Санкт-Петербургский государственный университет

Кафедра вычислительной физики

Ю. А. Григорьев, В. В. Монахов

Разбор заданий интернет-олимпиады школьников по физике, 2014–2015 год, 7–9 классы

Учебно-методическое пособие

Санкт-Петербург

2016 г.

Утверждено на заседании кафедры вычислительной физики
Рецензент: доктор физ.-мат. наук, профессор С. Л. Яковлев

Ю. А. Григорьев, В. В. Монахов, Разбор заданий Интернет-олимпиады школьников по физике, 2014-2015 год, 7-9 классы. - СПб, СПбГУ, 2016, 50 с.

Пособие предназначено для учащихся средней школы из 7-9 и более старших классов. В нём разбирается решение задач и порядок выполнения виртуальных физических экспериментов, предлагавшихся ученикам 7-9 классов на заключительном (очном) туре олимпиады 2014/2015 учебного года. Также может быть использовано учителями физики, студентами-физиками, изучающими предмет «Педагогика», и студентами педагогических вузов для подготовки школьников к олимпиадам по физике.

Оглавление

О заданиях Интернет-олимпиады школьников по физике

Интернет-олимпиаде по физике в прошлом году исполнилось 10 лет. Начавшись как проект небольшой группы специалистов в области применения компьютеров для изучения физики, она завоевала популярность среди школьников и учителей и занимает видное место среди других олимпиад по физике. Одной из особенностей интернет-олимпиады является необычный подход к составлению заданий: в отличие от традиционных олимпиад, где участники решают теоретические задачи, и только лучшие из лучших на последнем туре допускаются к проведению физических экспериментов, в интернет-олимпиаде с самого первого тура каждый школьник может попробовать себя в решении практических задач на физической установке. И пусть эта установка не реальна, а является программным компонентом, выполненным в среде BARSIC, но она позволяет увидеть на практике реализацию физических законов, применить свои знания для планирования эксперимента и в конечном счёте примерить на себя роль настоящего физика-экспериментатора.

В этом и есть особая роль этой олимпиады — она позволяет выделить школьников, обладающими не только умением строить математическую модель по условию задачи и применять для её решения математический аппарат, но и отойти на один шаг дальше: вместо традиционного условия получить в свои руки реальную физическую систему, с которой можно взаимодействовать всеми доступными способами, и разобраться в том, как устроена физическая модель, и лишь затем привлекать для решения поставленной задачи математику. Иными словами, олимпиада даёт шанс найти школьников, которые способны стать физиками-экспериментаторами.

По опыту прошедших олимпиад можно сказать, что задания интернет-олимпиад даются школьникам с трудом. Для большей части школьников работа в виртуальной лаборатории является сложной задачей, и даже то, что они к моменту очного тура уже знакомы с виртуальным лабораториями по нескольким заочным турам и научились пользоваться виртуальными приборами, не сильно облегчает задачу. В рамках школьной программы по физике лабораторным работам уделено не очень много времени, и школьники делают работу практически вслепую, не выделяя важных и неважных параметров системы, выполняя ненужные измерения или слишком сконцентрировавшись на выводе теоретических зависимостей и получая перегруженные формулы, удержать которые в голове в процессе работы и быстро вычислить верный результат им не удаётся. Талант настоящего экспериментатора как раз и состоит в конвергенции его самых разносторонних способностей — определившись, с чего начинать, постепенно строить ясную картину происходящего, используя одновременно планирование эксперимента, физические измерения, теоретическую модель и вычислительные мощности — и отсутствие одной из этих компонент, как и перекос в какую-то одну из областей, не даст за короткое время минимальными усилиями прийти к результату.

Это не обычный разбор заданий олимпиады, который член оргкомитета проводит для тех, кто только что решал эти задачи — постоянных участников олимпиад, лучших из лучших. В рамках интернет-олимпиады, когда тысячи школьников разного возраста из самых разных уголков нашей страны и мира пробуют решать задачи на том уровне, на котором им позволяет пройденный ими к этому моменту материал, такое мероприятие невозможно. Идея этого пособия — посадить учёного-физика, который до этого не участвовал в работе оргкомитета олимпиады и сталкивался только с традиционными олимпиадами и лабораторными установками в рамках университетского курса физики, за решение задач интернет-олимпиады, и задокументировать его ход мыслей и действия, чтобы на своём примере показать школьникам, как настоящий учёный, оказавшийся в тех же условиях, что и они, решал бы эту задачу. Понятно, что те простые действия, которые обычный человек не совершит без детального изучения книг по физике или совета профессионала, учёный может провести в уме — и конечной целью является то, чтобы такие же действия смогли провести в уме и впервые увидевшие модель школьники, ведь это и есть то, чего мы хотим добиться: сделать из школьников учёных, хотя бы на то время, когда они, завершив участие в олимпиадах, будут учиться в вузах естественно-научного профиля.

Конечно, интернет-олимпиада и виртуальные лаборатории — это всего лишь имитация реального мира и физического исследования. Объекты, которые школьник двигает по экрану компьютера, живут в идеальном мире и управляются идеальными уравнениями, решаемыми классическими методами вычислительной физики. Для успеха интернет-олимпиады не меньше физических формул и математических методов важны вычислительные мощности современных компьютеров и доступность сети Интернет. Но пусть это и некоторое упрощение, олимпиада нравится школьникам, она полезна для них, и в наших силах научить их пользоваться своими возможностями правильно.

1. Модель: Параметры брусков

Задание для 7 класса

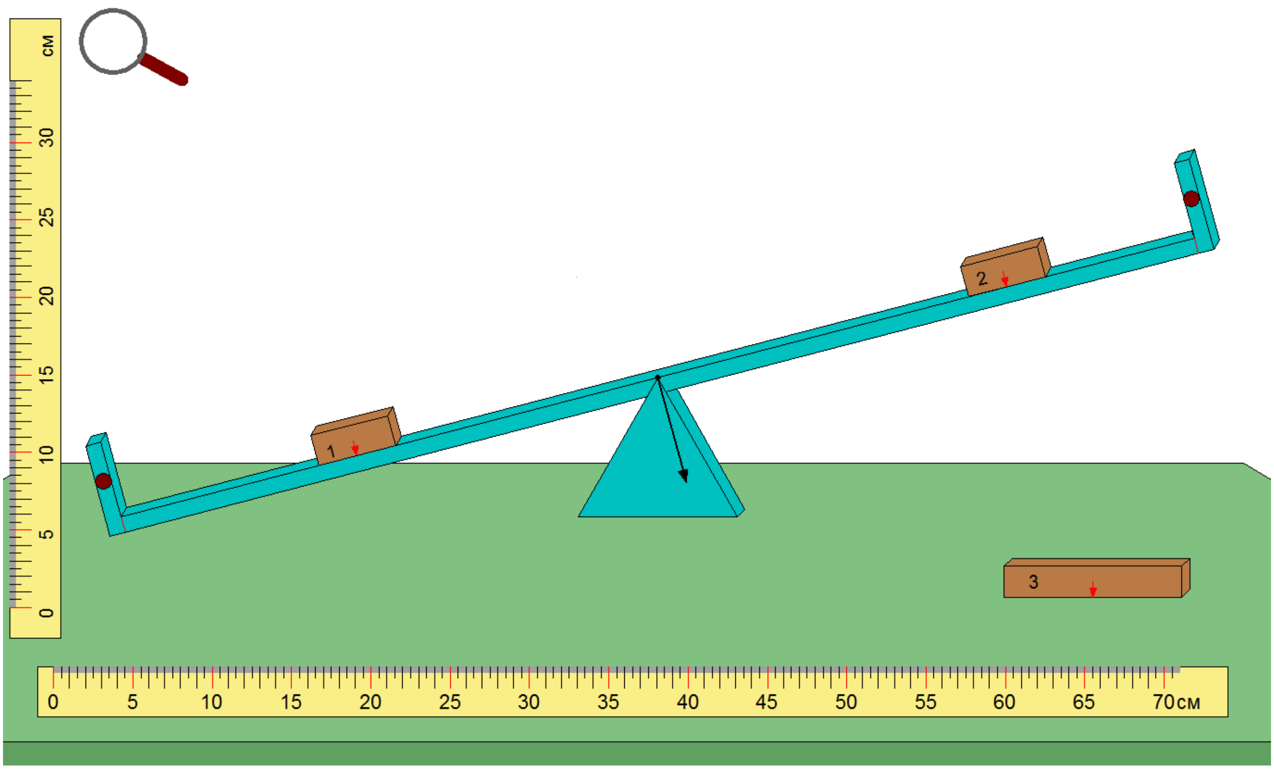
Длина рельса (от красной риски до другой красной риски) равна 70 см. Бруски, находящиеся на рельсе, можно двигать. Определите высоту, на которой в начальном положении центр второго бруска расположен относительно центра первого, длину третьего бруска, а также расстояние в начальном положении между центрами первого и второго брусков.

Координаты брусков определяйте по концам красных стрелочек.

Занесите результаты в отчёт и отошлите его на сервер. Найти ответы необходимо с точностью не хуже чем до одной десятой.

Увеличительное стекло позволяет просматривать в увеличенном масштабе любой выбранный участок экрана, после чего щелчок мышью в любом месте экрана возвращает первоначальный масштаб. Задание возможно переделывать, но за повторные попытки начисляется до 3 штрафных баллов.

В калькуляторе можно использовать сложение, вычитание, умножение *, деление / и т. д. — в выражениях не забывайте расставлять круглые скобки и знаки умножения!



Решение

Задание относится к темам «измерительные приборы, шкалы, погрешности измерений» и знакомит с абстракциями виртуальных моделей, относящихся к темам «простые механизмы».

Первая величина, которую нам нужно измерить — это высота, на которой центр второго бруска находится относительно центра первого бруска. У нас есть две линейки: горизонтальная и вертикальная, которые нельзя поворачивать, и мы используем ограничение работы с линейками для проведения прямого измерения: переместим горизонтальную линейку так, чтобы центр первого бруска оказался на её верхнем крае, и будем использовать её как горизонтальную «линию нулевого уровня» для отсчёта высоты.

Проблема в том, что выставить линейку точно по центру бруска сложно: геометрический центр бруска на картинке никак не выделен. Однако если бруски одинаковые, а именно так на первый взгляд и кажется, то высоту можно измерять не только между центрами, но и между двумя любыми парными точками, например, между левыми нижними углами брусков. Проверить, что два бруска геометрически совершенно одинаковы, несложно: достаточно измерить с помощью горизонтальной и вертикальной линеек линейные размеры каких-либо сечений первого бруска и сравнить эти размеры с измеренными на втором бруске. Поскольку бруски небольшие, необходимо воспользоваться лупой (рис. 1.1).

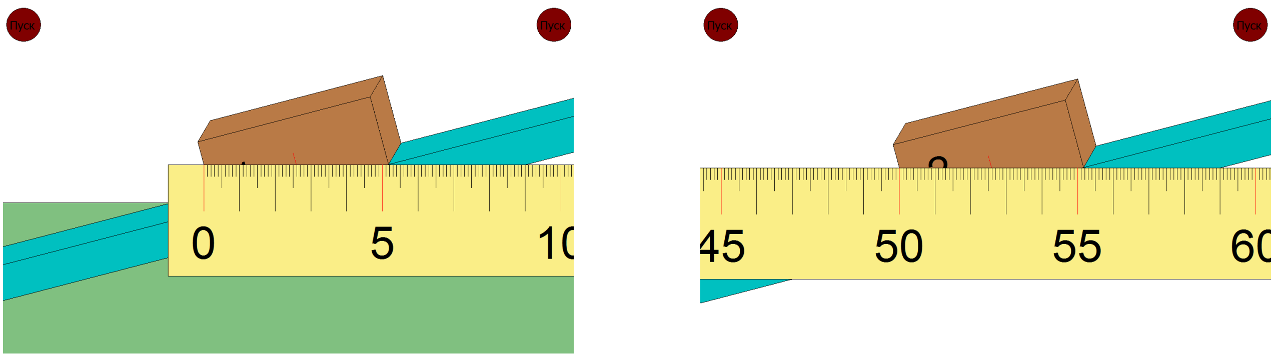


Рис. 1.1 Измерение геометрических размеров двух брусков под лупой

Для измерений следует выбрать точки, которые легко найти на рисунке и по которым легко выставить линейку — углы брусков. Действительно, бруски 1 и 2 имеют одинаковые геометрические размеры, а значит, измерять положение одного из них относительно другого можно не только по центрам, но и по любым другим эквивалентным точкам.

Убедившись, что бруски одинаковые, выставим горизонтальную линейку точно под правый нижний угол первого бруска, и с помощью вертикальной линейки измерим расстояние от горизонтальной линейки до правого нижнего угла второго бруска (рис. 1.2).

По такой картинке точное измерение не провести, поэтому воспользуемся лупой (рис. 1.3). Искомая высота — 10.9 см.

Следующий вопрос — длина третьего бруска. Для измерения можно переместить линейку к бруску, а можно брусок к линейке. Попробуем второе, и заодно узнаем, можно ли перемещать бруски. Оказывается, третий брусок перемещать нельзя, и приходится переместить к нему линейку(рис. 1.5).

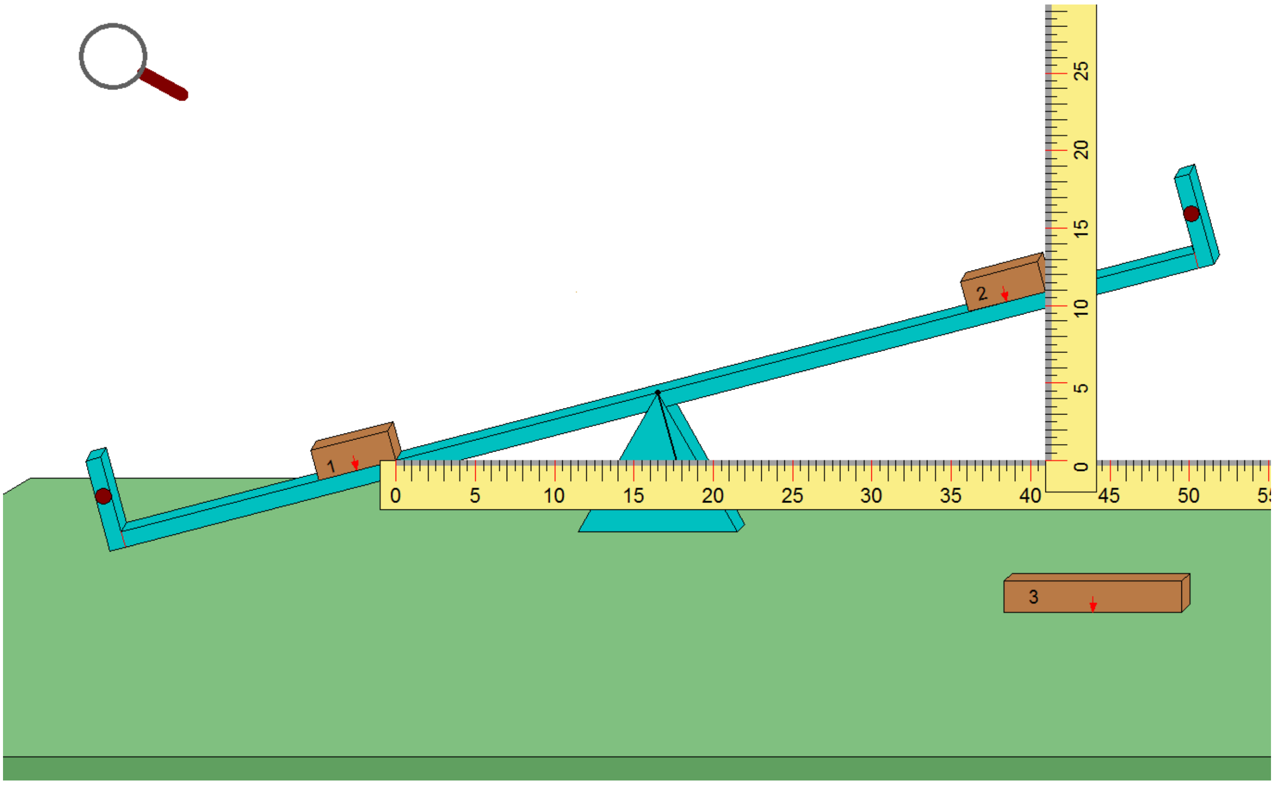


Рис. 1.2 Измерение высоты одного бруска относительно другого

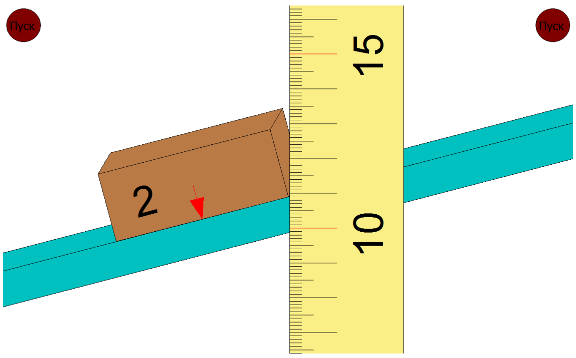


Рис. 1.3 Высота одного бруска относительно другого под лупой

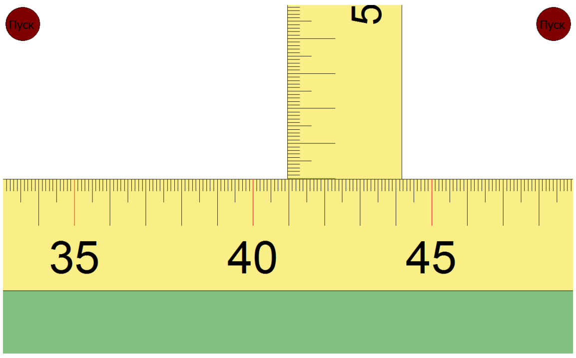


Рис. 1.4 Измерение расстояния между брусками по горизонтали

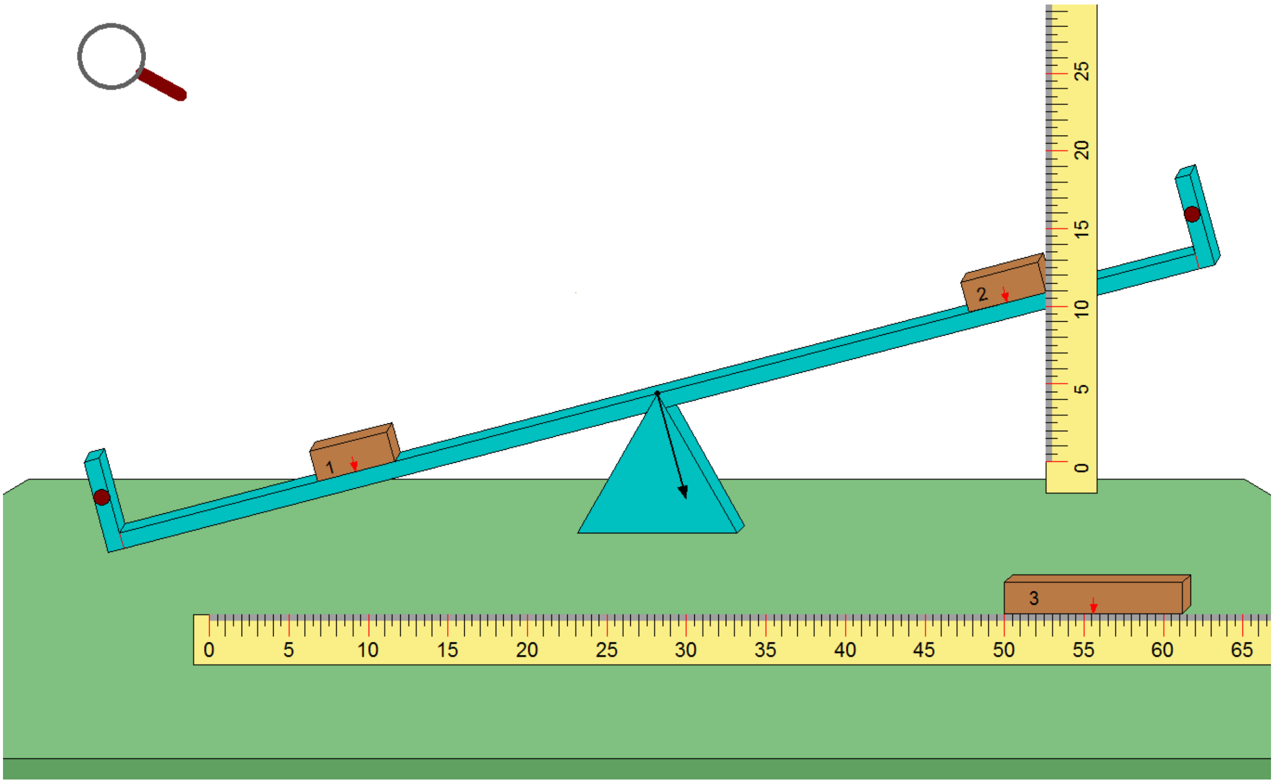


Рис. 1.5 Измерение длины третьего бруска

После этого измерить искомую длину совсем несложно, надо только воспользоваться лупой. Длина третьего бруска — 11.2 см.

Последнее задание — определить расстояние между центрами брусков. Вместо центров измерим расстояние между правыми нижними углами, для этого выставим горизонтальную линейку к правому нижнему углу первого бруска. Относительную высоту мы знаем из первого задания, это 10.9 см, а расстояние по горизонтали определим по горизонтальной линейке: w=41 см (рис. 1.4).

В более старших классах расстояние между интересующими нас точками двух брусков можно найти по формуле вычисления длины гипотенузы по двум катетам: $\sqrt{10.9^2 + 41^2}$. Расстояние получилось равно X=42.4 см. Такое выражение можно вычислить прямо в проигрывателе BARSIC, набрав в калькуляторе `sqrt(10.9^2+41^2)`.

Однако в 7 классе не все учащиеся знакомы с квадратными корнями — и именно для них дана информация, что длина рельса L=70 см. Они могут найти это расстояние с использованием подобия треугольников: измерить расстояние W по горизонтали между красными рисками в углах рельса. Поскольку для подобных треугольников $X/w = L/W$, находим $X = L \cdot w/W$.

Отошлём на сервер полученные ответы через пункт меню «Отчёт...» и убедимся в правильности измерений.

2. Задача: Три пружинки

Задание для 7 класса

Однородную пружину разрезали на три неравные части. Их длины $L1$=30.4 см, $L2$=64.6 см, $L3$=95 см. У каждой из получившихся пружин — своя жёсткость. Минимальная — равна K_{min}=286 Н/м.

Определите:

- У какой из пружинок жёсткость максимальна. Вычислите её: K_{max}.
- Жёсткость исходной пружины: K.
- Пружину какой минимальной жёсткости K_{S} можно получить, соединяя различными способами и в различных комбинациях три получившиеся пружинки.
- С какой минимальной абсолютной погрешностью ΔP можно измерить с помощью этих трёх пружин вес кубика, если в распоряжении имеется линейка с ценой деления 1 мм.

Значения вводите с точностью не хуже чем до десятых.

Введите ответ:

Kmax = ______ Н/м
Жёсткость исходной пружины: K = ______ Н/м
Минимальная жёсткость пружины, которую можно составить из имеющихся, KS = ______ Н/м
Минимальная абсолютная погрешность веса кубика, ΔP = ______ мН

Решение

Это задача на умение определять законы пропорциональности между величинами в мысленных экспериментах. Если соединить две одинаковые пружины параллельно, получится пружина с некоторой жёсткостью. А что будет, если соединить две пружины последовательно? Или, наоборот, разрезать пружину на две равные части?

В первом задании пружина разрезана на три неравные части и известна минимальная из жёсткостей получившихся пружин. Для начала задумаемся, у какой из получившихся частей минимальная жёсткость — у самой длинной или у самой короткой (подумайте, почему мы не рассматриваем третий вариант). Вспомните формулу Гука: жёсткость пружины, или модуль Гука — это коэффициент пропорциональности между изменением длины пружины и возникающей в пружине в связи с этим изменением длины силой упругости. Можно добавить, что он равен силе, которую нужно приложить, чтобы сжать или растянуть пружину на единицу длины.

Представьте себе, что на столе лежит один ластик и рядом с ним уложенные один на другой десять ластиков. Сильно надавив сверху на стопку из ластиков, вы смогли уменьшить высоту стопки на 5 мм. Сможете ли вы надавить на один ластик так, чтобы его высота уменьшилась на 5 мм? Если и сможете, для этого потребуется гораздо больше усилий. Когда вы давили сверху на стопку из десяти ластиков, каждый из них сжимался всего на 0.5 мм, и возникающая в каждом из них упругая сила была такой, какая возникает при сжатии ластика на 0.5 мм. Тем не менее, когда мы взяли десять ластиков, изменение длины, соответствующее этой упругой силе, составило в 10 раз больше, чем для одного ластика, а именно 5 мм.

Значит, коэффициент упругости для составленных один на другой десяти ластиков в десять раз меньше, чем для одного ластика. Теперь представим, что вместо десяти ластиков у нас есть кусок резины такой же длины, который мы могли бы разрезать на десять частей, но не будем этого делать. Его коэффициент упругости по-прежнему в 10 раз меньше, чем у единичного ластика. Значит, если другие свойства упругого тела не меняются, коэффициент упругости обратно пропорционален длине, и чем больше длина, тем меньше коэффициент упругости. Значит, в нашем задании минимальный коэффициент упругости $K_{\min}$=286 Н/м будет у самой длинной пружины с длиной L3=95 см, а максимальный коэффициент упругости $K_{\max}$ будет у самой короткой пружины с длиной L1=30.4 см. Учитывая обратную пропорциональность между длиной и жёсткостью $K_{\max}/K_{\min} = L3/L1$, получим $K_{\max} = K_{\min} \cdot L3/L1 = 286 \cdot 95/30.4 = 893.75$ Н/м. Аналогично можно вычислить жёсткость средней из пружин $K_{\text{med}} = K_{\min} \cdot L3/L2 = 420.59$ Н/м, и жёсткость исходной пружины $K = K_{\min} \cdot L3/(L1 + L2 + L3) = 143$ Н/м.

Обратите внимание, что, разрезав исходную пружину на несколько частей, мы получили несколько пружин с жёсткостью большей, чем у исходной пружины, то есть жёсткости пружин при последовательном соединении не складываются. Мы можем выразить жёсткость пружины, составленной из нескольких соединённых последовательно пружин, через жёсткости её частей.

$$\begin{aligned} K = K_{\min} \cdot \frac{L3}{L1 + L2 + L3} &= \left(\frac{L1 + L2 + L3}{L3 \cdot K_{\min}} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{L1}{L3 \cdot K_{\min}} + \frac{L2}{L3 \cdot K_{\min}} + \frac{1}{K_{\min}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{K_{\max}} + \frac{1}{K_{\text{med}}} + \frac{1}{K_{\min}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Теперь можно рассмотреть случай параллельного соединения пружин. Несложно видеть и прямо из формулы Гука, что в этом случае их жёсткости складываются: для изменения длины двух пружин одновременно на одинаковую длину нужно приложить сумму сил, необходимых для изменения длины каждой из них по отдельности.

Теперь, когда мы знаем законы сложения жёсткостей при последовательном и параллельном соединении пружин, можно ответить на третий вопрос этого задания: как соединить наши три пружины так, чтобы получить минимальную жёсткость. Поскольку при параллельном соединении жёсткости складываются, то нам всегда выгоднее соединить пружины последовательно: суммарная жёсткость последовательно соединённых пружин всегда меньше суммарной жёсткости параллельно соединённых. Значит, для получения минимальной жёсткости нам нужно соединить все три части последовательно, при этом получится исходная пружина, жёсткость которой мы уже вычислили: K=143 Н/м. Это и есть искомая минимальная жёсткость.

Четвёртый вопрос касается того, как собрать из этих пружин динамометр. Для измерения веса предмета можно подвесить его на пружине, закреплённой верхним концом на подвесе, и определить вес по удлинению пружины. Вес будет в точности равен силе Гука: $P = F = kx$. Понятно, что удлинение пружины мы сможем измерить не точно, а с погрешностью, равной половине цены деления линейки. При фиксированной цене деления линейки погрешность измерения веса будет прямо пропорциональна жёсткости пружины, то есть нам лучше взять для нашего безмена пружину с минимальной жёсткостью. Эту минимальную жёсткость мы нашли в предыдущем задании, и погрешность изменения веса будет равняться минимальной жёсткости K=143 Н/м, помноженной на погрешность измерения длины 0.5 мм, то есть 143·0.5=71.5 мН. Обратите внимание на размерность: мы умножали жёсткость в Н/м на длину в мм, но здесь это оправданно, поскольку требовался ответ в мН, которые мы и получили.

Ответы:

Kmax = 893.75 Н/м
Жёсткость исходной пружины: K = 143 Н/м
Минимальная жёсткость пружины, которую можно составить из имеющихся, KS = 143 Н/м
Минимальная абсолютная погрешность веса кубика, ΔP = 71.5 мН

3. Модель: Скорость летающих цилиндров

Задание для 7 класса

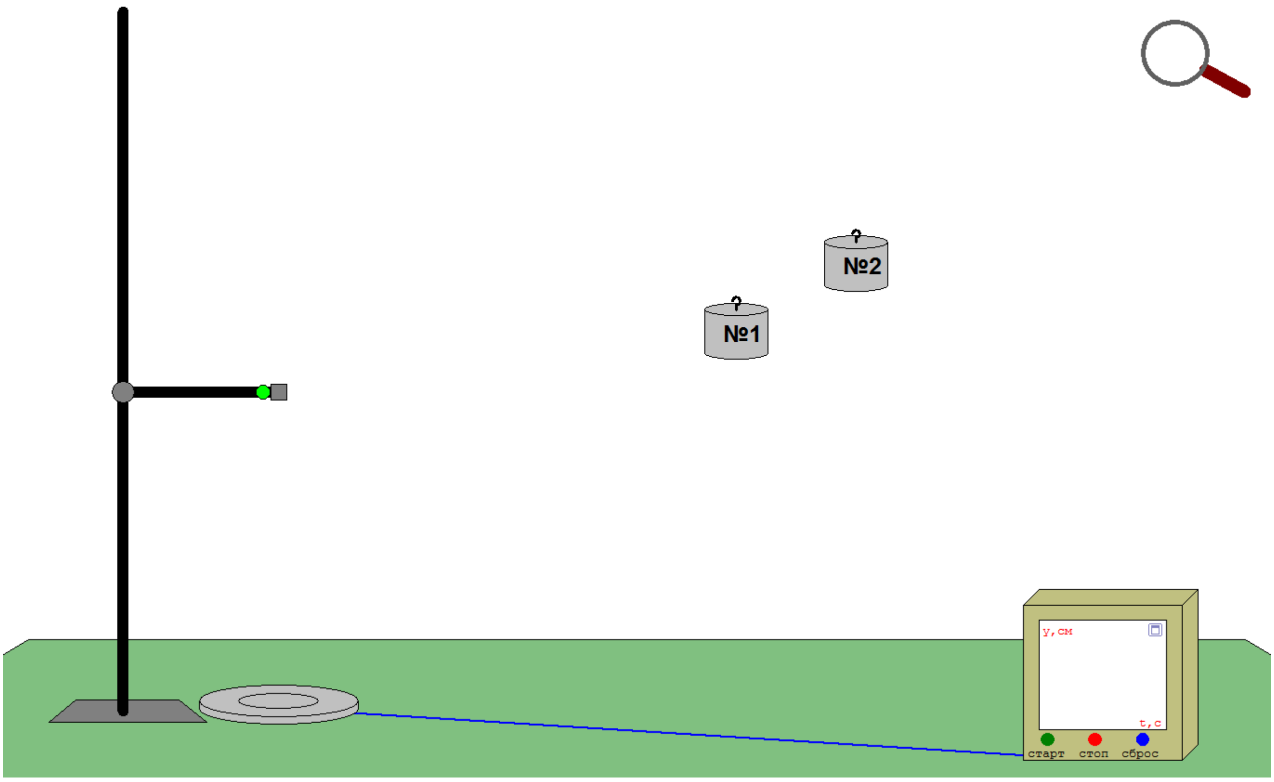


Рис. 3.1 Виртуальная установка

В системе имеются два цилиндра одинакового размера, но разной массы. Они внутри полые, и поэтому ведут себя как воздушные шарики с грузом - эксперимент проводится в некой газовой среде (рис. 3.1).

При движении цилиндров в газовой среде на них действует сила трения, пропорциональная скорости движения цилиндров: $F_{\text{тр}} = -kv$. Поэтому очень скоро после начала движения каждый цилиндр начинает двигаться с постоянной скоростью. Ускорение свободного падения g=9.8 м/с^2.

Найдите с точностью до сотых (с учётом знака) значения проекций на ось, направленную вертикально вниз, установившихся скоростей v_1 и v_2 цилиндров №1 и №2, если дать им свободно двигаться, а также проекции на эту ось установившейся скорости v_{12} движения цилиндров №1 и №2, сцепленных вместе. Считать, что сила трения пропорциональна площади поперечного сечения движущегося тела и не зависит от его формы.

Цилиндр можно цеплять крючком за другой цилиндр или закреплять в лапке штатива за крючок - для этого необходимо поднести крючок цилиндра к лапке штатива и отпустить. Если цилиндр закреплен в лапке штатива, нажатие на зелёную кнопку, расположенную на штативе, отпускает цилиндр из захвата. Горизонтальную направляющую штатива можно перемещать мышью за лапку (зажим).

Под лапкой штатива расположен эхолот, подсоединённый к прибору, показывающему зависимость координаты расположенного над эхолотом тела от времени. Для сцепленных тел зависимость не отображается.

Увеличить экран прибора можно либо с помощью увеличительного стекла, либо щёлкнув мышью по значку максимизации в правом верхнем угу прибора. Для того, чтобы посмотреть участок графика в увеличенном масштабе, необходимо выделить его мышью слева направо и сверху вниз. Выделение участка графика в противоположном направлении возвращает первоначальный масштаб.

Решение

У нас есть два цилиндра — первый падает вниз, второй взлетает вверх. Начнём с первого, потому что цилиндр, падающий вниз, кажется более естественным. Нам нужно будет измерять скорость его падения, но ей сначала надо установиться, то есть выйти на своё постоянное значение. Для этого нужно, чтобы цилиндр падал достаточно долго, а это значит, что надо поднять лапку штатива, с которого он будет падать, как можно выше (рис. 3.2).

Отпустим цилиндр в свободное падение, и попытаемся зафиксировать его падение имеющимся у нас прибором (рис. 3.3).

Видно, что цилиндр упал не по центру приёмника эхолота. Подвинем приёмник так, чтобы он падал по центру. Если не получается подвинуть приёмник, придётся подвинуть подвес на лапке штатива. Запустим груз со штатива несколько раз, пока точка подвеса не окажется точно над приёмником — в данном задании это не принципиально, но лучше приучаться проводить физический эксперимент максимально аккуратно.

Посмотрим на график зависимости высоты тела над приёмником эхолота от времени (рис. 3.4).

Скорость падения цилиндра задаёт угол наклона получившейся зависимости координаты от времени: чем больше скорость, тем больше наклон получающейся прямой.

Чтобы явно выразить скорость из величин, имеющихся на графике, нужно разделить приращение координаты (или, в данном случае, уменьшение) на время, за которое это изменение произошло. Стоит сразу заметить, что нам нужно измерять эти величины в моменты времени, когда скорость падения достигла своего установившегося значения, то есть не нужно брать точки близко к началу движения. Увеличим участок графика, на котором цилиндр близок к концу своего движения (рис. 3.5).

На графике видно, что за время с 3.0 с по 3.5 с и с 4.5 с по 5.0 с цилиндр прошёл примерно одно и то же расстояние в 5 см. В условии написано найти скорость с точностью до сотых, поэтому следует измерять значения очень точно, ещё раз приближая соответствующие части графика (рис. 3.6).

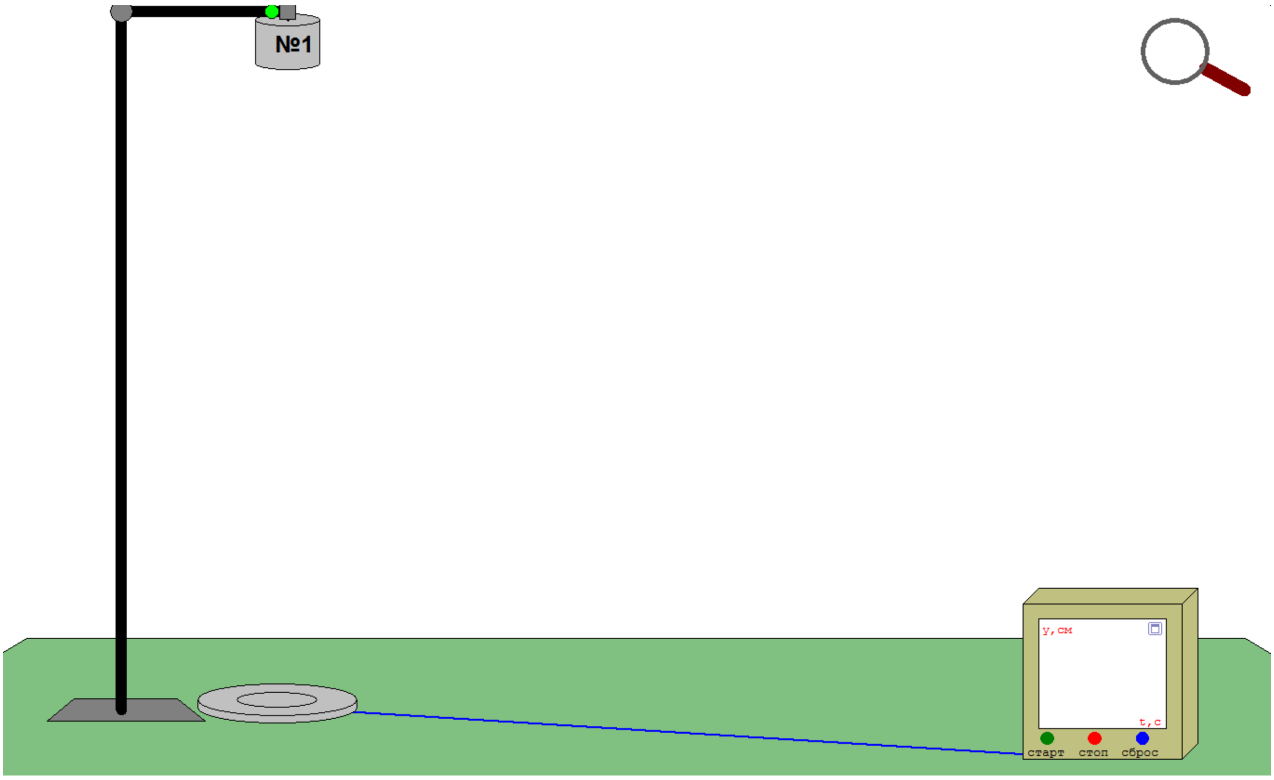


Рис. 3.2 Подготовка измерения для первого цилиндра

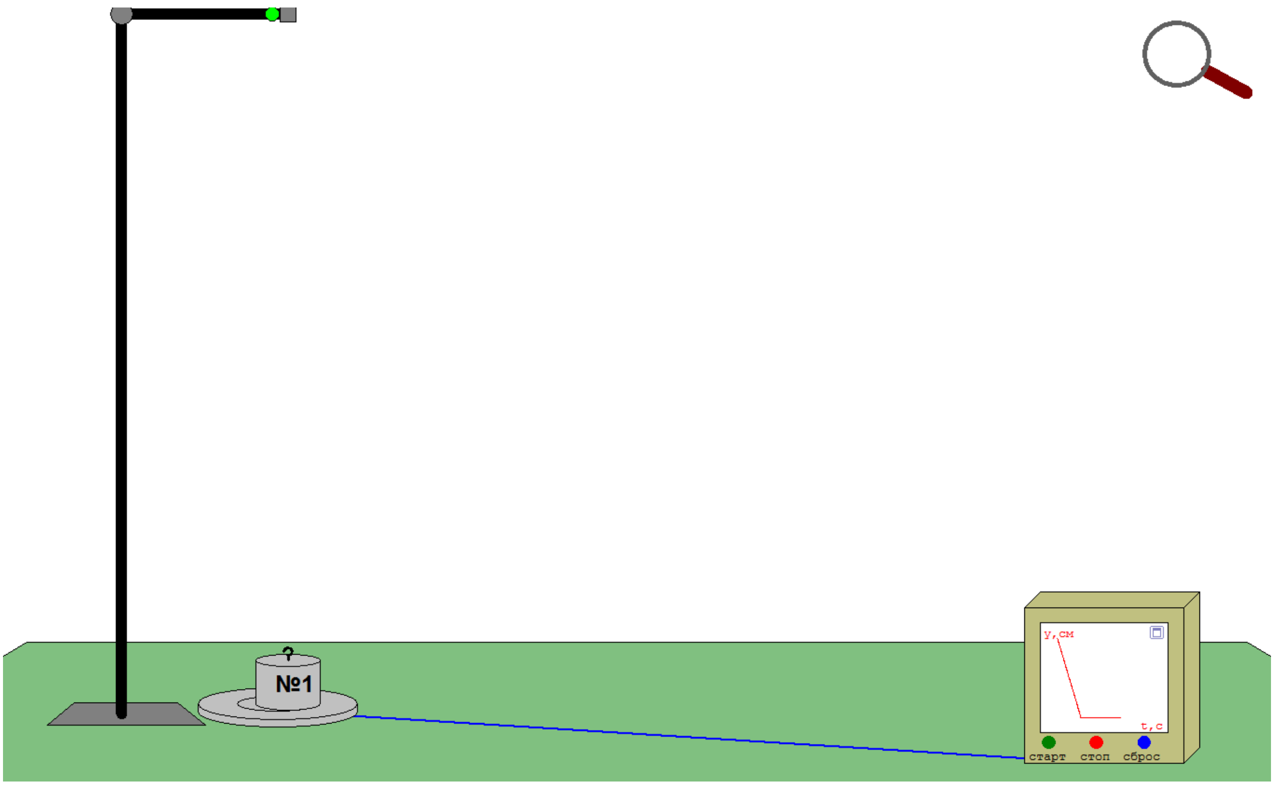


Рис. 3.3 Первое измерение для первого цилиндра

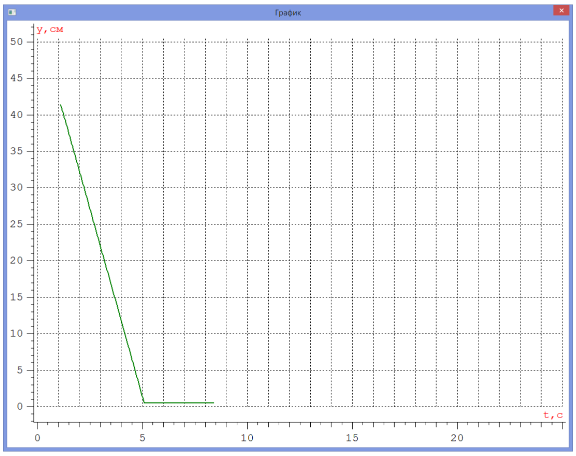


Рис. 3.4 График для первого цилиндра

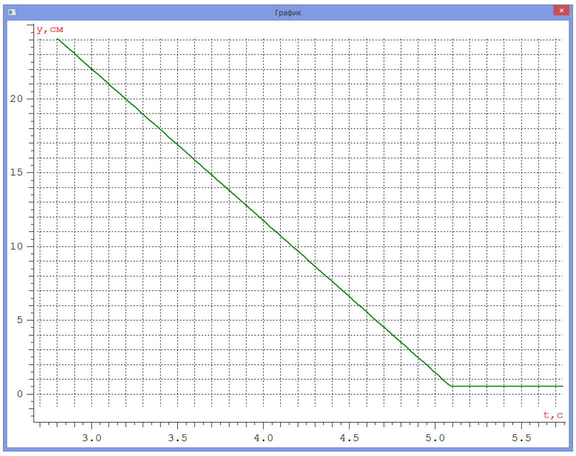


Рис. 3.5 С третьей по пятую секунду

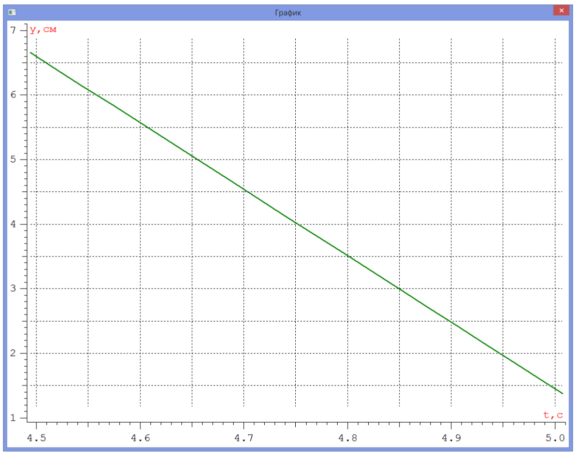


Рис. 3.6 График с t=4.5 с по t=5.0 с

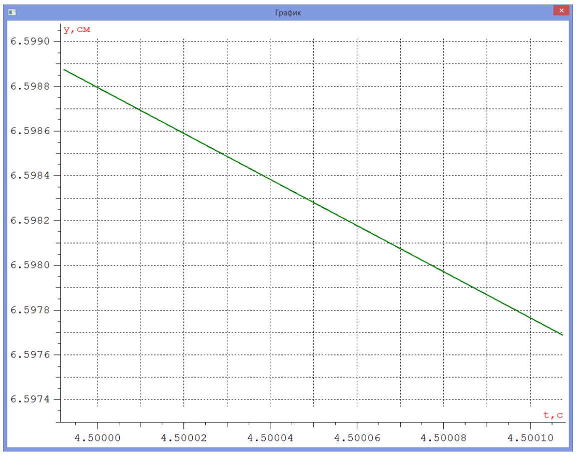


Рис. 3.7 График в окрестности t=4.5 с

В момент времени t=4.5 с цилиндр был на высоте 6.5988 см (рис. 3.7), а в момент времени t=5.0 — на высоте 1.4510 см. Значит, установившаяся скорость составила (6.5988−1.4510)/0.5=10.2956 см/с.

Обратите внимание, что мы не можем брать точки, когда цилиндр находится слишком близко к поверхности: в последний момент перед касанием поверхности под цилиндром образуется слой сжатого воздуха, и он «зависает» над поверхностью, в этот момент обтекание цилиндра нехарактерное, и скорость меньше, чем при установившемся движении. Если оценить высоту цилиндра примерно в 2.5 см, то в момент времени 5 с он уже находится довольно близко к поверхности (на расстоянии порядка своего линейного размера). Повредит ли это нашему опыту? Это зависит от скорости звука в среде. Будем надеяться, что цилиндр падает много медленнее скорости звука, по крайней мере наши результаты позволяют на это надеяться.

Аналогичным образом измерим установившуюся скорость второго цилиндра.

Для этого переставим лапку штатива как можно ниже (рис. 3.8). В этом случае у нас не будет проблем с изменением движения при приближении к поверхности (рис. 3.9), поэтому можно было бы брать последние полсекунды, которые зафиксирует эхолот. Тем

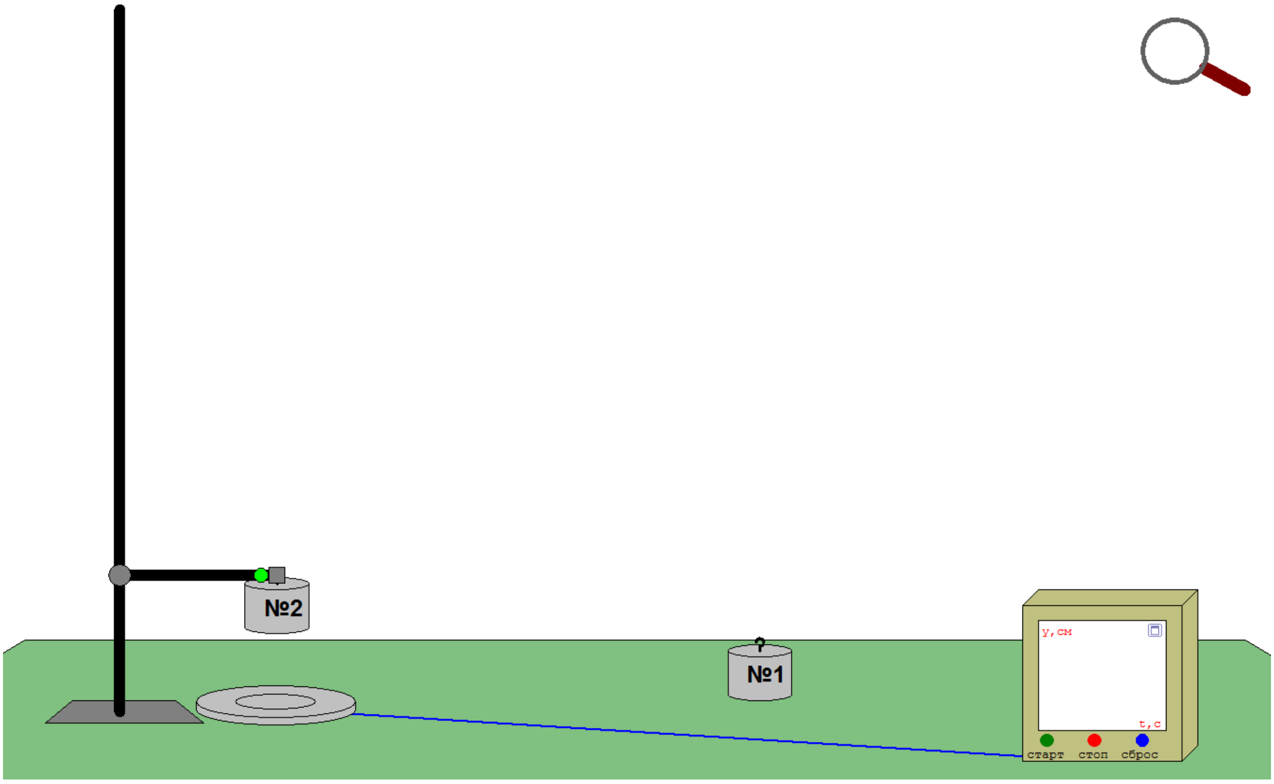


Рис. 3.8 Установка, подготовленная для измерений со вторым цилиндром

не менее, на графике в конце виден излом (рис. 3.10), который не связан с физикой движения цилиндра, а вызван особенностями измерительного прибора. В силу своей конструкции эхолот измеряет расстояние в отдельные моменты времени, разделённые небольшими интервалами. Даже если тело, расстояние до которого измеряет эхолот, остановилось, прибор «узнает» об этом не мгновенно, а только в тот момент, когда будет делать очередной отсчёт расстояния. На графике это выразится в том, что точка, начиная с которой тело покоится, сдвинется вправо по времени до очередного отсчёта, и на графике возникнет замеченный нами «залом». По этому участку графика можно оценить точность показаний эхолота, но для измерения скорости придётся взять более ранний участок, на котором между двумя отсчётами эхолота мгновенная скорость не меняется.

До отметки 4.6 с на графике отражено равномерное прямолинейное движение, поэтому возьмём значения координаты в моменты времени t=4.1 с и t=4.6 с, равные 36.74285 см и 41.8412 см, и получим абсолютное значение скорости v_2=(41.8412-36.74285)/0.5=10.1967 см/с. В проекции на ось, направленную вниз, значение скорости будет со знаком «$-$», что естественно, поскольку тело движется вверх.

Итак, установившаяся скорость первого цилиндра равна 10.2956 см/с, а второго $-$10.1967 см/с. Мы вычислили значения не до сотых, а до десятитысячных, чтобы оставить себе запас на последующие арифметические действия с этими величинами, которые мы будем производить, отвечая на последний вопрос этого задания: что будет, если сцепить два цилиндра вместе.

Прицепим второй цилиндр сверху первого (рис. 3.11). Будучи сцепленными вместе, цилиндры очень медленно движутся вниз. Эхолот не показывает график движения

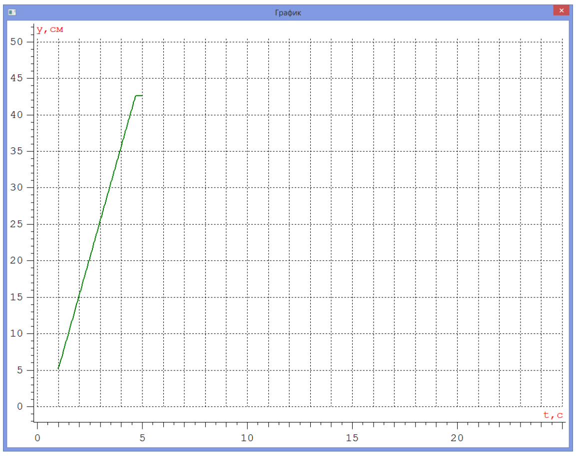


Рис. 3.9 График для второго цилиндра

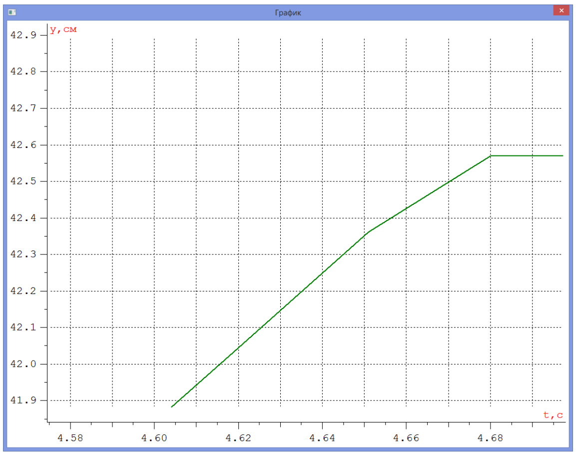


Рис. 3.10 График в конце движения

сцепленных цилиндров, и у нас нет секундомера и линейки, чтобы вычислить их скорость. Рассчитаем её исходя из теоретических соображений.

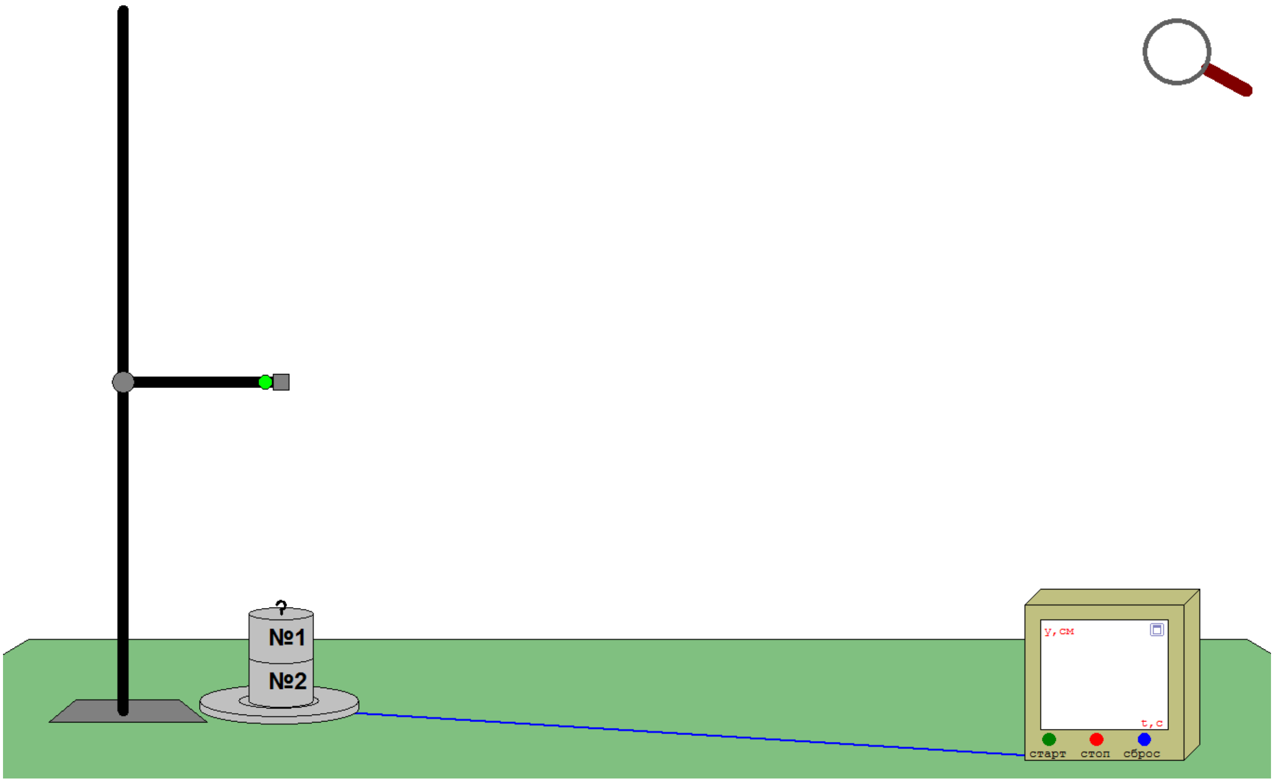


Рис. 3.11 Два цилиндра сцеплены вместе

На цилиндры, когда они падают поодиночке, действуют три силы: сила тяжести, зависящая от массы цилиндра, архимедова сила, одинаковая для двух цилиндров, поскольку сами цилиндры одинаковые, и сила вязкого трения со стороны воздуха, зависящая для одинаковых цилиндров только от скорости. В установившемся режиме движения, когда цилиндр движется равномерно и прямолинейно, сумма этих трёх сил, действующих на цилиндр, равна нулю. Нужно заметить, что сила вязкого трения направлена в сторону, противоположную движению, то есть различается по направлению для первого и для второго цилиндров.

Запишем уравнения сил для каждого из цилиндров, обозначив силу Архимеда за F_A, массы цилиндров за m_1 и m_2, модули скоростей цилиндров за v_1 и v_2.

$$m_1 \cdot g - F_A + k \cdot v_1 = 0$$
$$m_2 \cdot g - F_A - k \cdot v_2 = 0$$

Для сцепленных вместе цилиндров

$$(m_1 + m_2) \cdot g - 2 \cdot F_A + k \cdot v_3 = 0,$$

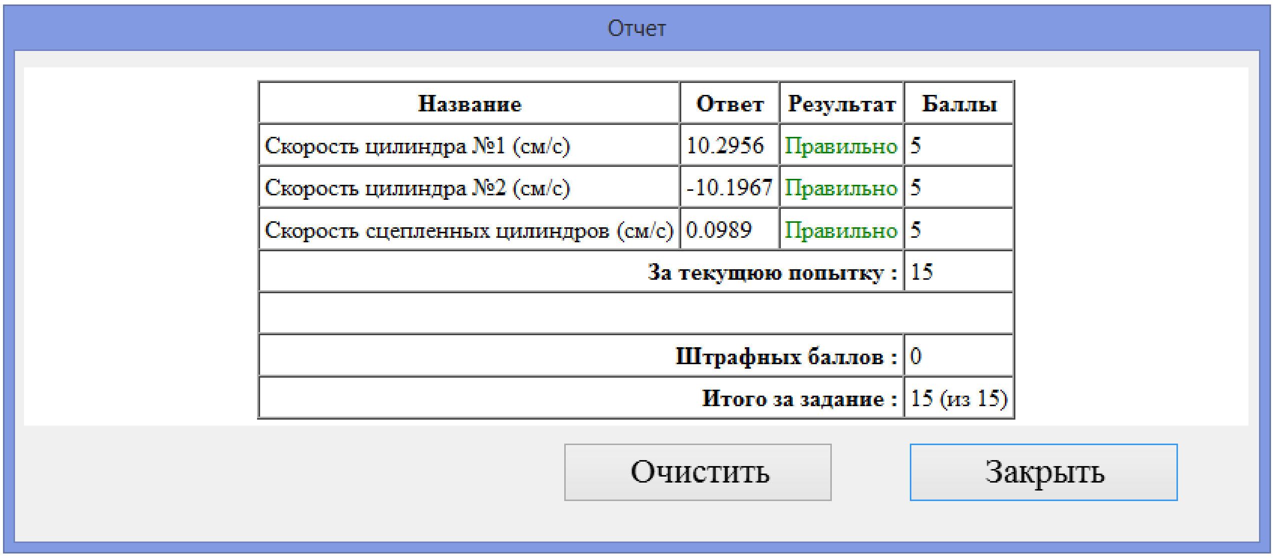
где v_3 – искомая установившаяся скорость сцепленных цилиндров. Сложив два первых уравнения и вычтя их из третьего, получим

$$k \cdot v_3 - k \cdot (v_1 - v_2) = 0,$$

и теперь можно вычислить $v_3 = v_1 - v_2$=10.2956−10.1967=0.0989 см/с.

Здесь мы используем допущение, приведённое в условии задания, что коэффициент вязкого трения зависит только от поперечного сечения тела, то есть совпадает для одиночных грузов и для сцепленных вместе.

Введём полученные ответы, не забыв о знаках: в проекции на направленную вниз ось падающие тела имеют положительную скорость, а взлетающие — отрицательную (рис. 3).



Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Скорость цилиндра №1 (см/с)	10.2956	Правильно	5
Скорость цилиндра №2 (см/с)	-10.1967	Правильно	5
Скорость сцепленных цилиндров (см/с)	0.0989	Правильно	5
		За текущую попытку :	15
		Штрафных баллов :	0
		Итого за задание :	15 (из 15)

4. Модель: Массивный рычаг

Задание для 7–9 классов

Плотность кубика №1 равна ρ_1=4.1 г/см^3, масса маленькой гири указана в граммах (рис. 4.1).

Найдите:

- массу m_2 кубика №2 — с точностью до целых;
- плотность ρ_2 кубика №2 — с точностью до сотых;
- массу m_3 груза, который надо повесить на левый край рычага для того, чтобы уравновесить рычаг — с точностью до целых.
- массу M рычага — с точностью до десятков.

Увеличить экран прибора можно либо с помощью увеличительного стекла, либо щёлкнув мышью по значку максимизации в правом верхнем угу прибора. Для того, чтобы посмотреть участок графика в увеличенном масштабе, необходимо выделить его мышью слева направо и сверху вниз. Выделение участка графика в противоположном направлении возвращает первоначальный масштаб.

Решение

У нас есть несколько разных гирек, причём масса известна только для самой маленькой из них — 2 грамма, и два кубика, для первого из которых известна плотность, а для второго предлагается найти массу и плотность.

Задача сводится к тому, чтобы придумать метод определения масс грузов с помощью импровизированных весов, в качестве которых нам надо использовать рычаг. Сложность заключается в том, что рычаг «весов» сам обладает некоторой массой, которую также нужно будет определить в задании, и в исходном положении не уравновешен. Будем считать, что рычаг представляет собой стержень постоянного сечения, то есть масса какой-либо его части прямо пропорциональная длине этой части, которую мы можем измерить с помощью линейки.

Логично предположить, что для измерения массы m_2 второго кубика нам сначала понадобится найти массу m_1 первого кубика. Ее вычислить несложно, так как с помощью линейки можно измерить длину ребра кубика (получаем 5.1 см) и, возведя её в третью степень, найти объем первого кубика V_1=132.65 см^3 , а затем, зная плотность кубика ρ_1=4.1 г/см^3, вычислить его массу m_1=$\rho_1 V_1$=543.8691 г. Количество значащих цифр в

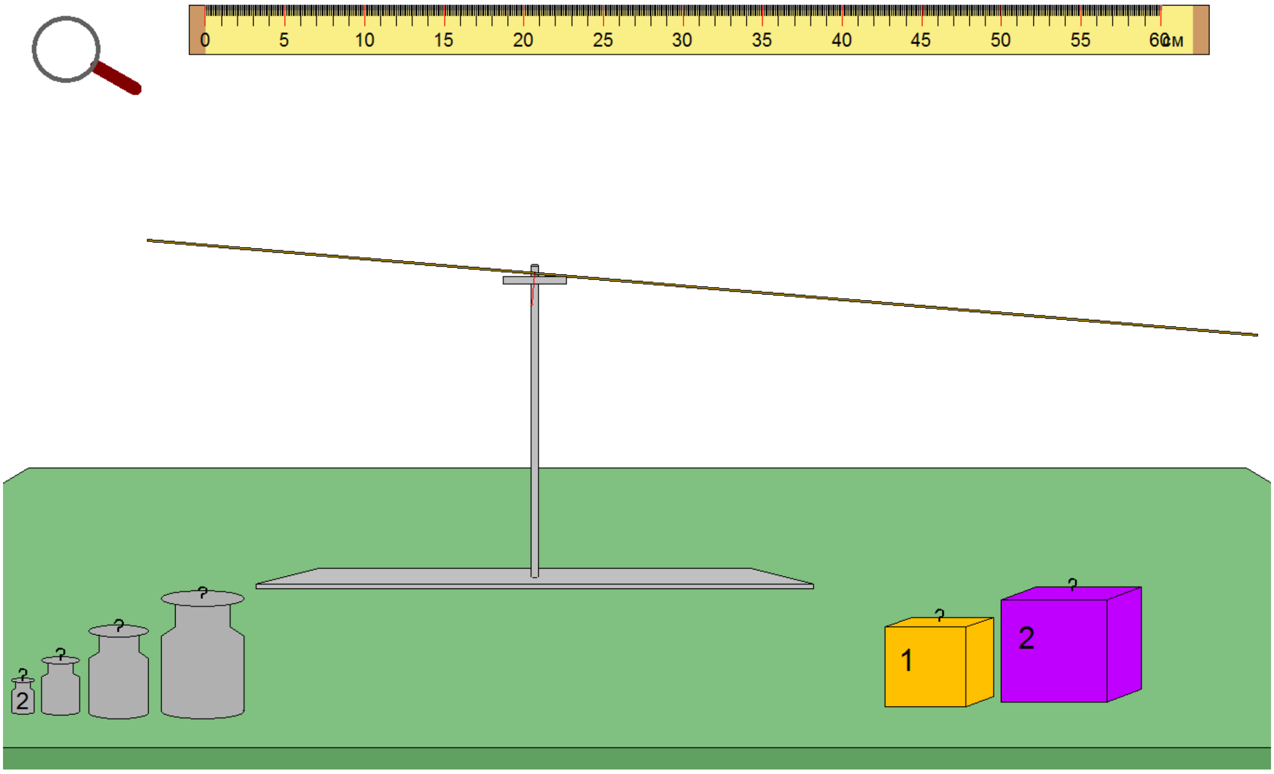


Рис. 4.1 Виртуальная установка

результате избыточно, но мы будем использовать это значение только в промежуточных вычислениях, и округлять его нет смысла.

Теперь, когда мы сформулировали стоящую перед нами экспериментальную задачу и поняли, для чего нам даны измерительные приборы и как устроена виртуальная установка, можно переходить к разработке метода измерения массы грузов.

Чтобы измерять вес грузов, нам нужно будет уравновешивать весы. На пустых весах длинное плечо перевешивает. Попробуем повесить на короткое плечо имеющиеся у нас гирьки, чтобы посмотреть, меняется ли что-то в балансе весов. Двухграммовой гирьки, даже повешенной на самый край короткого плеча, где она создаёт наибольший момент сил, не хватает для того, чтобы что-то изменить в конфигурации весов, как и второй и третьей по размеру гирек. Только четвёртая перевешивает длинное плечо и опускается вниз (рис. 4.2).

Будем перемещать гирьку по плечу весов вправо, пытаясь уравновесить весы. Оказывается, мы не можем установить рычаг весов в горизонтальное положение — это слишком неустойчивое равновесие — но мы можем найти точку, при подвесе гирьки левее которой весы перевешивают влево, а при подвесе гирьки правее — вправо. Это и есть положение, в котором баланс сил и баланс моментов сил, действующих на рычаг, примерно равен нулю. Повесьте гирьку чуть левее — и знак будет один, чуть правее — знак будет другой, это и выражается в неустойчивости этого положения, меняющегося при малейшем смещении (рис. 4.3).

Для точного определения этой точки нужно продумать методику измерения: в положении, когда плечо, на котором висит гирька, поднято вверх, понемногу сдвигать гирьку

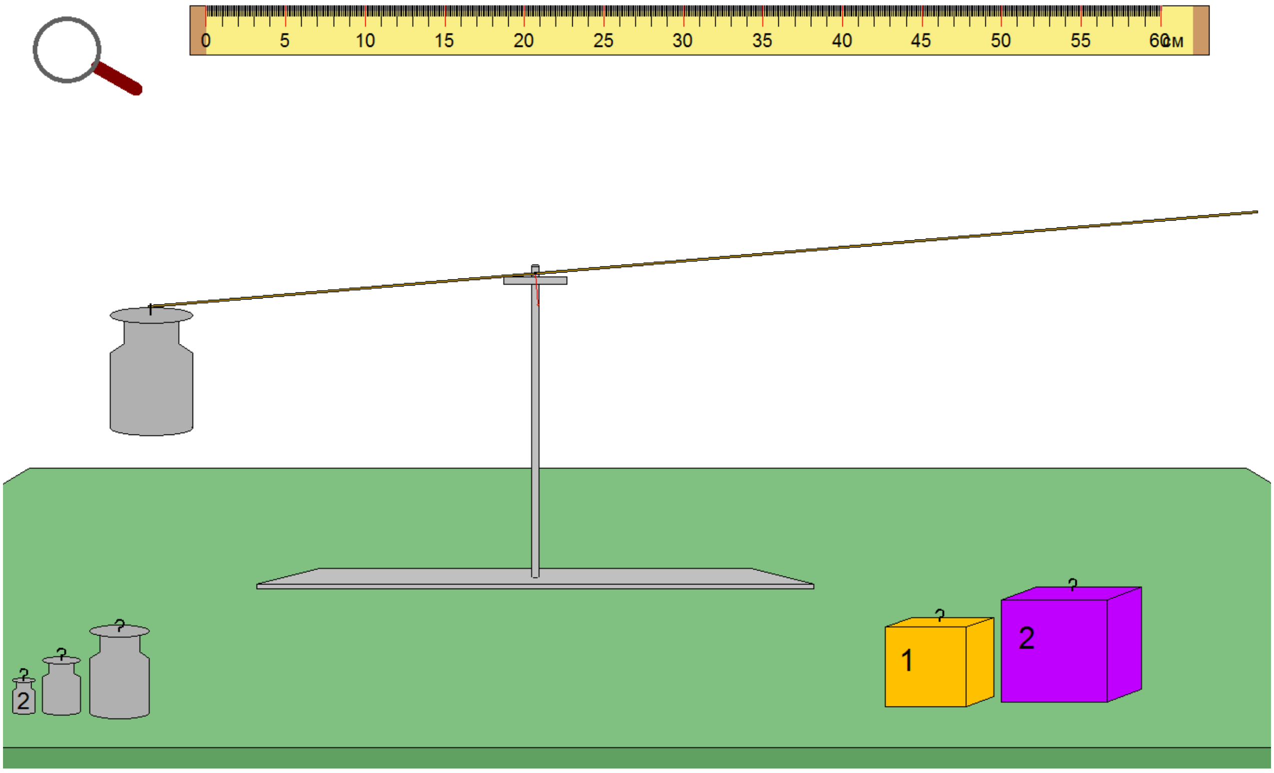


Рис. 4.2 Только самая большая из гирек перевешивает длинное плечо рычага

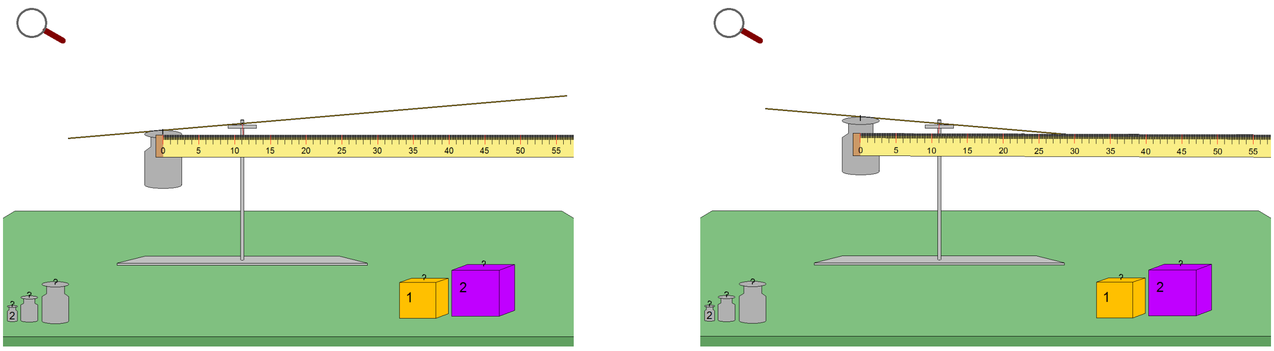


Рис. 4.3 Рычаг с гирькой находятся в положении неустойчивого равновесия

к краю плеча, когда плечо опустится — измерить расстояние от точки подвеса гирьки до точки опоры рычага линейкой. Для точности будем двигать гирьку, приблизив установку лупой (рис. 4.4).

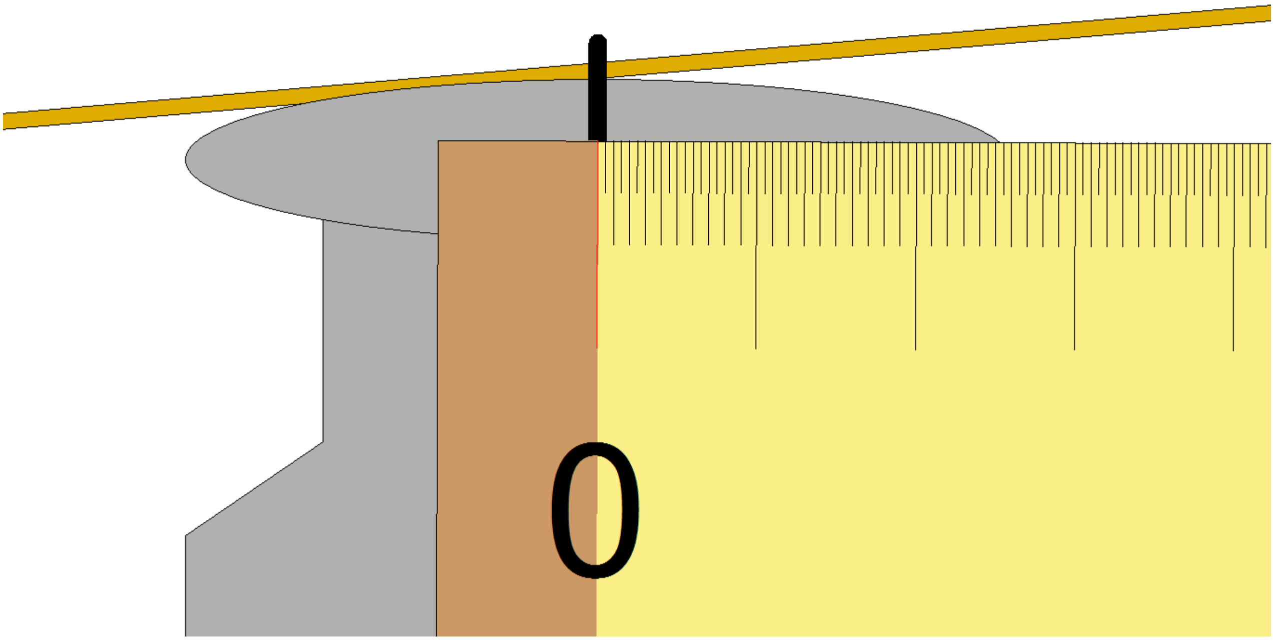


Рис. 4.4 Нахождение положения неустойчивого равновесия перемещением гирьки

Для ещё более точного уравновешивания можно дополнительно использовать другие гирьки — например, двухграммовую. Хотя при аккуратной работе достаточно одной большой гирьки.

Итак, мы привели рычаг в положение равновесия, подвесив самую большую гирьку на расстоянии ℓ=11.05 см от точки опоры. Добившись неустойчивого равновесия, мы получаем, что сумма моментов сил, приложенных к рычагу, равна нулю. На наш рычаг сейчас действуют всего два момента сил: против часовой стрелки его пытается повернуть момент силы тяжести, действующей на гирьку, а по часовой стрелке — момент силы тяжести, действующий на сам массивный рычаг. Это силу тяжести можно считать приложенной к центру масс рычага, то есть ровно к его середине, и тогда становится понятным, что же мы уравновешивали гирькой, подвешенной левее точки опоры весов. Так или иначе, сейчас для нас важно, что весы уравновешены, а на уравновешенных весах можно проводить измерения.

Приступим к ответу на первый вопрос — нахождению массы кубика № 2. Повесим кубик № 2 на левый край рычага и попытаемся уравновесить его на наших «рычажных весах» телом известной массы, повесив его на длинное плечо весов. Оказывается, что двухграммовая гирька слишком лёгкая и не может уравновесить кубик № 2 ни в каком его положении. Тогда попробуем использовать имеющийся у нас второй груз с известной массой — кубик № 1. Уравновесим кубик № 2 кубиком № 1, массу которого мы теперь знаем. Будем действовать как и раньше, сдвигая кубик № 1 вправо по правому плечу, пока он не перевесит кубик № 2, висящий как можно левее на левом плече. Для точно определения этого момента двигать кубик будем, приблизив его лупой. Когда кубик № 1 перевесит, измерим расстояния от точки опоры весов до линий действия сил тяжести, приложенных к каждому из кубиков и проходящих через их точки подвеса (рис. 4.5).

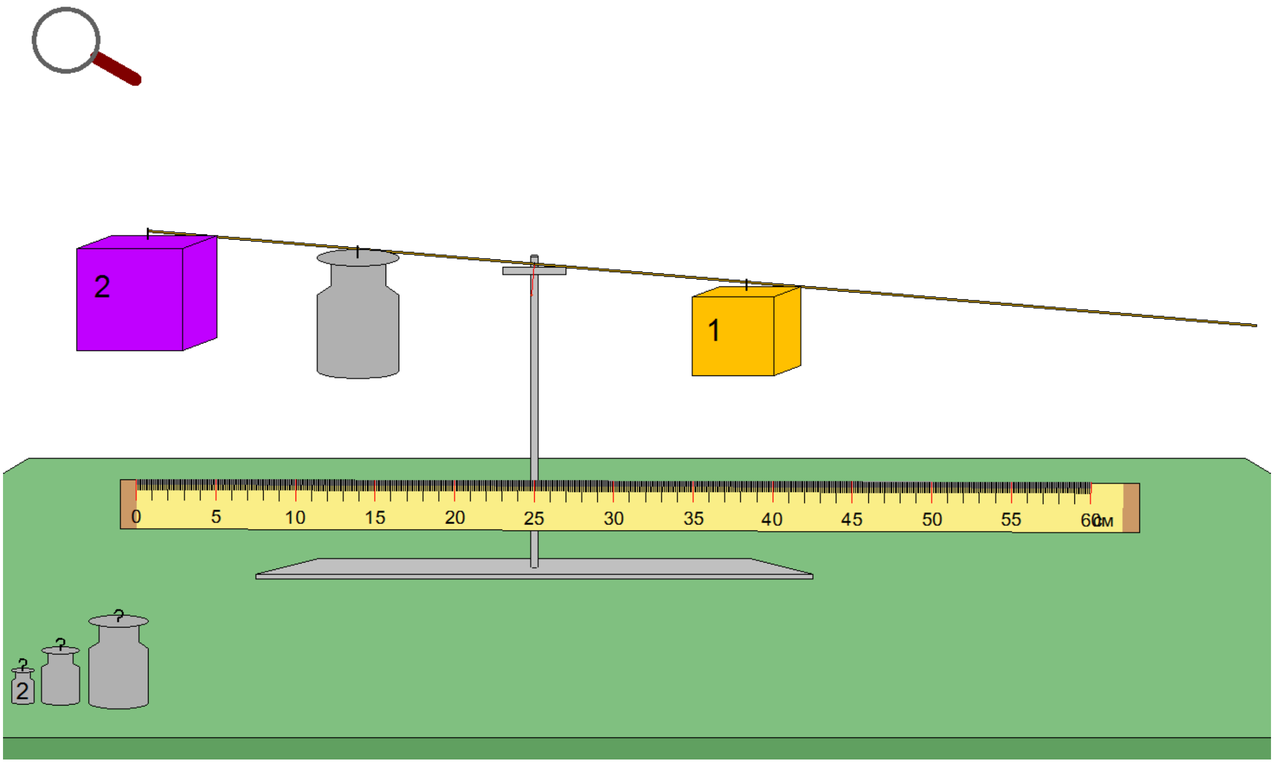


Рис. 4.5 Уравновешивание кубика № 2 кубиком № 1

Измеренное расстояние для левого кубика 24.3 см, для правого 13.4 см (рис. 4).

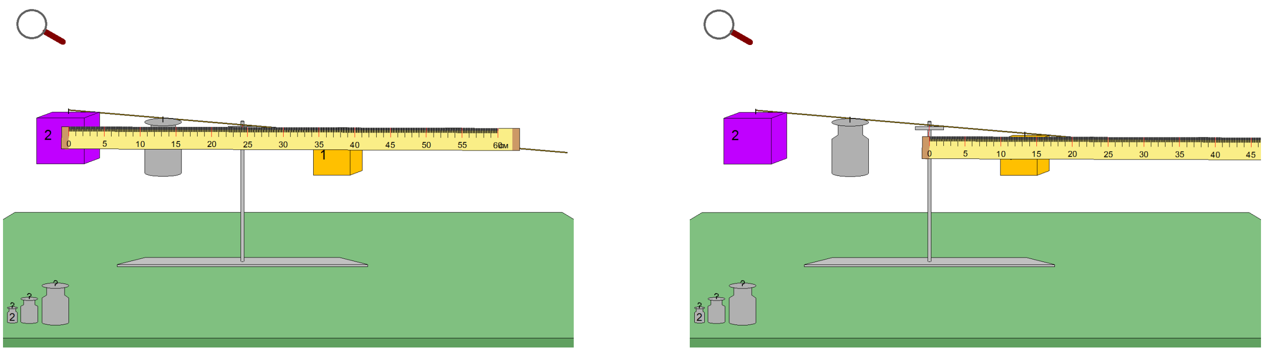


Рис. 4.6 Измерение расстояния от точки опоры до точек подвеса кубиков

Отношение плеч можно измерить и более точно, измерив расстояния вдоль рычага от точек подвеса до центра рычага. Для этого потребуется подобрать соответствующий наклон линейки, вращая её за концы.

Запишем равенство моментов сил для кубиков (гирьку и рычаг не учитываем, их моменты сил компенсируют друг друга).

$$m_2 \cdot g \cdot 24.3 = m_1 \cdot g \cdot 13.4$$
$$m_2 = m_1 \cdot 13.4/24.3 = 543.8691 \cdot 13.4/24.3 \approx 299.91 \text{ г.}$$

Чтобы вычислить плотность кубика, сначала измерим линейкой длину его ребра — получим 6.6 см. Тогда объем кубика 2 равен 6.6^3=287.496 см^3. Плотность кубика № 2 равна отношению его массы к объему: $\rho_2 = 299.9/6.6^3 \approx 1.043$ г/см^3.

Для ответа на следующие два вопроса задания нам придётся найти массу рычага. До сих пор мы исключали рычаг из рассмотрения, уравновесив его неизвестной гирькой и пользуясь уравновешенными весами, но при таком подходе массу рычага найти не удастся. Нам придётся снять с весов неизвестную гирьку и заново уравновесить весы, но на этот раз уже с помощью тел с известной массой (рис. 4.7). Это грузы с массой 2 г (гирька), 299.91 г (кубик № 1) и 543.9 г (кубик № 2).

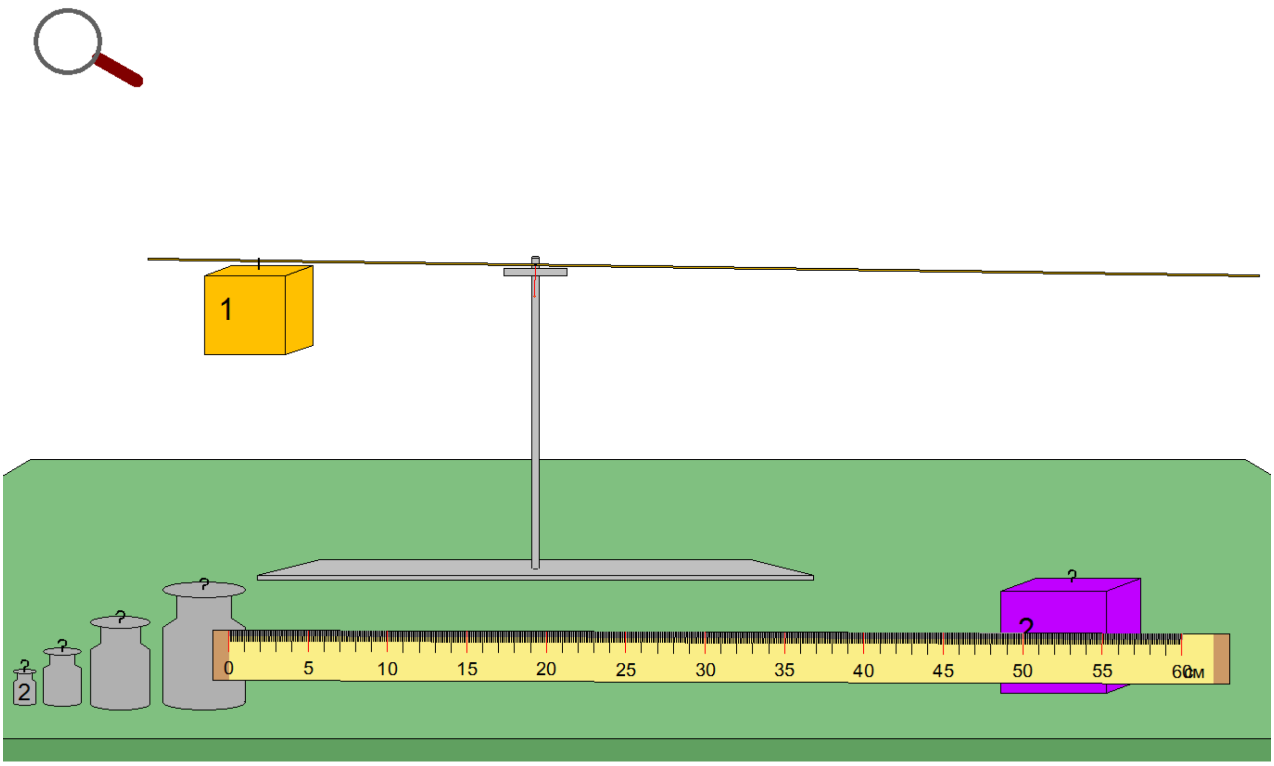


Рис. 4.7 Уравновешивание рычага кубиком № 1

Уравновесить рычаг удаётся только кубиком № 1, повесив его в 17.3 см левее точки опоры (рис. 4.8). Силу тяжести, действующую на рычаг, можно считать приложенной к центру масс рычага, который в силу симметричности рычага находится в его геометрическом центре. Определить его положение относительно точки опоры можно с помощью линейки: в 10.55 см правее точки опоры. Тогда по аналогии с уравновешиванием грузов на весах, мы уравновешиваем массу рычага кубиком №1, и масса рычага, собранная в геометрическом центре, составит

$$M = m_1 \cdot 17.3/10.55 = 543.8691 \cdot 17.3/10.55 \approx 891.84 \text{ г.}$$

К такому же результату можно прийти другим путем: рассчитать момент силы, который возникает от правой части стержня, не уравновешенной левой частью стержня, и приравнять его моменту силы от кубика №1.

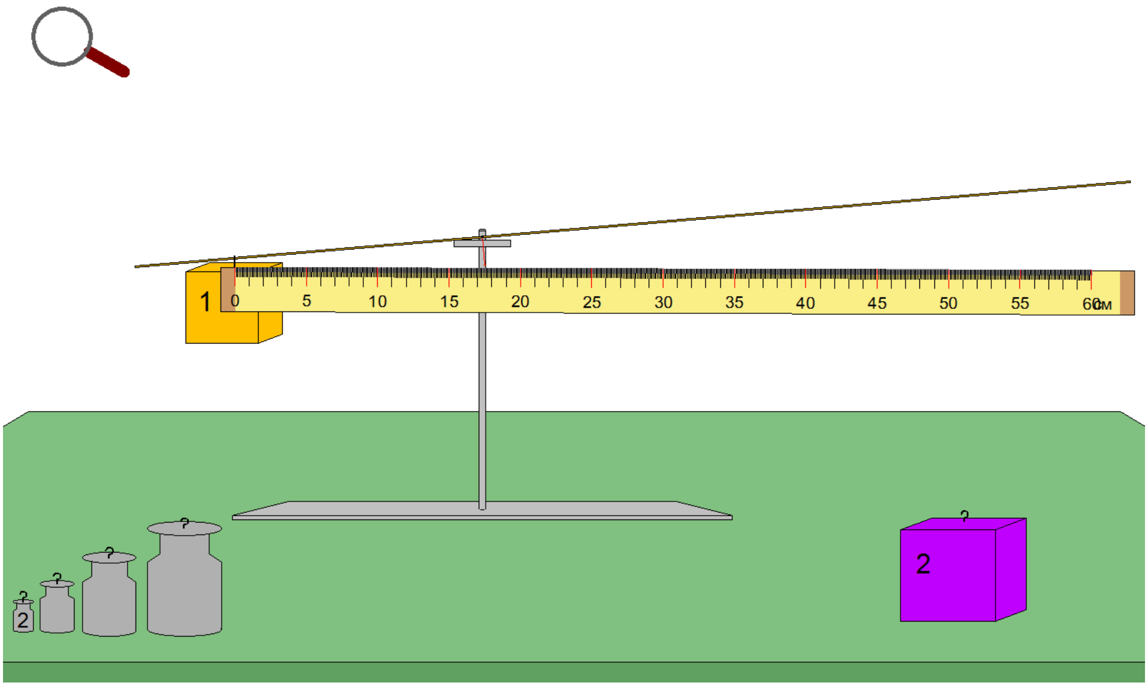
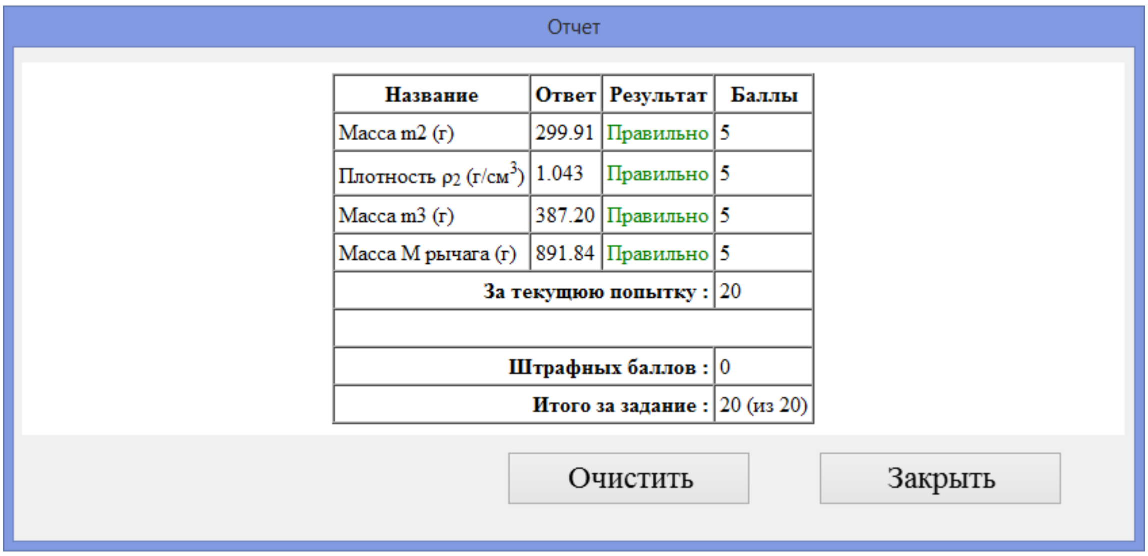


Рис. 4.8 Измерение положения кубика № 1, уравновешивающего рычаг

Теперь можно легко ответить на оставшийся вопрос: груз какой массы нужно повесить на левый край рычага, чтобы уравновесить его.

Считаем, что вся масса рычага в 891.84 грамма собрана в его центре масс в 10.55 см правее точки опоры. Чтобы уравновесить этот вес, на левый край рычага, в 24.3 см левее точки опоры, нужно повесить груз массой 891.84·10.55/24.3=387.20 г.


Отчет

Название	Ответ	Результат	Баллы
Масса m2 (г)	299.91	Правильно	5
Плотность ρ2 (г/см^3)	1.043	Правильно	5
Масса m3 (г)	387.20	Правильно	5
Масса M рычага (г)	891.84	Правильно	5
		За текущую попытку :	20
		Штрафных баллов :	0
		Итого за задание :	20 (из 20)

Очистить Закрыть

5. Модель: Измерение расстояний, времени и средней скорости на трассе

Задание для 7–8 классов

Трасса, по которой движется радиоуправляемая модель автомобиля, состоит из двух линейных участков (AB и CD) и двух полуокружностей одинакового радиуса. В момент старта автомобиль находится в начале одного из линейных участков — в точке A. Положение автомобиля на модельной трассе помечается светящимся кружком (его центром). Движение автомобиля можно начинать запуском таймера и останавливать остановкой таймера. При движении автомобиль сохраняет одно и то же значение скорости v. Точкой E обозначим положение модели автомобиля через 13.504 секунд после старта (рис. 5.1).

Определите :

- с точностью до сотых длину L одного линейного участка трассы;
- с точностью до тысячных величину v путевой скорости — отношение пройденного моделью пути ко времени движения.
- с точностью до сотых расстояние AC.
- с точностью до сотых время t_{AC} движения модели от точки A до точки C на первом круге (движение идет по траектории ABCD);
- с точностью до тысячных величину V_{AE} — отношение расстояния между точками E и A к времени движения модели автомобиля от точки A до точки E на первом круге.

Увеличительное стекло позволяет просматривать в увеличенном масштабе любой выбранный участок экрана, а также перемещать в этом состоянии линейки. Щелчок мышью в любом другом месте экрана возвращает первоначальный масштаб. Линейки можно вращать за окрашенные края.

Число π=3.1416.

Задания модели можно переделывать, но за каждую повторную отсылку на сервер назначается до 5 штрафных баллов.

Решение

Сначала нам нужно определить геометрические параметры трассы, то есть длину линейных участков L и радиус полуокружностей R. Мы не можем точно измерить горизонтальной линейкой длину линейного участка, так как не видим, где он заканчивается

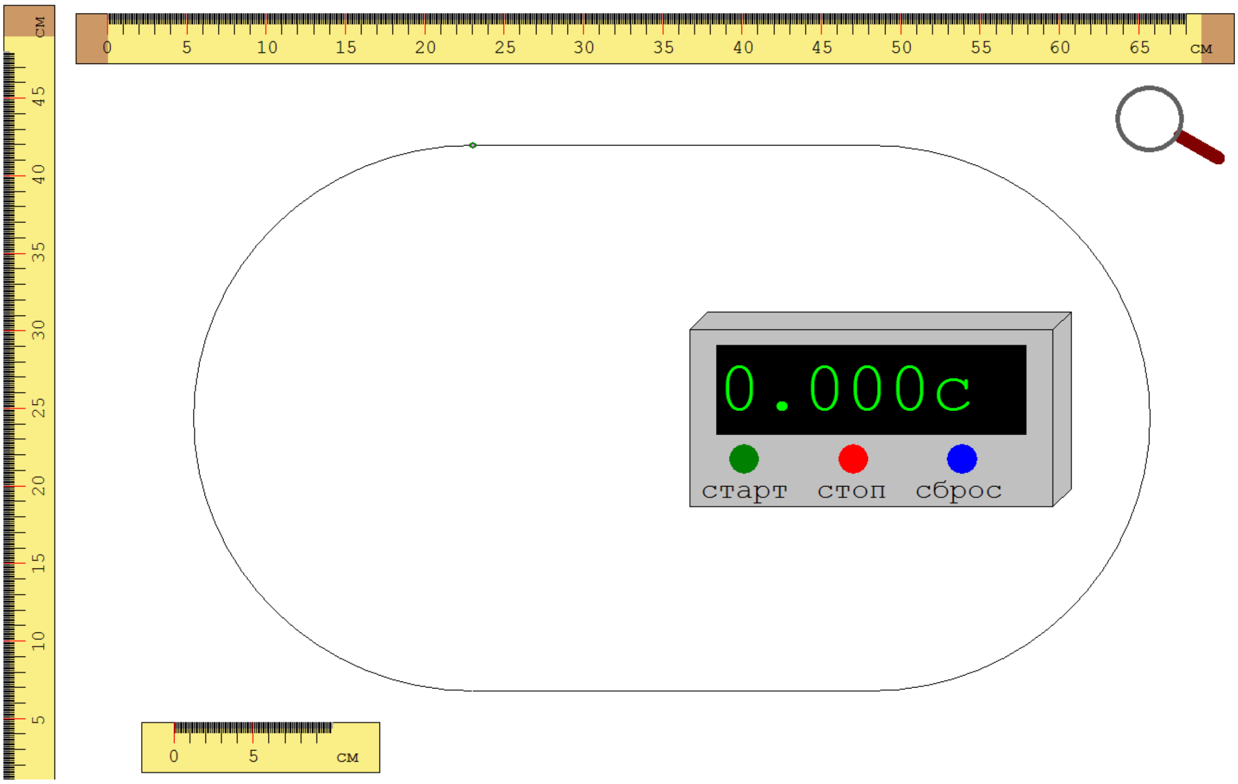


Рис. 5.1 Иллюстрация к условию задачи

— точку перехода прямой в окружность. Однако мы можем измерить вертикальной линейкой расстояние между прямолинейными участками — эта величина равна $2R$. После этого горизонтальной линейкой мы сможем померить расстояние между двумя самыми удалёнными точками трассы — они находятся на её горизонтальной оси симметрии — равное $L + 2R$, и, вычтя результат предыдущего измерения, найти L.

При всех измерениях будем приближать установку лупой, чтобы точно совмещать линейку с точками и точно считывать с линейки расстояния (рис. 5.2).

$$2R = 35.2 \text{ см}$$
$$L + 2R = 60.3 \text{ см}$$

Отсюда R=17.6 см, L=25.1 см. Линейка позволяет нам проводить измерения с точностью до 0.05 см, значит, погрешность измерений — 0.025 см, то есть можно надеяться, что мы получили эти значения с точностью до сотых.

Теперь нужно найти скорость движения автомобиля по трассе. Мы можем запустить его кнопкой «старт» и потом остановить кнопкой «стоп», при этом секундомер остановится и зафиксируем время с точностью до тысячных. Вопрос в том, в какой момент остановить автомобиль, чтобы пройденный им путь тоже был измерен с достаточной точностью, скажем, тоже до четвёртой или пятой значащей цифры? Последняя значащая цифра на линейке, которую мы можем измерить — это миллиметры, значит, если автомобиль пройдёт 10^4–10^5 миллиметров, то мы получим ту же точность, что и у секундомера. Итак, автомобиль должен пройти 1000–10000 см, а длина трассы примерно $2L + 2\pi R \approx 45 + 120 = 170$ см. То есть надо дать автомобилю проехать 10–20 кругов, потом остановить

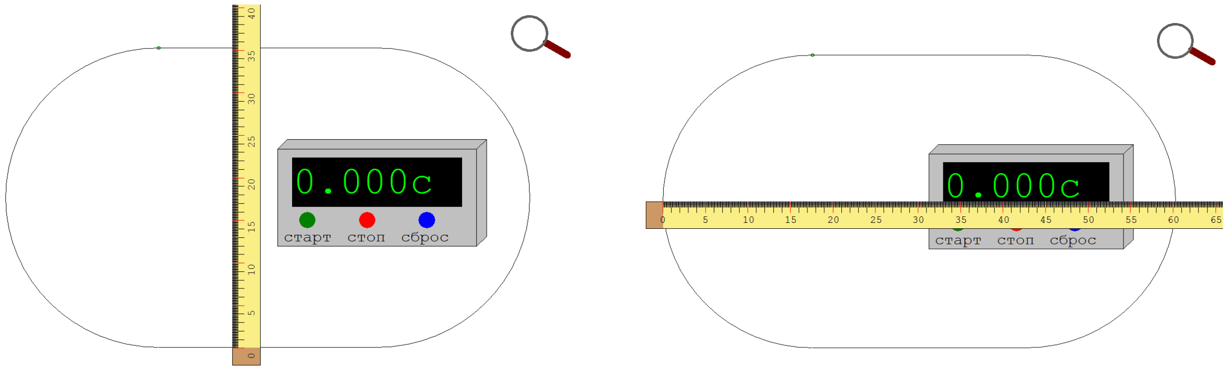


Рис. 5.2 Измерение геометрических параметров трассы

его на линейном участке и измерить расстояние. Единственное, на что надо обратить внимание — что после старта мы не знаем положение точки A, поэтому перед пуском приставим к этой точке линейку, по которой потом будем отмерять конечное положение точки (рис. 5.3).

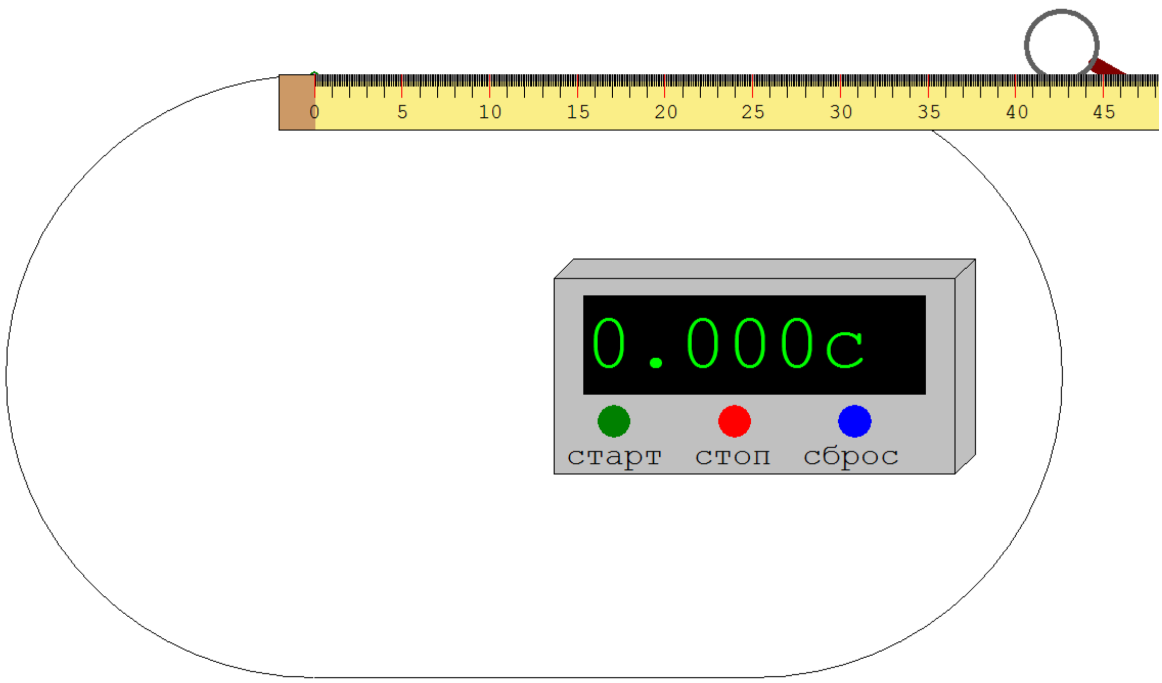


Рис. 5.3 Подготовка к измерению

Остановим автомобиль после десяти кругов и ещё некоторого времени, конда машинка остаётся на линейном участке (рис. 5.4).

Измеряем под лупой текущее смещение от точки A, оно равно 20.4 см. Значит, всего точка прошла путь $10 \cdot (2L + 2\pi R) + 20.4 = 1628.2$ см за время 222.741 с. Чтобы найти скорость, нужно разделить путь на время. Заметим, что в обоих случаях у нас есть по пять значащих цифр, значит, можно рассчитывать на получение результата с точностью

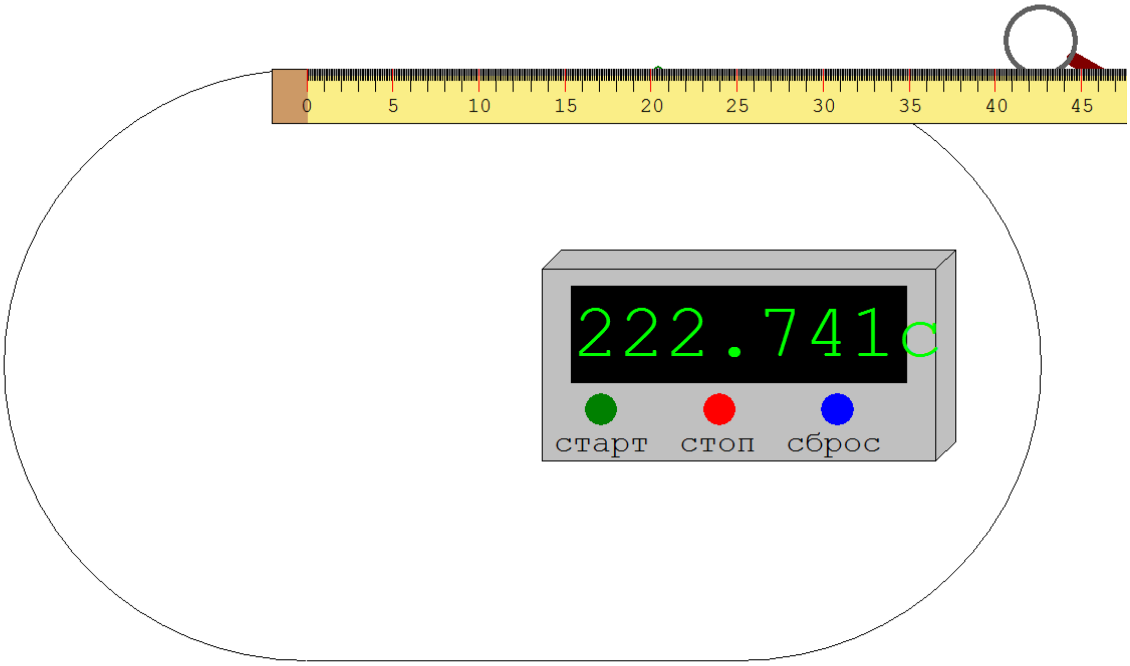


Рис. 5.4 Время и координата после десяти кругов

до тысячных, как просят в условии.

$$v = 1628.2/222.741 = 7.31 \text{ см/с}$$

Следующий вопрос — определить с точностью до сотых расстояние AC. AC – это гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами AB и BC длиной 25.1 см и 35.2 см, соответственно. Чтобы найти длину AC, вычислим корень суммы квадратов этих двух длин в калькуляторе. Получим 43.233 см. Но в 7 классе не все учащиеся знают, как это сделать. Поэтому можно просто измерить это расстояние! Отсчитать расстояние L от точки A по линейке, и с помощью вертикальной линейки, приставив её к точке B, найти точку C как пересечение края вертикальной линейки с нижней частью трассы.

Следующий вопрос — найти с точностью до сотых время t_{AC} движения модели от точки A до точки C на первом круге. Заметим, что это время одно и то же на любом круге, и равно пути, который точка проходит, двигаясь из A в C, делённому на скорость, которую мы уже знаем. Путь складывается из длины линейного участка и длины полуокружности и равен $L + \pi R = 25.1 + 3.1416 \cdot 17.6 = 80.392$ см. Время, за которое будет пройден этот путь, равно 80.392/7.31=11.00 с.

Для ответа на последний вопрос нужно найти положение точки E, в которой автомобиль будет находиться через 13.504 секунд после старта. Это положение можно примерно оценить экспериментально, остановив автомобиль примерно через заданное время (рис. 5.6). А затем, зная скорость автомобиля, можно найти расстояние до точного положения точки, и с помощью маленькой линейки отложить это расстояние от места остановки. После чего измерить расстояние AE большой линейкой, вращая её за концы. Получаем 35.85 см.

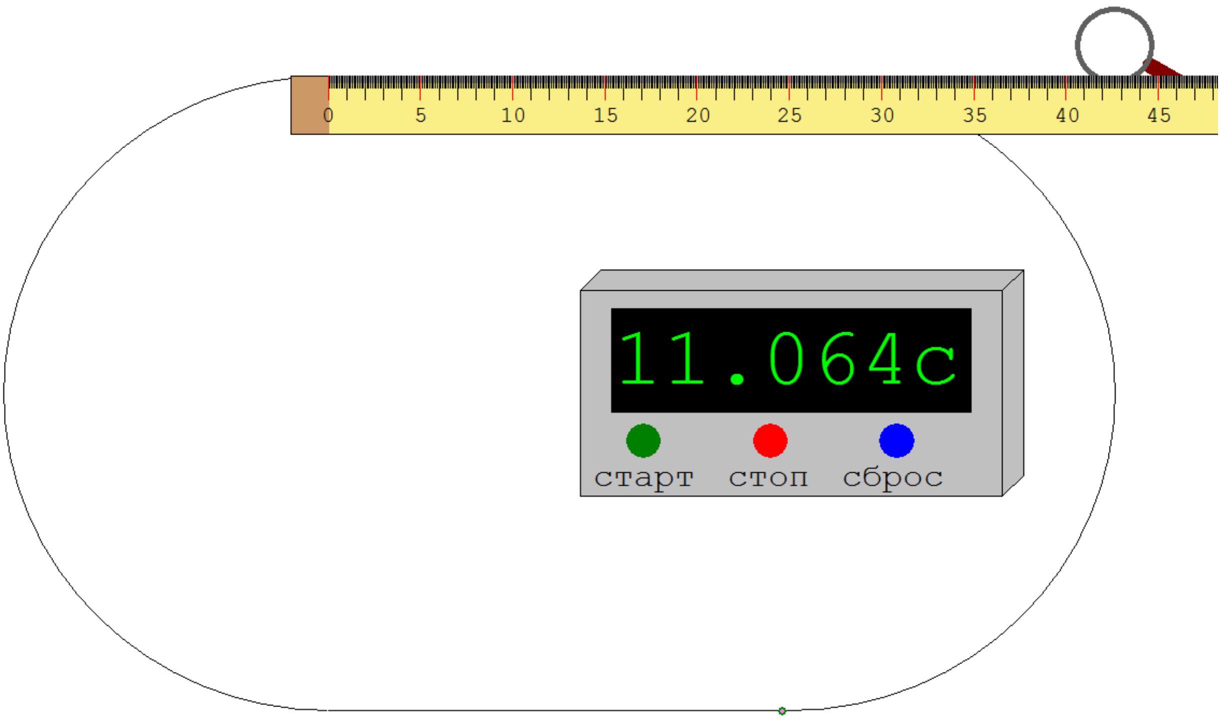


Рис. 5.5 Прохождение линейного участка

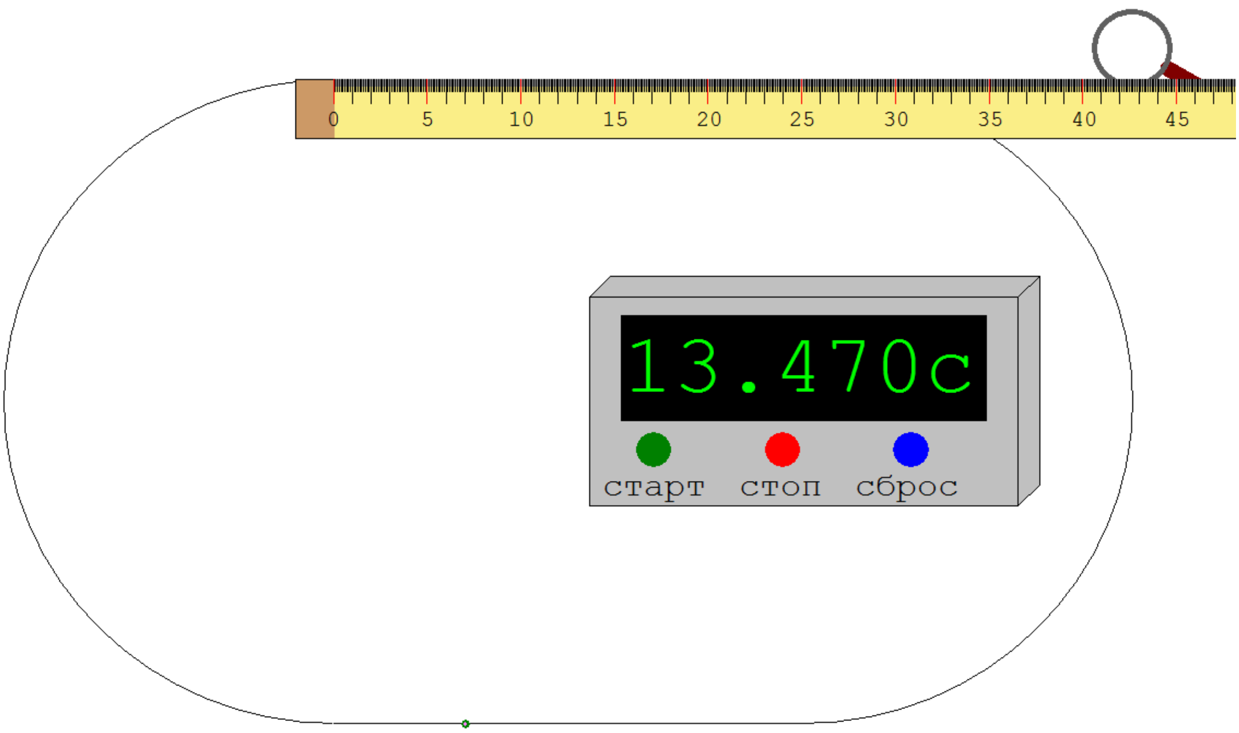
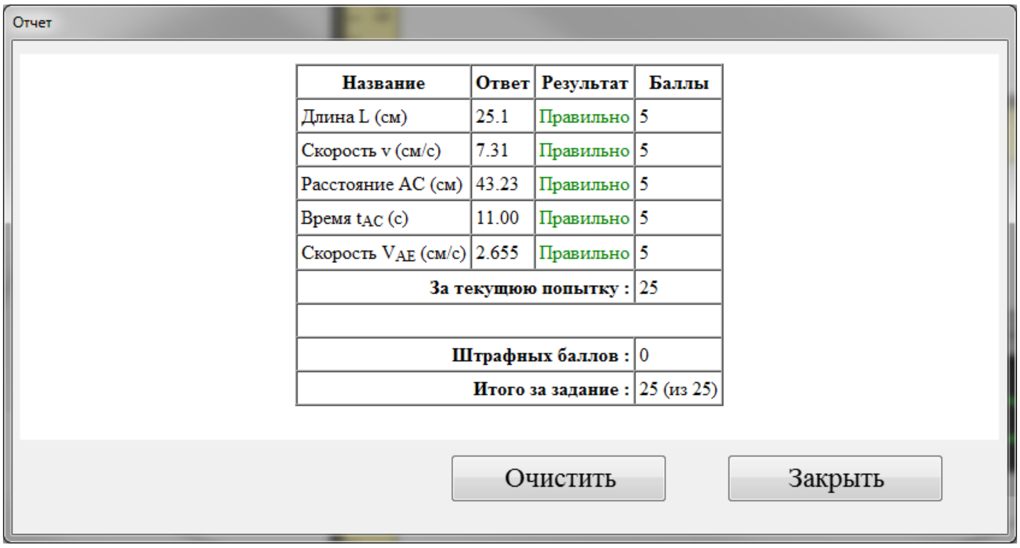


Рис. 5.6 Положение точки через 13.504 с после старта

Это решение подходит для 7 класса. В более старших классах можно поступить по-другому. Найдём расстояние DE$=2L+\pi R-vt_E = 2\cdot25.1+3.1416\cdot17.6-7.31\cdot13.504$=6.778 см.

Теперь расстояние от точки A до точки E можно найти как гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами AD и DE. Прямо в калькуляторе виртуальной лаборатории можно получить ответ 35.857 см.

Осталось разделить это расстояние на время 13.504 с, за которое автомобиль достиг точки E, чтобы получить искомую величину V_{AE}=35.857/13.504=2.655 см/с.



Название	Ответ	Результат	Баллы
Длина L (см)	25.1	Правильно	5
Скорость v (см/с)	7.31	Правильно	5
Расстояние AC (см)	43.23	Правильно	5
Время t_{AC} (с)	11.00	Правильно	5
Скорость V_{AE} (см/с)	2.655	Правильно	5
		За текущую попытку :	25
		Штрафных баллов :	0
		Итого за задание :	25 (из 25)

6. Модель: Найти сопротивление лампочек и не дать им перегореть

Задание для 8 класса

В системе имеется нерегулируемый источник напряжения, мультиметр, сопротивления номиналом 50 Ом и 1 Ом, и набор проводов, имеющих практически нулевое сопротивление. Кроме того, имеется три набора лампочек: помеченные цифрой 1 имеют ток перегорания 100 мА и сопротивление R1; помеченных цифрой 2 — ток перегорания 20 мА и сопротивление R2; помеченных цифрой 3 — ток перегорания 5 мА и сопротивление R3 (рис. 6.1).

Найдите значения сопротивлений R1,R2 и R3 — ответы вводите с точностью до сотых. Если необходимые лампочки перегорели, можно выйти из модели и вернуться в неё обратно — за это не начисляется штрафных баллов и не меняются параметры задания, а отосланные на сервер ответы учитываются. Но при этом схема приводится в первоначальное состояние, а при повторной отправке ответов правильные и уже зачтённые ответы необходимо заново вводить перед отсылкой на сервер.

Соберите для этого необходимые электрические схемы, проведите измерения и выполните расчеты. Занесите результаты в отчёт и отошлите его на сервер. Мультиметр — измерительный прибор, позволяющий измерять токи, напряжения и сопротивления — в данном задании доступно только измерение токов. При превышении величины максимального значения для выбранного диапазона на индикаторе появляется сообщение об ошибке измерения. Буква μ у диапазона мультиметра означает «микро», буква m — «милли». Тип измеряемой величины и предел измерительной шкалы мультиметра меняется с помощью поворота ручки.

Напряжение на выходе источника напряжения в данном задании нельзя менять. Элементы можно перетаскивать мышью и подключать к клеммам панели, а также поворачивать щелчком по ножке. К клеммам можно подсоединять мультиметр и перемычки — провода, имеющие практически нулевое сопротивление.

Решение

Нам нужно ограничить ток, протекающий через лампочку, и у нас для этого есть только сопротивления номиналом в 50 Ом и в 1 Ом. Значение 1 Ом мало на фоне 50 Ом, и мы этот резистор пока не будем использовать. Если подсоединить разистор 50 Ом к источнику напряжения напрямую, мы получим ток 8 В/50 Ом = 160 мА. Это несколько больше, чем ток перегорания лампочки, но можно надеяться, что сопротивление лампочки окажется

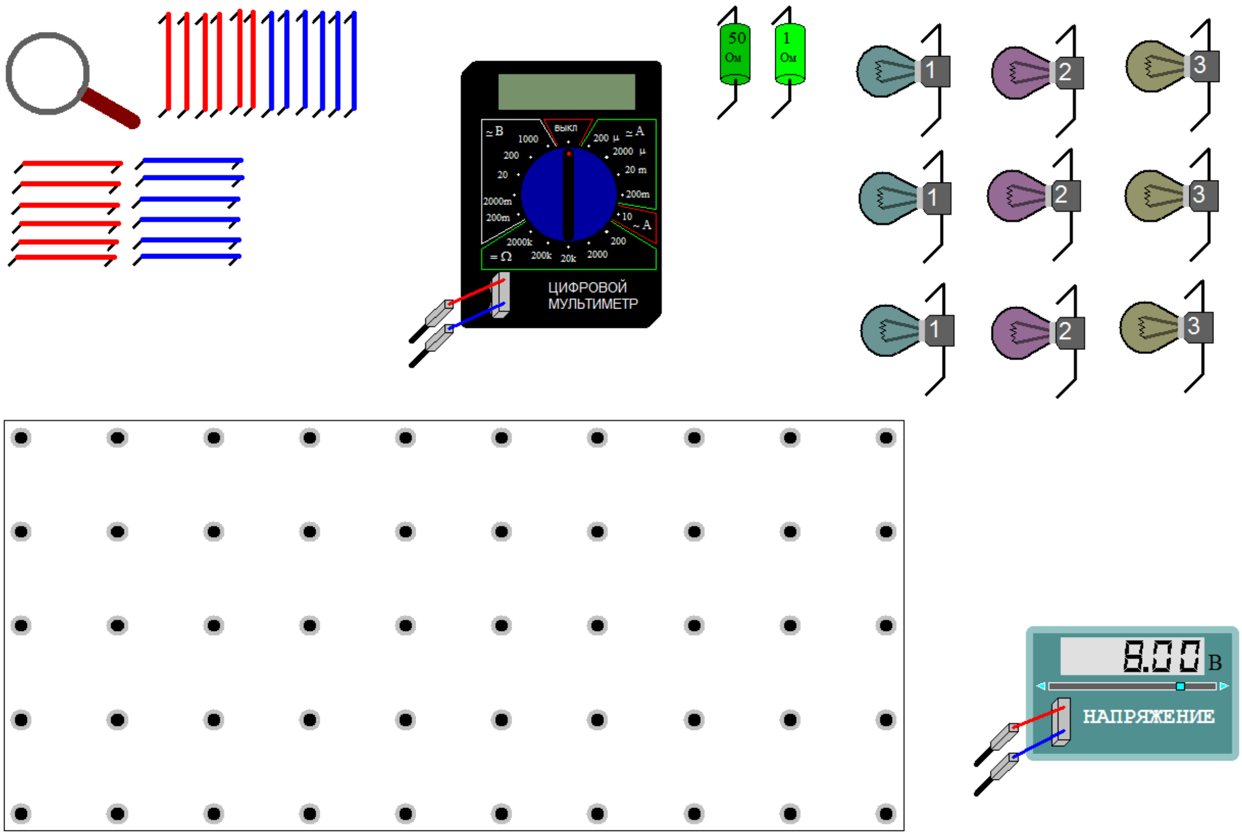


Рис. 6.1 Иллюстрация к условию задачи

достаточно велико, чтобы в сумме с разестором 50 Ом ограничить ток значением меньше, чем 100 мА.

Возьмём лампочку № 1 и включим её последовательно с сопротивлением 50 Ом. Лампочка мгновенно перегорает (рис. 6.2), значит, ток всё ещё слишком большой.

Как же нам ограничить ток, если сопротивлений больше нет? Включим последовательно две оставшиеся лампочки № 1: сопротивление цепи увеличится, а ток уменьшится. Также включим последовательно в цепь мультиметр: в нём есть предохранитель на случай опасных токов. Может, это поможет, если ток будет слишком велик? Не помогло, две лампочки перегорели, ток по-прежнему слишком велик (рис. 6.3).

Ничего не остаётся, кроме как выйти из виртуальной лаборатории и зайти снова, получив на руки полный комплект лампочек. Пробуем три лампочки №1, включённые последовательно. Успех, они ограничивают ток настолько, чтобы не перегорать (рис. 6.4).

Итак, у нас полное сопротивление цепи 3·R1+50 Ом, напряжение источника 8 В, и в цепи течёт ток 97.4 мА (рис. 6.5). Найдём сопротивление R1, воспользовавшись законом Ома: $U = IR$, значит, сопротивление R1 лампочки № 1 равно

$$R1 = (8/0.0974 - 50)/3 = 10.712 \text{ Ом}$$

Предложенное решение выбирает большая часть участников, но оно не оптимально. Если мы включим две лампочки параллельно и подсоединим их последовательно с резистором, ток через каждую лампочку уменьшится вдвое, и будет не более 160/2=80 мА,

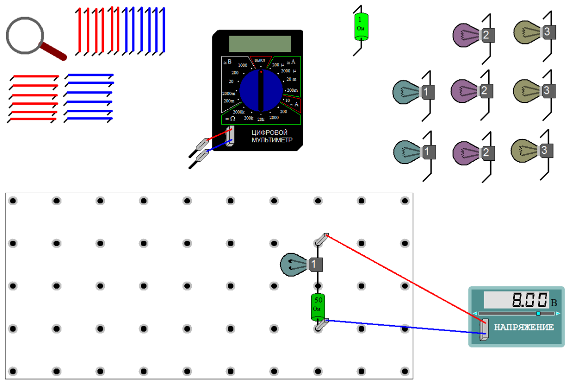


Рис. 6.2 Резистор и сопротивления лампы № 1 ограничивают ток недостаточно

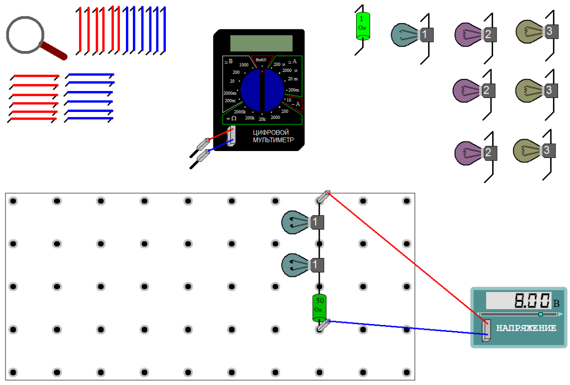


Рис. 6.3 Даже двух лампочек № 1 недостаточно, чтобы ограничить ток

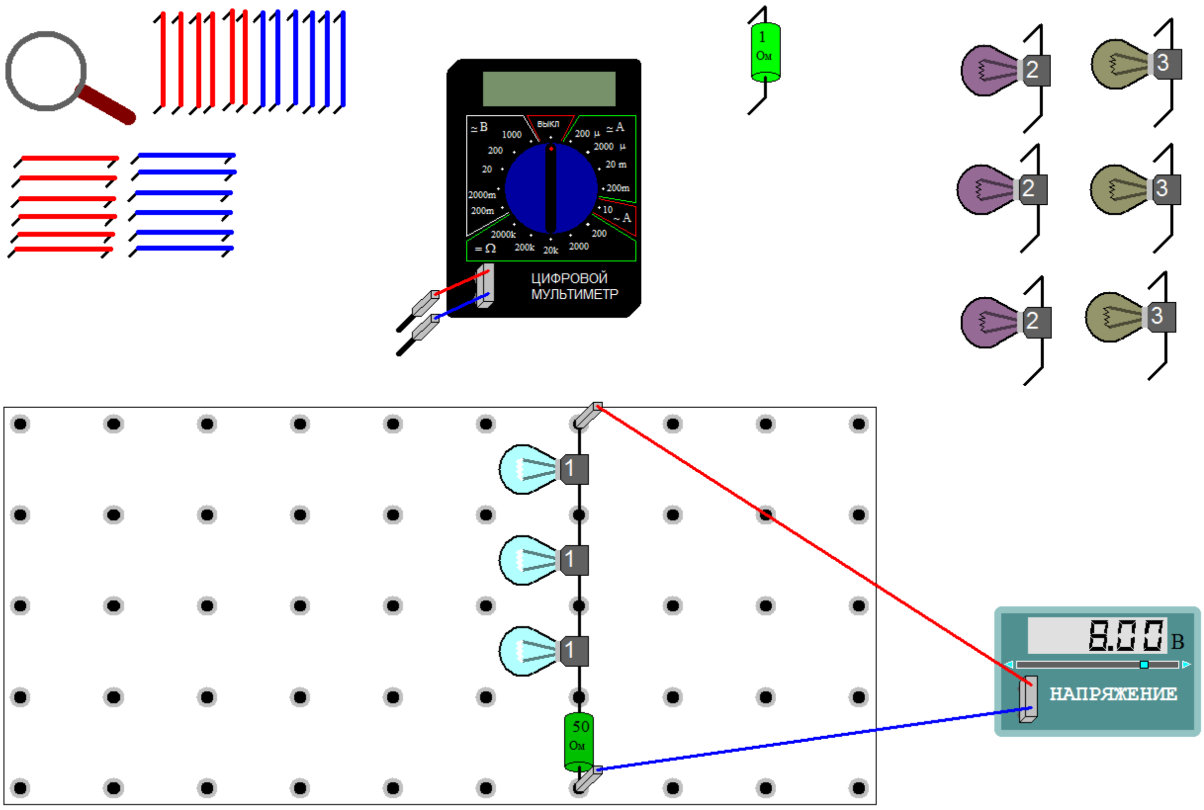


Рис. 6.4 Три лампочки ограничивают ток достаточно сильно, чтобы не перегорать

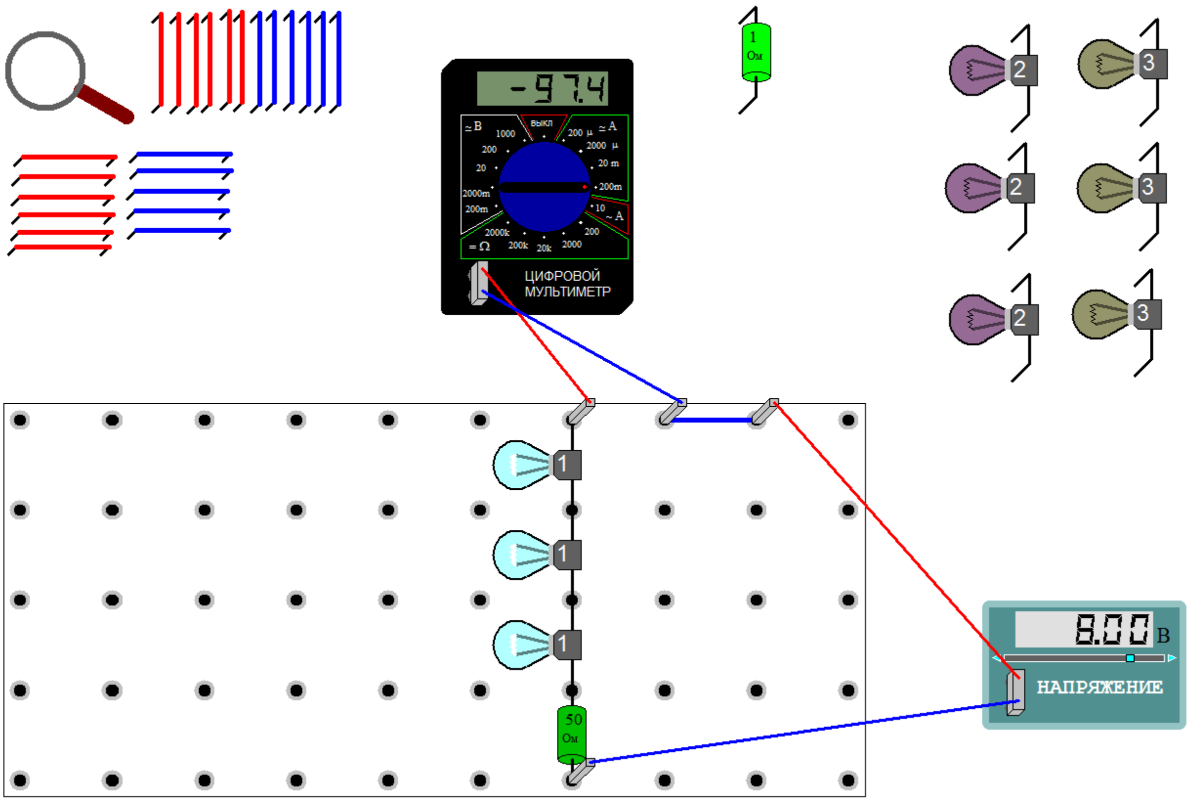


Рис. 6.5 Измерение тока в последовательной цепи

то есть лампочки гарантированно не перегорят. А если мы включим параллельно три лампочки, то ток через каждую будет в 3 раза меньше, чем общий ток через цепь.

Далее решение достаточно простое и основано на создании делителей напряжения и тока. Оно имеет множество различных вариантов. Например, можно составить делитель из резисторов 50 Ом и 1 Ом и подавать на лампочки напряжение с резистора 1 Ом, поставив их параллельно этому резистору. Напряжение источника будет разделено более чем в 50 раз, и на резисторе и включённой параллельно с ним лампочке не превысит 8/50=0.16 В. Возможны и другие варианты распараллеливания токов. Например, показанный на рис. 6.6.

Лампочки не перегорают, можно проводить измерение. Перед снятием показаний нужно переключить мультиметр на самый узкий диапазон, чтобы получить больше значащих цифр.

Определим напряжение, падающее на лампочке №2 — оно равно напряжению на резисторе 1 Ом, а его можно рассчитать по протекающему через него току. Включим мультиметр последовательно с резистором 1 Ом (рис. 6.7). Ток через резистор равен 86.2 мА, напряжение на резисторе — 86.2 мВ, и такое же напряжение падает на лампе № 2, а сила тока через неё — 3.77 мА, значит, R2=86.2/3.77= 23 Ом.

Для лампы № 3 ограничение по току — 5 мА. Если сопротивление у неё больше, чем у лампы № 2, мы можем использовать только что собранную схему и для неё, не опасаясь, что она перегорит. Ток через резистор теперь равен 86.9 мА, а ток через лампу № 3 — 3.10 мА (рис. 6.8).

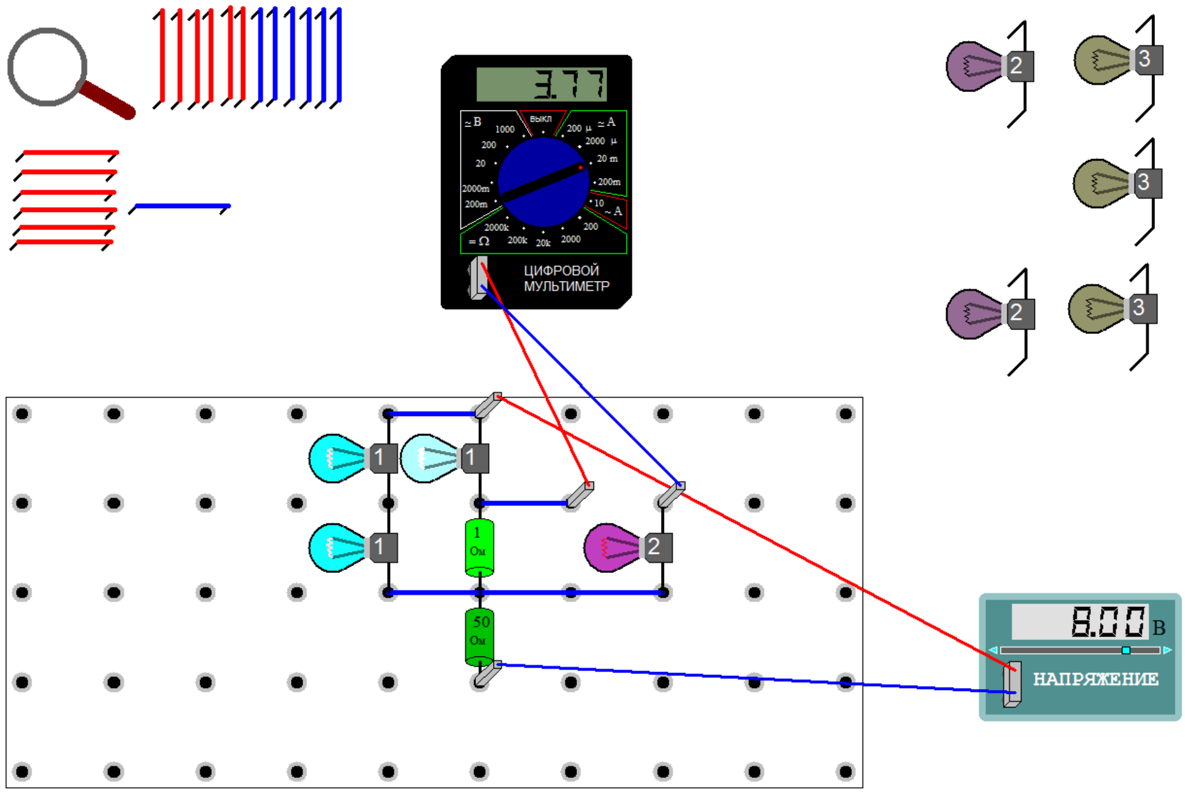


Рис. 6.6 Подключение лампочки № 2

Учитывая, что сопротивление резистора равно 1 Ом, получаем R3=86.9/3.10 = 28 Ом.

Таким образом, суть измерения сопротивлений свелась к тому, чтобы составить электрическую схему, в которой, с одной стороны, лампы не перегорают из-за слишком больших токов, и которая, с другой стороны, удобна для измерения параметров лампы. Для удобства мы использовали резистор в 1 Ом, который хорош тем, что численное значение протекающего через него тока равно численному значению падающего на нём напряжения.

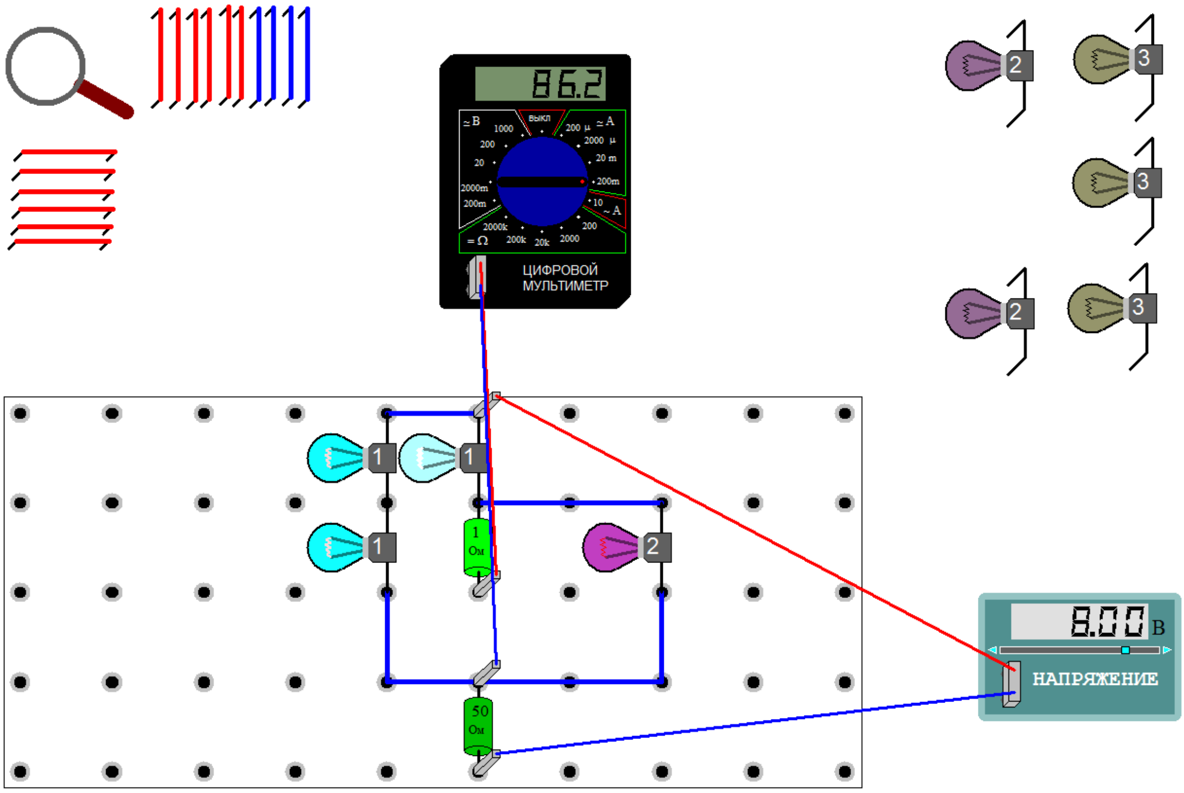


Рис. 6.7 Измерение тока через резистор 1 Ом

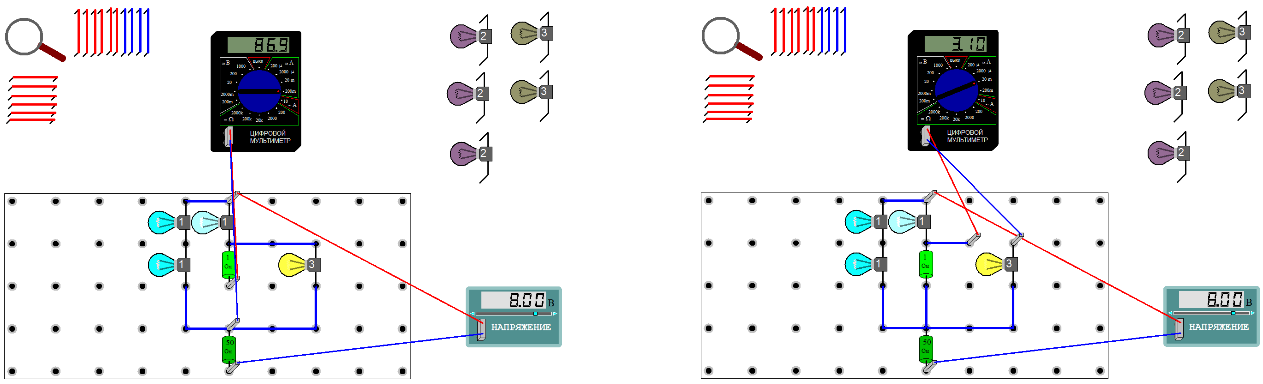


Рис. 6.8 Измерения для лампочки № 3

7. Модель: Летающие цилиндры и архимедова сила

Задание для 8 класса

В системе имеются четыре цилиндра одинакового размера, но разной массы (рис. 7.1). Они внутри полые, и поэтому ведут себя как воздушные шарики с грузом - эксперимент проводится в некой газовой среде. На двух цилиндрах указана их масса (0.05 г и 0.06 г).

При движении цилиндров в газовой среде на них действует сила трения, пропорциональная скорости движения цилиндров: $F_{\text{тр}} = -kv$. Поэтому очень скоро после начала движения каждый цилиндр начинает двигаться с постоянной скоростью. Ускорение свободного падения g=9.8 м/с^2.

Найдите с точностью до сотых миллиграмма массы цилиндров №1 и №2, а также действующую на каждый из них архимедову силу с точностью до микроНьютонов.

Цилиндр можно закреплять в лапке штатива за крючок — для этого необходимо поднести крючок цилиндра к лапке штатива и отпустить. Если цилиндр закреплен в лапке штатива, нажатие на зелёную кнопку, расположенную на штативе, отпускает цилиндр из захвата. Горизонтальную направляющую штатива можно перемещать мышью за лапку (зажим).

Под лапкой штатива расположен эхолот, подсоединённый к прибору, показывающему зависимость координаты расположенного над эхолотом тела от времени. Для сцепленных тел зависимость не отображается. Увеличить экран прибора можно либо с помощью увеличительного стекла, либо щёлкнув мышью по значку максимизации в правом верхнем угу прибора. Для того, чтобы посмотреть участок графика в увеличенном масштабе, необходимо выделить его мышью слева направи сверху вниз. Выделение участка графика в противоположном направлении возвращает первоначальный масштаб.

Решение

Поскольку все четыре цилиндра имеют одинаковый размер, архимедова сила, действующая на них, тоже совершенно одинаковая. По разнице в скоростях падения двух цилиндров с известными массами найдём значение архимедовой силы.

Запишем уравнение движения цилиндра в тот интервал времени, когда он движется с постоянной скоростью. Учитывая, что цилиндры с известными нам массами 0.05 г и 0.06 г падают, а не взлетают, уравнение запишем именно для падающего цилиндра в момент, когда он движется равномерно и прямолинейно, то есть когда сумма действующих на него сил — силы тяжести, силы вязкого трения и архимедовой силы — равна нулю. Уравнение

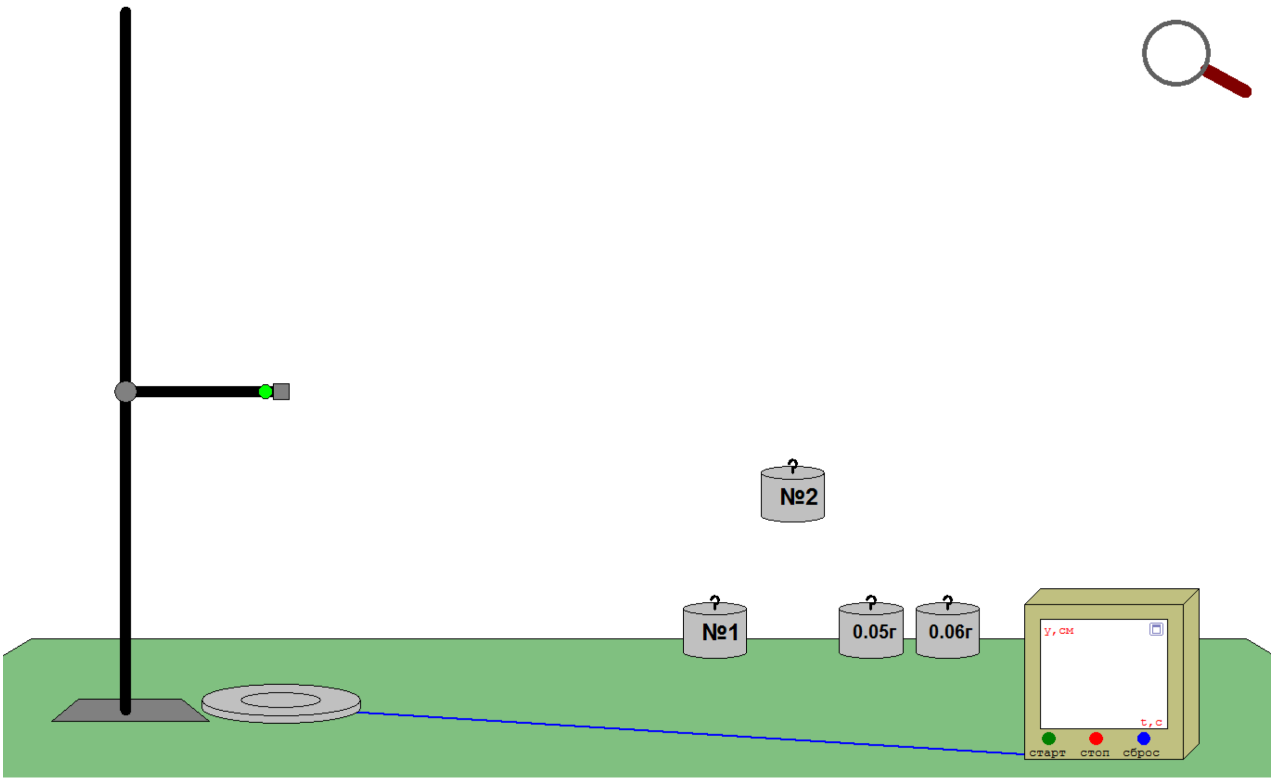


Рис. 7.1 Иллюстрация к условию задачи

движения запишем в проекцию на ось, направленную вертикально вниз.

$$F_{\text{тяж}} - F_{\text{тр}} - F_A = 0$$
$$m_1 g - k v_1 - F_A = 0$$

и для второго цилиндра известной массы

$$m_2 g - k v_2 - F_A = 0.$$

У нас два уравнения и две неизвестные — k и F_A. Найдём их.

$$k = (m_2 - m_1) g / (v_2 - v_1)$$
$$F_A = (m_1 v_2 - m_2 v_1) g / (v_2 - v_1)$$

Итак, действительно для нахождения k и F_A надо всего лишь измерить скорости падения цилиндров известной массы. Делать это будем с помощью эхолота. Стоит обратить внимание, что лапку штатива, с которого будут падать цилиндры, надо поднять повыше, чтобы цилиндры достигли установившейся скорости, и брать для измерения участки поближе к концу падения (но не слишком близко, поскольку перед самым падением характер обтекания цилиндра воздухом меняется, и цилиндр уже нельзя считать движущимся равномерно и прямолинейно).

Начнём с цилиндра массой 0.05 г (рис. 7.2).

Посмотрим на график, чтобы понять общую картину происходящего (рис. 7.3).

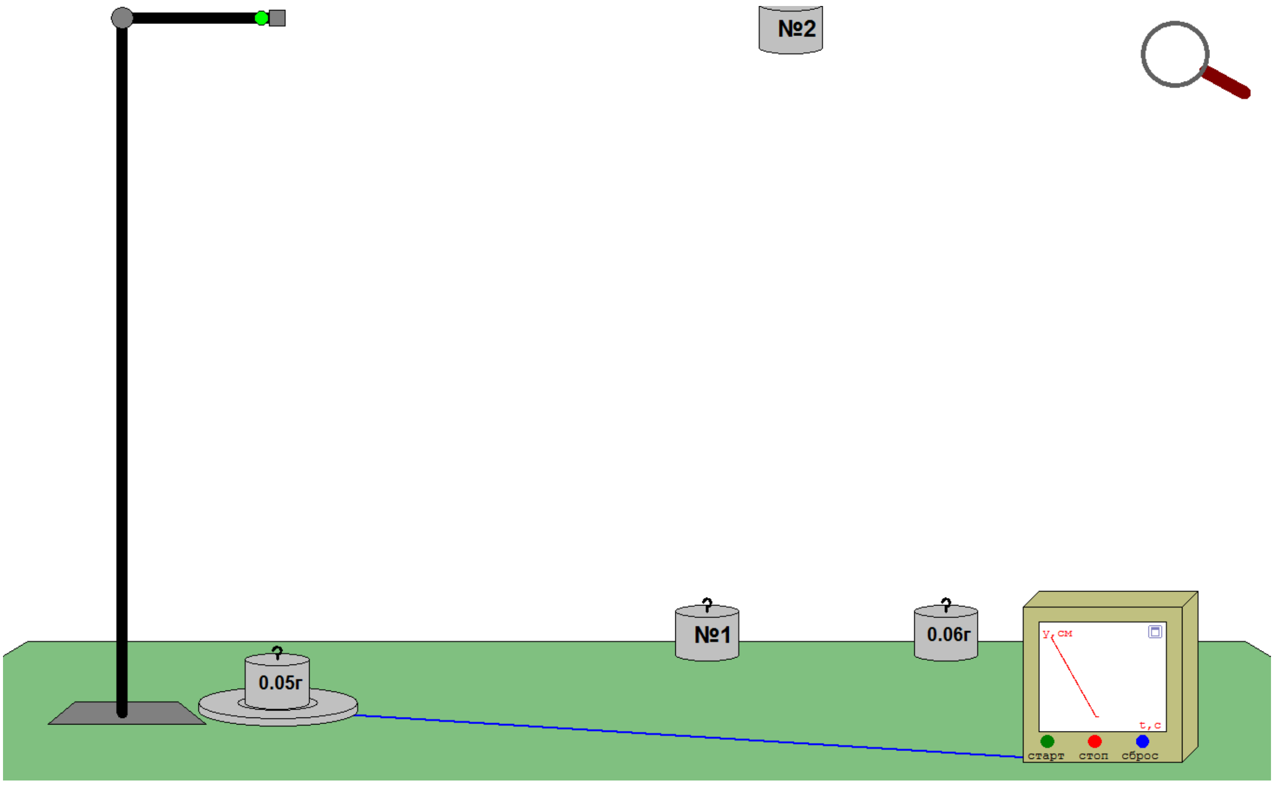


Рис. 7.2 Измерение для цилиндра массой 0.05 г

Возьмём для подсчёта скорости точки $t_1 = 7$ с и $t_2 = 8$ с. В эти моменты времени координата равна $x_1 = 9.66005$ см и $x_2 = 4.24356$ см, соответственно. Значит, установившаяся скорость падения v_1=5.416 см/с.

Аналогично найдём для цилиндра массой 0.06 г установившуюся скорость v_2=12.387 см/с. Теперь можно вычислить k и F_A, не забыв сперва перевести все величины в единицы СИ:

$$k = (0.00006 - 0.00005)/(0.12387 - 0.05416) \cdot 9.8 = 0.0014058 \text{ кг/с}$$

$$F_A = 9.8 \cdot (0.00005 \cdot 0.12387 - 0.00006 \cdot 0.05416)/(0.12387 - 0.05416) = 0.00041386 \text{ Н}$$

Теперь, когда значение архимедовой силы, одинаковое для всех цилиндров, известно, воспользуемся теми же соображениями для нахождения масс цилиндров № 1 и № 2.

Цилиндр № 1, как и предыдущие рассмотренные нами цилиндрами, падает вниз, если его отпустить. Во время равномерного движения сумма действующих сил равна

$$m_1 g - k v_1 - F_A = 0$$

Теперь в этой формуле бы будем выражать m1 через известные величины

$$m_1 = (F_A + k v_1)/g$$

Найдя по графику установившуюся скорость падения v_1=6.1135 см/с, вычислим

$$m_1 = (0.00041386 + 0.0014058 \cdot 0.061135)/9.8 = 0.000051 \text{ кг}$$

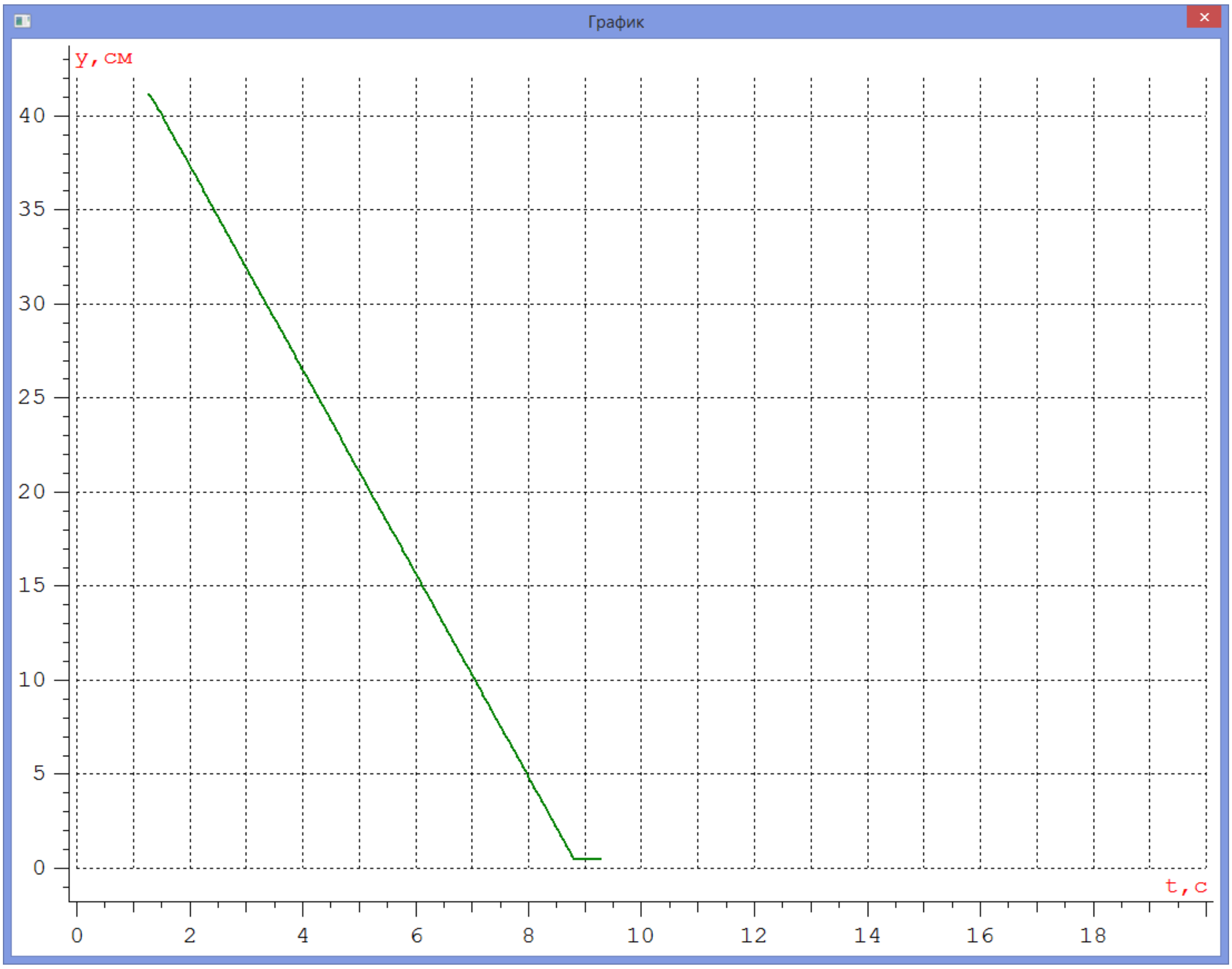


Рис. 7.3 График координаты цилиндра массой 0.05 г от времени

Для цилиндра № 2, который в свободном состоянии взлетает вверх (рис. 7.4)., уравнение баланса сил слегка изменится: сила трения поменяет знак, так как направлена противоположно движению:

$$m_2 g + k v_2 - F_A = 0$$
$$m_2 = (F_A - k v_2)/g$$

Определим по графику скорость установившегося движения v_2=7.548 см/с, и вычислим массу цилиндра № 2:

$$m_2 = (0.00041386 - 0.0014058 \cdot 0.07548)/9.8 = 0.00003140 \text{ кг}$$

Полученные результаты надо перевести в те единицы, в которых просят дать ответ (рис. 7).

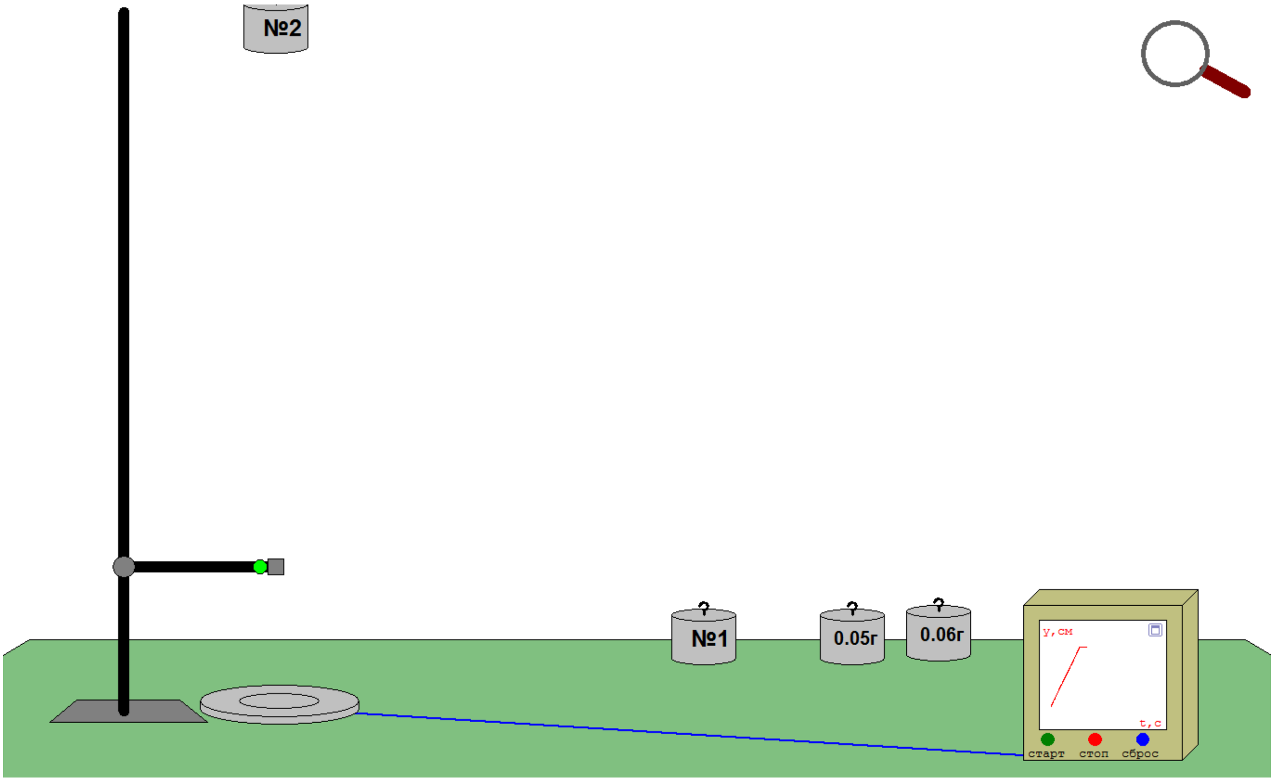


Рис. 7.4 Измерения для цилиндра № 2

Отчет

Название	**Ответ**	**Результат**	**Баллы**
Масса цилиндра №1 (мг)	51.00	Правильно	5
Масса цилиндра №2 (мг)	31.40	Правильно	5
Архимедова сила (мкН)	414	Правильно	5
		За текущую попытку :	15
		Штрафных баллов :	4.6
		Итого за задание :	10.4 (из 15)

Очистить Закрыть

8. Модель: Расход энергии моделью автомобиля

Задание для 8 класса

Трасса, по которой движется радиоуправляемая модель автомобиля, состоит из двух линейных участков и двух полуокружностей одинакового радиуса. В момент старта автомобиль находится в начале одного из линейных участков. Положение автомобиля на трассе помечается светящимся кружком (его центром). Движение автомобиля можно начинать запуском таймера и останавливать остановкой таймера. При движении автомобиль сохраняет одно и то же значение скорости v. Точкой A обозначим начальное положение автомобиля, точкой B — его позицию после прохождения 90.53 см после старта (рис. 8.1). Известно, что потребление автомобилем энергии на прохождение одного линейного участка трассы составляет E0=10.11 Дж. КПД автомобиля считать неизменным.

Определите :

- с точностью до сотых длину L одного линейного участка трассы;
- с точностью до тысячных величину v скорости модели автомобиля;
- с точностью до сотых расход энергии E1 при движения модели автомобиля от точки A до точки B на первом круге;
- с точностью до тысячных мощность W, потребляемую автомобилем от источника питания.

Увеличительное стекло позволяет просматривать в увеличенном масштабе любой выбранный участок экрана, а также перемещать в этом состоянии линейки. Щелчок мышью в любом другом месте экрана возвращает первоначальный масштаб.

Задания модели можно переделывать, но за каждую повторную отсылку на сервер назначается до 2 штрафных баллов. Считать π=3.1416. В промежуточных вычислениях сохранять не менее 5 значащих цифр.

Решение

Будем считать, что автомобиль расходует энергию равномерно, то есть расход энергии пропорционален длине пройдённого пути (это следует из неизменности КПД автомобиля). Чтобы иметь возможность рассчитывать энергию для любой траектории, нужно вычислить энергию, которая тратится на прохождение единицы длины.

Нам дано, что на прохождение одного линейного участка автомобиль затрачивает E_0=10.11 Дж. Нужно измерить длину линейного участка с помощью линейки. Начало

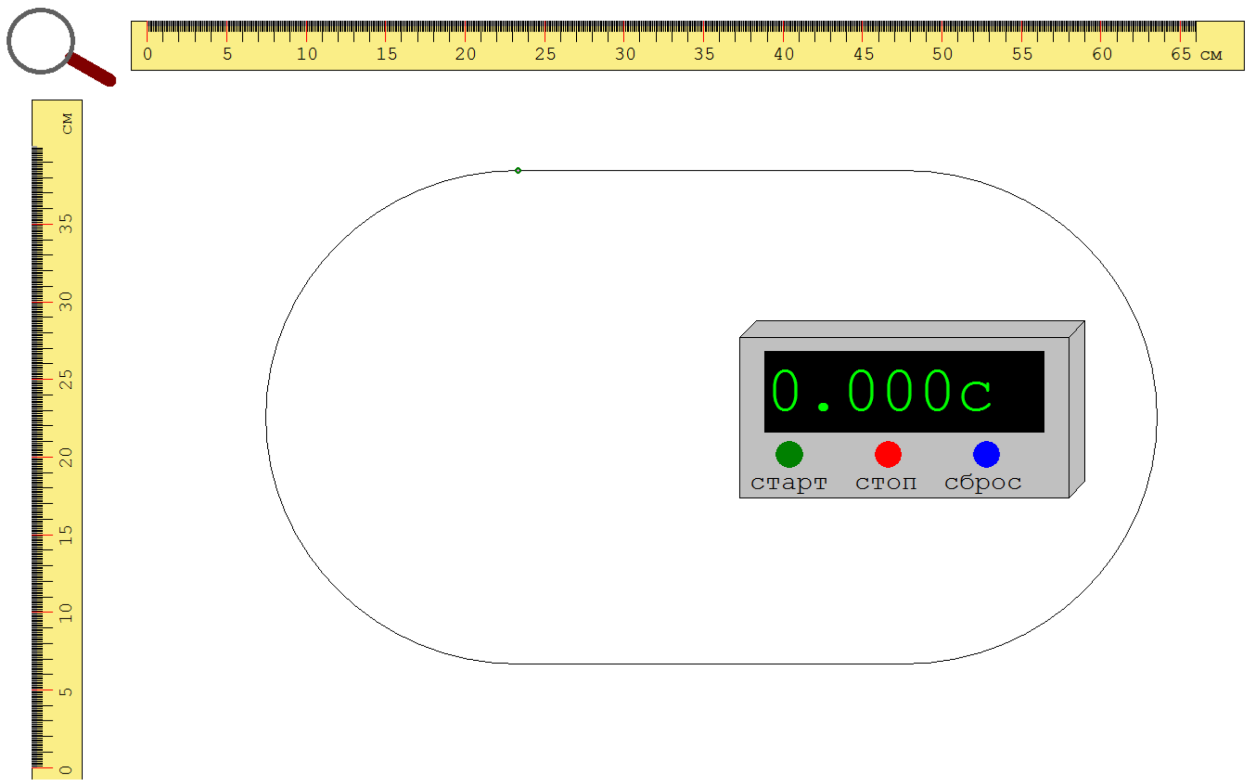


Рис. 8.1 Иллюстрация к условию задачи

линейного участка — это точка, в которой стоит автомобиль в начальный момент времени, а вот точку, в которой линейный участок кончается, в виртуальной лаборатории не увидеть, потому что линейный участок плавно переходит в полуокружность. Придётся вертикальной линейкой измерить расстояние между прямолинейными участками, равное двум радиусам полуокружности, а потом с помощью двух линеек измерить суммарную длину линейного участка и одного радиуса полуокружности (рис. 8.2). С таким же успехом можно измерить расстояние от самой левой до самой правой точки трассы, оно будет равно сумме длины линейного участка и двух радиусов.

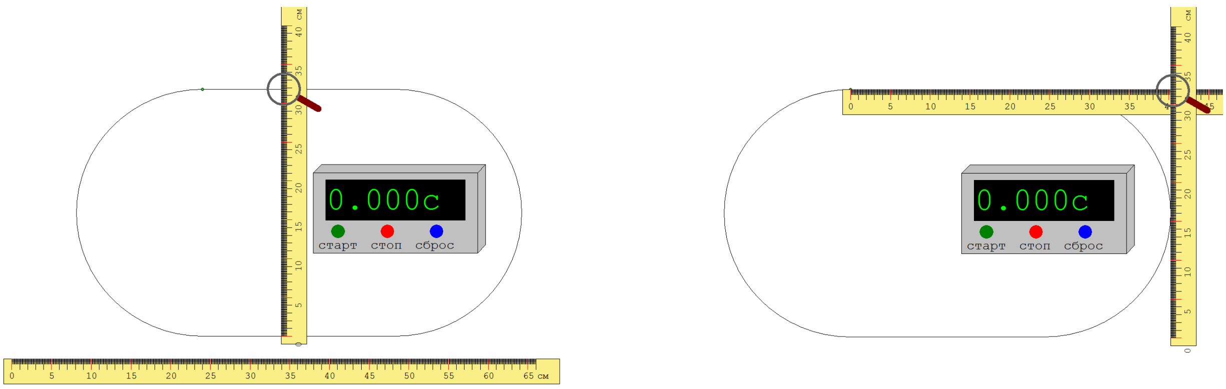


Рис. 8.2 Измерение геометрических параметров трассы

В результате измерений получим $2R = 31.8$ см, $L+R = 40.2$ см, откуда сразу вычислим $R = 15.9$ см, $L = 24.3$ см.

Чтобы найти скорость автомобиля v, нужно знать пройденный им за какое-то время t путь s. Время мы можем измерить с помощью секундомера с точностью до тысячных секунды, а самое точное измерение пройденного пути можем делать только с помощью линейки на прямолинейных участках с точностью 0.025 см.

Нам нужно получить значение скорости с точностью до тысячных, для этого мы будем делить путь на время, и имеет смысл оценить относительные погрешности измерения этих величин.

Измерим приблизительное время прохождения одного круга — около 20 с (рис. 8.3).

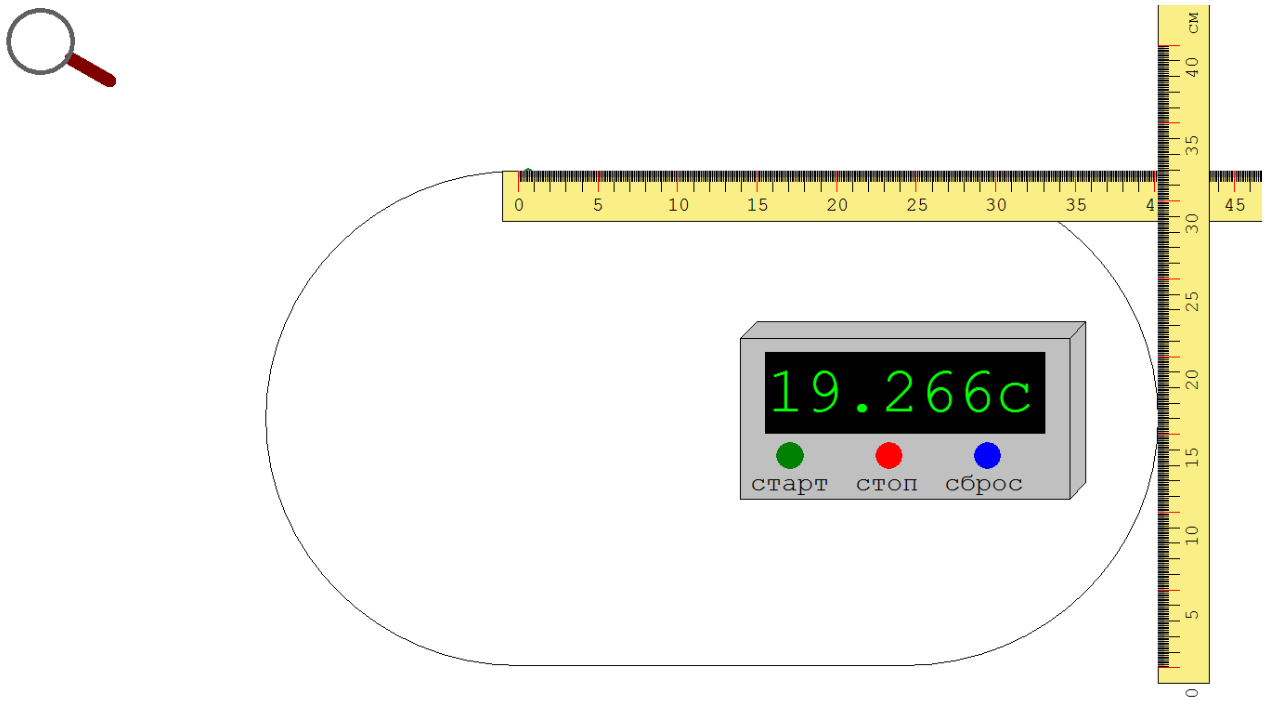


Рис. 8.3 Примерное время прохождения одного круга

Оценим примерную длину кольцевой трассы $2L + 2\pi R \approx 150$ см. Через пять кругов у нас относительная погрешность измерения времени будет примерно $0.0005/100 = 5 \cdot 10^{-6}$, а относительная погрешность измерения расстояния примерно $0.025/750 = 3 \cdot 10^{-5}$. Такая относительная погрешность позволяет надеяться на то, что нам хватит точности для измерения скорости, которая будет равна приблизительно $150/20 = 7$ см/с, с точностью до тысячных, то есть с относительной погрешностью порядка 10^{-5}.

Чтобы иметь возможность замерить расстояние от точки старта до точки остановки, отметим точку старта, приставив к ней горизонтальную линейку нулевым делением до того, как запустим автомобиль. При выбранном способе измерения длины линейного участка линейка была выставлена так ещё с предыдущего измерения, так что в этом случае ничего не надо менять. Если же её сдвигали, необходимо установить начало её шкалы в точку старта.

Теперь дадим автомобилю проехать 5 кругов и остановим его на верхнем прямолинейном участке (рис. 8.4).

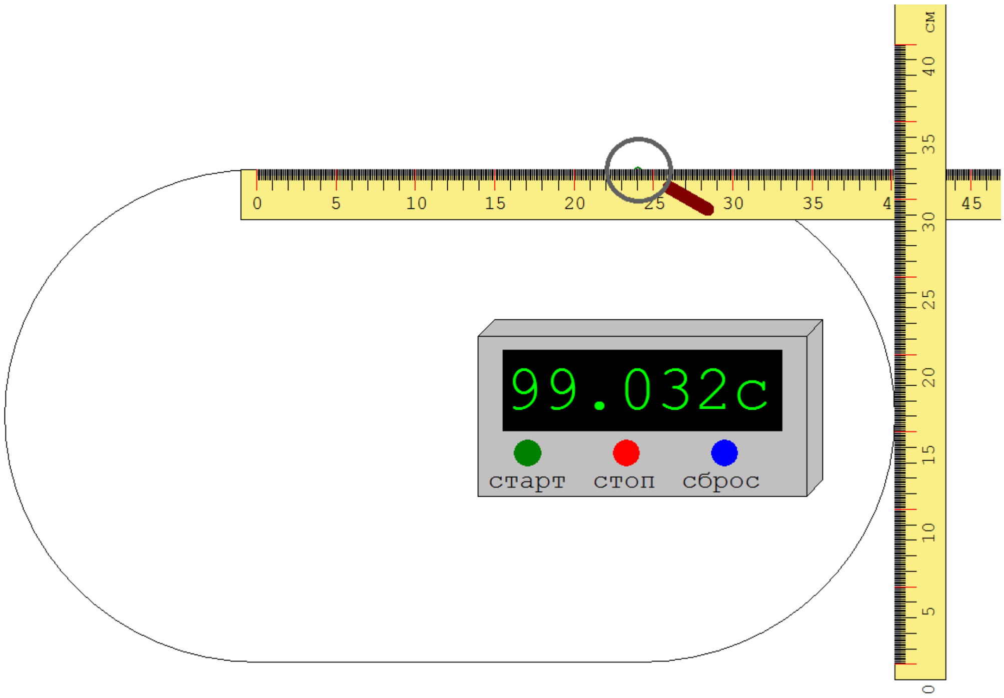


Рис. 8.4 Измерение времени и координаты после пяти кругов

Пройденный за время $t = 99.032$ с путь равен $5 \cdot (2L + 2\pi R) + 24.0 = 766.5144$ см. Скорость равна $v = s/t = 7.7401$ см/с.

Следующие вопросы связаны с подсчётом энергии. Поскольку теперь мы знаем геометрические характеристики трассы, мы можем рассчитать расход энергии на единицу пройденного пути. На линейном участке длиной $L = 24.3$ см автомобиль тратит E_0=10.11 Дж. Значит, затраты энергии на 1 см пути составляют 10.11/24.3=0.416 Дж/см. Теперь для того, чтобы найти затраты энергии на путь от точки старта A до точки B, в которой окажется автомобиль, когда пройдёт 90.53 см, нужно умножить пройденный путь на затраты энергии на 1 см пути. Таким образом, искомая энергия E_1 составляет 90.53·0.416=37.66 Дж.

Последнюю требуемую величину, мощность, найти также несложно. Мощность — это расход энергии в секунду времени. За одну секунду машина пройдёт расстояние v·1=7.7401 см, израсходовав на это 7.7401·0.416=3.2199 Дж. Осталось поделить это на 1 с, и мы получим значение мощности в ваттах: W=3.2199 Вт.

9. Задача: Сосуд под дождём

Задание для 7 класса

Капли дождя падают вертикально со скоростью V1=7 м/с . За один час на один квадратный метр ровной горизонтальной поверхности падает m=740 г воды.
Определите:

1. За какой интервал времени T1 дождь наполнит цилиндрическую ёмкость радиусом R=21.5 см высотой H=7 см ?
2. За какой интервал времени T2 дождь наполнит эту ёмкость на K=68%, если подует ветер со скоростью V2=15 м/с,
3. Определите модуль средней силы F, которая при наличии такого ветра будет действовать на сосуд со стороны попадающих в него капель?
4. За какой интервал времени T3 дождь наполнит эту ёмкость на треть, если установить её на горизонтальную платформу, движущуюся со скоростью V3=26 м/с относительно земли?

Число π =3.1416, ответы вводите с точностью до десятых.

Решение

Ответить на первый вопрос несложно. У нас есть цилиндрическая ёмкость, и все капли, которые пролетают через расположенный в горизонтальной плоскости круг, образованный её верхним краем, оказываются внутри. Если на один квадратный метр за один час падает масса m воды, то на площадь верхнего среза πR^2 за час падает масса воды, равная $m\pi R^2$. Сразу же переведём это значение в объём падающей воды, разделив массу на плотность: $v = m\pi R^2/\rho$. Эта вода и будет наполнять ёмкость. Объём ёмкости $\pi R^2 H$ будет заполнен за время $\pi R^2 H/v = H\rho/m$ часов. Обратите внимание, что в результат не вошла площадь верхнего среза, через который наполняется сосуд: имеет значение лишь масса пролетающей через единицу площади горизонтальной поверхности воды, а форма не имеет значения, если только площадь горизонтального сечения не меняется. Например, два цилиндра высотой H тоже заполнятся за время $H\rho/m$, как и, к примеру, бак с квадратным горизонтальным сечением высотой H. Если поставить цилиндр высоты H в квадратный бак высоты H, то они тоже наполнятся одновременно. От площади верхнего среза ёмкости, установленной горизонтально, ничего не зависит. Вычислим искомое значение $T1 = 0.07 \cdot 1000/0.74 = 94.6$ часов.

Теперь ответим на второй вопрос: у нас есть та же ёмкость, но подул ветер и теперь капли падают не вертикально, а под некоторым углом к вертикали. Тем не менее, через верхний срез ёмкости за один час будет пролетать тот же объём воды, что и раньше, а значит, скорость заполнения ёмкости не изменится. Скорость заполнения сосуда зависит от только от вертикальной проекции скорости падения капель, а подувший ветер сохраняет вертикальную проекцию неизменной и только добавляет горизонтальную компоненту. Можно представить себе ситуацию, обратную представленной задаче: капли дождя по-прежнему падают вертикально, а наша ёмкость движется по горизонтали. Пусть это не просто ёмкость, а моторная лодка: если дождь падает отвесно вниз, то какая лодка будет быстрее заполняться водой: стоящая на месте или движущаяся? Очевидно, они будут заполняться водой одинаково: через их верхний срез будет пролетать один и тот же объём воды, хотя в системе отсчёта, связанной с лодкой, капли падают под углом к вертикали и их скорость выше.

Итак, $T2 = KH\rho/m = 0.68 \cdot 0.07 \cdot 1000/0.74 = 64.3$ часа. Проверим, всё ли в порядке с размерностью: $[T2] = 1 \cdot \text{м} \cdot \text{кг}/\text{м}^3/(\text{кг}/(\text{час} \cdot \text{м}^2)) = \text{час}$. Размерность верная.

Обратим внимание на размерность величины m. По своему смыслу это масса воды, падающей за один час на один квадратный метр горизонтальной поверхности. Если мы хотим узнать массу воды, упавшей на площадь s за время t, нам нужно умножить m на s и на t. Таким образом, мы в этой формуле рассматриваем m как величину размерности [масса/(время·площадь)], m=0.74 кг/(час·м^2). Здесь нам удобно использовать такую размерность, потому что нам требуется получить ответ в часах. Если же мы захотим получить ответ в единицах СИ, нам придётся перевести m в единицы СИ, разделив 0.74 на число секунд в часе: $m = (0.74/3600)$ кг/(с·м^2) = 0.00020556 кг/(с·м^2). Обратите внимание, что если вы оставите в этом значении меньшее количество значащих цифр, то в следующем задании получите неправильный ответ. Поэтому нужно либо посмотреть на то, что там нужен ответ с точностью до десятых мН, то есть семь знаков после запятой, либо при вычислении прямо подставлять вместо m значение (0.74/3600), не представимое в виде конечной десятичной дроби.

Третий вопрос — о силе, которая будет действовать на ёмкость со стороны падающих в неё капель. Закон Ньютона $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ нам здесь не пригодится, потому что мы не знаем ускорение, которое испытывают капли, попадая в ёмкость. Однако мы легко можем вычислить изменение импульса этих капель, а изменение импульса связано с силой через формулу $\Delta\boldsymbol{P} = \boldsymbol{F}\Delta T$. Рассмотрим промежуток времени ΔT. За это время в сосуд упали капли суммарной массой $m\Delta T\pi R^2$. До попадания в сосуд капли двигались под углом к вертикали с одинаковой скоростью $\sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где v_x и v_y — горизонтальная и вертикальная проекция скорости, а после попадания в сосуд их скорость стала равна нулю. То есть за время ΔT у массы воды $m\Delta T\pi R^2$ скорость изменилась с $\sqrt{7^2 + 15^2}$=16.55 м/с до нуля.

Изменение модуля импульса при этом составило

$$m\Delta T\pi R^2\sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Разделив это изменение импульса на время, за которое оно произошло, то есть на ΔT, получим среднюю силу, действующую на ёмкость со стороны попадающих в неё капель дождя:

$$F = m\pi R^2\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = (0.74/3600) \cdot 3.1416 \cdot 0.215^2 \cdot \sqrt{7^2 + 15^2} = 4.941 \cdot 10^{-4}\ \text{Н}$$

Обратите внимание: здесь мы воспользовались значением m, переведённым в СИ, чтобы получить правильную размерность F: $[F]$ = кг/(с·м^2) · м^2 · (м/с) = кг·м/(с^2).

Последний вопрос — про ситуацию, когда помимо косого дождя, у нас ещё и платформа начинает двигаться по горизонтали со скоростью v_3. Как мы уже обсуждали, отвечая на второй вопрос, горизонтальная скорость движения капель дождя относительно сосуда не меняет скорости его наполнения, определяющейся только величиной m и площадью верхнего среза сосуда. Используем ту же формулу, что и во втором вопросе:

$$T3 = KH\rho/m = 1/3 \cdot 0.07 \cdot 1000/0.74 = 31.5 \text{ часа}$$