

*В. В. Бельх*

## СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАЦИОННОГО ЦИКЛА

Новосибирский государственный университет экономики и управления, Российская Федерация, 630099, г. Новосибирск, Каменская ул., 56

В статье представлена стохастическая модель операционного цикла, учитывающая влияние микроэкономической неопределенности на величину оборотных активов предприятия. Процесс формирования выручки рассматривается на основе геометрического случайного движения с экспоненциальным трендом. Показана связь модели со стратегией устойчивого роста. Получено решение уравнения затрат, оптимизирующее издержки, вызванные избытком или недостатком оборотных активов. Найдена зависимость длительности операционного цикла от стандартного отклонения логарифма темпа роста выручки. Стохастическая модель апробирована на примере анализа операционного цикла российских предприятий угольной отрасли.

*Ключевые слова:* оборотные активы, неопределенность, устойчивый рост, уравнение затрат, операционный цикл, стохастическая модель, логнормальное распределение, угледобывающие предприятия.

## STOCHASTIC MODEL OF THE OPERATING CYCLE

*V. V. Belykh*

Novosibirsk State University of Economics and Management, 56, ul. Kamenskaya, Novosibirsk, 630099, Russian Federation

In this paper, we analyze the impact of revenue uncertainty on the current assets of a company. The process of revenue generation is assumed to follow the geometric Brownian motion. The trend and random components of the revenue are singled out. These characteristics are considered from the point of view of the concept of sustainable growth. The solution of the cost equation is given, which includes the assessment of the actual and alternative costs of the company arising from the excess and shortage of current assets. We propose a model of the operating cycle that allows establishing analytical dependence of the duration of the operational cycle on the standard deviation of the logarithm of the growth rate of the company's revenue. The equation obtained includes the duration of the operational cycle in the absence of uncertainty and the coefficient whose value is proportional to the mathematical expectation of the deviation of revenue from the maximum value. We considered the impact of the dominant factors, the change of which leads to a change in the duration of the operational cycle in the absence of uncertainty. The results obtained are checked against the data reflecting the current assets of 41 enterprises in the coal industry.

*Keywords:* current assets, uncertainty, sustainable growth rate, cost equation, operating cycle, stochastic model, lognormal distribution, coal mining enterprises.

## ВВЕДЕНИЕ

Проблеме управления оборотными активами посвящено большое количество исследований. Значительная часть работ связана с решением задач по оптимизации процессов пополнения и хранения товарно-материальных запасов — готовой продукции, запчастей, полуфабрикатов (см., напр.: [Волков, Никулин, 2012а]). Благодаря запасам объем производства и объем реализации не являются строго обусловленными величинами. Поиск оптимального решения включает построение моделей управления запасами. Особенности спроса и предложения, которые ими учитываются, позволяют выполнить их классификацию на основании того или иного характерного признака. Как правило, решение задачи управления запасами состоит в отыскании такого размера заказа, при котором суммарные затраты, связанные с хранением и пополнением запасов, минимальны [Черчмен, Акоф, Арноф, 1976]. Похожие модели используются для решения задач, связанных с управлением денежными средствами [Лукаевич, 2015].

Особый интерес представляет классификация моделей с использованием критерия, отражающего возможность учета неопределенности спроса. По этому признаку модели можно разделить на статические детерминированные, в которых спрос — известная величина, и на стохастические, когда спрос является случайным [Кремер и др., 2005]. В этой связи можно выделить модель, основанную на случайном процессе, в которой вероятности событий задаются параметрами процесса Бернулли [Miller, Orr, 1966]. Такой подход на базовом уровне соответствует случайной природе финансовых показателей. Считается, что страховой запас позволяет учитывать случайные колебания спроса и времени пополнения запасов. Оба вида неопределенности можно описать с помощью стандартного отклонения, отвечающего за совместную плотность распределения соответствующих случайных величин [Бауэрсокс, Клосс, 2008, с. 245]. Известны примеры, когда помимо нормального распределения прибегают к распределению Пуассона [Silver, Pyke, Peterson, 1998].

Наряду с задачами оптимизации затрат решаются задачи, связанные с планированием уровня оборотных активов, размер которых должен соответствовать интенсивности операционной деятельности. С этой целью применяется концепция операционного и финансового циклов [Richards, Laughlin, 1980]. Длительность циклов обусловлена коэффициентами оборачиваемости, причем вследствие неопределенности, сопутствующей операционной деятельности, их величину нужно корректировать [Царьков, 2011]. Еще одно направление исследований — поиск оптимального сочетания рентабельности и ликвидности предприятия. Такой подход позволяет уточнить цель управления оборотными средствами, которая меняется в зависимости от длительности финансового цикла. Однако в этом случае неопределенность не рассматривается как фактор, оказывающий влияние на рентабельность предприятия [Волков, Никулин, 2012б; Гаранина, Петрова, 2015; Shin, Soenen, 1998].

Как правило, при анализе операционного цикла длительность оборота запасов и кредиторской задолженности по сравнению с длительностью оборота де-

биторской задолженности рассчитывается с использованием разных денежных потоков. В первом случае это затраты, связанные с производством, во втором — выручка от реализации товаров и услуг, что дает возможность учесть разные причины возникновения остатка на соответствующих балансовых счетах. Наряду с этим применяется способ, основанный на использовании единого знаменателя — выручки, для всех компонентов цикла [Shin, Soenen, 1998]. В этом случае внимание акцентируется на том, что погашение дебиторской задолженности и приобретение оборотных активов связаны с одним и тем же источником денежных средств — выручкой. Показано, что использование того или иного подхода не оказывает влияния на характер связи между финансовым циклом и рентабельностью активов [Волков, Никулин, 2012б].

В настоящей статье оборотные активы анализируются в целом, без разделения на виды. Отправной точкой исследования служит представление о том, что наличие оборотных активов является следствием неопределенности, свойственной операционной деятельности. Цель работы — установить зависимость операционного цикла от волатильности выручки.

Первая часть работы теоретическая: в первом разделе выручка представлена как результат случайного процесса, во втором — приводится решение уравнения затрат, оптимизирующее издержки, связанные с управлением оборотными активами, в третьем — описывается стохастическая модель операционного цикла. Вторая часть работы эмпирическая. В ней представлены результаты эконометрических тестов, выполненных для проверки теоретических предположений, в заключительном разделе приводится пример использования стохастической модели для анализа операционного цикла угледобывающих предприятий.

## СТОХАСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБОРОТНЫХ АКТИВОВ

**Базовое уравнение.** Производственная деятельность связана с деловым риском, который выражается в неопределенности объемов реализации продукции и услуг. Выручку предприятия можно представить как интервальную случайную величину  $S$ , являющуюся результатом реализации случайного процесса. Для этого применим модель на основе геометрического броуновского движения. В соответствии с моделью выручку предприятия можно описать с помощью следующего стохастического уравнения [Ширяев, 1998, с. 290]:

$$S_t = S_0 \cdot e^{\sigma \cdot W_t + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}, \quad (1)$$

где  $S_t$  и  $S_0$  — выручка в момент времени  $t$  и в начальный момент времени<sup>1</sup>;  $\sigma$  — стандартное отклонение логарифма темпа роста выручки (за год);  $W_t$  — стандарт-

<sup>1</sup> Время указывает на начало интервала, в течение которого формируется выручка. Например, можно рассматривать ежедневные изменения квартальной выручки (анализ скользящего значения).

ное броуновское движение,  $\mu$  — ожидаемый логарифм темпа роста выручки при стандартном отклонении равном нулю (за год);  $t$  — время развития случайного процесса (в единицах года).

Предполагается, что логарифм темпа роста выручки в последовательные моменты времени ведет себя как независимая нормально распределенная случайная величина (если рассматривать темп роста выручки, то распределение будет подчиняться логарифмически нормальному закону). С учетом независимости случайных величин изменение волатильности со временем описывается уравнением:

$$\sigma_t = \sigma \cdot \sqrt{t}, \quad (2)$$

где  $\sigma_t$  — стандартное отклонение логарифма темпа роста выручки в момент времени  $t$ . Таким образом, для геометрического броуновского движения зависимость стандартного отклонения от времени задается функцией квадратного корня.

В первом приближении выручка показывает размер удовлетворенного спроса текущего периода и не дает представления о полном спросе на продукцию и услуги предприятия. Это приближение не вполне точное. Объем продукции, реализованной в текущем периоде, частично может быть направлен на удовлетворение отложенного спроса, который образовался в предыдущий период из-за временного дефицита продукции [Чаусова, 2000]. За счет описанного эффекта выручка может довольно хорошо отражать уровень спроса, однако ее дисперсия не позволит получить точное представление о волатильности, так как значительным колебаниям спроса будут соответствовать более умеренные колебания выручки.

Опишем соотношение темпов роста спроса и выручки предприятия с помощью степенной функции. В этом случае эффект сглаживания проявляется тем сильнее, чем значительнее колебания спроса:

$$\frac{S_t}{S_0} = \left( \frac{S'_t}{S'_0} \right)^k, \quad (3)$$

где  $S'_t$  и  $S'_0$  — выручка, получаемая предприятием в момент времени  $t$  и в начальный момент времени в случае частичного удовлетворения спроса;  $k \geq 1$  — коэффициент сглаживания, пропорциональный величине отложенного спроса.

Из свойств дисперсии следует, что соотношение стандартных отклонений логарифма темпа роста выручки при полном и частичном удовлетворении спроса можно представить с помощью следующего выражения:

$$\sigma_t = k \cdot \sigma'_t, \quad (4)$$

где  $\sigma_t$  и  $\sigma'_t$  — стандартное отклонение выручки, получаемой предприятием соответственно в случае полного и частичного удовлетворения спроса.

Влияние дефицита продукции учтем при выводе уравнения операционного цикла. До тех пор будем исходить из того, что анализ колебаний выручки в пред-

шествующие периоды времени дает точное представление о возможной амплитуде изменения спроса на продукцию и услуги предприятия в будущем (т. е.  $k = 1$ ).

Согласно уравнению (1), выручка предприятия содержит трендовую составляющую (описывается показателем  $\mu$ ) и случайную составляющую (описывается показателем  $\sigma$ ). Через трендовую составляющую стохастическую модель можно связать с другими финансовыми показателями предприятия.

С точки зрения эконометрики при стандартном отклонении, равном нулю, ожидаемый логарифм темпа роста выручки и темп прироста выручки связаны между собой следующим образом:

$$\mu = \ln(1 + g), \quad (5)$$

где  $g$  — темп прироста выручки.

В соответствии со стратегией устойчивого роста предприятия темп прироста выручки равен:

$$g = \frac{b \cdot ROE}{1 - b \cdot ROE}, \quad (6)$$

где  $b$  — коэффициент нераспределенной прибыли;  $ROE$  — рентабельность собственного капитала.

Показатель рентабельности, в свою очередь, зависит от соотношения финансовых коэффициентов предприятия:

$$ROE = \left( \begin{array}{c} \text{Рентабельность} \\ \text{продаж} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Оборачиваемость} \\ \text{активов} \end{array} \right) \times \left( \begin{array}{c} \text{Финансовый} \\ \text{леверидж} \end{array} \right). \quad (7)$$

Совокупность уравнений (5)–(7) описывает концепцию, посредством которой стохастическое уравнение (1) связано с показателями предприятия, определяющими его операционную и финансовую политику.

Возможны два способа применения этой концепции. Во-первых, можно рассматривать целевые показатели операционной деятельности как детерминанты, от которых зависит темп устойчивого роста выручки. При использовании этого способа считается, что весь объем произведенной продукции будет реализован. Во-вторых, можно предположить, что темп устойчивого роста выручки зависит от рыночного спроса. В этом случае рынок задает комбинацию финансовых показателей, которой необходимо придерживаться для сохранения устойчивости. При использовании этого способа намечается произвести ровно столько продукции, сколько можно реализовать в созданных рыночных условиях. Этим способам соответствует разный порядок бюджетирования: в первом случае процесс опирается на бюджет производства, во втором — на бюджет продаж.

**Модель управления оборотными активами.** Для анализа ситуации с оборотными активами применяется способ рассуждения, аналогичный тому, который встречается при построении моделей управления запасами. При производ-

стве и реализации единицы продукции расходуется определенное количество оборотных активов. Предположим, что предприятие обладает ресурсами, достаточными для получения выручки в размере не более некоторого значения. При этом возникает два вида затрат. С одной стороны, при низком спросе предприятие получает выручку, размер которой меньше максимального значения, и несет затраты, связанные с финансированием неиспользованных оборотных активов (фактические издержки). С другой стороны, при превышении спроса над предложением оно получает выручку в размере, равном максимальному значению, и несет затраты, сопряженные с упущенной прибылью или штрафами (альтернативные издержки).

Сформулируем задачу управления оборотными активами в терминах уравнения затрат. Как обычно, уравнение, описывающее общие затраты, имеет две компоненты [Черчмен, Акоф, Арноф, 1976]. В нашем случае они соответствуют фактическим и альтернативным издержкам, связанным с управлением оборотными активами:

$$C(R) = C_1(R) + C_2(R), \quad (8)$$

где  $C(R)$  — общие затраты;  $R$  — выручка предприятия, соответствующая максимальному спросу, который оно способно удовлетворить;  $C_1(R)$  — переменные затраты, связанные с излишним вложением средств в оборотные активы;  $C_2(R)$  — переменные затраты, связанные с потерей прибыли, которую предприятие могло бы получить при реализации дополнительных объемов продукции, или со штрафами.

Представим отклонение выручки от максимального значения при недостаточном спросе как случайную величину. В этом случае затраты предприятия, связанные с излишним вложением средств в оборотные активы, можно описать с использованием следующего уравнения:

$$C_1(R) = c_1 \cdot P(R) = c_1 \cdot \int_0^R (R - s) \cdot \omega(s) ds, \quad (9)$$

где  $c_1$  — затраты, связанные с финансированием оборотных активов, задействованных для получения одного рубля выручки;  $P(R)$  — математическое ожидание отклонения выручки от максимального значения при недостаточном спросе;  $s$  — возможные значения выручки;  $(R - s)$  — отклонение выручки от максимального значения при недостаточном спросе;  $\omega(s)$  — плотность вероятности выручки.

Представим отклонение выручки от максимального значения при избыточном спросе как случайную величину. В этом случае затраты предприятия, связанные с упущенной прибылью от реализации дополнительных объемов продукции или штрафами, можно описать с помощью уравнения:

$$C_2(R) = c_2 \cdot F(R) = c_2 \cdot \int_R^\infty (s - R) \cdot \omega(s) ds, \quad (10)$$

где  $c_2$  — прибыль или штрафы, приходящиеся на один рубль выручки;  $F(R)$  — математическое ожидание отклонения выручки от максимального значения при избыточном спросе;  $(s - R)$  — отклонение выручки от максимального значения при избыточном спросе.

Поскольку плотность вероятности выручки  $\omega(s)$  описывается логарифмически нормальным законом, математические ожидания отклонения выручки от максимального значения при недостаточном и избыточном спросе можно рассчитать с помощью следующих уравнений [Black, Scholes, 1973]<sup>2</sup>:

- отклонение при недостаточном спросе:

$$P(R) = E(S_t) \cdot [N(d_1) - 1] - R \cdot [N(d_2) - 1], \quad (11)$$

- отклонение при избыточном спросе:

$$F(R) = E(S_t) \cdot N(d_1) - R \cdot N(d_2), \quad (12)$$

где  $P(R)$  и  $F(R)$  — математические ожидания отклонения выручки от максимального значения соответственно при недостаточном и избыточном спросе;  $E(S_t)$  — математическое ожидание выручки;  $N(d_1)$  и  $N(d_2)$  — интегральные функции стандартного нормального распределения, аргументы которых равны:

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{E(S_t)}{R}\right] + \frac{\sigma_t^2}{2}}{\sigma_t} \quad \text{и} \quad d_2 = (d_1 - \sigma_t). \quad (13)$$

С учетом ограничения, накладываемого оборотными активами, предприятие получит выручку в размере:

$$E(S'_t) = E(S_t) - F(R) = R - P(R), \quad (14)$$

где  $E(S'_t)$  — математическое ожидание выручки, остающейся на уровне  $R$ , в ситуации неполного удовлетворения спроса (Приложение 1. Ожидаемая выручка при ограниченных оборотных активах).

Волатильность стохастического процесса тесно связана с параметром времени. В случае геометрического броуновского движения эта зависимость описывается уравнением (2). Действия, направленные на приведение уровня оборотных активов в соответствие со сложившимися потребностями, не ведут к немедленному изменению финансового состояния предприятия. Время реакции характеризуется длительностью операционного цикла, задающего периодичность корректировок, в промежутке между которыми развивается случайный процесс. Таким образом, в задаче управления оборотными активами длительность случайного процесса равна длительности операционного цикла.

В соответствии с классификацией, принятой в отношении моделей управления запасами, совокупность уравнений (8)–(13) описывает стохастическую модель управления оборотными активами. Задачу минимизации общих затрат,

<sup>2</sup> В отличие от опционов, стоимость которых приводится к настоящему моменту времени, здесь используются уравнения будущей стоимости.



соответствующую этому случаю, можно решить аналитически [Черчмен, Акоф, Арноф, 1976, с. 170]. Так как функция  $N(d_2)$  показывает вероятность наступления события, при котором по окончании операционного цикла фактический спрос на продукцию и услуги окажется больше предложения ( $S > R$ ), аналитическое решение принимает вид:

$$N(d_2) = \frac{c_1}{c_1 + c_2}. \quad (15)$$

Таким образом, соблюдение равенства (15) — путь к обеспечению оптимального уровня оборотных активов.

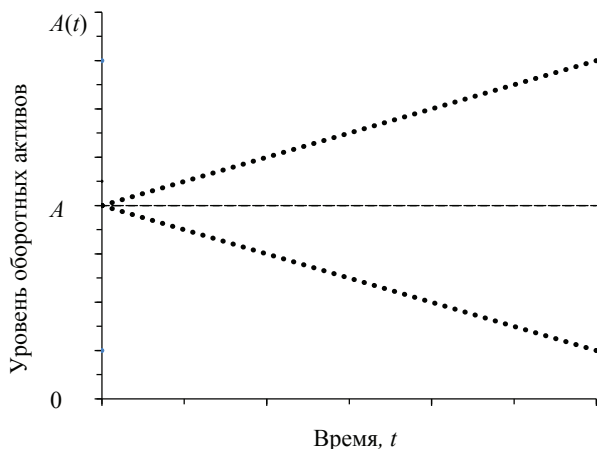
**Графическая модель операционного цикла.** Рассмотрим по отдельности две составляющие операционного цикла: стохастическую и детерминированную.

*Стохастическая составляющая.* Операционная деятельность предприятия характеризуется длительностью операционного цикла. Применим способ расчета этого показателя, при котором длительность операционного цикла равна сумме периодов оборачиваемости запасов и дебиторской задолженности, определяемых как отношение величины соответствующего актива к выручке. В этом случае выручка за время, равное длительности операционного цикла, равна величине оборотных активов. Представим графически модель операционного цикла (рис. 1). Она состоит из двух частей: формирование среднего остатка оборотных активов (рис. 1а) и длительность операционного цикла (рис. 1б).

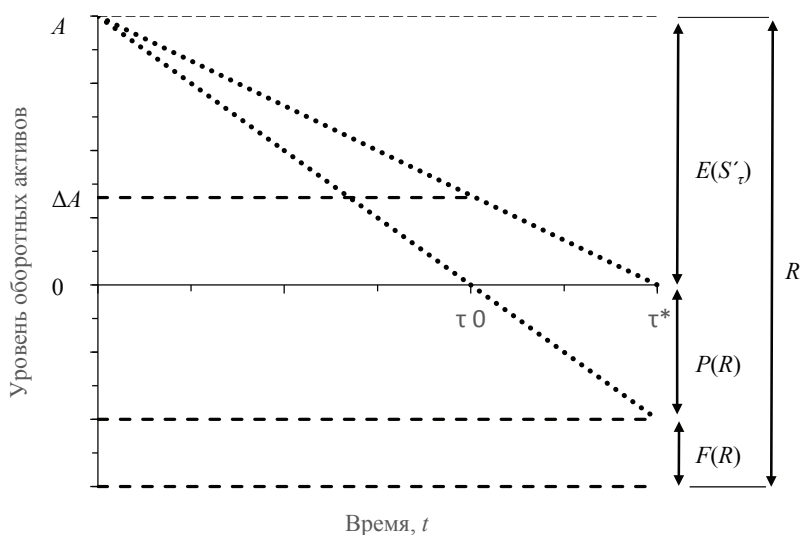
Процесс формирования среднего остатка оборотных активов отличается от того, как образуется остаток в моделях управления запасами (рис. 1а). Производственная деятельность предприятия происходит при одновременном пополнении и использовании оборотных активов. Предположим, что эти процессы осуществляются плавно с одинаковой скоростью. В таком случае трансформацию оборотных активов, связанную с тем или иным процессом, можно описать линейной функцией. Графики отражают эти изменения в ценах, эквивалентных себестоимости оборотных активов. Если предприятие поддерживает интенсивность процессов на одинаковом уровне, то величина оборотных активов  $A$  не меняется с течением времени.

Неопределенность длительности операционного цикла связана с волатильностью выручки (рис. 1б). Объем реализации показывает использование оборотных активов в ценах, эквивалентных цене готовой продукции. Так как процесс протекает с постоянной интенсивностью, то связанное с ним изменение уровня оборотных активов представлено убывающей линейной функцией. Пересечение этой прямой с осью времени показывает длительность операционного цикла. Положение точки пересечения зависит от наклона, который пропорционален интенсивности использования оборотных активов: максимальной интенсивности соответствуют выручка  $R$  и операционный цикл  $\tau_0$ , средней — выручка  $E(S'_t)$  и операционный цикл  $\tau^*$ .





а) формирование среднего остатка оборотных активов



б) длительность операционного цикла

Рис. 1. Графическая модель операционного цикла

*Детерминированная составляющая.* Минимальная длительность операционного цикла обусловлена лимитом оборотных активов. Иначе этот параметр можно определить как *длительность операционного цикла при стандартном отклонении, равном нулю*. Располагая точными сведениями об объемах реализации продукции, предприятие имеет возможность инвестировать в оборотные активы ровно столько, сколько необходимо. При этом уровень оборотных активов

уменьшается на величину  $\Delta A$  (рис. 1б). Это запас, обусловленный волатильностью выручки. При его формировании предприятие, с одной стороны, несет затраты, связанные с финансированием неиспользованных оборотных активов, а с другой — сокращает потери, обусловленные упущенной прибылью и штрафами.

Рассмотрим факторы, влияющие на минимальную длительность операционного цикла (рис. 2). Один из них связан с интенсивностью процессов пополнения и использования оборотных активов (рис. 2а). При построении графической модели операционного цикла допускалось, что динамика этих процессов не меняется с течением времени. Это не всегда верно, особенно в отношении предприятий, активно внедряющих новые технологии. Более совершенные способы производства и реализации товаров позволяют повысить интенсивность процессов трансформации оборотных активов, делая операционный цикл более коротким.

Другой фактор — нарушение синхронности процессов пополнения и использования оборотных активов (рис. 2б). Рассмотрим предприятие, испытывающее сезонные колебания спроса. При отсутствии сезонности процессы трансформации оборотных активов были бы синхронизированы (уровень оборотных активов равен  $A$ ). В ожидании сезона повышенного спроса создается запас готовой продукции, что приводит к увеличению интенсивности пополнения оборотных активов на фоне невысокой интенсивности использования (уровень оборотных активов повышается до  $A'$ ).

**Уравнение операционного цикла.** Соотношение элементов графической модели операционного цикла отражает комбинацию фактических и альтернативных издержек, описанных при построении модели управления оборотными активами. Из графической модели операционного цикла следует:

$$\tau^* = \tau_0 \cdot \frac{R}{E(S'_\tau)}, \quad (16)$$

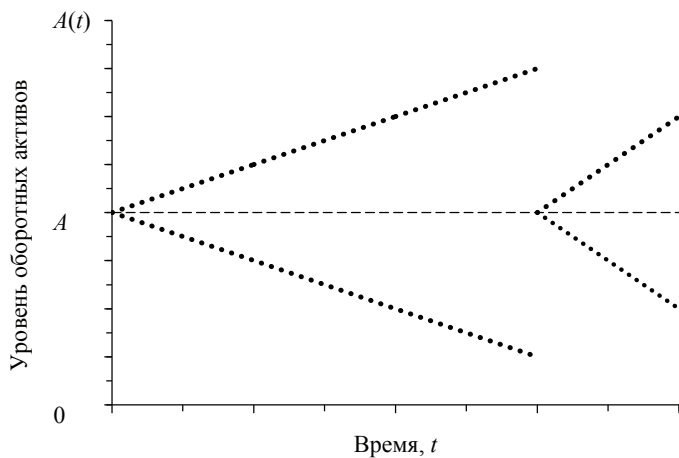
где  $\tau^*$  и  $\tau_0$  — длительность операционного цикла соответственно при среднем и максимальном значениях выручки (рис. 1б).

Длительность операционного цикла нелинейно зависит от выручки. По этой причине величина  $\tau^*$  не равна математическому ожиданию этого показателя. Из свойств плотности распределения функции случайной величины следует (Приложение 2. Плотность распределения обратно пропорциональной случайной величины):

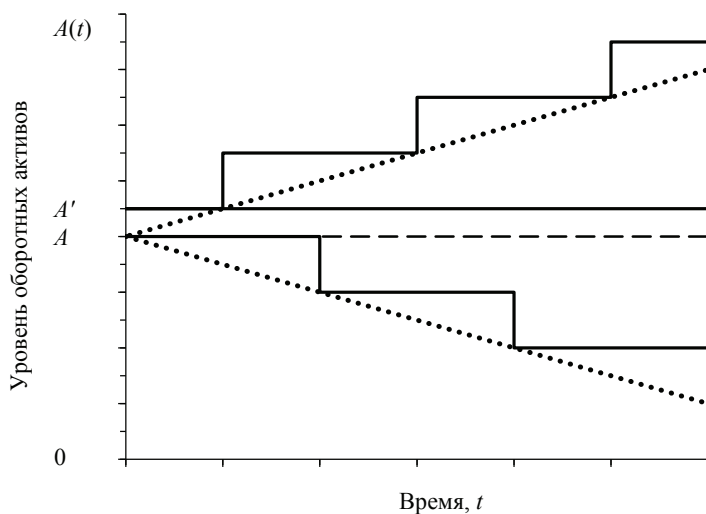
$$E(\tau) = \tau^* \cdot e^{\sigma_{\tau'}^2} = \tau_0 \cdot \frac{R}{E(S'_\tau)} \cdot e^{\sigma_{\tau'}^2}, \quad (17)$$

где  $E(\tau)$  — математическое ожидание длительности операционного цикла<sup>3</sup>;  $\sigma'_{\tau}$  — соответствующее этому времени стандартное отклонение логарифма темпа роста выручки  $S'_\tau$ .

<sup>3</sup> При анализе эмпирических данных этому показателю соответствует результат расчета среднего значения  $\bar{\tau}$ .



а) при разной интенсивности



б) при нарушении синхронности

Рис. 2. Формирование среднего остатка

В случае минимизации затрат, связанных с управлением оборотными активами, выручка предприятия, соответствующая максимальному спросу, который оно способно удовлетворить, описывается уравнением:

$$\ln \left( \frac{R}{\hat{S}_\tau} \right) = \gamma \cdot \sigma_\tau, \quad (18)$$

где  $\hat{S}_\tau$  — медиана распределения логарифма темпа роста выручки;  $\gamma$  — число, задающее максимальное отклонение логарифма темпа роста выручки в единицах стандартного отклонения.

Величину последнего показателя можно рассчитать, опираясь на решение уравнения затрат:

$$N(\gamma) = 1 - N(d_2) = \frac{c_2}{c_1 + c_2}, \quad (19)$$

где  $N(d_2)$  описывается уравнением (15).

Принимая во внимание (4), (12), (13), (14), (17) и (18), получим уравнение длительности операционного цикла предприятия, поддерживающего затраты  $C(R)$  на минимальном уровне (Приложение 3. Вывод уравнения операционного цикла):

$$E(\tau) = \frac{\tau_0 \cdot e^{\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \sigma'_\tau + \gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau}}{N(\gamma - k \cdot \sigma'_\tau) + N(-\gamma) \cdot e^{-\frac{k^2}{2} \sigma'^2_\tau + \gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau}}. \quad (20)$$

Зависимость длительности операционного цикла от волатильности близка к экспоненциальной. Степень экспоненты в значительной мере определяется числом  $\gamma$ . Без большой потери точности знаменатель в уравнении (20) можно принять равным единице, когда  $\gamma \geq 2$  ( $c_2 \gg c_1$ ).

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭМПИРИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

**Описательная статистика.** Дальнейшие исследования проводились на основе типической выборки, включающей 41 угледобывающее предприятие (таблица). В настоящее время российская угольная отрасль находится в стадии реформирования. Как отмечается в докладе Минэнерго, на первом этапе, охватывающем 2011–2015 гг., в обновление основных средств предприятий были сделаны значительные вложения, при этом рентабельность активов по-прежнему не достигает плановых значений [Минэнерго России, 2017, с. 113].

Один из критериев формирования выборки — длительность операционного цикла. Отрасль сильно дифференцирована в этом отношении. Встречаются предприятия, у которых операционный цикл больше года, в то время как у лидеров отрасли — два месяца. Для удобства анализа таблица упорядочена по возрастанию этого показателя (4-й столбец). Другой критерий — объем добычи (2-й столбец). Он в значительной степени определяет финансовые показатели угледобывающих предприятий [Дулин, 2009, с. 27]. Исследованием охвачены как небольшие предприятия, работающие с объемами меньше миллиона тонн угля, так и крупные — с объемами несколько десятков миллионов тонн.

Таблица. Описательная статистика угледобывающих предприятий России

Предприятие	Объем добычи, млн т*	Объем выборки	$\bar{\tau}$ , дни	$\tau_0$ , дни	$\sigma'$ , %		
					12 мес.	6 мес.	3 мес.
1	2	3	4	5	6	7	8
ЗАО «Прокопьевский угольный разрез»	1,3	6	63	39	29	...	...
ОАО «Шахта «Полосухинская»»	...	19	72	13	42	...	29
ОАО «Шахта «Воргашорская»»	...	7	83	25	78	...	...
ПАО «Кузбасская топливная компания»	8,6	15	89	64	29	...	33
АО «СУЭК–Кузбасс»	29,5	10	101	43	21	...	...
АО «Черниговец»	4,4	15	102	53	29	...	...
АО «Шахта «Антоновская»»	0,6	15	104	22	37	...	...
ОАО «УК «Кузбассразрезуголь»»	33,6	14	117	78	24	...	...
ООО «Разрез «Киселевский»»	1,6	9	119	59	22	...	...
АО «Шахта «Большевик»»	1,1	15	124	29	52	...	...
ООО «Компания «Востсибуголь»»	9,4	13	130	76	25	...	...
ООО «Восточно-Бейский разрез»	2,5	15	145	80	22	...	...
ООО «Шахта «Чертинская-Коксовая»»	...	13	146	20	48	...	...
АО «Разрез Тугнуйский»	10,7	15	153	48	32	...	...
АО «Ургалуголь»	4,6	21	161	73	31	42	34
ЗАО «Шахта «Беловская»»	...	8	162	32	79	...	...
АО «Воркутауголь»	7,4	21	170	45	30	24	19
ООО «СУЭК–Хакасия»	6,8	10	171	78	31	...	...
АО «Междуречье»	4,7	15	175	56	24	21	25

1	2	3	4	5	6	7	8
ОАО «Красноярсккрайуголь»	3,4	15	183	79	36	39	...
ПАО «Распадская»	7,3	20	188	51	47	53	41
ОАО «Шахтоуправление “Анжерское”»	...	10	192	29	44	...	...
ОАО «МУК – 96»	...	14	199	83	51	...	...
АО «Холдинговая компания “Якутуголь”»	7,5	15	201	66	52	...	...
АО «Шахтоуправление “Обуховская”»	...	15	204	43	62	...	...
ОАО «ОУК “Южкzubассуголь”»	8,7	14	206	41	52	...	...
ОАО «Шахта “Заречная”»	...	18	221	138	47	...	27
ООО «Шахта “Листвяжная”»	2,8	13	228	66	44	...	...
АО «СУЭК–Красноярск»	18,9	10	244	57	32	...	...
АО «Салек»	3,2	14	289	62	73	...	...
ООО «Шахта “Усковская”»	...	6	305	67	93	...	...
ООО «Шахта “Алардинская”»	...	6	314	82	72	...	...
ООО «Читауголь»	0,6	12	318	87	18	...	...
ОАО «Шахта “Нагорная”»	...	12	324	69	79	...	...
АО «Донской Антрацит»	...	12	331	86	71	...	...
ООО «Шахта “Чертинская– Южная”»	...	10	349	38	72	...	...
ООО «Шахта “Осинниковская”»	...	6	408	149	47	...	...
ОАО «Шахта “Алексиевская”»	...	20	427	50	78	...	...
АО «Угольная компания “Южная”»	2,2	11	444	62	62	...	...
ООО «Шахта “Юбилейная”»	...	6	629	67	123	...	...
ООО «Шахта “Абашевская”»	...	6	1 079	358	107	...	...

Примечание: \* — объем добычи за 9 мес. 2016 г. [Таразанов, 2016б].

Сложность эконометрических исследований на микроэкономическом уровне заключается в относительно коротких временных рядах, передающих динамику финансовых показателей (3-й столбец). В лучшем случае выборка включает два десятка значений, рассчитанных на основе бухгалтерской отчетности за период с 1996 по 2016 г. включительно. Довольно часто из-за ограниченного срока существования предприятий размер выборки уменьшается до десяти и менее значений. Незначительный объем эмпирических данных приводит к снижению точности числовых характеристик исследуемых случайных величин. Кроме того, короткие временные ряды не позволяют выделить периоды, связанные с колебаниями уровня экономической неопределенности на разных стадиях делового цикла [Блум, 2016].

**Волатильность спроса.** Предприятия отрасли подвержены сезонным колебаниям спроса. Наиболее сильно меняется потребление электростанций и населения, в меньшей степени — коксохимических заводов и предприятий-экспортеров. Основные покупатели угля на внутреннем рынке — электростанции и коксохимические заводы. Из-за сезонного фактора волатильность поставок этим группам потребителей различается в четыре раза (рис. 3).

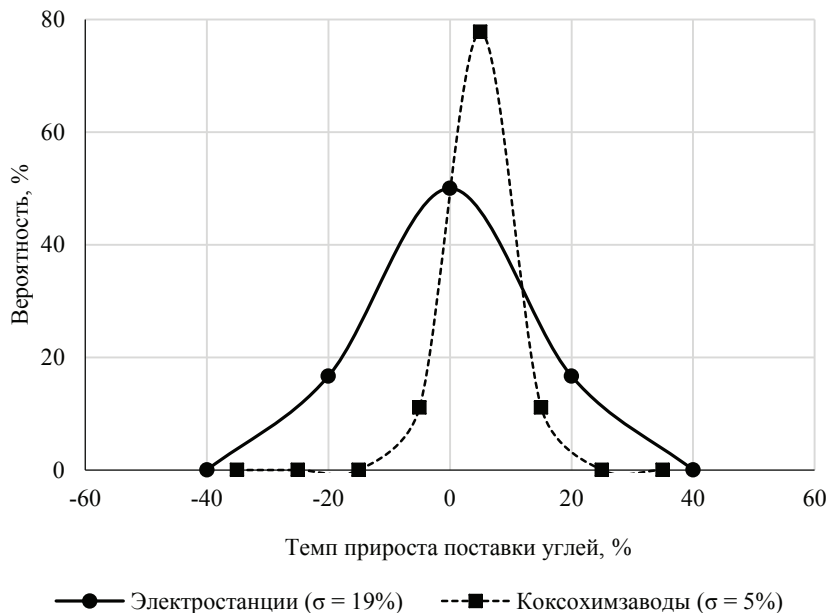


Рис. 3. Квартальный темп прироста спроса разных групп потребителей

Составлено по: [Таразанов, 2013; 2014; 2016а; 2016б].

Сезонный фактор преобладает в части потребления электро- и теплоэнергии, при переработке каменного угля его значение падает. Можно предположить, что в



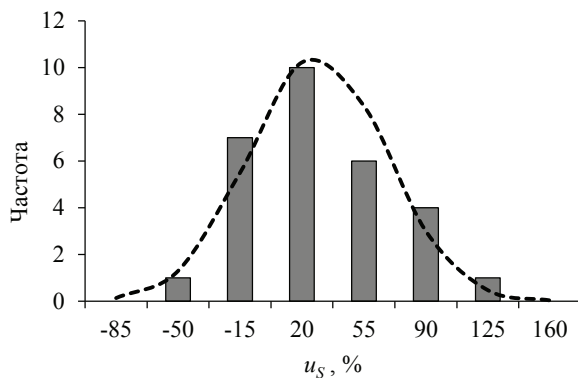
последнем случае на первом месте — случайные колебания. Разделение сезонной и случайной компонент вызвано тем, что случайные колебания спроса со стороны отдельных потребителей взаимно компенсируют друг друга, тогда как сезонные колебания совершаются синхронно.

Выявленные компоненты потребления по-разному влияют на операционный цикл. Первая компонента (сезонные колебания) определяет минимальное значение показателя. В межсезонье поставки угля осуществляются на склад готовой продукции [Чаусова, 2000], нарушая синхронность процессов пополнения и расходования оборотных активов. Вторая компонента (случайные колебания) — причина стохастичности операционного цикла. Значительное различие средних и минимальных значений показателя (4-й и 5-й столбцы таблицы) свидетельствует о доминировании стохастического процесса. Заметим, что в отрасли отсутствуют возможности для диверсификации продукции — добывается только уголь, качество которого определяется характеристиками месторождения. Это делает задачу снижения волатильности более трудной, не позволяя сгладить колебания спроса за счет товарного разнообразия.

**Проверка теоретических предположений.** При построении стохастической модели операционного цикла было сделано несколько теоретических предположений, которые требуют эмпирической проверки.

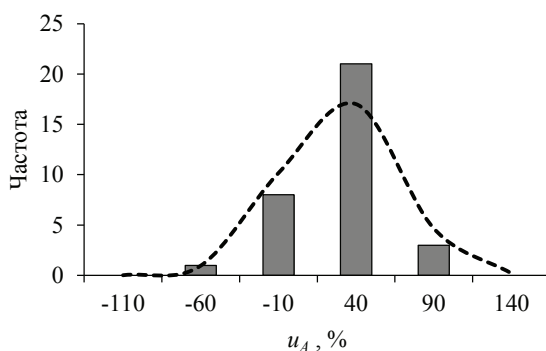
*Логнормальность.* Рассмотрим плотности распределения логарифмов темпов роста финансовых показателей АО «Воркутауголь» (рис. 4). Для этого предприятия эмпирические данные предоставлены в относительно большом объеме. Используем сведения из квартальных бухгалтерских отчетов за период с I квартала 2005 по I квартал 2013 г. включительно. Связь величины логарифма темпа роста и частоты, с которой встречается то или иное значение показателя, отражена на гистограммах (фактическое распределение) и на графиках (теоретическое распределение). Значения случайной величины представлены логарифмами отношения показателя за текущий квартал к его величине за аналогичный квартал предшествующего года. Таким образом, анализируется плотность распределения годовых темпов роста.

Сформулируем гипотезу  $H_0$ : *плотность распределения логарифма темпа роста показателей* (выручки, оборотных активов, длительности операционного цикла) представлена нормальным законом. Проверка гипотезы  $H_0$  выполнена с применением критерия  $\chi^2$  Пирсона при 5% уровне значимости. Для логарифма темпа роста выручки гипотеза принимается при критическом и наблюдаемом значениях статистики  $\chi^2$ , равных соответственно, 7,81 и 2,08; для логарифма темпа роста оборотных активов — 3,84 и 1,99; для логарифма темпа роста длительности операционного цикла — 5,99 и 0,48. Таким образом, гипотеза  $H_0$  подтверждается в отношении каждого показателя. Совпадение форм теоретического и фактического распределений служит аргументом для использования геометрического случайного движения в качестве основы при построении стохастической модели операционного цикла.



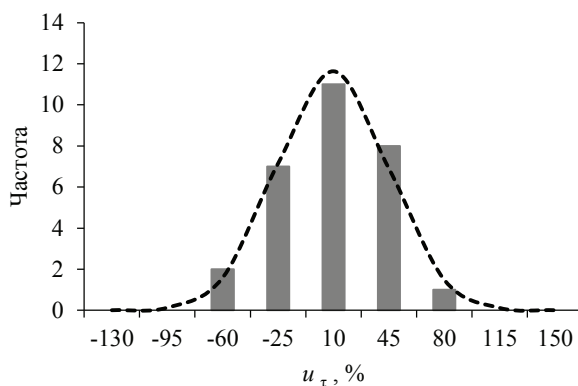
Примечание: объем выборки — 29 значений; среднее — 11%; стандартное отклонение — 37%.

а) логарифм годового темпа роста квартальной выручки,  $u_s$



Примечание: объем выборки — 33 значения; среднее — 4%; стандартное отклонение — 34%.

б) логарифм годового темпа роста оборотных активов,  $u_A$



Примечание: объем выборки — 29 значений; среднее — -8%; стандартное отклонение — 33%.

в) логарифм годового темпа роста операционного цикла,  $u_\tau$

Рис. 4. Гистограмма распределения показателей АО «Воркутауголь»

В отношении логарифма темпа роста выручки предпринято дополнительное исследование. Закон распределения этого показателя особенно важен, так как плотность вероятности выручки  $\omega(s)$  присутствует в уравнениях стохастической модели операционного цикла. Результат проверки гипотезы  $H_0$  с использованием способа, включающего построение графика квантиль–квантиль (Q–Q-график), аналогичен полученному ранее (рис. 5). Точки Q–Q-графика расположились недалеко от диагональной прямой, подтверждая близость теоретического и фактического распределений. Полученная зависимость имеет дугообразный вид с изгибом вверх по краям графика, что говорит о положительной асимметрии эмпирического распределения. При выборе другого предприятия характер этих отклонений меняется, что не позволяет отнести их на счет истинной плотности распределения.

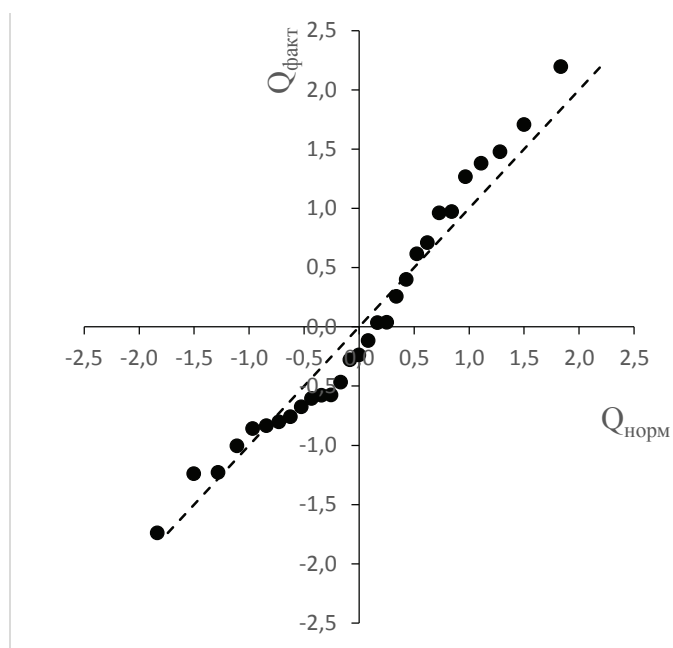


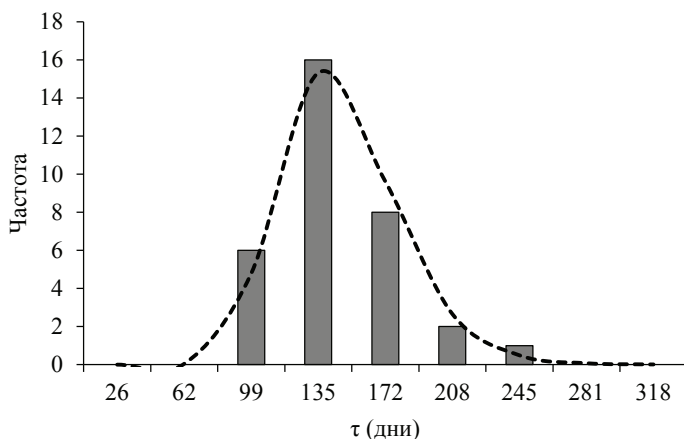
Рис. 5. Q–Q-график для логарифма темпа роста выручки АО «Воркутауголь»

*Устойчивый рост.* В случае реализации стратегии устойчивого роста ожидаемые логарифмы темпов роста выручки ( $\mu$ ) и оборотных активов ( $\mu_A$ ) при стандартном отклонении, равном нулю, должны быть одинаковыми. Рассмотрим соблюдение этого условия в отношении АО «Воркутауголь», для чего с помощью  $t$ -критерия Стьюдента проверим гипотезу  $H_0: \mu = \mu_A$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: \mu \neq \mu_A$ . Анализируя данные (рис. 4), учтем, что, согласно уравнению (1), ожидаемый логарифм темпа роста при  $\sigma = 0$  больше значения, найденного эмпирически, на величину  $\sigma^2/2$ , где  $\sigma$  — стандартное отклонение логарифма темпа роста соответствующего показателя. Из этого следует, что  $\mu$  и  $\mu_A$  равны соответственно 18 и 10%. Гипотеза  $H_0$  принимается при 5% уровне значимости, при кри-

тическом и наблюдаемом значениях  $t$ -статистики, равных соответственно 2,0 и 0,9. Полученный результат — аргумент в пользу концепции, предусматривающей совместное применение стохастической модели операционного цикла и стратегии устойчивого роста предприятия.

*Асимметрия.* Стохастическая модель указывает на возможную асимметрию плотности распределения длительности операционного цикла предприятия. В соответствии с моделью фиксированная величина оборотных активов позволяет получать выручку в размере не больше некоторого значения. Из-за этого в области минимальных значений распределение длительности операционного цикла имеет границу, отражающую ограничение, наложенное на оборотные активы. Максимальные значения длительности операционного цикла ведут себя по-другому. Так как минимальный размер выручки ничем не ограничен, при значительном уменьшении этого показателя длительность операционного цикла становится бесконечно большой.

Плотность распределения длительности операционного цикла, наблюдаемая на практике, подчиняется логарифмически нормальному закону (рис. 6) (подробнее см. [Белых, 2018а]). Данное распределение асимметрично. Отклонение показателя от наиболее вероятного значения в сторону уменьшения сопровождается снижением частоты более быстрыми темпами, чем при отклонении в сторону увеличения. Здесь распределение имеет четкую границу. По этой причине минимальное значение длительности операционного цикла можно определить довольно точно, чего нельзя сказать о максимальном значении показателя. Таким образом, эмпирическая плотность вероятности длительности операционного цикла находится в согласии со стохастической моделью.

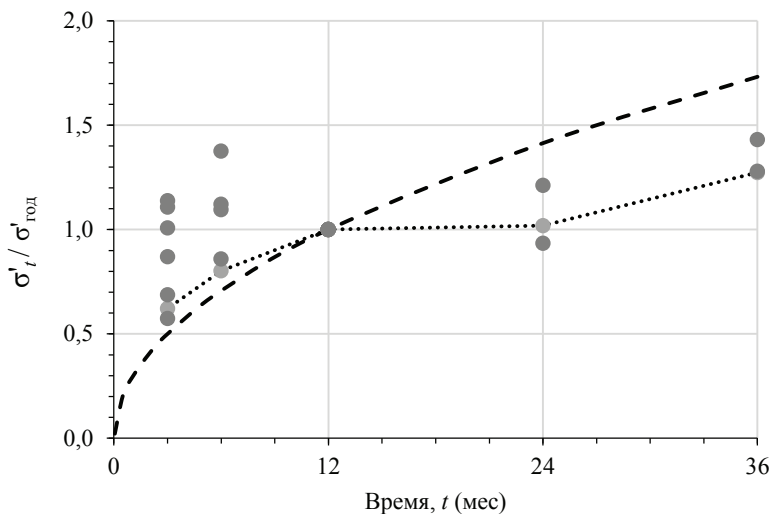


Примечание: объем выборки — 33 значения; мода — 107 дней; медиана — 122 дня; среднее — 130 дней.

Рис. 6. Гистограмма распределения длительности операционного цикла АО «Воркутауголь»

В научной литературе распространена гипотеза о нормальном распределении показателей, связанных с операционной деятельностью (см., напр.: [Бауэрсокс, Клосс, 2008, с. 245; Царьков, 2011, с. 50; Miller, Orr, 1966]). Полученные данные свидетельствуют о том, что предпочтительнее использовать асимметричное логарифмически нормальное распределение. Аналогичные результаты получены для предприятий таких отраслей, как «Добыча металлических руд» [Белых, 2018а], «Деятельность воздушного транспорта» [Белых, 2018б] и др. Еще один пример — учет асимметрии плотности распределения времени исполнения заказа с помощью распределения Пуассона [Silver, Pyke, Peterson, 1998]. Только в случае, когда стандартное отклонение логарифма темпа роста меньше 13%, допустимо приближение, при котором несимметричное логарифмически нормальное распределение заменяется на симметричное нормальное [Вадзинский, 2001, с. 190]<sup>4</sup>.

*Накопление дисперсии.* Поведение дисперсии рассматривается на примере стандартного отклонения логарифма темпа роста выручки, время формирования которой совпадает со временем развития случайного процесса (т. е. рассматриваются логарифмы темпа роста квартальной выручки за квартал, годовой — за год и т. д.) (рис. 7).



Примечание: ..... — данные АО «Воркутауголь»; • — данные ОАО «Шахта «Полосухинская», ПАО «Кузбасская топливная компания», АО «Уралуголь», АО «Междуречье», ОАО «Красноярсккрайуголь», ПАО «Распадская», ОАО «Шахта «Заречная»»; - - - - — график функции  $\sqrt{t}$ .

Рис. 7. Траектории накопления дисперсии

<sup>4</sup> В отношении АО «Воркутауголь» условие  $\sigma < 13\%$  не выполняется ни для одного из рассмотренных показателей (рис. 4).

Для удобства сопоставления анализируются нормированные значения показателей. Приведенные результаты относятся не только к АО «Воркутауголь», проанализированному ранее, но и к нескольким другим угледобывающим предприятиям, для которых имеются данные о квартальной выручке. Получившееся рассеяние эмпирических точек показывает поле возможных траекторий накопления дисперсии. Видно, что эмпирическая кривая, передающая поведение дисперсии АО «Воркутауголь», более пологая по сравнению с графиком функции квадратного корня, таким образом уравнение (2) нельзя применять для описания процесса накопления дисперсии.

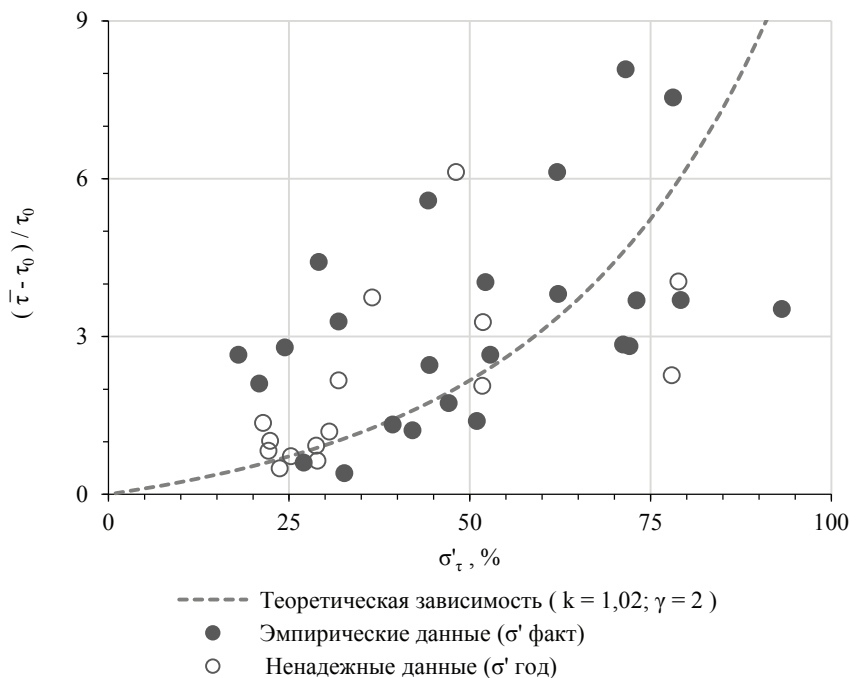
Помимо того что накопление дисперсии логарифма темпа роста выручки невозможно описать с помощью простой функции, нужно быть готовым к тому, что при оценке стандартного отклонения для некоторого промежутка времени в расчетах, относящихся к выручке, сформированной в течение интервала времени одной длительности, нельзя использовать данные о выручке, сформированной в течение интервала времени другой длительности. В частности, стандартное отклонение годового темпа роста квартальной выручки АО «Воркутауголь», равное 37% (рис. 4а), отличается от стандартного отклонения годового темпа роста годовой выручки, равного 30% (таблица). Пока нет удовлетворительного теоретического описания механизма накопления дисперсии, при практическом использовании уравнения (20) следует опираться на данные о волатильности выручки, время формирования которой несильно отличается от длительности операционного цикла.

**Эмпирическая зависимость.** Рассмотрим пример использования стохастической модели для анализа операционного цикла предприятий угольной отрасли российской промышленности (рис. 8). Стандартное отклонение логарифма темпа роста выручки рассчитано на основе данных о выручке, время формирования которой менее чем в два раза отличается от длительности операционного цикла. Если близкого значения не находилось, то показатель оценивался на основе годовой выручки предприятия. Из-за возможных искажений такие эмпирические данные помечены как ненадежные. Относительное изменение длительности операционного цикла вычислялось с использованием среднего и минимального значений показателя. Отметим, что числовые характеристики случайных величин являются величинами неслучайными (постоянными).

Теоретическая зависимость построена с использованием уравнения (20). Так как рассматривается базовая отрасль народного хозяйства, уровень дефицита продукции должен быть достаточно низким. На этом основании было сделано предположение, что угледобывающие предприятия обладают оборотными активами, достаточными для того, чтобы логарифм темпа роста выручки мог быть выше среднего значения на величину до двух стандартных отклонений ( $\gamma = 2$  — «правило двух сигм»)<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> Воспользовавшись уравнением (19), можно определить соотношение коэффициентов в уравнении затрат:  $c_2 / (c_1 + c_2) = N(2) = 0,977 = 1 / (1 + 0,02328)$ .

Соответствующее этому условию соотношение стандартных отклонений логарифма темпа роста выручки при полном и частичном удовлетворении спроса найдено методом статического моделирования (коэффициент сглаживания оказался равным  $k = 1,02$ ). При моделировании учтена особенность поведения выручки в ситуации ограниченных оборотных активов (Приложение 1).



Пр и м е ч а н и е: за пределами показанного диапазона оказались: ООО «Шахта «Юбилейная»» ( $\sigma'_\tau = 123\%$  и  $(\bar{\tau} - \tau_0) / \tau_0 = 8,4$ ) и ООО «Шахта «Абашевская»» ( $\sigma'_\tau = 107\%$  и  $(\bar{\tau} - \tau_0) / \tau_0 = 2,0$ ).

Рис. 8. Зависимость операционного цикла от волатильности выручки

Результаты эмпирических исследований подтверждают справедливость стохастической модели операционного цикла — в обоих случаях относительное изменение длительности операционного цикла и волатильность выручки движутся в одном направлении (рис. 8). По степени согласованности теоретической кривой и эмпирических данных можно судить об эффективности управления оборотными активами того или иного предприятия. Из-за коротких временных рядов эмпирические данные содержат значительную ошибку, связанную со случайным характером анализируемых показателей<sup>6</sup>. Отчасти это объясняет разброс эмпи-

<sup>6</sup> Например, среднее значение длительности операционного цикла АО «Воркутауголь», полученное на основании квартальных данных за период с I квартала 2005 по I квартал 2013 г., равно 130 дней (рис. 6), на основании годовых данных за период с 1996 по 2016 г. — 170 дней (таблица).



рических точек. Вместе с тем не наблюдается заметного различия в положении эмпирических точек, построенных на основе  $\sigma'_{\text{факт}}$  и  $\sigma'_{\text{год}}$ . Помимо невысокой точности показателей, это может быть следствием пологой траектории накопления дисперсии (рис. 7).

Несмотря на то что стохастическая модель операционного цикла не содержит ограничений, связанных с видами экономической деятельности, не следует во всех случаях ожидать совпадения теории и практики. Необходимо учитывать влияние факторов, доминирующих в конкретной отрасли. Например, затраты, обусловленные неопределенностью выручки, служат причиной оптимизации уровня оборотных активов угледобывающего предприятия. Однако большой удельный вес условно-постоянных затрат в себестоимости угля делает приоритетной задачу максимизации объемов добычи [Дулин, 2009, с. 27]. Это обстоятельство в первую очередь сказывается на длительности операционного цикла, между тем предложенная модель сфокусирована на факторе неопределенности. Таким образом, базовые предпосылки, положенные в основу настоящего исследования, могут не в полной мере соответствовать конкретной ситуации, что превращает стохастическую модель операционного цикла в «теоретический частный случай» [Гилбоа и др., 2015], ограничивая ее практическое применение.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках стохастической модели операционного цикла формирование выручки описывается с помощью геометрического случайного движения, чему соответствует логарифмически нормальная плотность распределения исследуемого показателя. Это предположение подтверждено эмпирически. Асимметричное распределение верно передает особенности спроса, которые необходимо учитывать при планировании операционной деятельности предприятия. Только в некоторых случаях плотность вероятности можно передать с помощью нормального закона, например при незначительной амплитуде случайных колебаний, что является частным случаем принятой модели. Использование такого подхода позволило получить точные уравнения для оценки математического ожидания отклонения выручки от среднего значения. Эти уравнения были положены в основу способа решения уравнения затрат — ключевого элемента стохастической модели.

Еще одна важная предпосылка — уровень оборотных активов предприятия определяет максимальный размер получаемой выручки. Она основана на том, что оборотные активы предприятия позволяют произвести и реализовать объем продукции не больше некоторой величины. Так как реализация максимальных объемов продукции имеет место не всегда, то чаще всего предприятие обладает некоторым запасом оборотных активов. Эта ситуация описана с помощью уравнения затрат: при избытке оборотных активов предприятие несет расходы, связанные с

финансированием неиспользованных оборотных активов (фактические издержки), при недостатке — с упущенной выгодой или штрафами (альтернативные издержки). Одним из преимуществ использованного подхода является анализ оборотных активов в целом без разделения на виды.

Опираясь на уравнение затрат, была разработана стохастическая модель операционного цикла. В отличие от известной концепции операционного цикла [Richards, Laughlin, 1980] этот подход учитывает неопределенность выручки предприятия. Из модели следуют два предположения. Первое касается асимметрии распределения длительности операционного цикла: четкой границе в области минимальных значений показателя сопутствует размытая — в области максимальных. Второе предположение устанавливает связь операционного цикла и неопределенности: длительность операционного цикла зависит от математического ожидания отклонения выручки при недостаточном спросе (эта связь описывается с помощью уравнения, полученного на основе стохастической модели). Оба предположения получили эмпирическое подтверждение.

Справедливость стохастической модели продемонстрирована на примере предприятий угольной отрасли российской промышленности. Расчеты свидетельствуют о том, что длительность операционного цикла этих предприятий в значительной степени связана с колебаниями спроса. Это позволяет по-иному взглянуть на шаги, которые следует совершить для повышения эффективности операционной деятельности. Можно ожидать, что действия, направленные на уменьшение случайных колебаний спроса, принесут особенно весомый результат. Тут возможны разные стратегии: одна — с опорой на потребителей, отличающихся устойчивым спросом (стратегия концентрации)<sup>7</sup>, другая — направленная на расширение числа потребителей (стратегия диверсификации). Обе стратегии позволяют уменьшить волатильность выручки и снизить длительность операционного цикла предприятия.

Построенная модель содержит ограничение, затрудняющее ее использование. Случайное движение, взятое за основу при описании процесса формирования выручки, не вполне верно передает динамику накопления дисперсии (траектории, наблюдаемые на практике, более пологие). Так как теоретическая зависимость неточно описывает поведение волатильности, нужна эмпирическая оценка дисперсии, соответствующей длительности операционного цикла. Это можно сделать, рассчитав стандартное отклонение логарифма темпа роста выручки, сформированной в течение периода времени, близкого по величине к длительности операционного цикла. Однако такая возможность есть не всегда. Желательно получить более точное представление о механизме накопления дисперсии. Для этого необходимы дальнейшие исследования, направленные на уточнение стохастического процесса, лежащего в основе формирования выручки.

<sup>7</sup> Стратегия концентрации успешно применяется предприятиями, добывающими коксующийся уголь. Практически все они интегрированы в металлургические холдинги [Таразанов, 2013].

## Литература

- Бауэрсокс Д. Дж., Клосс Д. Дж. 2008. *Логистика: интегрированная цепь поставок*. М.: ЗАО «Олимп-Бизнес».
- Белых В. В. 2018а. Управление оборотными активами: неопределенность длительности операционного цикла. *Проблемы теории и практики управления* (2): 85–94.
- Белых В. В. 2018б. Стохастический анализ безубыточности компании. *Корпоративные финансы* 16 (2): 20–34.
- Блум Н. 2016. Изменчивость уровня неопределенности в экономике. *Вопросы экономики* (4): 30–55.
- Вадзинский Р. Н. 2001. *Справочник по вероятностным распределениям*. СПб.: Наука.
- Волков Д. Л., Никулин Е. Д. 2012а. Современное состояние и перспективы развития исследований в области управления оборотным капиталом компании. *Корпоративные финансы* 3 (23): 61–69.
- Волков Д. Л., Никулин Е. Д. 2012б. Управление оборотным капиталом: анализ влияния финансового цикла на рентабельность и ликвидность компаний. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. Менеджмент* (2): 3–32.
- Гаранина Т. А., Петрова О. Е. 2015. Взаимосвязь между ликвидностью, финансовым циклом и рентабельностью российских компаний. *Корпоративные финансы* 1(33): 5–21.
- Гилбоа И., Постлуэйт Э., Самуэльсон Л., Шмайндлер Д. 2015. Экономические модели как аналогии. *Вопросы экономики* (4): 106–130.
- Дулин А. Н. (ред.). 2009. *Проблемы управления угледобывающими предприятиями в современных условиях*. Новочеркасск: ЮРГТУ (НПИ).
- Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М., Фридман М. Н. 2005. *Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов*. М.: ЮНИТИ.
- Лукаевич И. Я. 2015. Развитие подходов к управлению запасами денежных средств на предприятии. *Финансы* (12): 50–55.
- Минэнерго России. 2017. Доклад о ходе реализации в 2016 году «Программы развития угольной отрасли России на период до 2030 года», утвержденной Распоряжением Правительства РФ от 21.06.2014 № 1099-р. URL: <https://minenergo.gov.ru/node/433> (дата обращения: 11.09.2017).
- Таразанов И. Г. 2013. Итоги работы угольной промышленности России за январь–сентябрь 2013 года. *Уголь* 12 (1053): 58–71.
- Таразанов И. Г. 2014. Итоги работы угольной промышленности России за январь–сентябрь 2014 года. *Уголь* 12 (1065): 58–73.
- Таразанов И. Г. 2016а. Итоги работы угольной промышленности России за январь–сентябрь 2015 года. *Уголь* 1 (1078): 52–66.
- Таразанов И. Г. 2016б. Итоги работы угольной промышленности России за январь–сентябрь 2016 года. *Уголь* 12 (1089): 64–80.
- Царьков И. Н. 2011. Операционный денежный поток в компании: планирование в условиях неопределенности. *Проблемы теории и практики управления* (10): 40–52.
- Чаусова Е. В. 2000. Построение трендовых моделей прогнозирования спроса на уголь. *Вестник Томского государственного университета* (271): 149–152.
- Черчмен У., Акоф Р., Арноф Л. 1976. *Введение в исследование операций*. М.: Наука.
- Ширяев А. Н. 1998. *Основы стохастической финансовой математики*. Т. 1: Факты. Модели. М.: ФАЗИС.
- Black F., Scholes M. 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy* 81 (3): 637–654.
- Miller M. H., Orr D. 1966. A model of the demand for money by firms. *Quarterly Journal of Economics* 80 (3): 413–435.

- Richards V. D., Laughlin E. J. 1980. A cash conversion cycle approach to liquidity analysis. *Financial Management* 9 (1): 32–38.
- Shin H., Soenen L. 1998. Efficiency of working capital management and corporate profitability. *Financial Practice and Education* 2 (8): 37–45.
- Silver E., Pyke D., Peterson R. 1998. *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. 3<sup>rd</sup> ed. New York: John Wiley & Sons.

### The List of References in Cyrillic Transliterated into Latin Alphabet

- Bowersox D. J., Closs D. J. 2008. *Logistika: integrirovannaia tsep' postavok* [Logistical Management: The Integrated Supply Chain Process]. Moscow: ZAO «Olimp-Biznes».
- Belykh V. V. 2018a. Upravlenie oborotnymi aktivami: neopredelennost' dlitel'nosti operatsionnogo tsikla [Current asset management: uncertainty of the duration of the operational cycle]. *Problemy teorii i praktiki upravleniia* (2): 85–94.
- Belykh V. V. 2018b. Stokhasticheskii analiz bezubytochnosti kompanii [Stochastic analysis of the break-even of the enterprise]. *Korporativnye finansy* 16 (2): 20–34.
- Blum N. 2016. Izmenchivost' urovnia neopredelennosti v ekonomike [Fluctuations in uncertainty]. *Voprosy ekonomiki* (4): 30–55.
- Vadzinskiy R. N. 2001. *Spravochnik po veroiatnostnym raspredeleniiam* [Handbook of Probabilistic Distributions]. St. Petersburg: Nauka.
- Volkov D. L., Nikulin E. D. 2012a. Sovremennoe sostoianie i perspektivy razvitiia issledovaniia v oblasti upravleniia oborotnym kapitalom kompanii [Current state and prospects for research on firm's working capital management]. *Korporativnye finansy* 3 (23): 61–69.
- Volkov D. L., Nikulin E. D. 2012b. Upravlenie oborotnym kapitalom: analiz vliianiia finansovogo tsikla na rentabel'nost' i likvidnost' kompanii [Working capital management: Analysis of cash conversion cycle's impact on a company's profitability and liquidity]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Ser. Menedzhment* (2): 3–32.
- Garanina T. A., Petrova O. E. 2015. Vzaimosviaz' mezhdu likvidnost'iu, finansovym tsiklom i rentabel'nost'iu rossiiskikh kompanii [Relationship between Liquidity, Cash Conversion Cycle and Returns of Russian Companies]. *Korporativnye finansy* 1 (33): 5–21.
- Gilboa I., Postlewaite A., Samuelson L., Schmeidler D. 2015. Ekonomicheskie modeli kak analogii [Economic Models as Analogies]. *Voprosy ekonomiki* (4): 106–130.
- Dulin A. N. (red.). 2009. *Problemy upravleniia ugledobyvaiushchimi predpriiatiiam v sovremennykh usloviakh* [Management Problems of Coal Mining Enterprises in Modern Conditions]. Novocherkassk: IuRGTU (NPI).
- Kremer N. Sh., Putko B. A., Trishin I. M., Fridman M. N. 2005. *Issledovanie operatsii v ekonomike: Ucheb. posobie dlia vuzov* [Research of Operations in Economy: A Textbook for Universities]. Moscow: IuNITI.
- Lukasevich I. Ia. 2015. Razvitie podkhodov k upravleniiu zapasami denezhnykh sredstv na predpriatii [Development of approaches to the management of cash reserves in the enterprise]. *Finansy* (12): 50–55.
- Minenergo Rossii. 2017. Doklad o khode realizatsii v 2016 godu «Programmy razvitiia ugol'noi otrasli Rossii na period do 2030 goda», utverzhdennoi Raspriazheniem Pravitel'stva RF ot 21.06.2014 № 1099-r [Report on the progress in the implementation in 2016 of the “Program for the development of the Russian coal industry for the period until 2030”, approved by the Order of the Government of the Russian Federation N 1099-g of June 21, 2014.]. URL: <https://minenergo.gov.ru/node/433> (accessed: 11.09.2017).
- Tarazanov I. G. 2013. Itogi raboty ugol'noi promyshlennosti Rossii za ianvar'–sentiabr' 2013 goda [Russia's Coal Industry Performance for January–September, 2013]. *Ugol'* 12 (1053): 58–71.
- Tarazanov I. G. 2014. Itogi raboty ugol'noi promyshlennosti Rossii za ianvar'–sentiabr' 2014 goda [Russia's Coal Industry Performance for January–September, 2014]. *Ugol'* 12 (1065): 58–73.

- Tarazanov I. G. 2016a. Itogi raboty ugol'noi promyshlennosti Rossii za ianvar'–sentiabr' 2015 goda [Russia's Coal Industry Performance for January–September, 2015]. *Ugol'* 1 (1078): 52–66.
- Tarazanov I. G. 2016b. Itogi raboty ugol'noi promyshlennosti Rossii za ianvar'–sentiabr' 2016 goda [Russia's Coal Industry Performance for January–September, 2016]. *Ugol'* 12 (1089): 64–80.
- Tsar'kov I. N. 2011. Operatsionnyi denezhnyi potok v kompanii: planirovanie v usloviikh neopredelennosti [The Company's Operational Cash Flow: Planning under Uncertainty Conditions]. *Problemy teorii i praktiki upravleniia* (10): 40–52.
- Chausova E. V. 2000. Postroenie trendovykh modelei prognozirovaniia sprosa na ugol' [Construction of trend models for coal demand forecast]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta* (271): 149–152.
- Churchman W., Ackoff R., Arnoff L. 1976. *Vvedenie v issledovanie operatsii* [Introduction to Operations Research]. Moscow: Nauka.
- Shiriaev A. N. 1998. *Osnovy stokhasticheskoi finansovoi matematiki* [Fundamentals of Stochastic Financial Mathematics]. Vol. 1: Fakty. Modeli. Moscow: FAZIS.

**Для цитирования:** Бельх В. В. Стохастическая модель операционного цикла // Вестник Санкт-Петербургского университета. Менеджмент. 2018. Т. 17. Вып. 3. С. 329–358. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu08.2018.304>

**For citation:** Belykh V. V. Stochastic Model of the Operating Cycle. *Vestnik of Saint Petersburg University. Management*, 2018, vol. 17, issue 3, pp. 329–358. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu08.2018.304>

Статья поступила в редакцию 28 июля 2017 г.; принята к печати 29 августа 2018 г.

Контактная информация

Бельх Василий Викторович — канд. физ.-мат. наук, доц.; [v.v.belykh@gmail.com](mailto:v.v.belykh@gmail.com)

Vasily V. Belykh — PhD, Associate Professor; [v.v.belykh@gmail.com](mailto:v.v.belykh@gmail.com)

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

## ОЖИДАЕМАЯ ВЫРУЧКА ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ОБОРОТНЫХ АКТИВАХ

Преобразуем уравнение (14), применив выражение для математического ожидания непрерывной случайной величины:

$$\begin{aligned} E(S'_t) &= R - P(R) = R - \int_0^R (R - s) \cdot \omega(s) ds = \\ &= R - \int_0^R R \cdot \omega(s) ds + \int_0^R s \cdot \omega(s) ds = R \cdot \left[ 1 - \int_0^R \omega(s) ds \right] + \int_0^R s \cdot \omega(s) ds = \\ &= R \int_R^{+\infty} \omega(s) ds + \int_0^R s \cdot \omega(s) ds. \end{aligned}$$

Теперь заметна особенность расчета математического ожидания выручки в ситуации ограниченных оборотных активов — когда спрос превышает возможности предприятия, выручка по-прежнему остается на уровне  $R$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

В соответствии с законами распределения функций случайных величин, если  $X$  — случайная величина с плотностью распределения  $f(x)$ , а случайная величина  $Y$  связана с нею уравнением  $Y = \varphi(X)$ , то плотность распределения случайной величины  $Y$  описывается выражением:

$$g(y) = f[\psi(y)] \cdot |\psi'(y)|,$$

где  $\psi$  — функция, обратная по отношению к  $\varphi$ ;  $\psi'$  — производная функции  $\psi$ .

В нашем случае величина  $X$  распределена логарифмически нормально с плотностью распределения:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{[\ln(x) - \ln(m)]^2}{2\sigma^2}}.$$

В соответствии со свойствами функций случайных величин плотность распределения случайной величины  $Y = \frac{a}{X}$  равна:

$$g(y) = \frac{1}{\frac{a}{y} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \frac{a}{y^2} \cdot e^{-\frac{\left[\ln\left(\frac{a}{y}\right) - \ln(m)\right]^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{y \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\left[\ln(y) - \ln\left(\frac{a}{m}\right)\right]^2}{2\sigma^2}}.$$

Таким образом, плотность распределения случайной величины  $Y$  подчиняется логарифмически нормальному закону. В соответствии со свойствами этого распределения соотношение математических ожиданий рассматриваемых случайных величин можно описать следующим образом:

$$E(Y) = \frac{a}{E(X)} \cdot e^{\sigma^2}.$$

Стандартные отклонения логарифмов случайных величин  $Y$  и  $X$  равны между собой (плотности распределений  $f(x)$  и  $g(y)$  имеют одинаковый параметр формы).

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

### ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ОПЕРАЦИОННОГО ЦИКЛА

Рассмотрим уравнение длительности операционного цикла (17), когда отклонение логарифма темпа роста выручки не больше некоторого установленного значения. С учетом уравнения (14):

$$\frac{R}{E(S'_r)} = \frac{R}{E(S_r) - F(R)} = \left[ \frac{E(S_r)}{R} - \frac{F(R)}{R} \right]^{-1},$$

где в соответствии с уравнением (12):

$$\frac{F(R)}{R} = \frac{E(S_r)}{R} \cdot N(d_1) - N(d_2).$$

Следовательно, получаем:

$$\frac{R}{E(S'_r)} = \left\{ \frac{E(S_r)}{R} \cdot [1 - N(d_1)] + N(d_2) \right\}^{-1}.$$

Здесь, в соответствии со свойствами интегральной функции стандартного нормального распределения,  $1 - N(d_1) = N(-d_1)$ .

Медиана логарифмически нормального распределения связана с его математическим ожиданием уравнением:

$$\hat{S}_r = E(S_r) \cdot e^{-\frac{\sigma_r^2}{2}}.$$



Принимая во внимание уравнение (18), получаем:

$$\ln\left(\frac{R}{\hat{S}_\tau}\right) = \ln\left[\frac{R}{E(S_\tau) \cdot e^{-\frac{\sigma_\tau^2}{2}}}\right] = \ln\left[\frac{R}{E(S_\tau)} \cdot e^{\frac{\sigma_\tau^2}{2}}\right] = \gamma \cdot \sigma_\tau.$$

Откуда

$$\frac{E(S_\tau)}{R} = e^{-\gamma \cdot \sigma_\tau + \frac{\sigma_\tau^2}{2}}.$$

Таким образом:

$$\frac{R}{E(S'_\tau)} = \left[ e^{-\gamma \cdot \sigma_\tau + \frac{\sigma_\tau^2}{2}} \cdot N(-d_1) + N(d_2) \right]^{-1} = \left\{ e^{-\gamma \cdot \sigma_\tau + \frac{\sigma_\tau^2}{2}} \cdot \left[ N(-d_1) + N(d_2) \cdot e^{\gamma \cdot \sigma_\tau - \frac{\sigma_\tau^2}{2}} \right] \right\}^{-1}.$$

Запишем уравнения для аргументов интегральных функций (13) в виде, соответствующем рассматриваемому случаю:

$$d_1 = \frac{\ln\left[\frac{E(S_\tau)}{R}\right] + \frac{\sigma_\tau^2}{2}}{\sigma_\tau} = \frac{-\gamma \cdot \sigma_\tau + \frac{\sigma_\tau^2}{2} + \frac{\sigma_\tau^2}{2}}{\sigma_\tau} = -\gamma + \sigma_\tau$$

и

$$d_2 = -\gamma.$$

Применим уравнение (4):

$$\frac{R}{E(S'_\tau)} = \frac{e^{\gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau - \frac{k^2 \cdot \sigma'^2_\tau}{2}}}{N(\gamma - k \cdot \sigma'_\tau) + N(-\gamma) \cdot e^{\gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau - \frac{k^2 \cdot \sigma'^2_\tau}{2}}}.$$

Подставим полученное выражение в уравнение (17):

$$E(\tau) = \tau_0 \cdot \frac{R}{E(S'_\tau)} \cdot e^{\sigma'^2_\tau} = \frac{\tau_0 \cdot e^{\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \sigma'^2_\tau + \gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau}}{N(\gamma - k \cdot \sigma'_\tau) + N(-\gamma) \cdot e^{\frac{k^2}{2} \sigma'^2_\tau + \gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau}}.$$

Знаменатель дроби в уравнении равен  $1 - F(R)/E(S_\tau)$ . При небольших значениях дефицита продукции его можно принять равным единице. Тогда уравнение длительности операционного цикла принимает вид:

$$E(\tau) \cong \tau_0 \cdot e^{\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) \sigma'^2_\tau + \gamma \cdot k \cdot \sigma'_\tau}.$$

Зависимость становится экспоненциальной, отражая сильное влияние волатильности на исследуемый показатель. Такой характер связи — следствие доминирования стохастического процесса при формировании величины операционного цикла.