

Санкт-Петербургский государственный университет  
Физический факультет

Методические указания к учебной работе в лаборатории “Радиофизический практикум”,  
учебная программа магистратуры по направлению “Волновые процессы и методы их  
исследования”

**Решение обратной радиофизической задачи (обратной СДВ-задачи)  
применительно к изменяющимся электрическим свойствам атмосферы.**

Ременец Г. Ф., Астафьев А. М.

Санкт-Петербург  
2016

## Оглавление

1. Основные понятия и концептуальный обзор .....	2
2. Два варианта физической постановки задачи распространения СДВ радиосигналов ..	4
2.1. Метод скачков (лучевой метод).....	5
2.2. Метод нормальных волн.....	6
3. Вычислительная (математическая) постановка задачи .....	6
4. Алгоритм решения обратной СДВ-задачи лучевым методом (РО_СДВ-3_ЛМ).....	8
5. Описание программы расчета функции ослабления и решение обратной СДВ-задачи в трехлучевом приближении (MathCAD) .....	11
6. Порядок выполнения работы .....	14
7. Литература .....	20
8. Задание по работе .....	22
9. Перечень текстов используемых подпрограмм, pdf – файлы .....	23

## 1. Основные понятия и концептуальный обзор

Настоящая учебно-исследовательская работа в рамках спецлаборатории (радиопрактикума) для магистрантов-радиофизиков и геофизиков посвящена изучению метода решения обратной сверх длинноволновой (СДВ) задачи для изменяющихся во времени электрических свойств волноводной радиотрассы “Земля-ионизованная атмосфера”. Изменения предполагаются крупномасштабными и охватывающими всю радиотрассу. В каждый момент времени возмущения свойства волновода **полагаются** однородными вдоль радиотрассы (протяженностью около 1 тыс. км). Под прямой задачей распространения радиоволн понимается нахождение значений компонент электромагнитного поля при заданных пространственных координатах источника и приемника и заданных электрических свойствах трассы распространения. В обратной задаче распространения физические свойства трассы являются искомыми. Их требуется найти по измеренным во время возмущения изменениям компонент полей для одной или нескольких частот монохроматических сигналов. В данном изложении мы различаем стационарную и нестационарную обратные задачи распространения. Первый тип задач решается с 20-ых годов XX века, когда благодаря интерференционным эффектам в распространении радиоволн была обнаружена ионосфера [1]. Последующие решения породили огромное количество результатов, некоторые из них отражены в обзорах 2-ой половины XX века [2-8]. Второй тип задач (нестационарные задачи) представлен в научной литературе значительно слабее по понятной причине. Во-первых, они сложнее из-за большего числа неизвестных параметров. Каждое новое приращение во времени электрического параметра или параметров является искомой величиной. Далее, каждое природное возмущение электрических свойств радиотрассы невозможно повторно воспроизвести тождественным образом за исключением таких регулярных явлений как движение светотени день-ночь вдоль радиотрассы или солнечное затмение. Сами геофизические возмущения (рентгеновские вспышки на Солнце, высыпания протонов и авроральных электронов на высоких широтах, высыпания из внутреннего радиационного пояса Земли релятивистских электронов в средних широтах, высыпания ультрарелятивистских электронов в авроральной зоне Земли) являются относительно редкими явлениями и, как правило, непредсказуемыми.

Для нестационарных задач нам известны всего несколько циклов работ.

К первому циклу работ, появившемуся на заре радиофизики, когда еще не было высокостабильных стандартов частоты для измерения вариаций фазы радиосигнала во время геофизического возмущения ионосферы, относятся измерения вариации компонент поля, принимавшихся в ближней зоне (~100 км) наземного источника монохроматического сигнала (с частотой 16 кГц, станция GBR в Великобритании) на две скрещенные магнитные рамки. Первая рамка, расположенная в плоскости распространения радиосигнала принимала сумму сигнала **прямой видимости  $A$**  (в плоской модели радиотрассы) и сигнала, отраженного от ионосферы  $R_{\parallel}A$ . Оба сигнала являются компонентами основной поляризации (вертикальной) поля, излучаемого вертикальным диполем станции (высота вертикальной антенны много меньше длины радиоволны). Если мы находимся от источника достаточно близко, то 1-ое слагаемое превалирует над 2-ым. Вторая приемная рамка принимает компоненту вторичной поляризации  $R_{\perp}A$ , которая возбуждается анизотропной ионосферой. Анизотропия последней порождена влиянием геомагнитного поля на движение свободных электронов в ионосфере под действием силы Лоренца.

Электромагнитный сигнал с первой рамки используется в качестве опорного сигнала для измерения вариаций фазы (вариаций фазового пути) сигнала со второй рамки при геофизическом возмущении ионосферы за счет вариаций параметров ионизирующего потока, создаваемого рентгеновской вспышкой на Солнце. Поскольку сигнал со второй рамки одномодовый, то реализуется простейшая линейная связь между приращением фазы и изменениями эффективной высоты отражения радиосигнала от изменяющейся ионосферы.

Второй цикл работ связан с измерениями поля в дальней зоне источника, в которой до приемника доходит только одна нормальная волна (аналог волны Бриллюэна в плоском волноводе). В этом случае опять благодаря одномодовости распространения радиосигнала существует линейная связь между вариацией фазы радиосигнала, которая измеряется относительно достаточно стабильного опорного сигнала в точке приема, и вариацией эффективной высоты волноводного канала, моделирующего трассу распространения. Как и в предыдущем случае свойства ионосферы, предшествующие возмущению, не могут быть определены по данным одной частоты. Для определения абсолютных значений электрических свойств изменяющейся ионосферы требуется задать их значения, предшествующие возмущению ионосферы, из дополнительных геофизических данных таких как, например, ракетные измерения электронной концентрации в нижней ионосфере.

Третий цикл работ связан с уникальными для СДВ диапазона техническими решениями задачи. В обсуждаемом диапазоне излучался видео-импульс (сверхширокополосный (СШП) импульс), схожий с импульсом молниевых разрядов и настолько короткий по длительности, что в приемную точку ближней зоны источника импульс прямой видимости и импульс, отраженный сверху, приходили отдельно. По временным задержкам одного импульса относительно другого определяется эффективная высота волновода во все моменты геофизического возмущения, например, при высыпании протонов в полярную атмосферу.

Четвертый цикл работ создан авторами, представляющими Полярный геофизический институт КНЦ РАН (Белоглазов М. И.) и кафедру радиофизики СПбГУ (Ременец Г. Ф.) [9-13]. Благодаря многочастотности измерений и фаз и амплитуд в средней зоне источника (~ 900 км) удалось по относительным вариациям амплитуд и фаз восстановить абсолютные значения эффективной высоты и модуля коэффициента отражения. Если при анализе используется метод нормальных волн, не уступающий по точности методу лучей, то в расчетах для точки приема суммируются 2 – 3 нормальные волны. Так указанными авторами были решены обратные СДВ-задачи для всех известных геофизических видов возмущений, включая новый вид возмущений, порождаемых

вторжением в полярную атмосферу ультрарелятивистских электронов ( $\sim 100$  МэВ) [14-18].

Предлагаемая учебно-исследовательская вычислительная работа предполагает изучение возмущений, порождаемых вторжением в полярную атмосферу ультраэнергичных релятивистских электронов методом решения обратной СДВ-задачи с использованием для анализа одного из еще не изученных возмущений. Накопленный банк экспериментальных данных в ПГИ по регистрации названных возмущений за 1982 – 1992 гг. позволяет это делать.

## 2. Два варианта физической постановки задачи

Благодаря локальности распространения электромагнитного сигнала между источником и приемником реальную задачу распространения между двумя географическими точками на планете Земля [17] можно заменить задачей распространения в модели волноводного канала “земля - ионосфера”, обладающей центральной симметрией по всем электрическим свойствам. Последние приравниваются к средним электрическим свойствам реальной данной радиотрассы. В рассматриваемом случае это трасса между географическим пунктом Алдра в северной Норвегии ( $66^{\circ} 25' N$ ,  $13^{\circ} 09' E$ ) и г. Апатиты в центре Кольского полуострова ( $67^{\circ} 34' N$ ,  $33^{\circ} 23' E$ ). Соответствующее расстояние равно  $S_1 = 885$  км. Электрические свойства грунта приняты соответствующими скалистым породам с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_m = 20$  и электрической проводимостью  $\sigma = 10^{-3}$  Сим / м. В данной работе будут анализироваться только дневные возмущения, когда из-за относительно малых эффективных высот отражения сигнала  $h$ , на которых воздействие силы Лоренца на свободный электрон подавляется достаточно большой частотой столкновения его с нейтральными молекулами газа нижней ионосферы

$$v_{эфф}(h) = 8,7 * 10^6 \exp(b(h - 70)) \quad \text{число столкновений / с} \quad (2.1).$$

В этом выражении  $h$  задается в км, и  $b = -0,14$  1/км есть инкремент атмосферного давления. По указанной причине влиянием геомагнитного поля пренебрегаем и ионосферу считаем изотропной.

Центр сферической системы координат  $(r, \theta, \varphi)$  помещается в центр симметрии, а полярная ось проходит через точку источника на поверхности земли. Точка приема радиосигнала расположена тоже на поверхности земли и характеризуется угловым расстоянием  $\theta_{np} = S_1 / R$ , соответствующим расстоянию  $S_1 = 885$  км между источником и приемником при радиусе Земли  $R = 6370$  км. Электрические свойства нижней ионосферы вдоль радиуса  $r$  могут меняться произвольно, не влияя на возможность построения строгого аналитического решения прямой задачи СДВ. Применение метода разделения переменных к неоднородным уравнениям Максвелла приводит к аналогу рядов Дебая, который есть представление решения в виде разложения по собственным функциям углового оператора, то есть разложением по полиномам Лежандра  $P_n(\cos(\theta))$  [19-20]. Применение преобразования Ватсона к указанному решению приводит к интегральному представлению решения, которое далее можно преобразовывать двумя способами. Один способ приводит к решению (строго говоря, приближенному) в форме “скачков”, то есть дает сумму дифракционной волны и многократно отражающихся от границ раздела лучей. Другой способ представляет искомое решение в виде разложения по собственным функциям несамосопряженного оператора по радиальной переменной  $r$ , то есть к ряду нормальных волн.

## 2.1. Метод скачков (лучевой метод) [21]

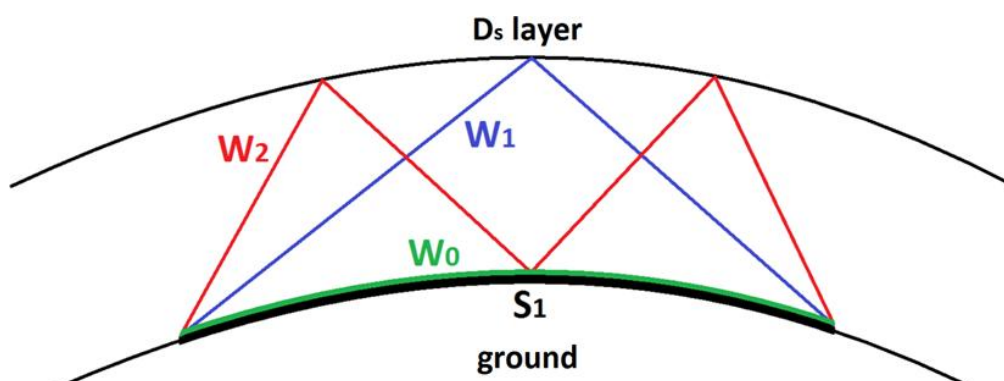


Рис. 2.1. Решение первой обратной задачи самосогласованным СДВ методом в трёхлучевом приближении (дифракционная волна Ватсона – Фока  $W_0$ , однократно  $W_1$  и двукратно  $W_2$  отраженные от спорадического Ds - слоя лучи).

На рассматриваемом нами расстоянии  $S_1 = 885$  из бесконечного числа скачков достаточно учитывать три слагаемых для того, чтобы точность расчета поля была не ниже, чем точность анализируемых экспериментальных данных (несколько процентов в амплитудных данных и  $\pm 0,5$  мкс в фазовых данных)

$$W = W_0 + W_1 + W_2 \quad (2.2),$$

где первое слагаемое есть дифракционная волна, значение которой для заданной частоты есть известная величина благодаря существующим таблицам [22]. В нашем диапазоне рабочих частот 10 – 14 кГц мы ее постулируем с точностью в 10 % равной константе  $W_0 = 0,64 \exp(i1)$ , где  $i$  – мнимая единица. Второе слагаемое есть луч, однократно отраженный от ионосферы, а третье слагаемое есть луч, двукратно отраженный от ионосферы [21]:

$$W_1 = 0,5\alpha_1 \sin^2(I_1)(1 + R_g(I_1))^2 |R_i(\psi_1)| e^{i(\tau_1 + \arg R_i(\psi_1))} \quad (2.3),$$

$$W_2 = 0,5\alpha_2 \sin^2(I_2)(1 + R_g(I_2))^2 R_g(I_2) |R_i(\psi_2)|^2 e^{i(\tau_2 + 2\arg R_i(\psi_2))} \quad (2.4).$$

В выше приведенных выражениях  $W_i$  - это безразмерные комплексные функции, называемые функциями ослабления и отвечающие на вопрос, во сколько раз вертикальная компонента электрического поля  $E_r$  в исследуемой ситуации (и возбуждаемой вертикальным электрическим диполем) отличается от такой же компоненты в эталонной ситуации, которой может быть свободное пространство [23, 24, 21] или поле над идеально проводящей поверхностью [20, 22]. Две функции ослабления, определенные по-разному, отличаются друг от друга на множитель 2, поэтому множитель 0,5 присутствует в выражениях (2.3) и (2.4).

## 2.2. Метод нормальных волн

Функция ослабления, представляемая несколькими нормальными волнами (чем больше номер нормальной волны, тем сильнее ее затухание), записывается в следующем виде [3, 19, 20]

$$W(\theta_{np}) = B(\theta_{np}) \sum_n \Lambda_n^2 \exp(i \nu_n \theta_{np}) \quad (2.5),$$

где  $\theta_{np}$  - угловое расстояние между источником и приемником,  $\Lambda_n$  - коэффициент возбуждения нормальной волны в заданной точке (в точке источника и точке приемника мы их считаем одинаковыми по причине однородности волновода по переменной  $\theta$ ),  $\nu_n$  - комплексное собственное значение нормальной волны, вещественная часть которого определяет фазовую скорость нормальной волны  $c_\delta$  согласно соотношению:

$\text{Re}(\nu_n)/(ka) = c/c_\delta$  (в котором  $k$  – волновое число в свободном пространстве,  $a$  – радиус Земли), а мнимая его часть  $\text{Im}(\nu_n)$  определяет экспоненциальное затухание нормальной волны при распространении вдоль радиотрассы.

## 3. Математическая (вычислительная) постановки задачи

Обратная СДВ задача, решаемая лучевым методом, в нашем случае ставится следующим образом. На протяжении многолетней регистрации трех “монокроматических” сигналов от радиомаяка в Алдре (Северная Норвегия) с частотами излучения  $f_1 = 10,2$  кГц,  $f_2 = 12,1$  кГц,  $f_3 = 13,6$  кГц в Полярном геофизическом институте (ПГИ КНЦ РАН) в г. Апатиты Мурманской обл. изредка (несколько раз или несколько десятков раз в год) регистрировались аномальные вариации амплитуд и фаз непохожие на вариации этих же сигналов, которые вызываются известными типами геофизических возмущений: высыпанием протонов и авроральных электронов, рентгеновскими вспышками на Солнце и изменениями освещенности радиотрассы при смене времени суток [8-12]. Аномальность вариаций проявляется в том, что во время возмущения изменения (уменьшения) амплитуд и изменения (уменьшения) фаз на 3-х указанных частотах происходили **во время возмущения** качественно подобным образом. Это может означать только одно: до точки приема 2-ой ионосферный луч, дважды отражающийся от ионосферного слоя и имеющий одно отражение от **земной поверхности** в средней точке трассы (см. (2.4)), не доходит из-за аномально малого коэффициента отражения от ионосферы. Поэтому в точке приема (см. (2.2)) суммируются только два слагаемых: дифракционная волн (волна Ватсона-Фока  $W_0$ ), заходящая в область тени геометрооптической границы “свет-тень”, которая возникает при наземном положении излучающего диполя на сферической поверхности, и 1-ый ионосферный луча (2.3), имеющий единственное отражение от ионосферы в средней точке радиотрассы. Такой же вариант распространения реализуется всегда в ближней зоне источника (несколько сот км от источника) [1]. А в нашем случае расстояния он реализуется в исключительно аномальных условиях, при которых волна Ватсона-Фока (**земной дифракционный луч**) частично или почти полностью компенсируется. Последняя компенсация возможна, если значение эффективной высоты волноводного канала “Земля-ионизованный слой



атмосферы” оказывается близко к 30 км (в спокойные день или ночь оно **приблизительно равно** 60 и 75 км соответственно).

В данном описании ограничимся обратной задачей основанной на лучевом методе, в котором рассматривается сферический волновод с двумя сферическими границами раздела: нижняя граница “грунт – атмосфера” и верхняя условная сферическая граница раздела “нейтральная атмосфера– ионизованная средняя атмосфера”. Верхняя мысленная граница характеризуется, если рассматривается прямая задача распространения, известным комплексным коэффициентом отражения электромагнитной волны  $R(\psi, f)$ , падающей на нее снизу, причем названный коэффициент должен быть известен как функция угла падения волны  $\psi$  и как функция частоты  $f$  для фиксированной высоты  $h$  волновода. Прямая задача распространения дает расчетным путем ответ на вопрос, к каким вариациям радиосигнала в точке приема приводят заданные вариации  $h$  и коэффициента отражения  $R(\psi, f)$ .

В обратной задаче от нас требуется найти вариации параметров  $h$  и  $R(\psi, f)$  по известным из эксперимента вариациям амплитуд и фаз радиосигналов на нескольких частотах во время фиксированного геофизического возмущения. Если мы используем экспериментальные приращения амплитуды и фазы на трех частотах, то мы имеем 6 экспериментально измеренных вариаций для каждого временного шага. Обратимся к выражениям (2.3) и (2.4). В каждое из них (кроме неизвестной высоты  $h$ ) входят неизвестные модуль и аргумент  $R(\psi, f)$  для разных углов падения  $\psi_i$  ( $i = 1, 2$ ) на верхнюю границу 1-ого и 2-ого ионосферных лучей на 3- частотах. Значение комплексного коэффициента отражения  $R_g$ , **зависящего** от угла падения ( $\psi_i$ ) волны на нижнюю границу, можно считать известной величиной при заданной эффективной высоте  $h$ , так как электрические свойства грунта (нижней границы) **полагаются известными**. По 6-ти экспериментальным приращениям невозможно восстановить 12 приращений параметров, входящих в (2.3), (2.4) для 3-х рабочих частот, и их абсолютные значения в фиксированный момент времени (например, перед возмущением). Поэтому требуется огрубить обсуждаемые выражения (на основе физических соображений), и тем самым уменьшить количество искомым параметров. **Огрубление может быть оправдано сравнением экспериментальных вариаций сигналов с расчетными**. Если такое сравнение дает расхождение соизмеримое с погрешностями измерений (5 – 10 % по амплитуде и  $\pm 0,5$  мкс по фазе), то обратную задачу можно считать решенной удовлетворительно.

Не забывая о том, что выражения (2.3) и (2.4) становятся приближенными, как только сферические коэффициенты отражения от границ заменяются коэффициентами отражения плоской волны от плоской границы раздела с асимптотическими представлениями об углах падения  $\psi_i$  и  $I_i$ , переходим к их дальнейшему огрублению:

- с учетом относительно узкой полосы используемых частот (10 – 14 кГц) отбросим зависимость модуля коэффициента  $R(\psi, f) \equiv |R(\psi, f)|$  от частоты, то есть постулируем:  $R(\psi, f) \equiv R(\psi)$ .

- с учетом предельно скользких углов падения  $\psi_i > 1,3$  рад. ( $i = 1, 2$ ) лучей на верхнюю границу **будем использовать на основе численных результатов работы [25]** линейную аппроксимацию для функции  $R(\psi)$ . **Она есть полупрямая** равная единице ( $R(\pi/2) = 1$ ) при предельно скользком угле падения, отсчитываемого от вертикали, и проходит через значение  $R$  при  $\psi = \psi_1$ . В дальнейшем этот параметр  $R$  (модуль коэффициента отражения первого ионосферного луча) будет искомой **для нас** величиной в рамках **обсуждаемой** обратной задачи распространения. Значение коэффициента

отражения для 2-ого ионосферного луча  $R(\psi_2)$  находится из указанной линейной аппроксимации:

$$R(\psi) = R + (1 - R) \frac{(\psi - \psi_1)}{(\pi/2 - \psi_1)} \quad (2.6)$$

для  $\psi_2 \leq \psi < \pi/2$ ,

- С учетом почти линейной зависимости функций  $\arg R(\psi, f)$  от угла  $\psi$  в окрестности их скользящих значений [25] и с учетом того, что все функции  $\arg R(\psi, f)$ , соответствующие разным частотам, стремятся к значению  $\pi$  при  $\psi \rightarrow \pi/2$ , вводятся следующие линейные аппроксимации:

$$\arg(R(\psi, f_2))|_{r=a+h} = \pi \quad (2.7),$$

$$\arg(R(\psi, f_{1,3}))|_{r=a+h} = \pi \mp \delta' \frac{\pi/2 - \psi}{\pi/2 - 1} \quad (2.8),$$

где знаки «минус» и «плюс» соответствуют частотам  $f_1$  и  $f_3$  соответственно и  $\delta' \equiv 0.35$  рад. на основе численных результатов, представленных на Рис. 1 из работы [25], для  $\psi_2 \leq \psi < \pi/2$ .

В результате указанных аппроксимаций осталась два параметра-функции, подлежащих количественному определению

- эффективная высота  $h(t)$  и

- модуль коэффициента отражения  $R(t)$  от верхнего слоя проводимости сигнала, соответствующего 1-ому ионосферному лучу при его угле падения  $\psi_1$ , который известным образом связан с эффективной высотой  $h$  в сферическом волноводе.

Определение эффективной высоты  $h$  фактически задано соотношением (2.7). Эффективная высота волновода – это такая высота модельного волновода с резкой верхней границей раздела двух сред (воздух – слой проводимости), при которой фазовый путь сигнала в реальном волноводе равен фазовому пути в модельном волноводе, причем в последнем волна отражается от верхней границы со сдвигом фазы на  $180^\circ$ .

#### 4. Алгоритм решения обратной СДВ-задачи лучевым методом (РО\_СДВ-З\_ЛМ)

Анализ исследуемых геофизических возмущений основан на решении нестационарной обратной СДВ-задачи самосогласованным методом. Суть этого метода заключается в следующем. Пусть существует теория, устанавливающая связь между измеряемыми величинами  $\gamma_i$  в условных единицах и несколькими параметрами  $\xi_k$  ( $k = 1, \dots, s$ ), характеризующими электрические свойства верхней части волноводного канала земля – верхний слой проводимости через зависимость вида:

$$\gamma_i = B_i W_i(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k, \dots, \xi_s) \quad (4.1),$$

где  $W_i$  - безразмерная функция ослабления,  $B_i$  - размерные константы.



В общем случае связь измеренных величин  $\gamma_i$  и искомых параметров  $\xi_k$  нелинейная. Она в рассматриваемом случае распространения радиоволн может быть приближенно установлена двумя путями.

Первый путь заключается в нахождении профиля проводимости верхнего отражающего **изотропного** слоя с использованием аппарата нормальных волн. В данной работе используется второй, упрощенный путь, когда нелинейная связь между параметрами - временными функциям (характеризующими изменения электрических свойств верхней части волновода при возмущении) и измеренными величинами-функциям устанавливается следующим образом. Допуская малость приращений всех величин на достаточно малом временном интервале  $\Delta t_n$  ( $n=1, \dots, m$ ) нестационарного процесса, используем следующие **линейные связи**:

$$\Delta \gamma_{in} = B_i \sum_k \frac{\partial W_{in}}{\partial \xi_k} \Delta \xi_{kn} \quad (4.2),$$

где  $\Delta \gamma_{in}$  – приращение измеренной  $i$ -ой величины за  $\Delta t_n$ ;  $\Delta \xi_{kn}$  – приращения искомых  $k$ - параметров за  $\Delta t_n$ ; множители  $B_i$  введены по той причине, что в имеющихся в нашем распоряжении экспериментальных данных некоторые  $\gamma_i$  (амплитуды сигналов) измерялись в условных единицах. Следует отметить, что такой путь решения следует применять с осторожностью на частотах ниже 10 кГц по причине существенного ухудшения точности аналитических выражений для лучей, начиная со второго, при понижении частоты [26]. Эти выражения необходимо дополнять выражениями для вычетов, возникающих при необходимом совмещении контура наибоыстрейшего спуска с вещественной осью в методе перевала. Если  $\gamma_i$  и  $\xi_k$  имеют одинаковую размерность, то соответствующие им  $B_i \equiv 1$ . В остальных случаях равенство (4.2) делится на  $\gamma_i(t_0)$  в фиксированный момент времени  $t_0$ . В результате неизвестные множители  $B_i$  исчезают:

$$\Delta \gamma_{in} / \gamma_i(t_0) = \sum_k \frac{1}{W_i(t_0)} \frac{\partial W_{in}}{\partial \xi_k} \Delta \xi_{kn} \quad (4.3).$$

Таким образом, относительные изменения величин (амплитуд) можно использовать для определения искомых параметров, которые характеризуют электрические свойства среды. Но по этой же причине обсуждаемая методика не годится для решения обратной задачи в стационарных условиях. Для нее требуются откалиброванные приемные антенны для измерения абсолютных значений напряженности электромагнитного поля в точке приема.

Вернемся к **рассматриваемому** случаю, в котором измеряемые величины – амплитуды и фазы радиосигналов, а искомые параметры –  $h$  и модуль  $R$ . Таблицы  $W_0$  – функции ослабления земной волны (земного дифракционного луча) в выражении (2.2), в зависимости от частоты, расстояния между источником и приемником, в зависимости от электрических свойств земли содержатся в [22]. В нашем случае с точностью 10 % она равна  $0.65 \exp(i1.0)$  (при временной зависимости  $\exp(-i\omega t)$ ) для  $\sigma = 10^{-3} \div 10^{-4}$  См/м,  $f = 10 \div 16$  кГц и  $S_1 = 885$  км). Для 1-ого и 2-ого ионосферных лучей из равенства (2.2) имеем:

$$\frac{\Delta E_{in}}{E_i(t_0)} = \frac{\Delta R_n}{W_i(t_0)} \frac{\partial |W_{in}|}{\partial R} + \frac{\Delta h_n}{W_i(t_0)} \frac{\partial |W_{in}|}{\partial h}, \quad (4.4),$$

$$\Delta \varphi_{in} = \Delta R_n \frac{\partial \arg W_{in}}{\partial R} + \Delta h_n \frac{\partial \arg W_{in}}{\partial h}. \quad (4.5).$$

Здесь слева стоят экспериментальные приращения величин, а справа – частные производные, теоретически вычисляемые на основе выражения для функции ослабления (2.2) – (2.9). Тогда сами временные функции есть результат суммирования:

$$h_m = h(t_m) = h_0 + \sum_{n=1}^m \Delta h_n \quad (4.6),$$

$$R_m = R(t_m) = R_0 + \sum_{n=1}^m \Delta R_n \quad (4.7).$$

В этих выражениях суммирование по  $n$  есть суммирование приращений по временным интервалам. При использовании линейной аппроксимации (4.4), (4.5) шаг по времени  $\Delta t_n$  должен быть достаточно малым (в нашем случае [используется шаг 100 с](#)). При анализе в положительном направлении по времени в качестве  $t_0$  выбирался момент времени  $t'$ , предшествующий возмущению, а при анализе в обратном направлении времени в качестве  $t_0$  берутся моменты времени  $t''$  или  $t'''$ , соответствующие или максимуму возмущения, или концу возмущения.

В представленных выражениях присутствуют пока неопределенные значения  $h_0$  и  $R_0$ . Из континуума их значений физический смысл имеют только те значения, при которых расчетные вариации амплитуд и фаз должны “совпасть” с экспериментальными вариациями. Под “совпадением” здесь понимается малость функционала-невязки между расчетными и измеренными [временными функциями](#).

Для нахождения временных функций  $R(t)$  и  $h(t)$  в положительном и отрицательном направлениях времени ([для проверки корректности решения и оценки влияния всей совокупности погрешностей на решение задачи](#)) решаются независимо две обратные задачи для трёх указанных радиочастот. В решении [каждой из](#) названных задач используется самосогласованный метод, предполагающий избыточность экспериментальных данных и [использование минимизации](#) функционала-невязки по значениям искомых временных функций  $R(t_0)$  и  $h(t_0)$  в фиксированный момент времени  $t_0$ . Под самосогласованным СДВ-методом понимается такое решение обратной задачи, при котором не требуется априори знание состояния электрических свойств атмосферы и геофизической обстановки в момент  $t_0$ . Функционал-невязка между измеренными амплитудами и фазами сигналов и их расчётными значениями имеет вид [13]:

$$G(h_0, R_0) = \sum_i \sum_{n=1}^m \left[ \frac{(W_i(t_n) - E_i(t_n))^2}{E_i^2(t_0)} + \frac{(\tilde{\varphi}_i(t_n) - \varphi_i(t_n))^2}{(\Delta\varphi_i)^2} \right] \quad (4.8),$$

где  $i$  - номер частоты;  $m$  – число временных интервалов, на которые разбита длительность возмущения;  $E_i(t_n)$ - измеренные величины амплитуд;  $W_i(t_n)$ - расчётные величины модулей функции ослабления, нормированные условием  $E_i(t_0) \equiv W_i(t_0)$ ;  $\varphi_i(t_n)$  - измеренные величины фаз;  $\tilde{\varphi}_i(t_n)$ - расчётные величины аргументов функции ослабления, также “нормированные” условием  $\varphi_i(t_0) \equiv \tilde{\varphi}_i(t_0)$ ;  $\Delta\varphi_i$  - максимальная экспериментальная вариация фазы за анализируемый интервал времени. При нормировке

амплитуд используются множители, а при “нормировке” фаз используются слагаемые. В нашей задаче абсолютное значение фазы не имеет физического смысла, фазовые кривые, как экспериментальные так и расчетные, мы можем смещать по оси ординат так, как нам это удобно.

## 5. Описание программы расчета функции ослабления и решение обратной СДВ-задачи в трехлучевом приближении (MathCAD).

В файле “Алгоритм вычисления функции ослабления в трехлучевом приближении” (расширение - xmc), обсуждаемой папки файлов “Rem\_Ast\_лаб\_раб” учебно-методической работы, представлена программа расчета функции ослабления  $W$  в трехлучевом приближении. Как видно из текста программы запись выражений в MathCAD очень «привычная» за исключением некоторых особенностей. На первом этапе задаются численные значения геометрических параметров трассы (с помощью параметра присвоения – “:=”): расстояние между источником и приемником  $d:=885$  км; радиус земли  $a:=6370$  км и эффективная высота  $h$ . По этим параметрам вычисляются следующие величины: угловое расстояние между источником и приемником  $\theta$ ; углы падения первого и второго ионосферных лучей  $\psi(t, h)$ , где  $t = 1, 2$  соответствует номеру ионосферного луча; геометрические пути первого и второго ионосферных лучей  $L(t, h)$ ; коэффициенты, которые учитывают фокусирующее/дефокусирующее действие сферических поверхностей земли и ионосферы  $\alpha(t, h)$ .

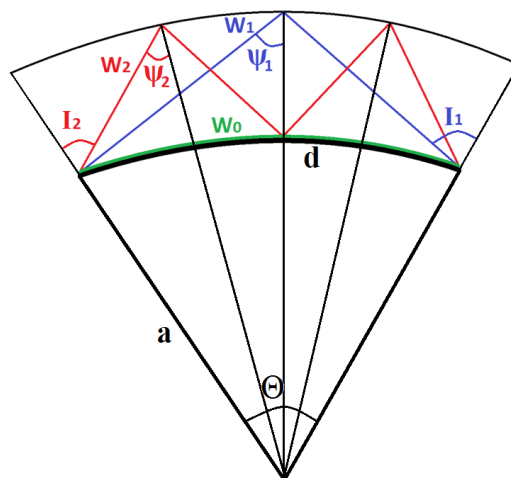


Рис. 5.1. Геометрия задачи.

Далее требуется задать (присвоить значения) относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_m$  и проводимость  $\sigma$  подстилающей поверхности, частоты принимаемых сигналов  $f_n$  (разные  $n = 1, 2, 3$  соответствуют номерам частот для 10,2; 12,1; 13,6 кГц соответственно) и значения модуля коэффициента отражения первого ионосферного луча  $R(\psi_1)$  от границы атмосфера – ионосфера, в котором можно учесть зависимость от частоты (частотную дисперсию), если ввести множители:  $\beta(f_1) \neq 1$ ,  $\beta(f_2) = 1$ ,  $\beta(f_3) \neq 1$  (в нашем случае, по умолчанию, они все 3 равны 1, т.е. зависимостью модуля коэффициента отражения от частоты пренебрегается). По этим данным вычисляется модуль коэффициента отражения второго ионосферного луча  $R2(n, R, h)$  и аргументы коэффициентов отражения для первого и второго ионосферного луча. Процедура  $R2(n, R, h)$  также реализует отключение второго ионосферного луча из суммы (2.2) в случае получающихся отрицательных значений для модуля коэффициента отражения при нашей линейной аппроксимации.

Функция ослабления  $W(n, R, h)$  является суммой функции ослабления земной волны  $W_0 = 0,64 \exp(i\alpha)$ , функции ослабления первого ионосферного луча  $W1(n, R, h)$  и функции ослабления второго ионосферного луча  $W2(n, R, h)$ . Подставляя различные  $R$  и  $h$ , можно получить значения модуля и аргумента функции ослабления  $W(n, R, h)$  (решение прямой СДВ задачи). Для решения обратной СДВ задачи, согласно линейным аппроксимациям (4.4) и (4.5), необходимо вычислить (приближенно) частные производные модуля и аргумента функции ослабления при выбранных приращениях  $dR; dh$ :

$modWh(n, R, h)$ - частная производная модуля функции ослабления по эффективной высоте.

$modWR(n, R, h)$ - частная производная модуля функции ослабления по модулю коэффициента отражения.

$argWh(n, R, h)$ - частная производная аргумента функции ослабления по эффективной высоте.

$argWR(n, R, h)$ - частная производная аргумента функции ослабления по модулю коэффициента отражения.

Теперь необходимо ввести экспериментальные данные вариаций амплитуд и фаз. Столбцы 2-4 таблицы “В” содержат набор значений амплитуд в условных единицах для трех частот, а столбцы 6-8 набор - значения фаз (в микросекундах), принимаемых сигналов для тех же трех частот. Первый и пятый столбцы заполняются временными отсчетами (номераами временных точек возмущения, начиная с 1).

№	A1	A2	A3	№	f1	f2	f3
1	...	...	...	1	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
u	...	...	...	u	...	...	...

Следует отметить, что регистрация амплитуд и фаз сигналов производилась на ленту самописца с шагом дискретизации 100 секунд. Это накладывает некоторые ограничения, так как при сильных возмущениях изменения амплитуд и фаз могут быть очень большими и можно выйти за пределы линейной аппроксимации. Кроме того, из-за технических особенностей регистрирующей аппаратуры будет сказываться инерционность регистрации фазовых вариаций. Все это необходимо учитывать при отборе экспериментальных данных. Иногда при наличии резких скачков в экспериментальных зависимостях имеет смысл производить усреднение по нескольким точкам и далее обрабатывать усредненные данные.

Подпрограмма  $Z(R0, h0)$  вычисляет изменения модуля коэффициента отражения  $\Delta R$  и эффективной высоты  $\Delta h$  на каждом временном интервале. Суммы приращений этих величин дают зависимости модуля коэффициента отражения  $R$  и эффективной высоты  $h$  от времени для двух фиксированных значений  $R0, h0$ , см. (4.6) и (4.7). Суть работы подпрограммы состоит в следующем. На каждом временном шаге  $m = 1, \dots, u$  имеется шесть уравнений с двумя неизвестными  $\Delta R$  и  $\Delta h$  вида (4.4) и (4.5). Из этих уравнений можно составить девять различных систем уравнений (2X2) в каждую из которых будет входить одно уравнение вида (4.4) и одно уравнение вида (4.5). В подпрограмме из всех возможных систем уравнений выбирается та, у которой наибольший по модулю определитель. Решая на каждом временном шаге систему уравнений с максимальным определителем при помощи встроенной процедуры “solve”, находятся  $\Delta R_m$  и  $\Delta h_m$ . Кроме того, подпрограмма вычисляет на каждом временном интервале значение функционала-

невязки  $S_m$ , который состоит из амплитудной  $SE_m$  и фазовой  $S\varphi_m$  составляющей (см. 4.8). Сумма этих двух составляющих по всем временным интервалам  $\sum_{m=1}^u SE_m + S\varphi_m$  дает итоговое значение функционала-невязки  $S$  для двух фиксированных значений  $R_0$  и  $h_0$ . Таким образом, результатом работы подпрограммы  $Z(R_0, h_0)$  является две временные зависимости:  $Z(R_0, h_0)_1$ - модуль коэффициента отражения;  $Z(R_0, h_0)_2$ - эффективная высота и  $Z(R_0, h_0)_3$ - значение функционала-невязки. Для контроля работы подпрограммы  $Z(R_0, h_0)$  можно вывести, например, значения определителя на каждом временном шаге с соответствующими им номерами частот или иные данные, при этом увеличится размерность массива ( $Z(R_0, h_0)_4, Z(R_0, h_0)_5, Z(R_0, h_0)_6, \dots$ ).

Таблица значений функционала-невязки  $S$  служат для нахождения таких начальных  $R_0, h_0$ , которые обеспечивают минимум этого функционала-невязки  $S$ . Подпрограмма **G** производит вычисление функционала-невязки с заданным шагом по начальной эффективной высоте и начальному модулю коэффициента отражения (по умолчанию установлены  $\Delta h = 1$  км и  $\Delta R = 0.05$ , но можно установить более крупный или мелкий шаг) и выдает результат в виде таблицы со значениями функционала-невязки. Для удобства выводимые значения нормированы значением 1 для минимального из них. Перебирая физически возможные начальные  $R_0, h_0$ , выбираем те, которые соответствуют минимальному значению функционала-невязки  $S$ . При работе с подпрограммой **G** нужно сначала перебрать физически возможные начальные значения  $R_0, h_0$  с крупным шагом, а затем, локализовав минимум, перейти к более мелкому шагу. Не стоит брать сразу маленький шаг с большим количеством точек, так как вычисления будут очень длительными и могут появляться разного рода сбои и зависания.

При обработке сильных возмущений точность отражательных формул существенно падает, так как условие их применимости  $\cos(I) \gg 1/kh$  в окрестности максимума возмущения плохо выполняется. Чтобы минимизировать ошибку необходимо вместо «сквозной прогонки» всего возмущения поделить его на две половины (до и после максимума) и обрабатывать каждую половину отдельно. Причем обсчет второй половины возмущения нужно производить в обратном направлении по времени, а искомые  $R_0$  и  $h_0$  будут значениями модуля коэффициента отражения и эффективной высоты в конечный момент возмущения. Еще одна трудность при обработке сильных возмущений (особенно при наличии резких скачков) состоит в том, что иногда имеют место несколько минимумов функционала-невязки и тогда нужно отдавать предпочтение наименьшему из них, то есть абсолютному минимуму. Но окончательное решение в пользу того или иного минимума функционала-невязки нужно принимать только после сравнения экспериментальных и расчетных зависимостей, что связано с возможным появлением нефизических значений или резких выбросов.

Иногда требуется убрать из вычислений данные одной из трех частот (например, первой при сильных возмущениях). Для этого можно сделать соответствующие исправления в процедуре цикла “for”. Если же требуется убрать только амплитудные или фазовые данные какой-либо частоты, то это можно сделать, принудительно приравнявая нулю определитель процедурой “If”.

Теперь можно построить зависимости модуля коэффициента отражения и эффективной высоты, указав в качестве аргументов подпрограммы  $Z(R_0, h_0)$  оптимальные значения  $R_0$  и  $h_0$ . Подставляя эти зависимости в функцию ослабления  $W(n, R, h)$ , можно сравнить экспериментальные и расчетные зависимости хода амплитуд и фаз для каждой частоты. Для более удобного сравнения можно построить экспериментальные и расчетные кривые совместив их на одном графике. Так как в измерениях и вычислениях имеют место относительные величины амплитуд сигналов, то начальные (конечные) значения экспериментальных и расчетных зависимостей необходимо положить равными константе (единице) и тем самым их совместить. Экспериментальные и расчетные фазовые кривые необходимо тоже совмещать в



начальный или конечный момент времени в зависимости от знака направления временного анализа.

## 6. Порядок выполнения работы.

### 6.1. Начать работу с файлом, имеющим расширение .xmcd в среде MathCAD, «Алгоритм вычисления функции ослабления W»

**Ввести** (ниже представлены изображения экрана для более удобного восприятия):

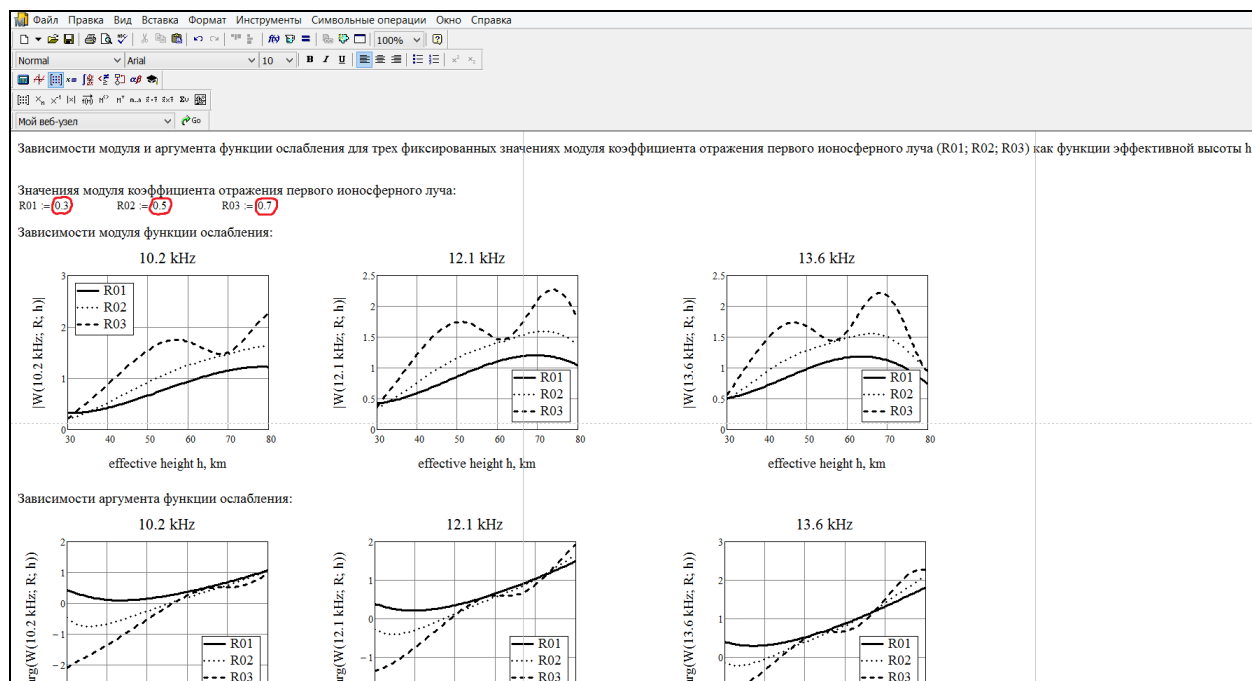
- длину радиотрассы  $d$ ;
- диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_m$  и проводимость земли  $\sigma$ ;
- множество значений эффективной высоты  $h$  и модуля коэффициента отражения первого ионосферного луча  $R$  от границы атмосфера – ионосфера (задать начальное и конечное значение с определенным шагом). Для примера в записи “ $h := 30, 30.5, \dots, 80$ ” значение 30 – начальное значение эффективной высоты в км; 30.5 км- следующее после начального значения эффективной высоты (шаг- 0.5 км); 80 км- конечное значение эффективной высоты. Нужно помнить, что дробная часть числа отделяется **точкой** в среде MathCAD.

При необходимости можно поменять значения частот (вписав требуемые значения в столбец  $f_n$ ):



## 6.2. Исследование поведения модуля и аргумента функции ослабления для трех фиксированных значениях коэффициента отражения от ионосферы (R01; R02; R03)

Ввести в соответствии с заданием три значения модуля коэффициента отражения от ионосферы R01, R02 и R03, после чего будут построены зависимости от эффективной высоты  $h$  модуля и аргумента функции ослабления для трех частот:



6.3. В папке «Rem\_Ast\_лаб\_раб» обратиться к файлу (расширением .xmcad среды MathCAD) «Алгоритм решения обратной СДВ задачи лучевым методом». Первая часть программы аналогична предыдущему файлу «Алгоритм вычисления функции ослабления  $W$ », только для более компактной записи подробные комментарии убраны. По желанию можно изменить свойства подстилающей поверхности (диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_m$  и проводимость земли  $\sigma$ ).

Теперь необходимо в таблицу «В» вставить экспериментальные данные. Для этого нужно открыть файл Microsoft Excel (.xlsx) «30 апреля 1992» в папке «Rem\_Ast\_лаб\_раб» и скопировать данные, которые структурированы в следующем образом:

№	A1	A2	A3	№	f1	f2	f3
1	...	...	...	1	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
u	...	...	...	u	...	...	...

1-ый и 5-ый столбцы таблицы – безразмерное время (номер временной точки с шагом 100 секунд 1 – u); 2 – 4 столбцы (A1, A2 и A3) – амплитуды сигналов для трех рабочих частот; 6 – 8 столбцы (f1, f2 и f3) – фазы этих же сигналов. Амплитуды – в условных единицах. Фазы – в микросекундах (мкс).

тестовые данные для 30 апреля 1992.xlsx

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Calibri 11 Ж К Ч

A3:H22 = 4,537

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2	№	A1	A2	A3	№	f1	f2	f3					
3	1	17	18.673	23.671	1	17.2	14.138	12.668					
4	2	17	18.673	23.671	2	17.2	14.138	12.668					
5	3	16.673	17	18.673	3	16.938	13.616	12.535					
6	4	16.021	17.673	22.015	4	16.541	12.817	12.268					
7	5	15.022	17.673	22.015	5	15.48	11.776	11.877					
8	6	13.441	17.673	22.015	6	14.82	10.482	11.219					
9	7	11.518	17.673	22.015	7	14.121	9.121	10.545					
10	8	9.416	17.673	22.015	8	13.416	7.909	9.879					
11	9	8.042	17.673	22.015	9	12.709	7.099	9.223					
12	10	7.047	17.673	22.015	10	12.047	6.286	8.548					
13	11	6.351	17.673	22.015	11	11.351	5.755	7.882					
14	12	5.686	17.673	22.015	12	10.686	5.21	7.23					
15	13	5.066	17.673	22.015	13	10.066	4.693	6.677					
16	14	4.359	17.673	22.015	14	9.359	4.283	6.145					
17	15	4	17.673	22.015	15	8.64	3.871	5.755					
18	16	4	17.673	22.015	16	7.924	3.738	5.21					
19	17	3.697	17.673	22.015	17	7.207	3.6	4.937					
20	18	3.367	17.673	22.015	18	6.49	3.6	4.67					
21	19	3	17.673	22.015	19	5.773	3.6	4.537					
22	20	3	17.673	22.015	20	5.056	3.6	4.537					
23													

Далее нужно заново обратиться к уже открытому файлу MathCAD «Алгоритм решения обратной СДВ задачи лучевым методом» затем выделить таблицу «В» и вставить в нее скопированные данные:

Файл Правка Вид Вставка Формат Инструменты Символьные операции Окно Справка

Variables Times New Roman 10

Мой веб-узел

**Вставить данные вариаций амплитуд и фаз в В**

Экспериментальные данные вариаций амплитуд и фаз, которые структурированы в таблице в следующем порядке: № A1 A2 A3 № ф1 ф2 ф3

1	17	18.673	23.671	1	17.2	14.138	12.668
2	17	18.673	23.671	2	17.2	14.138	12.668
3	16.673	18.339	23.014	3	16.938	13.616	12.535
4	16.021	17.673	22.015	4	16.541	12.817	12.268
5	15.022	17.673	22.015	5	15.48	11.776	11.877
6	13.441	17.673	22.015	6	14.82	10.482	11.219
7	11.518	17.673	22.015	7	14.121	9.121	10.545
8	9.416	17.673	22.015	8	13.416	7.909	9.879
9	8.042	17.673	22.015	9	12.709	7.099	9.223
10	7.047	17.673	22.015	10	12.047	6.286	8.548
11	6.351	17.673	22.015	11	11.351	5.755	7.882
12	5.686	17.673	22.015	12	10.686	5.21	7.23
13	5.066	17.673	22.015	13	10.066	4.693	6.677
14	4.359	17.673	22.015	14	9.359	4.283	6.145
15	4	17.673	22.015	15	8.64	3.871	5.755
16	4	17.673	22.015	16	7.924	3.738	5.21
17	3.697	17.673	22.015	17	7.207	3.6	4.937
18	3.367	17.673	22.015	18	6.49	3.6	4.67
19	3	17.673	22.015	19	5.773	3.6	4.537
20	3	17.673	22.015	20	5.056	3.6	4.537

В :=

u := длина (B<sup>(1)</sup>)

временные точки

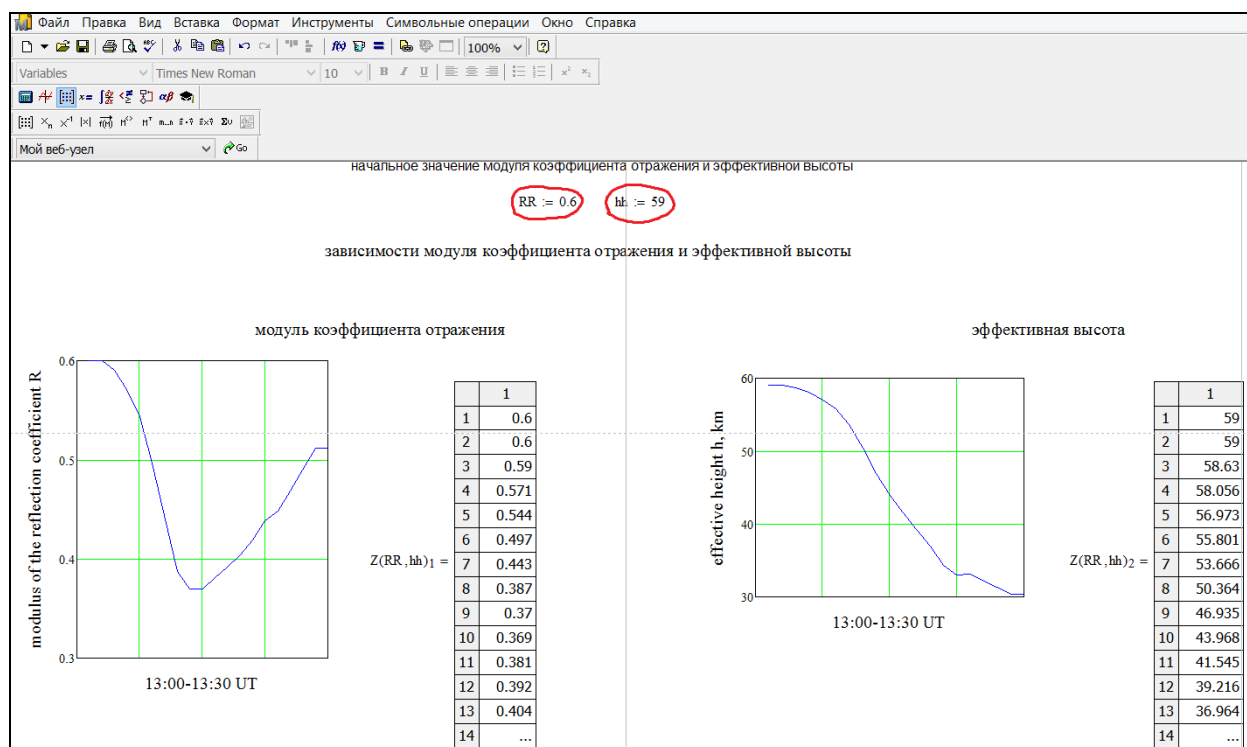
iii = 1 .. u

u = 20

По этим данным (правее таблицы «В») будут построены экспериментальные зависимости амплитуд и фаз для трех частот.

### 6.4. Построить зависимости модуля коэффициента отражения и эффективной высоты от времени. Привести сравнение экспериментальных и расчетных зависимостей для амплитуд и фаз.

Ввести начальное значение модуля коэффициента отражения и эффективной высоты, вставив их в **RR** и **hh** (обозначены не через **R0** и **h0**, чтобы не возникало ошибки):



На графиках с соответствующими подписями появятся:

- зависимости модуля коэффициента отражения и эффективной высоты;
- сравнение экспериментальных и расчетных зависимостей относительных амплитуд (нормированные на начальные значения) для трех частот;
- сравнение экспериментальных и расчетных зависимостей фаз для трех частот на одном графике. Экспериментальные и расчетные кривые на графике совмещены в начальный момент времени.

### 6.5. Минимизация функционала-невязки и вычисление начальных значений модуля коэффициента **R0** отражения и эффективной **h0** высоты.

Эта часть является самой сложной в данной работе. Подпрограмма **G** производит вычисление функционала - невязки на выбранном интервале значений с заданным шагом начальной эффективной высоте и начальному модулю коэффициента отражения. Результат вычисления представляет собой таблицу значений функционала, которые нормированы на минимальное значение (для удобства анализа). Перебирая физически возможные начальные **R0** и **h0**, находится минимум функционала. Соответствующие этому минимуму значения **R0** и **h0** и будут являться решением задачи.

При работе с подпрограммой необходимо ввести значения **R00** и **h00** для начальной эффективной высоты и модуля коэффициента отражения, начиная с которых будет осуществляться перебор **R0** и **h0** с заданным шагом (по умолчанию заданы 0.05 для **R0** и 1 км для **h0**)

Вычисление функционала-невязки с заданным шагом по начальной эффективной высоте (1 км) и начальному модулю коэффициента отражения (0.05)

**Ввести значения R00 и h00.**

R00 := 0.4                      h00 := 55

Таблица со значениями функционала-невязки (нормированы на минимальное значение min(G))

G1 := for I ∈ 1..7  
for j ∈ 1..7  
R0 ← R00 + 0.05·I  
h0 ← h00 + 1·j  
F<sub>I,j</sub> ← ∑ (Z(R0, h0))<sub>3</sub>

1.363	1.469	1.592	1.609	1.882	2.04	2.235	R00+0.05
1.251	1.308	1.378	1.399	1.614	1.752	1.946	R00+0.1
1.154	1.145	1.151	1.173	1.225	1.321	1.483	R00+0.15
1.121	1.054	1.01	1	1.034	1.099	1.332	R00+0.2
1.197	1.092	1.042	1.068	1.179	1.371	1.354	R00+0.25
1.421	1.31	1.318	1.482	1.819	1.835	1.936	R00+0.3
1.839	1.77	1.918	2.345	3.084	4.323	4.863	R00+0.35
	h00+1	h00+2	h00+3	h00+4	h00+5	h00+6	h00+7

значение функционала в минимуме  
min(G1) = 9.392

соответствующие этому минимуму значения подставляются в RR и hh для графиков выше

### Пример нахождения начальных значений R0 и h0 для 30 апреля 1992.

- Выбрали некоторые начальные R00 и h00 (0.25 и 40 км). Видно, что минимум функционала находится при больших значениях h0, чем 47 км (h00+7):

Вычисление функционала-невязки с заданным шагом по начальной эффективной высоте (1 км) и начальному модулю коэффициента отражения (0.05)

**Ввести значения R00 и h00.**

R00 := 0.25                      h00 := 40

Таблица со значениями функционала-невязки (нормированы на минимальное значение min(G))

G1 := for I ∈ 1..7  
for j ∈ 1..7  
R0 ← R00 + 0.05·I  
h0 ← h00 + 1·j  
F<sub>I,j</sub> ← ∑ (Z(R0, h0))<sub>3</sub>

1.797	1.679	1.561	1.456	1.364	1.287	1.221	R00+0.05
1.547	1.448	1.359	1.278	1.209	1.152	1.108	R00+0.1
1.297	1.234	1.177	1.128	1.086	1.052	1.027	R00+0.15
1.235	1.176	1.125	1.081	1.045	1.018	1	R00+0.2
1.301	1.21	1.139	1.087	1.051	1.029	1.018	R00+0.25
1.33	1.221	1.146	1.1	1.078	1.075	1.084	R00+0.3
1.302	1.197	1.139	1.12	1.129	1.16	1.202	R00+0.35
	h00+1	h00+2	h00+3	h00+4	h00+5	h00+6	h00+7

значение функционала в минимуме  
min(G1) = 9.91

соответствующие этому минимуму значения подставляются в RR и hh для графиков выше

- Зададим большее значение h00 (50 км):

Вычисление функционала-невязки с заданным шагом по начальной эффективной высоте (1 км) и начальному модулю коэффициента отражения (0.05)

**Ввести значения R00 и h00.**

R00 := 0.25                      h00 := 50

G1 := for I ∈ 1..7  
for j ∈ 1..7  
R0 ← R00 + 0.05·I  
h0 ← h00 + 1·j  
 $F_{I,j} \leftarrow \sum \left( \overrightarrow{Z(R0, h0)} \right)_3$

Таблица со значениями функционала-невязки (нормированы на минимальное значение min(G))

$\frac{G1}{\min(G1)}$	1.138	1.157	1.195	1.25	1.322	1.409	1.516	R00+0.05
	1.074	1.102	1.145	1.204	1.28	1.373	1.484	R00+0.1
	1.033	1.065	1.113	1.177	1.258	1.353	1.465	R00+0.15
	1.019	1.047	1.088	1.141	1.209	1.293	1.394	R00+0.2
	1.049	1.067	1.088	1.114	1.146	1.187	1.241	R00+0.25
	1.144	1.146	1.14	1.127	1.11	1.095	1.087	R00+0.3
	1.323	1.308	1.269	1.21	1.138	1.064	1	R00+0.35
	h00+1	h00+2	h00+3	h00+4	h00+5	h00+6	h00+7	

значение функционала в минимуме  
min(G1) = 9.898

соответствующие этому минимуму значения подставляются в RR и hh для графиков выше

- Нужно еще увеличить **R00** и **h00**. Возьмем **R00=0.3** и **h00=55**. Как можно видеть из рисунка ниже, единица сместилась влево к центру таблицы и вверх на одну строчку:

Вычисление функционала-невязки с заданным шагом по начальной эффективной высоте (1 км) и начальному модулю коэффициента отражения (0.05)

**Ввести значения R00 и h00.**

R00 := 0.3                      h00 := 55

G1 := for I ∈ 1..7  
for j ∈ 1..7  
R0 ← R00 + 0.05·I  
h0 ← h00 + 1·j  
 $F_{I,j} \leftarrow \sum \left( \overrightarrow{Z(R0, h0)} \right)_3$

Таблица со значениями функционала-невязки (нормированы на минимальное значение min(G))

$\frac{G1}{\min(G1)}$	1.447	1.564	1.704	1.865	2.049	2.26	2.495	R00+0.05
	1.426	1.544	1.684	1.847	2.036	2.257	2.369	R00+0.1
	1.363	1.469	1.592	1.609	1.882	2.04	2.235	R00+0.15
	1.251	1.308	1.378	1.399	1.614	1.752	1.946	R00+0.2
	1.154	1.145	1.151	1.173	1.225	1.321	1.483	R00+0.25
	1.121	1.054	1.01	1	1.034	1.099	1.332	R00+0.3
	1.197	1.092	1.042	1.068	1.179	1.371	1.354	R00+0.35
	h00+1	h00+2	h00+3	h00+4	h00+5	h00+6	h00+7	

значение функционала в минимуме  
min(G1) = 9.392

соответствующие этому минимуму значения подставляются в RR и hh для графиков выше

- Следующим шагом нужно выставить единицу по центру таблицы (вверх на две строчки), взяв **R00 = 0.4**:

Вычисление функционала-невязки с заданным шагом по начальной эффективной высоте (1 км) и начальному модулю коэффициента отражения (0.05)

**Ввести значения R00 и h00.**

R00 := 0.4                      h00 := 55

Г1 := for I ∈ 1..7  
for j ∈ 1..7  
R0 ← R00 + 0.05·I  
h0 ← h00 + 1·j  
 $F_{I,j} \leftarrow \sum \left( \frac{Z(R0, h0)}{3} \right)$

Таблица со значениями функционала-невязки (нормированы на минимальное значение min(G))

$\frac{G1}{\min(G1)}$	1.363	1.469	1.592	1.609	1.882	2.04	2.235	R00+0.05
	1.251	1.308	1.378	1.399	1.614	1.752	1.946	R00+0.1
	1.154	1.145	1.151	1.173	1.225	1.321	1.483	R00+0.15
	1.121	1.054	1.01	1	1.034	1.099	1.332	R00+0.2
	1.197	1.092	1.042	1.068	1.179	1.371	1.354	R00+0.25
	1.421	1.31	1.318	1.482	1.819	1.835	1.936	R00+0.3
	1.839	1.77	1.918	2.345	3.084	4.323	4.863	R00+0.35
	h00+1	h00+2	h00+3	h00+4	h00+5	h00+6	h00+7	

значение функционала в минимуме  
min(G1) = 9.392

соответствующие этому минимуму значения подставляются в RR и hh для графиков выше

Конечный результат:  $R0=R00+0.2=0.6$ ;  $h0=h00+4=59$  км.  
Эти значения начальных **R0** и **h0** подставляются в **RR** и **hh** п. 6.4.

### 6.6. Выполнение аналогичного анализа другого возмущения по заданию преподавателя.

Для этого нужно запустить файл Microsoft Excel (.xlsx) «исходные данные нового возмущения» в папке файлов «**Rem\_Ast\_лаб\_раб**» и скопировать данные амплитуд и фаз в таблицу «**В**» файла MathCAD «Алгоритм решения обратной СДВ задачи лучевым методом» (см. пункт 6.3). В отличие от рассмотренного выше возмущения 30 апреля 1992 года, эти возмущения содержат по два набора данных (по две таблицы). Первый набор соответствует первой половине возмущения, а второй набор соответствует восстановительной части в обратном хронологическом порядке. Таким образом, необходимо решить две отдельные обратные задачи для каждой половины возмущения (см. п. 5). Нужно обратить внимание, что при обработке данных с большим числом временных точек длительность вычисления будет расти.

## 7. Литература

- Hollingworth, J. J. (1926) *Inst. Electric. Ings.* V. 64. P. 579.
- Belrose, J. S., Hewit, L. W., Bunker, L. (1970) - In: *The polar Ionosphere and Magnetosphere Processes.* – N. Y. P. 285.
- Макаров Г. И., Новиков В. В., Орлов А. Б. (1970) Современное состояние исследований распространения СДВ в волноводном канале Земля-ионосфера (обзор). // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика.* Т. 13. № 3. 321 – 355.
- Белоглазов М. И., Ременец Г. Ф. (1982) *Распространение сверхдлинных радиоволн в высоких широтах.* Ленинград, “Наука”, 240 с. Глава 1: Прямая и обратная задачи распространения СДВ (элементы теории), с. 7 – 76.
- Ременец Г. Ф., Белоглазов М. И. (1985) Отражательные свойства нижней полярной ионосферы, особенности возбуждения и отражения СДВ в высоких широтах (Обзор) // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика.* Т. 28. № 12. С. 1491 – 1504.



6. Белоглазов М. И., Ременец Г. Ф. (1990) Нижняя ионосфера высоких широт и возможности диагностики условий распространения СДВ. // *Геомагнетизм и аэронавигация*. Т. 30. № 5. С. 705–718.
7. Азарнин Г. В., Орлов А. Б. (1976) Модели дневной нижней ионосферы для прогнозирования СДВ. // *Геомагнетизм и аэронавигация*. Т. 16. № 3. С. 454–461.
8. Belenkiy M. I., Orlov A. B., Petrova G. A., Uvarov A. N. Modeling of the electron density profile of the lower ionosphere (45 – 75 km) for sudden ionospheric disturbance conditions based on the data on sudden phase anomalies of VLF signals // *International Journal of Geomagnetism and Aeronomy*, vol. 6, G13006. DOI: 10.1029/2005GI000113,2006.
9. Белоглазов М. И., Ременец Г. Ф. (1982) *Распространение сверхдлинных радиоволн в высоких широтах*. Ленинград, “Наука”, 240 с. Глава 5, подраздел 6: Динамика отражательных свойств нижней ионосферы для СДВ во время авроральных возмущений. с. 215 – 222 .
10. Ременец Г. Ф., Белоглазов М. И. (1982) О динамике нижней ионосферы во время авроральных возмущений по СДВ-данным // *Геомагнетизм и аэронавигация*. Т. 22. № 2. С. 205 – 210.
11. Ременец Г. Ф., Белоглазов М. И. (1985) Предварительный анализ динамики отражательных свойств нижней ионосферы на заходе солнца для авроральной трассы. // *Геомагнетизм и аэронавигация*. Т. 25. № 1. С. 69 –72.
12. Ременец Г. Ф., Белоглазов М. И., Тамкун Л. Г. (1989) Модифицированный метод анализа СДВ-аномалий и динамика нижней кромки ионосферы во время ППШ // *Геомагнетизм и аэронавигация*. Т. 29. № 1. С. 45 – 50.
13. Remenets G. F., Beloglazov M. I. (1992) Dynamics of an auroral low ionospheric fringe at geophysical disturbances on 29 September 1989 // *Planet. Space Sci.* V. 40. No. 8. P. 1101 – 1108.
14. Ременец Г.Ф. (2001) Исследование ионизации средней атмосферы высоких широт высокоэнергичными релятивистскими и ультрарелятивистскими электронами по СДВ экспериментальным данным // *Вестник С.-Петербурга. ун-та*. Серия 4. Вып. 3 (№. 20). С. 23-38.
15. Ременец Г. Ф. (2004) Уникальность СДВ-метода по исследованию электрических свойств средней атмосферы при высыпании ультрарелятивистских электронов. Ч. 1. / В кн.: *Международная байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике*. Иркутск. С. 45-50.
16. Remenets G.F., Beloglazov M. I. (2013) Ultrarelativistic electrons in the near cosmos and X-ray aurora in the middle polar atmosphere. // *Journal of Geophysical Research – Space Physics*. V. 118. No. 11. P. 6829-6838. DOI: 10.1002/2013JA018822.
17. Remenets G. F., Astafiev A. M. (2015) Southern boundaries of the ultrarelativistic electron precipitations // *Journal of Geophysical Research – Space Physics*. V. 119. No. 5. P. 3318-3327. DOI: 10.1002/2014JA020591
18. Remenets G. F., Astafiev A. M. (2016) Solution unicity of an inverse VLF problem: A case-study of the polar, ground-based, VLF radio signal disturbances caused by the ultra-energetic relativistic electron precipitations and of their southern boundaries // *Advances of Space Research*. V. 58. P. 878-889. DOI: 10.1016/j.asr.2016.05.045
19. Краснушкин П. Т., Яблочкин Н. А. (1963) *Теория распространения сверхдлинных радиоволн*. Москва, ВЦ АН СССР. 94 с.
20. Макаров Г. И., В. В. Новиков, С. Т. Рыбачек. (1994) *Распространение радиоволн в волноводном канале Земля-ионосфера и в ионосфере*. Отв. ред.: М. И. Пудовкин. Изд.: АН СССР, М., “Наука”. 150 с.
21. Гюннинен Э. М., Забавина И. Н. Распространение длинных радиоволн над земной поверхностью (1966) / В кн.: *Проблемы дифракции и распространения радиоволн*. Вып. 5. Ленинград, ЛГУ. С. 5 – 30.

22. Гюннинен Э. М., Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т. (1964) Распространение электромагнитных импульсов и их гармонических составляющих над земной поверхностью / В кн: *Проблемы дифракции и распространения волн*. Вып. 3. Ленинград, ЛГУ. С. 5 – 191.
23. Фок В. А. (1970) *Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн*. Москва, “Советское радио”. 520 с.
24. Фок В. А. (1946) *Диффракция радиоволн вокруг земной поверхности*. Москва-Ленинград, АН СССР. 54 с.
25. Гаврилова Н. С., Кириллов В. В. (1966) Распространение СДВ. Расчет коэффициентов отражения плоских волн от неоднородной анизотропной плазмы. / В кн.: *Проблемы дифракции и распространения волн*. Вып.5. Ленинград, ЛГУ. С. 31 – 50.
26. Макаров Г. И., Л. А. Федорова (1981) К обоснованию многократно отраженных волн в случае цилиндрического волновода / *Проблемы дифракции и распространения волн*. ЛГУ, Ленинград. Вып. 19. С. 3-28.

## 8. Задания по исполнению работы

8.1. Построить таблицы модуля и аргумента функции ослабления как функций эффективной высоты и модуля коэффициента отражения радиоволны от верхней резкой границы модельного волновода эффективной высотой  $h$ ) для фиксированной трассы распространения СДВ (лучевым методом) и прокомментировать их в письменном виде с точки зрения вычислительной корректности обратной СДВ- задачи.

8.2. Повторить задание 8.1 исключив в вычислениях вклад 2-ого ионосферного луча. Обсудить в письменном виде результаты сравнения двух заданий.

8.3. Построить [РО\\_СДВ-3\\_ЛМ](#) по паре исходных данных (амплитуда и фаза как функции времени, заданные таблично с шагом 100 с или 300 с (5 мин.)) для каждой из рабочих частот в отдельности (10,2; 12,1 и 13,6 кГц). Начальные значения искомых функций времени  $h_0$  и  $R_0$  постулируются известными (например, 58 км и 0,7). Обсудить в письменном виде вычислительные трудности (неустойчивость решения, вычислительная некорректность), если такие появляются, и сопоставить между собой результаты решения для разных частот с точки зрения их близости между собой, помня о том, что в постановке задачи предполагалась одинаковость эффективной высоты  $h(t)$  и  $R(t)$  для всех трех частот.

8.4. Повторить анализ возмущения от 30 апреля 1992 г. в полном объеме, минимизируя по параметрам  $h_0$  и  $R_0$  функционал-невязку между экспериментальным и расчетными функциями времени для амплитуд и фаз 3-ех радио полей заданной авроральной трассы.

8.5. Построить графики сопоставления эксперимента и расчета для всех амплитуд и фаз и обсудить близость сопоставляемых временных функций (обсудить точность [РО\\_СДВ-3\\_ЛМ](#)) с учетом погрешностей исходных данных и допущенных аппроксимаций в теории и алгоритме.

8.6. Выполнить [РО\\_СДВ-3\\_ЛМ](#) для неизменной радиотрассы, но для другого СДВ возмущения, порожденного вторжением в атмосферу ультрарелятивистских электронов. Исходные данные берутся из банка данных Полярного геофизического института КНЦ РАН, которые были получены Белоглазовым М. И. в результате непрерывной регистрации радиосигналов с 1982 по 1992 гг.

## 9. Перечень текстов используемых подпрограмм, pdf файлы.

9.1. Текст подпрограммы табулирования функции ослабления и ее частных производных.

9.2. Текст подпрограммы нахождения временных функций  $h(t)$  и  $R(t)$  по заданным значениям  $h_0$  и  $R_0$ .

9.3. Текст подпрограммы по табулированию значений функционала-невязки  $G$  по параметрам  $h_0$  и  $R_0$  нормировки полученных значений на единицу в узле минимального значения  $G$ .

