ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 177, № 3
декабрь, 2013

Ю. А. Григорьев*, **В. А. Худобахшов***, **А. В. Цыганов***

РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ С ИНТЕГРАЛОМ ДВИЖЕНИЯ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ

Построены переменные разделения для интегрируемых деформаций Яхьи в случае волчка Ковалевской и системы Чаплыгина на сфере. В общем случае соответствующие квадратуры представляют собой отображение Абеля–Якоби на двумерном подмногообразии якобиана алгебраической кривой рода три, которая не является гиперэллиптической.

Ключевые слова: бигамильтонова геометрия, разделение переменных, волчок Ковалевской.

DOI: 10.4231/tmf8556

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах Яхьи найдено несколько интегрируемых деформаций волчка Ковалевской и системы Чаплыгина на сфере, т. е. при нулевом значении интеграла площадей (см. работы [1], [2] и более ранние, перечисленные в них). В настоящей работе мы строим переменные разделения для двух таких деформаций, следуя методу, предложенному в статьях [3], [4].

Чтобы описать фазовое пространство, рассмотрим алгебру Ли $e^*(3)$ группы Ли $E(3)$ движений трехмерного евклидова пространства. Физические координаты для динамической системы задаются с помощью вектора Пуассона $x=(x_1,x_2,x_3)$ и вектора углового момента $J=(J_1,J_2,J_3)$. Скобка Ли–Пуассона в этом случае задается следующими соотношениями:

$$\{J_i,J_j\}=\varepsilon_{ijk}J_k,\qquad \{J_i,x_j\}=\varepsilon_{ijk}x_k,\qquad \{x_i,x_j\}=0, \tag{1}$$

где ε_{ijk} – полностью антисимметричный тензор. Эта скобка Пуассона обладает функциями Казимира

$$C_1=|x|^2\equiv\sum_{k=1}^3 x_k^2,\qquad C_2=(x,J)\equiv\sum_{k=1}^3 x_kJ_k.$$

*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия.
E-mail: yury.grigoryev@gmail.com, vitaly.khudobakhshov@gmail.com, andrey.tsiganov@gmail.com