

В диссертационный совет Д 212.232.24 при Санкт-Петербургском
государственном университете

«УТВЕРЖДАЮ»

Зам. директора по науке

Федерального государственного
бюджетного учреждения науки

Института машиноведения

им. А. А. Благонравова РАН

к.т.н. Р. Ю. Сухоруков



ОТЗЫВ

Ведущей организации Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН) на диссертационную работу Григорьева Юрия Александровича «Геометрические методы исследования интегрируемых и суперинтегрируемых систем в классической механике», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

1. Актуальность темы диссертации

Представленная работа посвящена методам исследования конечномерных интегрируемых и суперинтегрируемых систем классической механики. При интегрировании конечномерных гамильтоновых систем путём решения уравнения Гамильтона-Якоби одним из важнейших факторов, влияющих на возможность нахождения решения, является выбор подходящей замены переменных. В настоящее время активно развиваются геометрические методы решения этой задачи, позволяющие найти переменные разделения, интегралы движения и связать интегрируемую систему с объектами симплектической, пуассоновой геометрий, получая новую информацию о характерных свойствах таких систем. Диссертационную работу Григорьева Ю. А., направленную на развитие геометрических методов исследования гамильтоновых систем, следует считать актуальной.

2. Содержание диссертации

Представленная на рецензию диссертация общим объёмом 92 страницы состоит из введения, обзора литературы, четырёх глав и списка используемых источников из 103 наименований.

Работа посвящена методам разделения переменных, построения интегралов движения, классификации и построения новых интегрируемых по Лиувиллю гамильтоновых систем.

Во введении обосновывается выбор темы исследования, приводятся основные результаты и положения, выносимые на защиту, обсуждается их обоснованность, достоверность и новизна.

В обзоре литературы приводится обзор существующих на сегодняшний день результатов в теории интегрируемых систем классической механики и квантовых интегрируемых систем, приводится историческая справка о развитии этой области теоретической физики и связь с другими направлениями исследований.

В первой главе вводятся основные определения, используемые в диссертации. Приводится теорема Лиувилля, определяются понятия интегрируемости и суперинтегрируемости, разделения переменных. Приведены определения систем с гамильтонианом натурального вида, систем Штеккеля, приводятся уравнения Леви-Чивита, являющиеся критерием интегрируемости уравнения Гамильтона-Якоби методом разделения переменных.

Вторая глава посвящена разделению переменных для L -систем. Рассматриваются системы классической механики, для которых можно построить L -тензор – конформный тензор Киллинга с нулевым кручением Ниейнхейса, порождающий расслоение риманова пространства, в котором задана система, на гиперповерхности, называемое вебом Штеккеля. Переменные разделения для рассматриваемой системы являются собственными значениями L -тензора, метод явного построения которого был предложен Бененти; автором данный метод был реализован в системе компьютерной алгебры Maple. Помимо переменных движения по L -тензору можно построить оператор рекурсии, входящий в систему рекуррентных уравнений, решение которых даёт возможность получить интегралы движения. Реализация данного метода в системе компьютерной алгебры Maple была опробована на различных интегрируемых системах, в качестве примера в работе приведены система Неймана и система Холта, как более сложные случаи, требующие предварительной замены переменных до применения рассматриваемого метода.

Третья глава посвящена методам исследования суперинтегрируемых систем. Используя результат Эйлера о существовании алгебраического интеграла у дифференциального уравнения специального вида, автор

предлагает метод классификации суперинтегрируемых систем с гамильтонианом натурального вида, ставя их в соответствие набору параметров гиперэллиптической кривой, которая после точечной замены переменных порождает разделённые уравнения, соответствующие таковым для систем Штеккеля. Данный метод, будучи применённым для систем с гамильтонианом натурального вида с определённым видом кинетической части, позволил построить в рамках единой классификации пять систем типа Эйлера, в явном виде полученных Драшем и другими исследователями. Обобщение результатов Эйлера на случай уравнений Абеля, предложенное Ришелло, позволило развить данный метод и использовать его для построения суперинтегрируемых систем с дополнительными интегралами Ришелло, допускающих разделение переменных в данной ортогональной системе координат.

В четвёртой главе обсуждается метод разделения переменных для более широкого класса бигамильтоновых систем. Системы, построить L-тензор для которых невозможно, всё же могут обладать оператором рекурсии, получить который можно, используя информацию о бигамильтоновой структуре данной системы. Найдя бивекторы Пуассона для данной системы из уравнений, описывающих нахождение интегралов системы в инволюции относительно скобок Пуассона и совместимость этих скобок, можно построить оператор рекурсии, а по нему – переменные разделения и разделённые уравнения. В качестве примера рассмотрены обобщённая система Энона-Эйлеса и обобщённая система с потенциалом четвёртого порядка, для которых для самого общего случая построены новые переменные разделения и разделённые уравнения, при этом вычисления используют только определения систем через гамильтониан и дополнительный интеграл, не опираясь на неизвестные для общего случая матрицы Лакса данных систем.

3. Основные результаты, полученные автором, практическая значимость и новизна

1. Осуществлена практическая реализация метода разделения переменных и построения интегралов движения для систем Бененти. Созданное программное обеспечение может применяться в исследованиях интегрируемых и суперинтегрируемых систем.
2. Построена классификация систем типа Эйлера на основе теорем сложения. Сведение пяти полученных разными исследователями систем в единую классификацию позволяет лучше понять общие свойства интегрируемых систем.
3. Предложен метод построения суперинтегрируемых систем для заданной ортогональной системы координат, позволяющий легко

получать суперинтегрируемые системы и находить их интегралы движения.

4. Построены новые переменные разделения и разделённые уравнения для обобщённой системы Энона-Эйлеса и обобщённой системы с интегралом четвёртой степени для импульсов, что является новым результатом для самого общего случая в данных системах.

4. Достоверность полученных результатов

Основные положения и выводы, приведённые в работе, обоснованы и достоверны. Достоверность результатов подтверждается корректным использованием математического аппарата и воспроизводимостью доказательств математических утверждений.

Результаты исследования проверялись применением использованных методов к уже исследованным другими способами динамическим системам, а также применялись на практике в научной работе, результаты которой публиковались в рецензируемых журналах.

5. Замечания по работе

Замечания по диссертации сводятся к нескольким методическим моментам:

1. Автор, увлекаясь возможными приложениями разработанных им методов, не уделил достаточного внимания их дальнейшему развитию и обобщению. Например, за рамками работы осталось различные существующие методы исследования интегрируемых систем, такие как методы топологического анализа, техника конечно зонного интегрирования, метод классической R-матриц, квантовый метод обратной задачи и т.д. Имело бы смысл практически сравнить возможности этих методов с методами би-гамильтоновой геометрии хотя бы для некоторых основных моделей, рассмотренных в работе.
2. Второе замечание относится к форме диссертационной работы. Содержащаяся в ней методическая часть недостаточна. Определения и описание свойств математических объектов иногда приводится не в общем виде, а в адаптированном к конкретному приложению виде и объеме.
3. К числу недостатков работы так же следует отнести некоторую хаотичность в изложении.

6. Значение выполненной работы для науки и практики

Полученные автором новые результаты носят в основном теоретический характер и развивают представления о конечномерных интегрируемых системах классической механики, касающиеся переменных разделения, интегралов движения, общих характеристик интегрируемых и

суперинтегрируемых систем и их классификации. Разработанные методы построения и классификации позволяют получать целые семейства новых интегрируемых и суперинтегрируемых систем. Метод разделения переменных, основанный на поиске бигамильтоновой структуры, может применяться к другим интегрируемым системам.

Вместе с тем, созданное программное обеспечение может быть использовано на практике для исследования конкретных интегрируемых и суперинтегрируемых систем с интегралами второго и более высоких порядков по импульсам, а также в образовательном процессе по курсу «Теоретическая механика».

7. Соответствие диссертации и автореферата публикациям автора

Автореферат и содержание диссертации соответствуют публикациям автора. Автореферат в должной мере отражает содержание диссертации.

8. Заключение

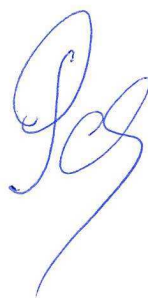
Подводя итог, можно сказать, что представленная работа является законченным исследованием, в котором автором получены новые результаты и научные положения, обладающие как теоретическим, так и практическим содержанием, направленным на развитие такой области знаний, как теоретическая физика. Эта работа соответствует специальности «Теоретическая физика» и существенно дополняет имеющиеся результаты в области теории интегрируемых систем.

Приведённые выше замечания не снижают высокого уровня представленной работы. Тема диссертации актуальна, полученные результаты имеют научную новизну и ценность. Основные положения и выводы, представленные в работе, обоснованы и достоверны.

Диссертационная работа удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а её автор, Григорьев Юрий Александрович, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – «Теоретическая физика».

Диссертация рассмотрена на научном семинаре отдела Виброакустики машин.

Главный научный сотрудник
ИМАШ РАН, д.ф.-м.н.



С.М. Рамоданов