Моделирование процессов воздействия информации о проверках на риск-статусы и уклонения налогоплательщиков

Е. А. Губар, Е. М. Житкова, С. Ш. Кумачева, Г. А. Томилина

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: Губар Е. А., Житкова Е. М., Кумачева С. Ш., Томилина Г. А. Моделирование процессов воздействия информации о проверках на риск-статусы и уклонения налогоплательщиков // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2019. Т. 15. Вып. 2. С. 245–258.

<https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.208>

К наиболее значимым функциям налоговой системы, характеризующим различные аспекты ее деятельности, относятся фискальная, социальная, регулирующая, распределительная, стимулирующая и контрольная. Для реализации корректной работы каждой из этих функций необходимо осуществление налогового контроля, важной частью которого являются налоговые проверки. Однако в более ранних работах было показано, что осуществление налоговых проверок с оптимальной вероятностью — дорогостоящая процедура. В силу ограниченности бюджета налоговых органов такие проверки не всегда осуществимы. Поэтому для увеличения собираемости налогов следует применять дополнительные способы стимуляции налогоплательщиков к честной выплате налогов. В данной работе исследована модель налогового контроля, рассматривающая в качестве дополнительной стимуляции выплат распространение информации о возможном налоговом аудите в среде налогоплательщиков. В рамках эволюционного подхода к моделированию как агентов популяции рассматриваются налогоплательщики, обладающие различными риск-статусами: риск-склонные, риск-нейтральные и риск-избегающие. Идея распространения информации в популяции исследована на основе марковского процесса в сетях с различной структурой. Изучено влияние указанной информации на окончательное распределение риск-статусов и налоговых уклонений налогоплательщиков. Проведена серия экспериментов по моделированию сетей и процесса распространения информации в них. Рассмотрены модели с искусственно внедренными центрами влияния и в их отсутствие. Представлен сравнительный анализ полученных результатов.

Ключевые слова: налоговые проверки, риск-склонность, распространение информации, марковские процессы на сети, динамика мнений.

1. Введение. В настоящее время невозможно недооценивать влияние информации на многие сферы деятельности человека — экономику, здравоохранение, бизнес-процессы, образование и др., в том числе и на налоговую систему, которая выполняет фискальную, социальную, регулирующую, стимулирующую и контрольную функции. Все участники налоговой системы, как налоговые органы, так и налогоплательщики, стремятся использовать информацию о поведении друг друга в своих интересах. В исследованиях [1–4] были применены теоретико-игровой и вероятностный подходы к моделированию налогообложения, в которых строго математически показана неэффективность всеобщего налогового аудита. Опираясь на полученные ранее результаты, в качестве инструмента налогового регулирования в настоящей работе рассматривается модель, включающая в себя процесс распространения информации о будущих налоговых проверках среди налогооблагаемого населения с целью стимулирования

налоговых выплат. С одной стороны, налоговые сборы играют очень важную роль во многих социальных институтах и повышают эффективность распределительной и социальной функций налоговой системы [5], с другой, — отдельные экономические агенты предпочитают уклоняться от налогообложения, осознанно занижая свой декларируемый доход.

Сделаем несколько вводных предположений. Пусть, согласно [6], каждый агент выбирает стратегию поведения в зависимости от собственной склонности к риску. С точки зрения эволюционного анализа уклонений от налогообложения в обществе [7, 8], на поведение налогоплательщика также оказывают существенное влияние информация от его социальных контактов, а также параметры, определяющие состояние экономической среды. Известно, что среди налогооблагаемого населения каждый агент обладает различной склонностью к риску: неприятие риска, нейтральность к нему и предпочтение. Следуя более ранним работам, посвященным распространению информации о налоговых проверках [9–11], допустим, что полученная от социальных контактов информация корректирует поведение налогоплательщиков и помогает налоговым органам поддерживать необходимый уровень собираемости налогов. Отметим, что в отличие от [9–11] в настоящей статье рассматриваются разные типы информации и их комбинации, распространяемые в среде налогоплательщиков. Структура популяции налогоплательщиков моделируется как сети с неодинаковой топологией, где узлами являются агенты, а ребра отображают социальные связи между ними.

Ранее проблематика достижения консенсуса мнений в сети была исследована в 1974 г. М. Де Гроотом [12], где модель динамики мнений базировалась на марковском процессе [13]. Вопросы об информационном влиянии, основанном на случайных процессах в сети, также изучались в [14, 15].

В данной работе построена эволюционная модель налогового контроля и проанализировано поведение агентов с помощью марковского процесса, представленного в модели Де Гроота. Проведена серия экспериментов, иллюстрирующих возможные экономические сценарии.

2. Статическая модель. Применяя результаты [4, 6], рассмотрим популяцию, состоящую из n налогоплательщиков. Налогоплательщиком будем считать физическое лицо и в качестве налога соответственно его подоходный налог. Каждый агент такой популяции может быть охарактеризован истинным уровнем ξ своего дохода и при этом декларировать его как η в текущем налоговом периоде, $\eta \leq \xi$. Для упрощения дальнейших рассуждений предположим, что обе переменные — истинный и декларируемый уровни дохода — могут принимать три значения: L , M и H , где $0 < L < M < H$ (что является упрощенной модификацией моделей [3, 16]). В силу этого, население состоит из трех групп: агенты с высоким уровнем истинного дохода H (число агентов в группе n_H), агенты со средним уровнем M (численность группы n_M) и группа агентов с низким уровнем L (численность n_L):

$$n_L + n_M + n_H = n.$$

Таким образом, в рамках исследуемой модели возможны следующие профили налоговых уклонений [3, 16], представимых формально следующим образом:

- 1) $\eta(\xi) = L(H)$;
- 2) $\eta(\xi) = L(M)$;
- 3) $\eta(\xi) = M(H)$.

Налоговая проверка тех, кто декларировал $\eta = L$, осуществляется налоговыми органами с вероятностью P_L в течение каждого налогового периода; декларировавшие $\eta = M$ проверяются с вероятностью P_M . Необходимость проверять тех, кто декларировал $\eta = H$, отсутствует, поскольку они *a priori* не являются уклоняющимися.

Предположим, что налоговые проверки абсолютно эффективны, т. е. выявляют существующее уклонение во всех рассматриваемых случаях. Если по результатам проверки обнаружено существующее налоговое уклонение, уклоняющийся должен выплатить свою налоговую недоимку и штраф, пропорциональный уровню уклонения, т. е. $(\theta + \pi)(\xi - \eta)$, где постоянные коэффициенты θ и π — налоговая и штрафная ставки соответственно. Стоимость осуществления одной налоговой проверки тоже постоянна и составляет c .

Приведем функции выигрыша налогоплательщиков для различных способов их поведения:

$$\begin{aligned} u(L(L)) &= (1 - \theta) \cdot L, \\ u(M(M)) &= (1 - \theta) \cdot M, \\ u(H(H)) &= (1 - \theta) \cdot H, \\ u(L(H)) &= H - \theta L - P_L(\theta + \pi)(H - L), \\ u(M(H)) &= H - \theta M - P_M(\theta + \pi)(H - M), \\ u(L(M)) &= M - \theta L - P_L(\theta + \pi)(M - L). \end{aligned}$$

В [2–4] было получено «пороговое» значение P^* вероятностей проверки P_L и P_M , которые в условиях информированности агентами об их значениях являются критическими для принятия решения об уклонении («Пороговое правило»). Согласно указанному правилу, риск-нейтральные агенты могут менять свое решение об уклонении:

- 1) с H до M , если $P_M = P^*$;
- 2) с M до L , если $P_L = P^*$;
- 3) с H до L , если $P_L = P^*$ и $P_M = P^*$ одновременно, где

$$P^* = \frac{\theta}{\theta + \pi}. \quad (1)$$

Однако, так как бюджет налоговых органов существенно ограничен, достижение этих значений вероятности проверки практически неосуществимо. Таким образом, налоговым органам необходимо обращаться к дополнительным средствам, стимулирующим налогоплательщиков выплачивать налоги в соответствии с истинным уровнем своего дохода. В качестве такого способа стимуляции выберем распространение информации о будущих проверках, в которой завышены реальные показатели планируемой для проверки доли налогоплательщиков. В силу предположения модели о том, что рассматриваются три уровня дохода налогоплательщиков, возможен вброс двух типов информации: $P_L \geq P^*$ и $P_M \geq P^*$.

Каждый агент системы стремится повысить личное благосостояние. В то же время обеспечение населения социальными благами является одной из функций налоговой системы [5]. Из-за этого основной количественной характеристикой эффективности налогообложения служит чистый доход налоговой системы, получаемый как суммарный налог, собранный с населения, за вычетом общих расходов, направленных на обеспечение налогового контроля.

Определим чистый доход налоговой системы для двух различных ситуаций. В первом случае TTR_1 — чистый доход налоговых органов в отсутствие информации, когда к единственным неуклоняющимся налогоплательщикам относятся риск-избегающие агенты, доля которых среди всего населения составляет ν_a :

$$\begin{aligned} TTR_1 = & n_L \theta L + \nu_a \theta (n_M M + n_H H) + \\ & + (1 - \nu_a) (\theta + \pi) (P_L (n_M (M - L) + \\ & + n_H (H - L)) + P_M n_H (H - M)) - \\ & - n (P_L + P_M) c. \end{aligned} \quad (2)$$

Во втором случае TTR_2 — чистый доход налоговых органов в ситуации, когда в первоначальный момент времени был проведен информационный вброс, затем полученная информация о проверках распространялась агентами при общении друг с другом, после чего вся система через некоторое время стабилизировалась (распространение информации завершилось):

$$\begin{aligned} TTR_2 = & n_L \theta L + \nu_a \theta (n_M M + n_H H) + \\ & + \nu_{inf}^T \theta (n_M M + n_H H) + \nu_{ev}^T (\theta (n_M + n_H) L + \\ & + (\theta + \pi) (P_L (n_M (M - L) + \\ & + n_H (H - L)) + P_M n_H (H - M))) - \\ & - n ((P_L + P_M) c + \nu_{inf}^0 c_{inf}). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ν_{inf}^T, ν_{ev}^T — соответственно доли тех, кто воспринял информацию и ее проигнорировал и продолжает уклоняться в конечный момент (в стационарном состоянии системы), ν_{inf}^0 — размер информационного вброса (доля информированных в первоначальный момент времени $\nu_{inf}^0 = \nu_{inf}(t_0)$), c_{inf} — удельная цена такого вброса. При этом одним из основных предположений модели является то, что вброс обходится налоговым органам существенно дешевле налоговой проверки: $c_{inf} < c$.

3. Сетевая модель. Заметим, что социальные связи каждого налогоплательщика могут быть представлены в виде сетей с различной топологией [9–11]. Каждый агент популяции относится к полученной информации в зависимости от личной склонности к риску и окружающей его социальной среды.

Для моделирования процесса распространения информации о проверках в сети налогоплательщиков, происходящего следом за информационным вбросом, рассмотрим алгоритм, основанный на марковском процессе, аналогичном изложенному в [12].

В рамках данной модели будем исследовать возможность вброса двух типов информации: $P_L \geq P^*$ и $P_M \geq P^*$. Следовательно, получим следующие варианты информационного воздействия:

1) вбрасывать оба типа информации поочередно, тем самым стимулируя налогоплательщиков не уклоняться только в одной из групп;

2) вбрасывать оба типа информации одновременно, стимулируя каждого платить налоги в соответствии с истинным уровнем его дохода.

Алгоритм, основанный на марковском процессе на сети. Будем рассматривать налогооблагаемое население как направленную сеть $G = (N, P)$, где N — множество экономических агентов (в текущем исследовании это конечное, но большое множество $N = \{1, \dots, n\}$), а P — стохастическая матрица связей: ее элементы зависят от наличия социальных связей между агентами, которые не являются строго детерминированными. В случае, когда между налогоплательщиками i и j существует социальная связь, элемент данной матрицы строго положителен: $p_{ij} > 0$ ($i, j \in N$);

причем значение этого параметра близко к 1, если у i -го агента есть основания предполагать, что j -й агент обладает экспертными знаниями о вероятности проверки, и близко к 0 в противном случае. Матрица P может иметь разные модификации, которые определяют соответствующие варианты структуры сети. Эти варианты могут быть обобщены и классифицированы.

Предположим, что в начальный момент времени каждый налогоплательщик из N обладает некоторым представлением $f_{L_i}^0$ и $f_{M_i}^0$ о значениях вероятностей проверок P_L и P_M соответственно. Такие параметры характеризуют первоначальную (природную, или психологическую) склонность i -го агента к риску. Более того, будем считать, что он принимает решение об уклонении от налогов, сопоставляя $f_{L_i}^0$ и $f_{M_i}^0$ со значением вероятности проверки (1), являющимся порогом чувствительности для всех налогоплательщиков в популяции. В соответствии с «пороговым правилом», одна из формулировок которого была представлена в [3] и обобщена в п. 2, получаем, что i -й налогоплательщик уклоняется от уплаты налогов при условиях $f_{L_i}^0 < P^*$ и $f_{M_i}^0 < P^*$, а при превышении порога P^* предпочитает не рисковать.

Взаимодействие налогоплательщиков приводит к обновлению их представлений о вероятности проверки на каждой итерации:

$$f_{L_i}^k = \sum_{j=1}^n p_{ij} f_{L_j}^{k-1},$$

аналогично для $f_{M_i}^k$.

Взаимодействие продолжается бесконечно или до момента, когда при некотором k для всех i не будут выполнены условия

$$f_{L_i}^k \approx f_{L_i}^{k-1} \quad (4)$$

и

$$f_{M_i}^k \approx f_{M_i}^{k-1}. \quad (5)$$

Изменения на каждой итерации значений $f_{L_i}^k$ и $f_{M_i}^k$ приводят к пересмотру риск-статуса i -м агентом: чем меньше $f_{L_i}^k$ и $f_{M_i}^k$, тем выше склонность к риску данного налогоплательщика.

Для того чтобы осуществить вброс информации о возможных величинах вероятности будущих проверок, налоговым органам необходимо проинформировать нужным образом хотя бы одного агента из популяции. Более того, если в сети имеется налогоплательщик с хорошей репутацией, знание которого о значении вероятности проверки может рассматриваться другими как экспертное мнение, налоговые органы могут использовать это, чтобы увеличить свое влияние на процесс распространения информации по сети.

Предположим теперь, что в естественную сетевую популяцию экономических агентов могут быть искусственно внедрены информационные центры (аналогично «центрам влияния» в работе [14]). Здесь и далее под информационными центрами подразумеваются агенты, стремящиеся «убедить» остальных в определенном значении вероятности проверки.

Роль такого информационного центра может выполнять любой из налогоплательщиков $l \in N$. Пусть S — множество агентов, для которых выполняется условие $p_{lj} > 0$, $l \neq j$. Присвоим информационному центру параметр $\alpha_{\mu l}$, выражающий степень его уверенности в значении $f_{\mu l}^0$, где $\mu \in \{L, M\}$. Тогда после внедрения информационного центра обновленные элементы l -й строки матрицы P будут иметь такой вид:

$$p_{lj} = \begin{cases} \alpha_{\mu_l}, & l = j, \\ \frac{1-\alpha_{\mu_l}}{|S|}, & j \in S, \\ 0, & j \notin S, l \neq j, \end{cases}$$

где μ принимает одно из значений из бинарного множества $\{L, M\}$ в зависимости от того, какой тип информации распространяет данный информационный центр.

С помощью описанной модели можно представить стремление налоговых органов завязать представления популяции налогоплательщиков о значениях вероятностей будущей проверки. В таком случае параметры информационного центра $f_{\mu_l}^0 = 1$, $\alpha_{\mu_l} \approx 1$.

4. Численное моделирование. Предложенный подход к моделированию налогового контроля с учетом распространения среди налогоплательщиков стимулирующей информации предоставляет для анализа множество разных сценариев. Для этого в рамках текущего проведения численные эксперименты с помощью специально подготовленного программного продукта, подробное описание работы которого представлено в [17].

Были рассмотрены случаи распространения информации по сети без информационных центров, а также с одним и двумя информационными центрами, распространяющими различные типы информации о значениях вероятности проверок P_L и P_M .

Параметры экспериментов. Численный эксперимент проводится в предположении, что все налогоплательщики обладают разной склонностью к риску. Опираясь на результаты психологического исследования [18], посвященного отношению к риску разнообразных социальных групп, будем использовать следующее распределение: доля склонных к риску агентов среди всей популяции налогоплательщиков достигает 18 %, доля риск-нейтральных агентов — 65 %, риск-избегающих — 17 %.

В качестве исходных значений параметров использовались статистические данные по распределению доходов среди населения Российской Федерации за 2017 г., взятые с официального сайта Службы государственной статистики [19]. В соответствии с рассматриваемой моделью объединим группы налогооблагаемого населения, представленные официальной статистикой, в три группы по уровню дохода: низкий, средний и высокий (L , M и H). Далее для каждой из этих групп вычисляются средние уровни дохода L , M и H как математические ожидания равномерного распределения и распределения Парето [20] и соответствующие этим уровням доли общей популяции (табл. 1) [21].

Таблица 1. Три смоделированные группы и средний доход

Группа	Интервал, руб. в мес.	Средний уровень дохода	Доля населения, %
L	Ниже 17 000	$L = 8\,500$	23.1
M	17 000–50 000	$M = 33\,500$	56.0
H	Свыше 50 000	$H = 100\,000$	20.9

Для всех проведенных экспериментов, согласно заложенному в модель экономическому смыслу, фиксировались следующие параметры:

- значение налоговой ставки $\theta = 13\%$ равно ставке подоходного налога физических лиц в Российской Федерации;
- значение штрафной ставки $\pi = 13\%$ равно налоговой (тем самым в случае выявления уклонения налоговая недоимка удваивается);

- при параметрах $\theta = 13\%$ и $\pi = 13\%$ пороговое значение вероятности проверки, вычисленное по формуле (1), равно $P^* = 0.5$, что труднодостижимо с позиции бюджета налоговых органов;

- фактические значения вероятностей проверки тех, кто декларировал L и M , полагаются не превышающими $P_L = 0.1$ и $P_M = 0.1$ соответственно;

- удельная стоимость одной проверки $c = 7455$ руб. предполагалась равной величине МРОТ в Санкт-Петербурге в 2017 г. [19];

- удельная стоимость информационного вброса не превышает 10 %-ной удельной стоимости проверки $c_{inf} = 10\%$ $c = 745.5$ руб. в рамках предположения о существенной дешевизне распространения информации по сравнению с осуществлением налоговой проверки.

В качестве условий остановки итерационного процесса (4) и (5) в эксперименте рассматривалось выполнение неравенства

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (f_{L_i}^k - f_{L_i}^{k-1})^2 + \sum_{i=1}^n (f_{M_i}^k - f_{M_i}^{k-1})^2} \leq 10^{-3}.$$

5. Визуализация экспериментов: обозначения. Численный эксперимент на основе построенной модели связан с моделированием случайной сети и случайного процесса, описывающего распространение информации. Для иллюстрации вышеприведенного марковского процесса изучаются сети размерности 25–30 узлов, однако созданное программное обеспечение позволяет проводить эксперименты для сетей большей размерности. Данное количество узлов было выбрано для удобства графического представления. Рассматривались следующие варианты формы сети: двумерная решетка, кольцо, случайный граф, а также случайный граф с почти изолированными игроками. Для наилучшего визуального отображения всей информации, заложенной в эти сети, используются такие обозначения:

1) по истинному уровню дохода — отображение проводится с помощью формы узла сети:

- низкий доход — кругом,
- средний — четырехугольником,
- высокий — треугольником;

2) по риск-склонности — отображение проводится с помощью цвета узла:

- риск-склонные — светло-серым,
- риск-нейтральные — черным,
- риск-избегающие — серым;

3) по уровню налогового уклонения — отображение проводится с помощью символического обозначения:

- для среднего уровня дохода M :
 - неуклоняющиеся ($\eta(\xi) = M(M)$) — квадратами, $\square$,
 - уклоняющиеся ($\eta(\xi) = L(M)$) — ромбами, $\diamond$;

- для высокого уровня дохода H :

- неуклоняющиеся ($\eta(\xi) = H(H)$) — треугольником с вершиной, направленной вверх, $\triangle$,
- уклоняющиеся на одну ступень ($\eta(\xi) = M(H)$) — треугольником с вершиной, направленной влево, $\triangleleft$,
- уклоняющиеся на две ступени ($\eta(\xi) = L(H)$) — треугольником с вершиной, направленной вниз, ∇ .

6. Результаты экспериментов. Для осуществления анализа возможных сценариев поведения налогоплательщиков в ответ на распространяемую в их популяции информацию был осуществлен ряд возобновляемых экспериментов, позволяющих моделировать сети различной конфигурации и вброс информации разных типов. Для того чтобы учесть фактор случайности, для любой сети, структура которой была представлена случайным графом, проводилась серия экспериментов. При каждом новом запуске эксперимента при одинаковых заданных начальных условиях строилась новая сеть, в которой симулировался процесс распространения информации. Такой подход позволяет оценить повторяемость поведения агентов в сети, обладающей конкретной структурой.

При обобщении результатов описанного моделирования был выделен ряд общих тенденций. Проиллюстрируем их несколькими примерами.

В ходе эксперимента 1 изучим популяцию, представленную в виде случайной сети, состоящей из $n = 25$ узлов, из которых 6 — налогоплательщики с низким уровнем дохода, 14 — со средним, 5 — с высоким. В начальный момент времени все, кроме 9 риск-избегающих налогоплательщиков и налогоплательщиков с низким уровнем дохода, уклоняются на максимально возможное число уровней.

В качестве информационного вброса рассмотрим одного агента, не обладающего высоким весом в сети. При применении алгоритма распространения информации такая система достигла устойчивого состояния за 7 итераций, причем результат был устойчив при повторном применении алгоритма.

Благодаря обмену информацией все налогоплательщики в данной сети решают не уклоняться от уплаты налогов. Тем самым достигнута реализация принципа справедливости налогообложения [5]. Но в виду постановки задачи нам важна в первую очередь реализация фискальной функции налоговой системы. Анализируя ее эффективность, видим, что в отсутствие вброса информации чистый доход налоговых органов (2) составляет $TTR_1 = 15371.10$ руб., в то время как по завершении процесса распространения информации данный показатель, вычисляемый по формуле (3), равен $TTR_2 = 70645.20$ руб.

Полученный результат демонстрирует, что распространение информации о налоговых проверках увеличивает чистый налоговый доход более чем в 4.5 раза. Данный процесс также приводит к эволюции риск-статусов популяции: в первоначальный момент времени в сети наблюдалась доля агентов, предпочитающих риск; к моменту стабилизации системы риск-избегающие агенты сохранили свой статус, а предпочитающие риск стали риск-нейтральными.

Таким образом, анализируя данный пример, можно прийти к выводу, что распространение информации о будущих проверках помогает в реализации стимулирующей и фискальной функций налоговой системы.

Теперь перейдем к рассмотрению примеров, в которых информационный вброс производится за счет одного или нескольких налогоплательщиков, мнение которых обладает высоким весом в сети. Вес мнения такого агента в сети (в терминологии [14] — центра влияния) отражают параметры $\alpha_{\mu_l} = 1$, $\mu \in \{L, M\}$.

Описание основных типов сетей, изученных в процессе проведения экспериментов, и соответствующих им параметров содержится в табл. 2.

В экспериментах 5 и 6 рассмотрены сети с двумя информационными центрами. Их взаимное влияние на мнения в сети представляет особый интерес, поскольку второй информационный центр может быть создан намеренно или образован случайно некоторым имеющим вес в популяции налогоплательщиком. Тогда в зависимости

от того, идентичные или различные типы информации распространяют два таких центра, один может либо поддерживать процесс, создаваемый другим (эксперимент 5), либо, наоборот, противостоять ему (эксперимент 6).

Таблица 2. Характеристики сетей в экспериментах

Эксперимент	Тип сети	Количество узлов	Информационные центры	Тип распространения информации	Количество итераций
1	Случайный	25	1 (низкий)	$P_L \geq P^*, P_M \geq P^*$	7
2	Случайный	27	1 (высокий)	$P_L \geq P^*, P_M \geq P^*$	71
3	Слабосвязанный	25	1 (высокий)	$P_L \geq P^*, P_M < P^*$	17
4	Слабосвязанный	25	1 (высокий)	$P_L < P^*, P_M \geq P^*$	15
5	Сильносвязанный	25	2 (высокий)	Оба центра: $P_L \geq P^*, P_M \geq P^*$	38
6	Слабосвязанный	25	2 (высокий)	1-й центр: $P_L \geq P^*, P_M \geq P^*$, 2-й центр: $P_L < P^*, P_M < P^*$	33

Результаты всех проведенных экспериментов обобщены и представлены в табл. 3. Их графические иллюстрации можно видеть на рис. 1–6. Они демонстрируют экономическую выгоду распространения информации о будущих проверках. В каждом из рассмотренных примеров чистый налоговый доход в случае применения информационного вброса возрастает по сравнению с чистым налоговым доходом системы в отсутствие такого вброса. Следовательно, фискальная функция налоговой системы реализуется более эффективно.

Таблица 3. Результаты экспериментов

Эксперимент	Состояние системы	Количество $L(H)$	Количество $L(M)$	Количество $M(H)$	Доход TTR , руб.
1	Начальное	5	4	6	15 371.10
	Конечное	0	0	0	70 645.20
2	Начальное	4	12	1	17 697.85
	Конечное	0	0	5	61 785.69
3	Начальное	4	11	0	15 371.10
	Конечное	0	0	1	62 593.00
4	Начальное	4	12	0	15 371.10
	Конечное	0	1	0	43 524.60
5	Начальное	3	11	0	15 371.10
	Конечное	0	0	0	59 822.10
6	Начальное	4	11	0	15 371.10
	Конечное	0	1	0	61 847.50

Кроме того, визуализация описанных экспериментов свидетельствует о существенной эволюции риск-статусов агентов в сети. В большей части примеров в устойчивом состоянии системы число риск-склонных налогоплательщиков в сети отсутствует или существенно меньше, чем в первоначальный момент времени. Под влиянием полученной информации они сменили свой первоначальный риск-статус на риск-нейтральных или риск-избегающих. Также можно выделить тенденцию роста риск-избегающих агентов.

Рис. 1. Эксперимент 1

a — начальное состояние: $\nu_{inf} = 0.040$; b — конечное состояние: $\nu_{inf} = 0.640$, $\nu_{ev} = 0.000$.

Рис. 2. Эксперимент 2

a — начальное состояние: $\nu_{inf} = 0.040$; b — конечное состояние: $\nu_{inf} = 0.444$, $\nu_{ev} = 0.185$.

Рис. 3. Эксперимент 3

a — начальное состояние: $\nu_{inf} = 0.040$; b — конечное состояние: $\nu_{inf} = 0.560$, $\nu_{ev} = 0.040$.

Рис. 4. Эксперимент 4

a — начальное состояние: $\nu_{inf} = 0.040$; b — конечное состояние: $\nu_{inf} = 0.280$, $\nu_{ev} = 0.360$.

Рис. 5. Эксперимент 5

a — начальное состояние: $\nu_{inf} = 0.080$; b — конечное состояние: $\nu_{inf} = 0.560$, $\nu_{ev} = 0.000$.

Рис. 6. Эксперимент 6

a — начальное состояние: $\nu_{inf} = 0.080$; b — конечное состояние: $\nu_{inf} = 0.560$, $\nu_{ev} = 0.040$.

7. Заключение. Построенная модель распространения информации о будущих налоговых проверках среди налогоплательщиков и проведенное на ее основе численное моделирование демонстрируют, что для фиксированных значений параметров модели экспериментально полученные результаты зависят от следующих факторов. Окончательное распределение риск-статусов налогоплательщиков и их налоговых уклонений существенно зависит, во-первых, от топологии сети, имитирующей популяцию таких агентов, во-вторых, от наличия риск-статусов и налоговых уклонений информационных центров в рассматриваемой сети, в-третьих, от типов распространяемой информации.

Наиболее важным результатом численного моделирования является то, что распространение информации о налоговых проверках изменяет окончательное отношение к риску популяции экономических агентов, увеличивает уровень декларируемого дохода налогоплательщиков и повышает собираемые с населения налоги. Также было математически показано, что уменьшение числа склонных к риску агентов позволяет достигнуть реализации одного из основополагающих принципов налогообложения — принципа справедливости [5].

Таким образом, с помощью построенной в работе модели и проведенного на ее основе сценарного анализа случайного процесса на сети выявлено, что распространение информации о будущих налоговых проверках среди налогоплательщиков — один

из инструментов, позволяющих улучшить качество государственного управления налоговыми процессами. В дальнейшем предложенный подход может быть адаптирован к существующим налоговым системам с учетом особенностей законодательства и экономической практики.

Литература

1. Chander P., Wilde L. L. A general characterization of optimal income tax enforcement // Rev. of Econ. Studies. 1998. Vol. 65. P. 165–183.
2. Васин А. А., Морозов В. В. Теория игр и модели математической экономики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2005. 272 с.
3. Буре В. М., Кумачева С. Ш. Модель аудита с использованием статистической информации о доходах налогоплательщиков // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2005. Вып. 1–2. С. 140–145.
4. Буре В. М., Кумачева С. Ш. Теоретико-игровая модель налоговых проверок с использованием статистической информации о налогоплательщиках // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2010. Вып. 4. С. 16–24.
5. Самуэльсон П. Э., Нордхаус В. Д. Экономика / пер. с англ. О. П. Пелявского и др. 18-е изд. М.: Вильямс, 2007. 1358 с. (Samuelson P. A., Nordhaus W. D. Economics.)
6. Kumacheva S. Sh., Gubar E. A. Evolutionary model of tax auditing // Contributions to Game Theory and Management. 2015. Vol. 8. P. 164–175.
7. Antoci A., Russu P., Zarri L. Tax evasion in a behaviorally heterogeneous society: An evolutionary analysis // Economic Modelling. 2014. Vol. 10, N 42. P. 106–115.
8. Antunes L., Balsa J., Urbano P., Moniz L., Roseta-Palma C. Tax compliance in a simulated heterogeneous multi-agent society // Lecture Notes in Computer Science. 2006. Vol. 3891. P. 147–161.
9. Gubar E., Kumacheva S., Zhitkova E., Kurnosykh Z. Evolutionary behavior of taxpayers in the model of information dissemination // 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the memory of V. F. Demyanov). CNSA 2017, Proceedings. IEEE Conference Publ., 2017. P. 1–4.
10. Gubar E., Kumacheva S., Zhitkova E., Kurnosykh Z., Skovorodina T. Modelling of information spreading in the population of taxpayers: Evolutionary approach // Contributions to Game Theory and Management. 2017. Vol. 10. P. 100–128.
11. Gubar E. A., Kumacheva S. Sh., Zhitkova E. M., Porokhnyavaya O. Yu. Propagation of information over the network of taxpayers in the model of tax auditing // 2015 Intern. Conference on Stability and Control Processes in memory of V. I. Zubov. SCP 2015, Proceedings. IEEE Conference Publ., 2015. INSPEC Accession N 15637330. P. 244–247.
12. DeGroot M. H. Reaching a consensus // Journal of the American Statistical Association. 1974. Vol. 69, N 345. P. 118–121.
13. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Едиториал УРСС, 2003. 472 с.
14. Буре В. М., Париллина Е. М., Седаков А. А. Консенсус в социальной сети с двумя центрами влияния // Проблемы управления. 2017. Т. 78, № 8. С. 1489–1499.
15. Губанов Д. А., Новиков Д. А., Чхартишвили А. Г. Социальные сети: модели информационного влияния, управления и противоборства. М.: Физматлит, 2010. 228 с.
16. Kumacheva S. Sh. Tax auditing using statistical information about taxpayers // Contributions to Game Theory and Management. 2012. Vol. 5. P. 156–167.
17. Томиллина Г. А. Моделирование сценариев распространения информации о проверках в сети налогоплательщиков // Процессы управления и устойчивость. 2018. Т. 5, № 1. С. 497–501.
18. Ницазашвили А. Г., Хащенко В. А. Психологическая готовность к экономическому риску // Психология и экономика: Труды 1-й Всерос. науч.-практич. конференции РПО / отв. ред. О. Г. Посыпанов, В. В. Спасенников. М.: Калуж. филиал МГЭИ, КГПУ, 2000. С. 160–162.
19. Интернет-сайт Государственной службы статистики Российской Федерации. URL: <http://www.gks.ru/> (дата обращения: 02.03.2018).
20. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Теория распределений / пер. с англ. В. В. Сазанова, А. Н. Ширяева; под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Наука, 1966. 588 с. (Kendall M. G., Stuart A. The advanced theory of statistics.)
21. Kumacheva S., Gubar E., Zhitkova E., Tomilina G. Evolution of risk-statuses in one model of tax control // Static and Dynamic Game Theory: Foundations and Applications. 2018. P. 121–138.

Статья поступила в редакцию 12 сентября 2018 г.

Статья принята к печати 15 марта 2019 г.

Контактная информация:

Губар Елена Алексеевна — канд. физ.-мат. наук, доц.; e.gubar@spbu.ru

Житкова Екатерина Михайловна — канд. физ.-мат. наук, науч. сотр.; zhitkovakaterina@mail.ru

Кумачева Сурия Шакировна — канд. физ.-мат. наук, ст. преп.; s.kumacheva@spbu.ru

Томилина Галина Александровна — студент; g.tomilina@yandex.ru

Modeling of the impact of information on tax audits on the risk statuses and evasions of individuals

E. A. Gubar, E. M. Zhitkova, S. Sh. Kumacheva, G. A. Tomilina

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Gubar E. A., Zhitkova E. M., Kumacheva S. Sh., Tomilina G. A. Modeling of the impact of information on tax audits on the risk statuses and evasions of individuals. *Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2019, vol. 15, iss. 2, pp. 245–258. <https://doi.org/10.21638/11702/spbu10.2019.208> (In Russian)

Tax system accomplishes several significant functions, concerned with different fields of its activities, such as fiscal, social, regulatory, distributive, incentive and control. The correctness of work of fiscal system depends on tax control; in turn, the most important part of tax control is tax audit. However, the previous studies have shown that the implementation of tax audits with an optimal probability is an expensive procedure. Due to the restricted budget of the tax authorities, such audits are not always feasible. Therefore, to increase tax collection, it is necessary to apply additional ways to stimulate taxpayers to fair tax payments. In this paper, we investigate a model of tax control taking into account the dissemination information about possible audits over the population of taxpayers as a tool to stimulate tax collection. We use an evolutionary approach to describe the behavior of taxpayers in total population, where each taxpayer has one of three different risk statuses: risk-loving, risk-neutral, and risk-avoiding. The idea of disseminating information in a population has been studied based on the Markov process in networks with different structures. We estimate the influence of the propagated information on the final distribution of risk statuses and the evasions of taxpayers. We design a series of numerical simulations with the different topology of the network and artificial centers of influence which can be included or not included in the network of contacts to corroborate our theoretical arguments. As well as we present a comparative analysis of the received numerical simulations.

Keywords: tax auditing, risk propensity, information dissemination, Markov processes on the network, dynamic of opinions.

References

1. Chander P., Wilde L. L. A general characterization of optimal income tax enforcement. *Review of Economic Studies*, 1998, vol. 65, pp. 165–183.
2. Vasin A. A., Morozov V. V. *Teoriya igr i modeli matematicheskoy ekonomiki* [Game theory and models of mathematical economics]. Moscow, Moscow University Publ., 2005. 272 p. (In Russian)
3. Bure V. M., Kumacheva S. Sh. Model' audita s ispol'zovaniem statisticheskoy informacii o dohodah nalogoplatel'shchikov [A model of audit with using of statistical information about taxpayers' income]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2005, iss. 1–2, pp. 140–145. (In Russian)
4. Bure V. M., Kumacheva S. Sh. Teoretiko-igrovaya model' nalogovyh proverok s ispol'zovaniem statisticheskoy informacii o nalogoplatel'shchikah [A game theoretical model of tax auditing with using a statistical information about taxpayers]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes*, 2010, iss. 4, pp. 16–24. (In Russian)

5. Samuelson P. A., Nordhaus W. D. *Economics*. 18th ed. New York, McGraw Hill Publ., 2005, 776 p. (Russ. ed.: Samuelson P. A., Nordhaus W. D. *Economica*. Moscow, Williams Publ., 2007, 1358 p.)
6. Kumacheva S. Sh., Gubar E. A. Evolutionary model of tax auditing. *Contributions to Game Theory and Management*, 2015, vol. 8, pp. 164–175.
7. Antoci A., Russu P., Zarri L. Tax evasion in a behaviorally heterogeneous society: An evolutionary analysis. *Economic Modelling*, 2014, vol. 10, no. 42, pp. 106–115.
8. Antunes L., Balsa J., Urbano P., Moniz L., Roseta-Palma C. Tax compliance in a simulated heterogeneous multi-agent society. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, vol. 3891, pp. 147–161.
9. Gubar E., Kumacheva S., Zhitkova E., Kurnosykh Z. Evolutionary behavior of taxpayers in the model of information dissemination. *2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (Dedicated to the memory of V. F. Demyanov)*. CNSA 2017, Proceedings. IEEE Conference Publ., 2017, pp. 1–4.
10. Gubar E., Kumacheva S., Zhitkova E., Kurnosykh Z., Skovorodina T. Modelling of information spreading in the population of taxpayers: Evolutionary approach. *Contributions to Game Theory and Management*, 2017, vol. 10, pp. 100–128.
11. Gubar E. A., Kumacheva S. Sh., Zhitkova E. M., Porokhnyavaya O. Yu. Propagation of information over the network of taxpayers in the model of tax auditing. *2015 Intern. Conference on Stability and Control Processes in memory of V. I. Zubov. SCP 2015, Proceedings*. IEEE Conference Publ., 2015, INSPEC Accession no. 15637330, pp. 244–247.
12. DeGroot M. H. Reaching a consensus. *Journal of the American Statistical Association*, 1974, vol. 69, no. 345, pp. 118–121.
13. Borovkov A. A. *Teoriya veroyatnostej [Theory of probability]*. Moscow, Editorial URSS Publ., 2003, 472 p. (In Russian)
14. Bure V. M., Parilina E. M., Sedakov A. A. Konsensus v social'noy seti s dvumia centrami vliyania [Consensus in a social network with two principals]. *Problemy upravleniya [Autom. Remote Control]*, 2017, vol. 78, no. 8, pp. 1489–1499. (In Russian)
15. Gubanov D. A., Novikov D. A., Chkhartishvili A. G. *Sotsial'nye seti: modeli informatsionnogo vliyania, upravleniya i protivoborstva [Social networks: Models of informational influence, control and opposition]*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2010, 228 p. (In Russian)
16. Kumacheva S. Sh. Tax auditing using statistical information about taxpayers. *Contributions to Game Theory and Management*, 2012, vol. 5, pp. 156–167.
17. Tomilina G. A. Modelirovanie scenariyev rasprostraneniya informatsii o proverkah v seti nalogoplatel'shchikov [Modeling of scenarios for the dissemination of information on audits in the taxpayers network]. *Control Processes and Stability*, 2018, vol. 5, no. 1, pp. 497–501. (In Russian)
18. Niazashvili A. G., Hashchenko V. A. Psihologicheskaya gotovnost' k ehkonomicheskomu risku [Psychological readiness for economic risk]. *Psihologiya i ehkonomika. Trudy 1-st Vseros. nauch.-praktich. konferencii RPO [Psychology and Economics. All-Russian scientific and practical conference of the Russian Psychological Society]*. Otv. red. O. G. Posypanov, V. V. Spasennikov. Moscow, Kaluzhskij filial MGEI, KGPU Publ., 2000, pp. 160–162. (In Russian)
19. *Web site Federal state statistics center*. Available at: <http://www.gks.ru/> (accessed: 02.03.2018).
20. Kendall M. G., Stuart A. *The advanced theory of statistics*. London, Charles Griffin and Company Limited Publ., 1963, 585 p. (Russ. ed.: Kendall M. G., Stuart A. *Teoria raspredeleniy*. Moscow, Nauka Publ., 1966, 588 p.)
21. Kumacheva S., Gubar E., Zhitkova E., Tomilina G. Evolution of risk-statuses in one model of tax control. *Static and Dynamic Game Theory: Foundations and Applications*, 2018, pp. 121–138.

Received: September 12, 2018.

Accepted: March 15, 2019.

Author's information:

Elena A. Gubar — PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor; e.gubar@spbu.ru

Ekaterina M. Zhitkova — PhD in Physics and Mathematics, Researcher; zhitkovakaterina@mail.ru

Suria Sh. Kumacheva — PhD in Physics and Mathematics, Senior Lecturer; s.kumacheva@spbu.ru

Galina A. Tomilina — Student; g.tomilina@yandex.ru