

## Отзыв

научного руководителя о диссертации Григорьева Юрия Александровича “Геометрические методы исследования интегрируемых и суперинтегрируемых систем в классической механике”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Представленная к защите диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук посвящена развитию инвариантных геометрических методов исследования конечномерных гамильтоновых систем классической механики. Так как одной из основных целей работы является возможность дальнейшего использования разработанных методов в квантовой механике, то основной акцент сделан на развитии не локальных, а глобальных методов исследования, а именно на методе разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.

Первая часть работы может быть отнесена к экспериментальной математике. Система уравнений Леви-Чивита, которые для систем натурального вида с интегралами движения второго порядка по импульсам были переписаны Эйзенхартом и Бененти в инвариантной форме благодаря использованию теории тензоров Киллинга, является очень сильно переопределенной системой дифференциальных уравнений. В диссертации обсуждается алгоритм выбора стратегии решения таких переопределенных систем, который позволяет выбрать оптимальную стратегию и получить решения данной системы уравнений за разумное время. Созданное на основе данного алгоритма открытое программное обеспечение используется в различных Университетах.

Вторая часть работы посвящена исследованию конечномерных суперинтегрируемых систем, которые в классическом случае обладают периодическими траекториями, а в квантовом случае имеют вырожденный спектр. В качестве инструмента используется, как и ранее, метод разделения переменных и теория абелевых интегралов. В основном теория абелевых интегралов, теоремы сложения, теория накрытий алгебраических кривых и т.д. были созданы Якоби, Ришело, Вейерштрассом и многими другими в 18 веке и в настоящее время активно используются, например, в криптографии, теории числе и т.д. Тем более странно, что этот инструмент практически никак не использовался в классической механике. В диссертации предложен метод построения и классификации суперинтегрируемых систем в котором используются теоремы сложения для абелевых интегралов. В качестве примера проведена полная классификация двумерных систем типа Эйлера. Заметим, что уже после создания этого метода теоремы сложения стали использовать

и в квантовом случае, например при доказательстве квантовой суперинтегрируемости ТТW систем.

Третья часть работы посвящена поиску алгоритма построения переменных разделения для интегрируемых систем с интегралами движения старших степеней по импульсам. После работ Ковалевской, Чаплыгина и Склянина стало понятно, что для таких систем соответствующие переменные разделения связаны с исходными переменными каноническими преобразованиями всего фазового пространства общего вида, т.е. не точечными преобразованиями конфигурационного пространства, которые используются в теории Эйзенхарта-Бененти. Основная проблема в том, что такие ключевые понятия как метрика, кинетическая энергия, потенциал и т.д. не инвариантны относительно канонических преобразований общего вида. Для построения подобных преобразований для конкретных интегрируемых систем в диссертации разрабатывается идея тензоров Пуассона натурального вида, т.е. тензоров, которые, как и функция Гамильтона, в исходных физических переменных являются суммой кинетического и потенциального слагаемых. В качестве примера построены новые переменные разделения для некоторых двумерных интегрируемых систем.

Полученные Ю.А. Григорьевым результаты были своевременно опубликованы в различных журналах мирового уровня и неоднократно обсуждались на различных международных конференциях.

По моему мнению, данная диссертационная работа соответствует всем критериям, установленным «Положением о порядке присуждения учёных степеней», и её автор заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – «теоретическая физика».

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук,  
профессор СПбГУ



А. В. Цыганов

