравнениям в изображениях

$$\begin{aligned} (m_1p^2 + b_1p + c_1)X_1 - (b_1p + c_1)X_2 &= 0, \\ -(b_1p + c_1)X_1 + (m_2p^2 + (b_1 + b_2)p + (c_1 + c_2))X_2 &= (b_2p + c_2)Y, \end{aligned}$$

X_i и Y — изображение функций x_i и y ($i = 1, 2$).

Тогда передаточные функции в изображениях запишем так:

$$H_1(p) = \frac{X_1(p)}{Y(p)} = \frac{\alpha_2p^2 + \alpha_1p + \alpha_0}{\delta_4p^4 + \delta_3p^3 + \delta_2p^2 + \delta_1p + \delta_0}, \quad (2)$$

$$H_2(p) = \frac{X_2(p)}{Y(p)} = \frac{\beta_3p^3 + \beta_2p^2 + \beta_1p + \beta_0}{\delta_4p^4 + \delta_3p^3 + \delta_2p^2 + \delta_1p + \delta_0}. \quad (3)$$

Коэффициенты в передаточных функциях (2) и (3) связаны с параметрами модели следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_0 &= \delta_0 = \beta_0 = c_1c_2, \\ \alpha_1 &= \delta_1 = \beta_1 = c_1b_2 + c_2b_1, \\ \alpha_2 &= b_1b_2, \\ \delta_2 &= (m_1 + m_2)c_1 + m_1c_2 + b_1b_2, \\ \delta_3 &= (m_1 + m_2)b_1 + m_1b_2, \\ \delta_4 &= m_1m_2, \\ \beta_2 &= m_1c_2 + b_1b_2, \\ \beta_3 &= m_1b_2. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

В большинстве экспериментальных исследований измерение вибрации производилось на сиденье и на голове испытуемого. В этом случае целесообразно говорить лишь об одной передаточной функции $H_1(p)$.

АЧХ, соответствующая передаточной функции $H_1(p)$, как известно, получается в результате подстановки в нее вместо комплексной переменной p мнимой переменной $i\omega$:

$$H_1(i\omega) = \frac{(\alpha_0 - \alpha_2\omega^2) + i\alpha_1\omega}{(\delta_4\omega^4 - \delta_2\omega^2 + \delta_0) + i(\delta_1\omega - \delta_3\omega^3)}$$

с последующим определением ее модуля, который равен

$$|H_1(\omega)| = \sqrt{\frac{(\alpha_0 - \alpha_2\omega^2)^2 + (\alpha_1\omega)^2}{(\delta_4\omega^4 - \delta_2\omega^2 + \delta_0)^2 + (\delta_1\omega - \delta_3\omega^3)^2}}. \quad (5)$$

Коэффициенты α_i и δ_i определяются таким образом, чтобы максимально приблизить теоретическую АЧХ к экспериментальной. Наличие этих коэффициентов всегда позволяет построить и передаточную функцию в изображениях. Рассчитав таким образом их, будем иметь в соответствии с соотношениями (4) шесть нелинейных уравнений для определения шести неизвестных. Однако к ним следует добавить еще одно, которое отражает значение общей массы модели:

$$m_1 + m_2 = M. \quad (6)$$

Тогда, используя выражение для δ_4 и соотношение (6), получим квадратное уравнение для одной из масс, например, для m_1 , а именно

$$m_1^2 - Mm_1 + \delta_4 = 0.$$

У этого уравнения два вещественных решения

$$(m_1)_{1,2} = \frac{M \pm \sqrt{M^2 - 4\delta_4}}{2} \quad \text{при } M^2 - 4\delta_4 > 0,$$

а значит, и для m_2 будем иметь два значения.

Далее, из соотношения для δ_3 с использованием соотношения для α_2 можно вывести квадратное уравнение относительно b_1 :

$$Mb_1^2 - \delta_3 b_1 + m_1 \alpha_2 = 0,$$

у которого также два вещественных решения для каждого из двух значений m_1 :

$$(b_1)_{1,2} = \frac{\delta_3 \pm \sqrt{\delta_3^2 - 4m_1 M \alpha_2}}{2M} \quad \text{при } \delta_3^2 - 4m_1 M \alpha_2 > 0.$$

Наконец, из соотношений для α_0 и α_1 можно получить еще одно квадратное уравнение относительно c_1 :

$$b_2 c_1^2 - \alpha_1 c_1 + \alpha_0 b_1 = 0$$

с двумя вещественными решениями для каждого из двух значений b_1 и b_2 :

$$(c_1)_{1,2} = \frac{\alpha_1 \pm \sqrt{\alpha_1^2 - 4b_1 b_2 \alpha_0}}{2b_2} \quad \text{при } \alpha_1^2 - 4b_1 b_2 \alpha_0 > 0.$$

В результате имеем 2 значения для параметров модели m_1 и m_2 , 4 — для параметров b_1 и b_2 и 8 — для параметров c_1 и c_2 .

Некоторые авторы механических моделей тела человека (см., например, [3]) заранее задают величину масс, предполагая, что они знают, какая масса соответствует какой части тела. В рассматриваемом случае это соответствует заданию значений m_1 и m_2 . Однако из приведенных выше формул видно, что для параметров модели b_1 , b_2 , c_1 и c_2 неоднозначность и в таком случае сохраняется.

В том случае, когда для массы m_2 можно экспериментально получить АЧХ, для определения параметров модели можно воспользоваться их связью с коэффициентами β_i теоретической передаточной функции $H_2(p)$, приведенной выше.

Поскольку $\beta_0 = \alpha_0$, а $\beta_1 = \alpha_1$, выражение коэффициентов этой передаточной функции через параметры модели (4) дает дополнительно два соотношения, а именно

$$\beta_2 = c_2 m_1 + b_1 \quad \text{и} \quad \beta_3 = b_2 m_1,$$

из которых получаем соотношения

$$b_2 = \frac{\beta_3}{m_1}, \quad b_1 = \frac{\alpha_2}{b_2},$$

а тогда

$$c_2 = \frac{\beta_2 - b_1}{m_1}, \quad c_1 = \frac{\alpha_0}{c_2}.$$

В качестве дополнения заметим, что в данном случае достаточно знать общую массу M , чтобы определить m_1 и m_2 , поскольку

$$m_1 = \frac{\beta_3(\delta_3 - \beta_3)}{M\alpha_2} \quad \text{и} \quad m_2 = M - m_1.$$

Таким образом, для однозначного определения параметров двухмассовой модели тела человека, подверженного вибрации, достаточно знать передаточные функции $H_1(p)$ и $H_2(p)$, а также общую массу M .

Входной механический импеданс. ВМИ механической модели тела человека, по определению, является отношением силы, действующей на модель со стороны вибрирующего основания, к скорости этого основания. Согласно уравнениям (1), сила, с которой основание воздействует на систему, равна

$$f = -b_2(\dot{x}_2 - \dot{y}) - c_2(x_2 - y),$$

а ее изображение по Лапласу —

$$F(p) = b_2p(Y(p) - X_2(p)) + c_2(Y(p) - X_2(p)).$$

Тогда ВМИ в изображениях можно записать следующим образом:

$$Z(p) = \frac{F(p)}{Y(p)} = \frac{F(p)}{pY(p)} = p \frac{f_3p^3 + f_2p^2 + f_1p + f_0}{\delta_4p^4 + \delta_3^3 + \delta_2p^2 + \delta_1p + \delta_0}, \quad (7)$$

здесь

$$\begin{cases} f_0 = M\delta_0, \\ f_1 = M\delta_1, \\ f_2 = Mb_1b_2 + m_1m_2c_2, \\ f_3 = m_1m_2b_2, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \delta_0 = c_1c_2, \\ \delta_1 = c_1b_2 + c_2b_1, \\ \delta_2 = Mc_1 + c_2m_1 + b_1b_2, \\ \delta_3 = Mb_1 + m_1b_2, \\ \delta_4 = m_1m_2, \\ M = m_1 + m_2, \end{cases} \quad (9)$$

где M — известная общая масса модели.

Если теперь в выражении для ВМИ (7) вместо комплексной переменной p подставить чисто мнимую переменную $i\omega$, то имеем

$$Z(i\omega) = \frac{f_3\omega^4 - f_2i\omega^3 - f_1\omega^2 + f_0i\omega}{\delta_4\omega^4 - \delta_3i\omega^3 - \delta_2\omega^2 + \delta_1i\omega + \delta_0},$$

или

$$Z(i\omega) = \frac{(f_3\omega^4 - f_1\omega^2) + i(f_0\omega - f_2\omega^3)}{\Delta_1 + i\Delta_2},$$

где

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \delta_4\omega^4 - \delta_2\omega^2 + \delta_0, \\ \Delta_2 &= \delta_1\omega - \delta_3\omega^3.\end{aligned}$$

Записав после этого модуль полученного выражения, придем к формуле для ВМИ как функции частоты

$$|Z(i\omega)| = Z(\omega) = \sqrt{\frac{(f_3\omega^4 - f_1\omega^2)^2 + (f_0\omega - f_2\omega^3)^2}{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}},$$

где

$$\Delta_1^2 + \Delta_2^2 = (\delta_4\omega^4 - \delta_2\omega^2 + \delta_0)^2 + (\delta_1\omega - \delta_3\omega^3)^2.$$

Что касается значений f_i и δ_i , то они, аналогично АЧХ, определяются исходя из условия максимального приближения теоретического модуля ВМИ к экспериментальному. Определив эти величины, можно перейти к расчету параметров модели.

С учетом (9) выражения (8) можно представить в виде

$$\begin{cases} f_0 = M\delta_0, \\ f_1 = M\delta_1, \\ f_2 = Mb_1b_2 + \delta_4c_2, \\ f_3 = \delta_4b_2, \end{cases}$$

откуда видно, что четвертое выражение дает возможность определить b_2 :

$$b_2 = \frac{f_3}{\delta_4}.$$

Кстати, можно рассчитать и общую массу модели без взвешивания, поскольку

$$M = \frac{f_0}{\delta_0}.$$

Если, используя последнее соотношение из (9), выразить m_1 через m_2 и подставить в формулу для δ_4 , получим квадратное уравнение для m_2 , что приведет к двум значениям параметра m_2 , а значит, и m_1 , как и в случае передаточной функции. Это, в свою очередь, приведет к неоднозначному определению остальных параметров модели.

Предположим теперь, что известна одна из масс, например m_1 , тогда из выражения для δ_3 получим, что

$$b_1 = \frac{\delta_3 - b_2m_1}{M},$$

а из δ_1 и δ_2 найдем c_1 . Для этого сначала умножим первое уравнение на m_1 , а второе на b_1 , а затем вычтем из первого уравнения второе. В результате имеем

$$m_1\delta_1 - b_1\delta_2 = (m_1b_2 - b_1M)c_1 - b_1^2b_2,$$

откуда

$$c_1 = \frac{\delta_1 m_1 - \delta_2 b_1 + b_1^2 b_2}{m_1 b_2 + M b_1}, \quad c_2 = \frac{\delta_0}{c_2}.$$

Следовательно, для однозначного определения параметров двухмассовой модели тела человека с помощью ВМИ нужно знать значение одной из масс.

Закключение. Таким образом, на примере двухмассовой механической модели тела человека было показано, что задача определения параметров модели по полученным в эксперименте АЧХ для верхней массы или ВМИ в общем случае не имеет единственного решения. Это важно при использовании механических моделей тела человека для разработки систем виброзащиты.

Доказано, что единственное решение задачи возможно, когда для двухмассовой механической модели известны: 1) АЧХ (передаточные функции) для обеих масс и ее общая масса; 2) ВМИ и значение одной из масс.

Литература

1. Von Bekesy G. Ueber die Empfindlichkeit des stehenden und sitzenden Menschen gegen sinusformige Erschuetterungen // *Akustische Zeitschrift*. 1939. Vol. 4. P. 360–369.
2. Coermann R. R. The mechanical impedance of the human body in sitting and standing position at low frequencies // *Human factor*. 1962. Vol. 4. P. 227–253.
3. Потёмкин Б. А., Фролов К. В. Построение динамической модели тела человека-оператора, подверженного действию широкополосных случайных вибраций // *Виброизоляция машин и виброзащита человека-оператора* / отв. ред. К. В. Фролов. М.: Наука, 1973. С. 17–30.
4. Griffin M. J. Vertical vibration of seated subjects: effects of posture, vibration level, and frequency // *Aviation Space and Environmental Medicine*. 1975. Vol. 46. P. 269–276.
5. Paddan G. S., Griffin M. J. The transmission of translational seat vibration to the head — I. Vertical seat vibration // *Journal of Biomechanics*. 1988. Vol. 21. Iss. 3. P. 191–197.
6. Fairley T. E., Griffin M. J. The apparent mass of the seated human body: Vertical vibration // *Journal of Biomechanics*. 1989. Vol. 22. N 2. P. 81–94.
7. Глухарев К. К., Потёмкин Б. А., Фролов К. В., Сиренко В. Н. Элементы нелинейной теории колебаний в анализе биомеханики тела человека // *Виброзащита человека-оператора и вопросы моделирования* / отв. ред. К. В. Фролов. М.: Наука, 1973. С. 12–22.
8. Demic M. S., Lukic J. K. Human body under two-directional random vibration // *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*. 2008. Vol. 27. N 3. P. 185–201.
9. Qiu Y., Griffin M. J. Biodynamic response of the seated human body to single-axis and dual-axis vibration: effect of backrest and non-linearity // *Industrial Health*. 2012. Vol. 50. N 1. P. 37–51.
10. Muksian R., Nash C. D. On frequency-dependend damping coefficient in lumped-parameter models of human being // *Journal of Biomechanics*. 1976. Vol. 9. P. 339–342.
11. Wan Y., Schimmels J. M. A simple model that captures the essential dynamics of a seated human exposed to whole body vibration // *Advances in Bioengineering*. 1995. Vol. 31. ASME publ. BED (Bioengineering Division). P. 333–334.
12. Liu C., Qiu Y., Griffin M. J. Dynamic forces over the interface between a seated human body and a rigid seat during vertical whole-body vibration // *Journal of Biomechanics*. 2017. Vol. 61. N 16. P. 176–182.
13. Bai Xian-Xu, Xu Shi-Xu, Cheng Wei, Qian Li-Jun. On 4-degree-of-freedom biodynamic models of seated occupants: Lumped-parameter modeling // *Journal of Sound and Vibration*. 2017. Vol. 402. N 18. P. 122–141.
14. Abbas W., Abouelatta O. B., El-Azab M., Elsaiedy M., Megahed A. A. Optimization of biodynamic seated human models using genetic algorithms // *Engineering*. 2010. Vol. 2. P. 710–719.
15. Boileau P. E., Rakheja S. Whole-body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver: measurement and model development // *International Journal of Ind. Ergonomics*. 1998. Vol. 22. P. 449–472.
16. Zhang E., Xu L. A., Liu Z. H., Li X. L. Dynamic modeling and vibration characteristics of multi-DOF upper part system of seated human body // *Chine Journal of Engineering Design*. 2008. Vol. 15. P. 244–249.

Статья поступила в редакцию 7 августа 2019 г.

Статья принята к печати 7 ноября 2019 г.

Контактная информация:

Трегубов Владимир Петрович — д-р физ.-мат. наук, проф.; v.tregubov@spbu.ru

Егорова Надежда Константиновна — аспирант; nadezhda_ego@mail.ru

On the uniqueness of the solution to the problem of determining the parameters of mechanical models of the human body exposed to vibration

V. P. Tregubov, N. K. Egorova

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab.,
St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Tregubov V. P., Egorova N. K. On the uniqueness of the solution to the problem of determining the parameters of mechanical models of the human body exposed to vibration. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2019, vol. 15, iss. 4, pp. 565–577. <https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.412> (In Russian)

The article presents an analysis of experimental studies of the human body behavior under vibration. The results of these studies are the basis for the construction of the human body mechanical models, which are used in the construction of vibration protection systems. The main attention is paid to solving the problem of determining the mechanical model parameters and solving the problem of the uniqueness for this problem solution. Deciding on a single set of model parameter values is crucial to creating a vibration protection system. Unfortunately, this problem has not been investigated before. In this regard, the possibilities of obtaining a unique solution having available the experimental seat-to-head transmissibility or modulus of the input mechanical impedance have been studied. On the example of mechanical models with two degrees of freedom, it has been shown that in general this problem has no unique solution. In addition, for each type of experimental results it was established what additional experimental data were you need to get for the problem to have a single solution. In particular, it is necessary to know not only the transmission from the seat to the head but also the transmission from the seat to each part of the model.

Keywords: transfer function, seat-to-head transmissibility, input mechanical impedance, mechanical model, human body.

References

1. Von Bekesy G. Ueber die Empfindlichkeit des stehenden und sitzenden Menschen gegen sinusförmige Erschütterungen. *Akustische Zeitschrift*, 1939, vol. 4, pp. 360–369.
2. Coermann R. R. The mechanical impedance of the human body in sitting and standing position at low frequencies. *Human factor*, 1962, vol. 4, pp. 227–253.
3. Potemkin B. A., Frolov K. V. Postroenie dinamicheskoy modeli telacheloveka-operatora, podverzhennogo deistviyu širokopolosnykh sluchainykh vibratsiy [Construction of dynamic model of human body for man-operator exposed to broadband random vibrations]. *Vibration-isolation of machine and vibration-protection of man-operator*. By otv. red. K. V. Frolov. Moscow, Nauka Publ., 1973, pp. 17–30. (In Russian)
4. Griffin M. J. Vertical vibration of seated subjects: effects of posture, vibration level, and frequency. *Aviation Space and Environmental Medicine*, 1975, vol. 46, pp. 269–276.
5. Paddan G. S., Griffin M. J. The transmission of translational seat vibration to the head — I. Vertical seat vibration. *Journal of Biomechanics*, 1988, vol. 21, iss. 3, pp. 191–197.
6. Fairley T. E., Griffin M. J. The apparent mass of the seated human body. Vertical vibration. *Journal of Biomechanics*, 1989, vol. 22, no. 2, pp. 81–94.
7. Glukharev K. K., Potemkin B. A., Frolov K. V., Sirenko V. N. Elementy nelineynoy teorii kolebaniy v analize biomehaniki telacheloveka [Elements of nonlinear theory oscillations in the analysis

of human body biomechanics]. *Vibration-protection of man-operator and the issues of modeling*. By otv. red. K. V. Frolov. Moscow, Nauka Publ., 1973, pp. 17–30. (In Russian)

8. Demic M. S., Lukic J. K. Human body under two-directional random vibration. *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*, 2008, vol. 27, no. 3. pp. 185–201.

9. Qiu Y., Griffin M. J. Biodynamic response of the seated human body to single-axis and dual-axis vibration: effect of backrest and non-linearity. *Industrial Health*, 2012, vol. 50, no. 1, pp. 37–51.

10. Muksian R., Nash C. D. On frequency-depended damping coefficient in lumped-parameter models of human being. *Journal of Biomechanics*, 1976, vol. 9, pp. 339–342.

11. Wan Y., Schimmels J. M. A simple model that captures the essential dynamics of a seated human exposed to whole body vibration. *Advances in Bioengineering*, 1995, vol. 31, ASME-publ. BED (Bioengineering Division), pp. 333–334.

12. Liu C., Qiu Y., Griffin M. J. Dynamic forces over the interface between a seated human body and a rigid seat during vertical whole-body vibration. *Journal of Biomechanics*, 2017, vol. 61, no. 16, pp. 176–182.

13. Bai Xian-Xu, Xu Shi-Xu, Cheng Wei, Qian Li-Jun. On 4-degree-of-freedom biodynamic models of seated occupants: Lumped-parameter modeling. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, vol. 402, no. 18, pp. 122–141.

14. Abbas W., Abouelatta O. B., El-Azab M., Elsaidy M., Megahed A. Optimization of biodynamic seated human models using genetic algorithms. *Engineering*, 2010, vol. 2, pp. 710–719.

15. Boileau P. E., Rakheja S. Whole-body vertical biodynamic response characteristics of the seated vehicle driver: measurement and model development. *International Journal of Ind. Ergonomics*, 1998, vol. 22, pp. 449–472.

16. Zhang E., Xu L. A., Liu Z. H., Li X. L. Dynamic modeling and vibration characteristics of multi-DOF upper part system of seated human body. *Chine Journal of Engineering Design*, 2008, vol. 15, pp. 244–249.

Received: August 07, 2019.

Accepted: November 07, 2019.

Author's information:

Vladimir P. Tregubov — Dr. Sci. in Physics and Mathematics, Professor; v.tregubov@spbu.ru

Nadezhda K. Egorova — Postgraduate Student; nadezhda_ego@mail.ru