

## АНАЛИЗ КООПЕРАТИВНЫХ СОГЛАШЕНИЙ НА МИРОВОМ РЫНКЕ НЕФТИ

**М. А. НАСТЫЧ**

*Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

В статье рассматривается проблематика выгодности и ключевых условий кооперативного соглашения между крупнейшими нефтедобывающими странами. Данный вопрос исследуется в рамках концепций стохастической кооперативной теории игр и теории отраслевых рынков. В частности, подходы теории игр соответствуют конфликтности интересов участников кооперативного соглашения, возможность объединения игроков рынка учитывается и разрешается с помощью теории кооперативных игр, стохастические методы построения и исследования характеристической функции кооперативной игры позволяют учесть высокую волатильность рынка нефти, модель Курно теории отраслевых рынков описывает стратегическое управление объемами производства для максимизации прибыли, а модель Штакельберга учитывает стимулы к объединению за счет появления лидера отрасли, который первым объявляет о своих управленческих стратегиях. На основе данных подходов в статье сделан вывод о выгодности кооперативного соглашения для его участников, а также найдены равновесные уровни квот на добычу нефти. Новизна данной работы заключается в рассмотрении решения стохастической кооперативной игры  $C_\alpha$ -ядра как метода определения равновесных квот на добычу нефти в кооперативном соглашении, а также в методологической интеграции моделей Курно и Штакельберга при построении кооперативной игры мирового рынка нефти.

*Ключевые слова:* мировой рынок нефти, ОПЕК, кооперативное соглашение, стохастическая кооперативная игра,  $C_\alpha$ -ядро, VaR.

*JEL:* C71, C73, D43, G32, L13.

В статье анализируется выгодность соглашения о введении квот на добычу нефти между крупнейшими нефтедобывающими

странами и ее ключевые условия. Зачастую в теории и практике управленческих решений, принимаемых на макроуровне, по-

Адрес организации: Санкт-Петербургский государственный университет, Университетская наб., д. 7/9, Санкт-Петербург, 199034, Россия.

© М. А. Настыч, 2018

<https://doi.org/10.21638/spbu18.2018.303>

добные конфликты интересов рассматриваются в терминах теории игр, и здесь актуальным становится вопрос применимости игровых концепций классических олигополистических моделей. В работе ставится задача построения системы теоретико-игровых моделей принятия управленческих решений на рынке нефти, которые, благодаря их универсальности, могут служить теоретической базой для сравнения с фактически реализующимися управленческими решениями на различных рынках с конкуренцией по объемам производства.

На основе концепций теории игр<sup>1</sup> рассматривается также проблема определения равновесного (согласованного) размера квот на добычу нефти. Вопрос об их введении обсуждается среди крупнейших игроков рынка с 2014 г., когда цены на нефть начали устойчивое падение. Осенью 2016 г. на встрече членов ОПЕК в Вене основным участником мирового рынка нефти впервые за восемь лет удалось прийти к договоренности о сокращении добычи нефти.

Равновесный размер квот в условиях существующего конфликта определяется нами посредством нахождения дележа кооперативной игры нефтяного рынка. При этом данный подход может быть с успехом применен к вопросу определения условий контракта и в других отраслях экономики. В качестве игроков рассматриваются пять основных нефтедобывающих стран: Россия, США, Саудовская Аравия, Иран и Ирак, а также остальные члены ОПЕК (шестой игрок) и все прочие нефтедобывающие страны (седьмой игрок). Характеристическая функция игры определяется равновесными прибылями модели Курно [Cournot, 1838] в случае отсутствия кооперативного соглашения и модели Шта-

кельберга [Stackelberg, 1934] в случае кооперативного соглашения основных игроков рынка.

Наличие стимулов для создания игроками кооперативных соглашений, сговоров и объединений традиционно описывается с помощью моделей олигополии, таких как модель Курно, Штакельберга и Бертрана. Так, в [Salant, Switzer, Reynolds, 1983] потери от горизонтального слияния оцениваются с помощью применения сравнительной статистики. В свою очередь, в [Perry, Porter, 1985] представлены стимулы горизонтальной интеграции фирм и показано, что участие в картеле или слиянии часто является неэффективным для максимизирующих прибыль фирм, их конкурентов и потребителей. В [Farrell, Shapiro, 1990] выводится условие прибыльности слияния и его последствий для конкурентов и потребителей; в [Matsushima, Sato, Yamamoto, 2013] рассматривается конкуренция между гетерогенными фирмами как в процессе проведения НИОКР, так и на рынке продукта. Необходимо отметить, что интеграционное поведение фирм не может быть объяснено в рамках модулей монополистической конкуренции в силу возможности входа в отрасль новых фирм [Neary, 2007].

Мировой рынок нефти является одним из самых значительных в мировой экономике, он оказывает влияние на темпы роста и бюджетные сценарии ряда ресурсозависимых стран и весьма подробно рассматривается в исследованиях в последние десятилетия. Он описывается как рынок с конкуренцией по объему, наряду с такими товарными рынками, как рынки зерна, угля, кофе и др. Большая часть существующих моделей рассматривает его как рынок с несовершенной конкуренцией. С помощью моделей рыночной власти в них принято объяснять присутствие на рынке организации ОПЕК в большинстве случаев как картельное поведение, наличие доминантной фирмы или как целенаправленное поведение (target behavior). Еще

<sup>1</sup> Подробнее с общей проблематикой теории игр можно ознакомиться, например, в [Петросян, Зенкевич, Шевкопляс, 2012].

в 1980-х гг. были даны эмпирические подтверждения наличия на рынке картельного поведения. Так, в [Loderer, 1985] было эмпирически доказано, что члены ОПЕК образовывали сговор в 1980–1983 гг., в работе [Danielsen, Kim, 1988] также было представлено эмпирическое подтверждение наличия кооперации между странами ОПЕК.

В свое время в [Plaut, 1981] утверждалось, что ОПЕК ведет себя больше как олигополия, где Саудовская Аравия является ценовым лидером и крупнейшим производителем. В дальнейшем в [Dahl, Yücel, 1991] поведение ОПЕК описывалось как потеря координации или дуополия. В свою очередь, в [Polasky, 1992] было показано, что модели теории конкуренции и теории моделирования доминантной фирмы в конкурентном окружении не могут объяснить ценообразование и выпуск на мировом рынке нефти. В [Smith, 2005] доказывалось, что ОПЕК является чем-то большим, нежели чем некооперативная олигополия, но меньшим, нежели чем согласованный картель.

В [Jones, 1990] автор отмечал, что большинство членов ОПЕК действуют как картель с разделением долей рынка, в то время как страны, не входящие в ОПЕК, действуют конкурентно. В дальнейшем в [Youhanna, 1994] было доказано, что модель картеля с разделением рыночных долей доминирует все остальные модели. Работа [Gülen, 1996] эмпирически обосновывала наличие координации в выпуске и предполагала, что ОПЕК действовал как картель в 1980-х гг. (1982–1993 гг.); в [Molchanov, 2003] утверждается, что поведение ОПЕК согласуется с картельной теорией. Исследование [Böckem, 2004], в свою очередь, показывает, что рынок сырой нефти наилучшим способом может быть описан с помощью модели ценового лидера, где ОПЕК является лидером и остальные страны, не входящие в организацию, являются ценополучателями. Авторы [Tang, Hammoudeh, 2002] подчеркивают, что ОПЕК стано-

вится более явным при адаптации к описываемому рынку модели целевой ценовой зоны.

В статье [Al-Sultan, 1993] автор показывал, что некооперативная модель Курно — Нэша потенциально может объяснить рынок нефти лучше, нежели чем модель совершенной конкуренции. В работе [Salant, 1976] рассматривалось формирование картеля на мировом рынке нефти в рамках модели Курно; авторы [Berger et al., 1988] также использовали подход конкуренции по объемам для моделирования кооперативного соглашения и пропорционального изменения уровней добычи нефти. Следуя данной традиции, в данной работе также моделируется мировой рынок нефти, в котором участники конкурируют по объемам производства. Новизна используемого подхода заключается в комбинации моделей Курно и Штакельберга в формировании характеристической функции. Это позволяет учитывать доступность информации о заявленных объемах производства со стороны участников кооперативного соглашения для остальных нефтедобывающих стран. Доступность такой информации определяет концепцию лидерства по Штакельбергу, которая становится присуща участникам объединения, и, таким образом, отражается в построении характеристической функции игры.

Как известно, цены на нефть являются высоковолатильными и подвержены влиянию рыночных новостей, макроэкономических показателей, ожиданий, зависят от цен на другие биржевые котировки. Функция рыночного спроса на нефть низкоэластична и, как следствие, также подвержена высоким колебаниям, а значит, является случайной. Для учета фактора случайности в данной статье используется теория стохастических кооперативных игр. После работ [Charnes, Granot, 1973; 1977] с двухэтапной процедурой построения дележа и работ [Suijs, Born, 1999; Suijs et

al., 1999] с заданием отношений предпочтения относительно стохастических полезностей, где авторами было введено понятие детерминированного аналога для стохастической игры и сформулированы утверждения относительно взаимосвязи супераддитивности, выпуклости и непустоты  $S$ -ядра в исходной игре и в игре — детерминированном аналоге, распространение на стохастические кооперативные игры получили некоторые решения детерминированных игр. В [Baranova, Petrosyan, 2007; Yeung, Petrosyan, 2004] было представлено развитие теории дифференциальных игр до интеграции в них стохастических параметров. Авторы работ [Конюховский, 2012; Konukhovskiy, Malova, 2015; 2016] перепределили понятия индивидуальной и групповой рациональности. Это дало возможность развития интерпретации подхода как связывающего значения компонент дележа со значениями VaR случайных параметров игры. Кроме того, ими была развита концепция  $S$ -ядра до стохастического аналога. В данной статье развиваются идеи представления характеристической функции через квантиль функции ее распределения в рамках моделируемого нами мирового рынка нефти.

Системы теоретико-игровых моделей, аналогичные построенным в данной статье, а именно исследующие выгоду объединения фирм на основе олигополистических моделей и стохастических концепций теории кооперативных игр, могут быть использованы при анализе процессов слияний и поглощений фирм (см., напр.: [Nastych, 2014; Настыч, 2015]).

Статья построена следующим образом. В первом разделе представлен обзор состояния мирового рынка нефти. Во второй главе содержится описание модели некооперативной игры олигополии на этом рынке и приводятся рыночные равновесия по объемам добычи нефти, ценам и прибылям нефтедобывающих стран для случаев отсутствия и наличия на нем коопе-

ративного соглашения. В третьем разделе построена стохастическая кооперативная игра кооперативного соглашения на мировом рынке нефти, приводятся соответствующие стохастические аналоги ее решения. В четвертом разделе описываются эмпирические данные; интерпретация полученных результатов содержится в пятом разделе. Шестой раздел статьи является заключительным.

## Мировой рынок нефти

Зарождение нефтяной промышленности принято относить к 1859 г., когда в Пенсильвании началась масштабная добыча нефти (около 3 млн баррелей — в 1862 г.), что привело к резкому падению цен на нефть и вытеснению угля как с рынка энергоносителя. Динамика распределения долей мирового рынка нефти по регионам мира 1965–2016 гг. (период предоставления открытых данных компанией BP) представлена на рис. 1.

Нефтяной бум 1880–1890-х гг. на Бакинском месторождении дал России возможность вступить в конкурентную борьбу с США за долю экспорта на нефтяном рынке. Однако в течение первых десятилетий XX в. Россия потеряла большую часть своих внешних рынков и на ее долю к 1917 г. приходилось лишь 12,8% (вместо 51,2% в начале XX в.) мирового рынка нефти, тогда как экспорт США в тот период составлял 65,2%. В последующие несколько десятилетий распределение сил среди стран-нефтедобытчиков снова изменилось: национализация нефтяной промышленности в Мексике, открытие месторождений в Саудовской Аравии, увеличение объема добычи нефти в Венесуэле, создание Министерства нефтяной промышленности в СССР — все эти факторы привели к обновлению иерархии стран в списке мировых экспортеров. Вторая мировая война послужила толчком к новым изменениям в распределении сил на мировом

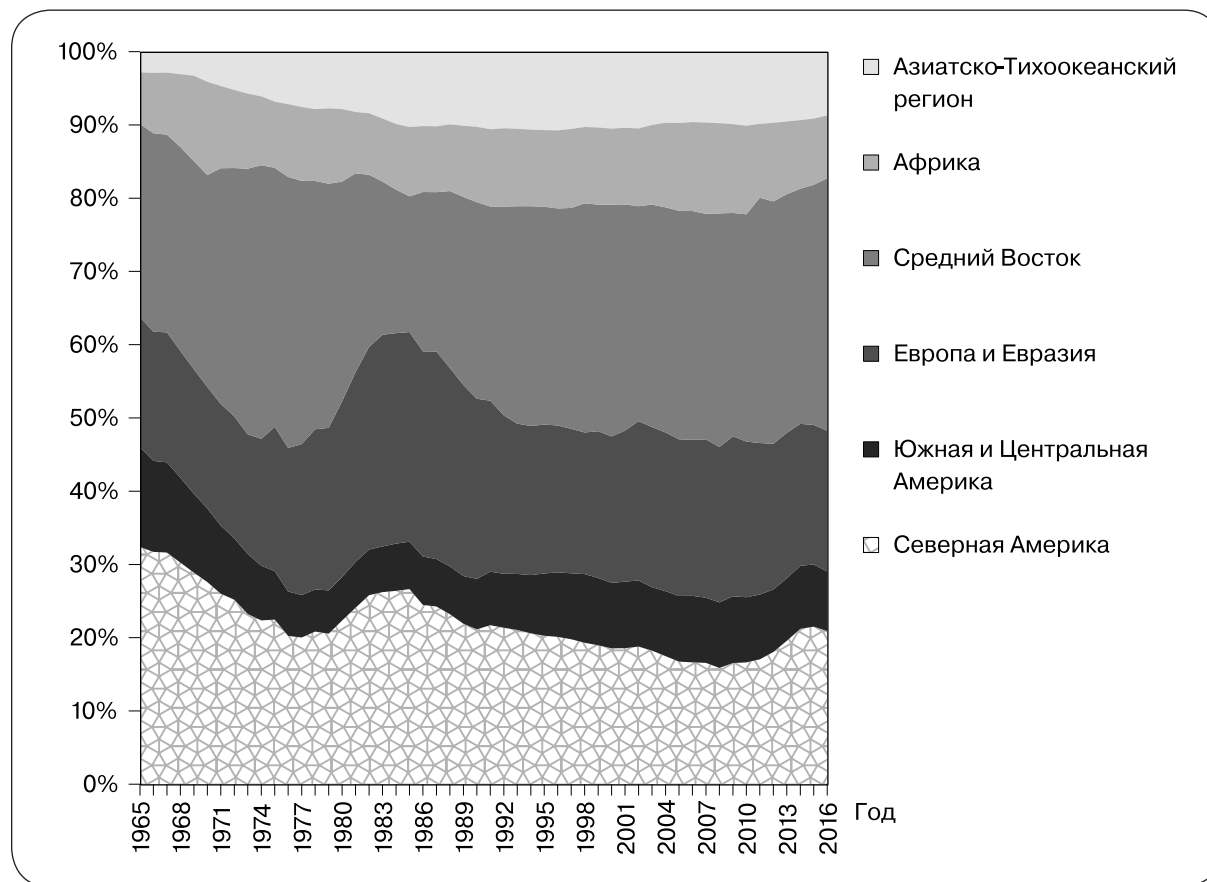


Рис. 1. Доля мировой добычи нефти по регионам мира, 1965–2016 гг.

Составлено по: данные BP Global, Statistical Review of World Energy, <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics.html>.

нефтяном рынке. К началу 1960-х гг. СССР вышел на второе место в мире по объемам нефтедобычи после США, опередив Венесуэлу.

Важным событием в истории развития нефтяной промышленности стало образование в 1960 г. Организации стран — экспортеров нефти (ОПЕК), в которую вошли Саудовская Аравия, Кувейт, Иран, Ирак и Венесуэла, а позднее присоединились Объединенные Арабские Эмираты, Катар, Алжир, Нигерия, Ливия и Индонезия. Динамика распределения сил между СССР/Россией, США и странами ОПЕК представлена на рис. 2. Целью создания ОПЕК бы-

ло противостояние картелю «семи сестер» (изначально в картель входили Exxon, Mobil, Chevron, Texaco, Gulf Oil, Royal Dutch Shell, British Petroleum), которые на тот момент контролировали 90% рынка экспортируемой нефти.

В значительной степени на распределение сил среди крупнейших нефтяных экспортеров в начале XXI в. повлияла так называемая сланцевая революция, позволившая США преодолеть ресурсное ограничение и значительно снизить производственные издержки путем внедрения научно-технологического прогресса в технологию добычи нефти.

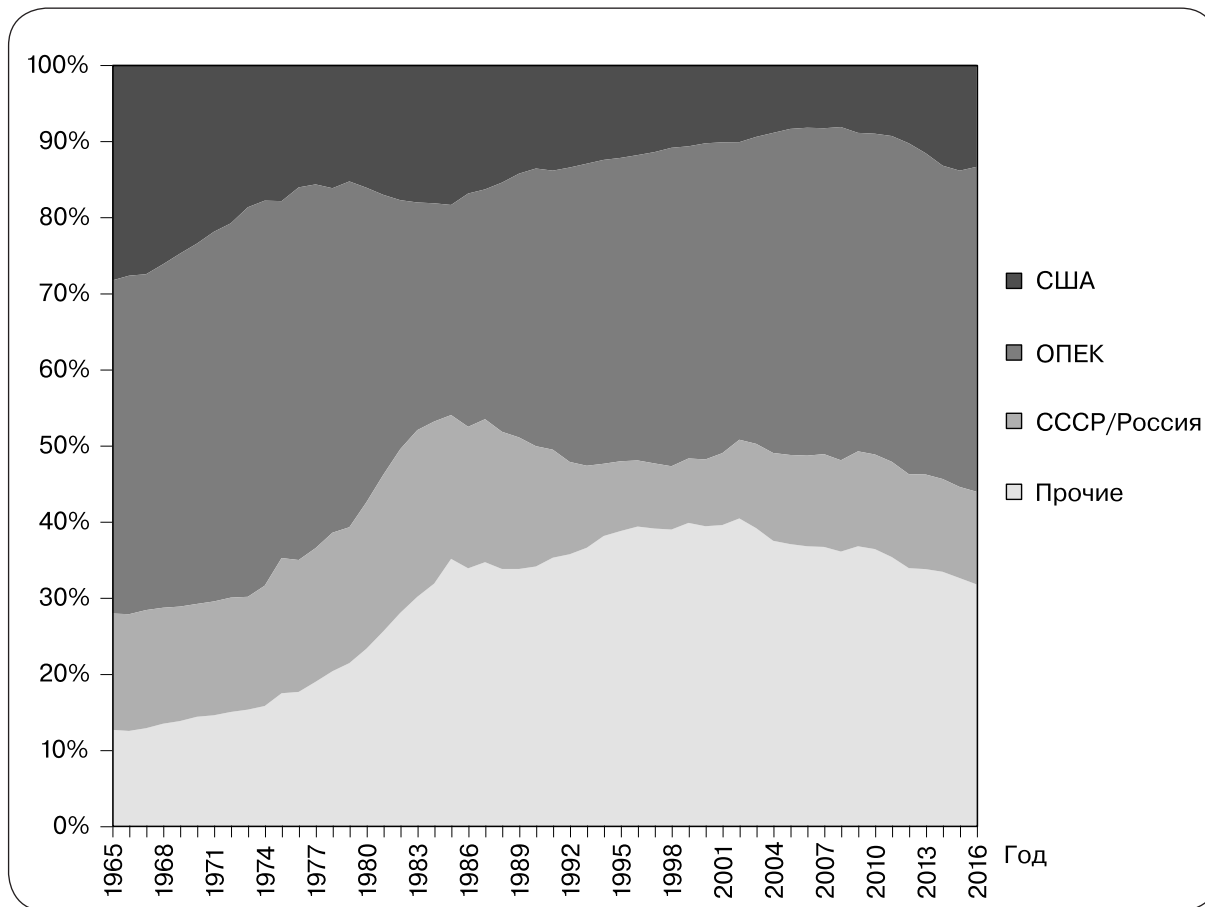


Рис. 2. Доля мировой добычи нефти по основным участникам рынка нефти, 1965–2016 гг.

Составлено по данным BP Global, Statistical Review of World Energy, <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics.html>.

Параллельно постоянному росту добычи нефти (рис. 3) с 2014 г. началось устойчивое падение цен на нефть (рис. 4). С одной стороны, странам — участникам ОПЕК было выгодно наращивание объемов добычи нефти и падение ее цены для удержания доли рынка после стремительного прорыва США со сланцевой революцией. С другой стороны, устойчивое падение цен стало угрозой для всех участников рынка. В данной ситуации всем основным нефтедобывающим странам следовало бы снижать объемы добычи нефти, но каждой из

них по отдельности накладывать ограничение на добычу не является выгодным — из-за увеличения прибыли для всех тех участников рынка, которые придерживаются стратегии высокого уровня выпуска (данный конфликт интересов широко известен в теории игр как дилемма заключенного). Преодоление его возможно, например, за счет кооперативного соглашения среди участников, что фактически и произошло осенью 2016 г. в Вене на встрече стран — членов ОПЕК, когда были зафиксированы квоты на добычу нефти (табл. 1).

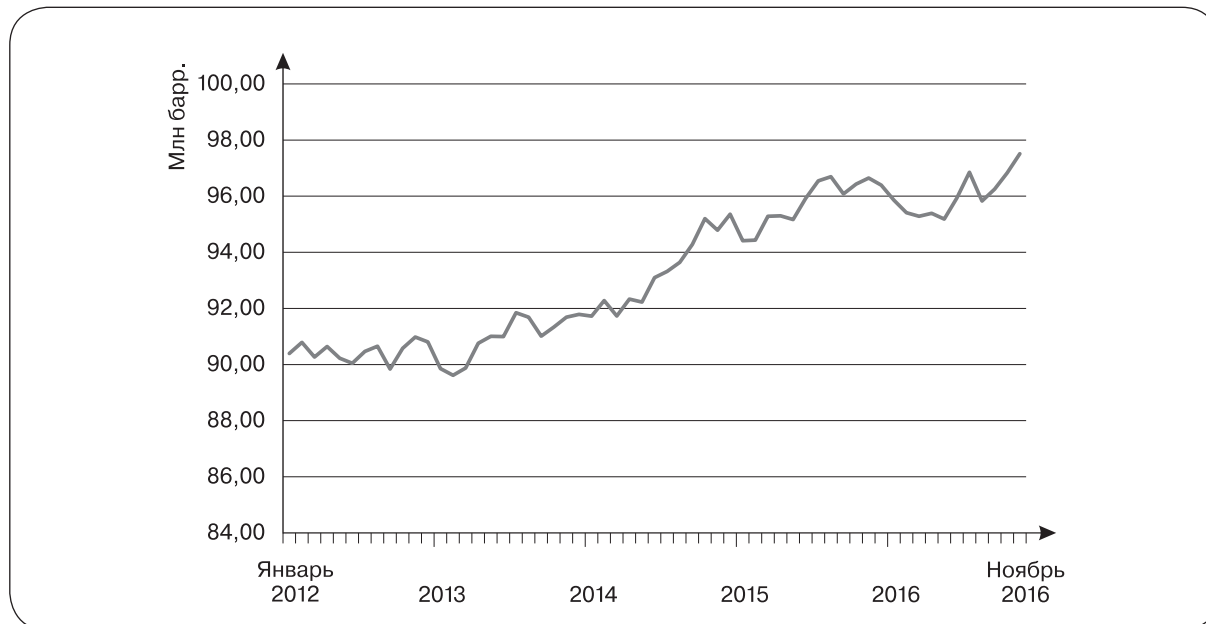


Рис. 3. Объем мировой добычи нефти в период с января 2012 г. по ноябрь 2016 г., млн баррелей в день

Составлено по: данные EIA Short-Term Energy Outlook, <https://www.eia.gov/outlooks/steo/>.

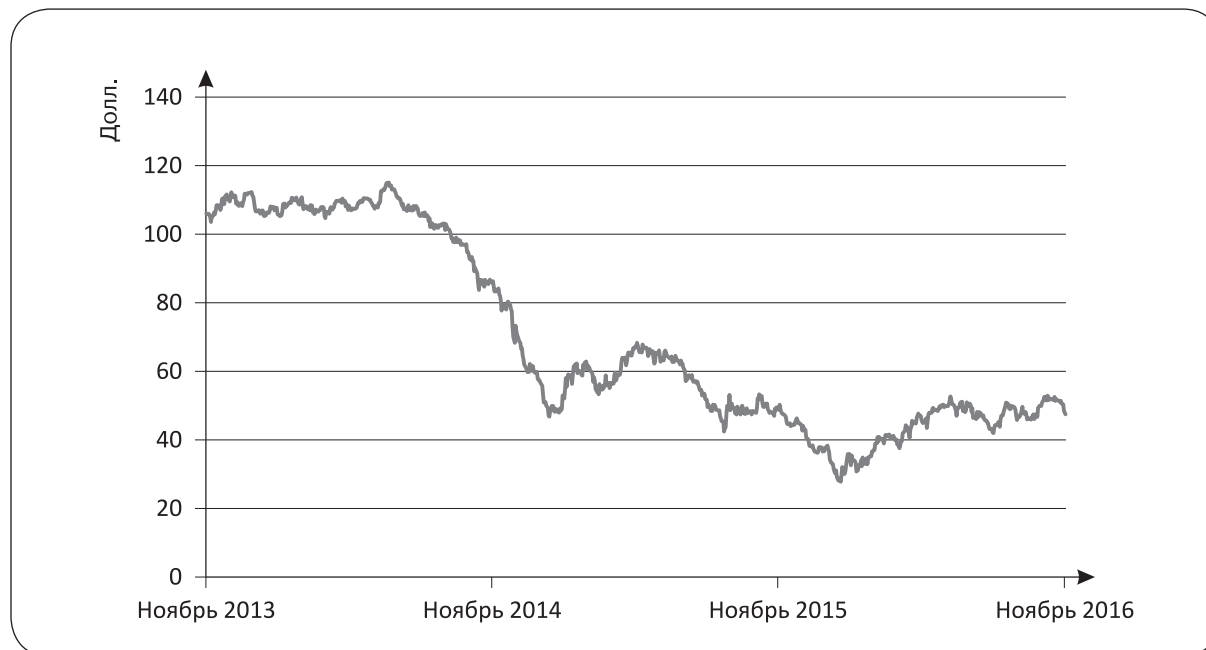


Рис. 4. Динамика цен на нефть марки Brent в период с ноября 2013 г. по ноябрь 2016 г., долл. США за баррель

Составлено по: данные «Финам», <https://www.finam.ru/profile/tovary/brent/>.

Таблица 1

Согласованные квоты на добычу сырой нефти, тыс. баррелей в день

Страна	Объявленный уровень добычи	Сокращение	Квота на добычу к январю 2017 г.
Алжир	1089	-50	1039
Ангола	1751	-78	1673
Эквадор	548	-26	522
Габон	202	-9	193
Иран	3975	90	3797
Ирак	4561	-210	4351
Кувейт	2838	-131	2707
Катар	648	-30	618
Саудовская Аравия	10 544	-486	10 058
ОАЭ	3013	-139	2874
Венесуэла	2067	-95	1972
Россия	11 229	-300	10 929

Составлено по: данные ОПЕК [ОПЕК...].

### Модель стохастической некооперативной игры на мировом рынке нефти

Кооперативная игра, как известно, задается набором игроков и характеристической функцией. В данной работе значения характеристической функции для каждой возможной коалиции определяются равновесием по Нэшу соответствующей стратегической (некооперативной) игры, причем для наименее благоприятного для рассматриваемой коалиции сценария равновесного поведения игроков-аутсайдеров.

Таким образом, прежде чем построить кооперативную игру кооперативного соглашения на рынке нефти, построим модель некооперативной игры для нахождения равновесных прибылей во всех возможных случаях объединения. Полученные в данном разделе равновесные по Нэшу прибыли некооперативной игры будут являться значениями характеристической функции кооперативной игры для соответствующего состава коалиции.

С учетом специфики олигополистических рынков, наихудшим сценарием относительно членов коалиции будет сохранение независимости прочих участников рынка, так как их объединение усилило бы концентрацию отрасли и положительно отразилось на прибылях внешних игроков. Таким образом, мы будем предполагать, что в отрасли возможно образование единичного кооперативного соглашения.

Для записи модели необходимо ввести систему обозначений, позволяющую различать случайные величины (используется полужирный шрифт) и их математические ожидания (используется обычный шрифт). Кроме того, для обозначения оптимальных значений по Курно — Нэшу и Штакельбергу в качестве верхнего индекса добавляется символ \*.

Итак, рассмотрим олигополистический рынок, на котором присутствуют  $n$  асимметричных по функции издержек нефтедобывающих стран из множества  $I = \{1, \dots, n\}$ , конкурирующих между собой по объемам добычи  $q_i$ . Для простоты модели предпо-



ложим, что нефть является гомогенным продуктом, спрос на который задается линейно:

$$P = a - b \sum_{i=1}^n q_i,$$

где  $a > 0$ , а  $b$  является случайной величиной, причем  $\frac{1}{b} \sim N\left(\frac{1}{\bar{b}}, \sigma\right)$ .

Пусть функции общих издержек рассматриваемых стран  $C_i(q_i) = c_i q_i$ . Пусть также у стран нет ограничений на объемы добычи нефти.

*Рыночное равновесие в случае отсутствия кооперативного соглашения*

Страны выбирают объем добычи нефти, стремясь максимизировать их прибыли  $v_i$ :

$$v_i(q_i, q_{-i}) = q_i P - C_i(q_i),$$

где  $q_{-i} = (q_1, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_n)$ . Равновесие Курно — Нэша в условиях отсутствия кооперативного соглашения тогда определяется равенством

$$E[q_i^*] = \frac{a - (n+1)c_i + \sum_{j \in I} c_j}{b(n+1)}$$

или

$$E[q_i^*] = \frac{1}{b} \left( \frac{a - \bar{c}}{n+1} + \bar{c} - c_i \right),$$

где  $\bar{c} = \frac{1}{n} \sum_{i \in I} c_i$  — среднеотраслевые издержки; причем

$$D[q_i^*] = \sigma \left( \frac{a - \bar{c}}{n+1} + \bar{c} - c_i \right)^2.$$

Ожидаемая равновесная рыночная цена  $E[P^*]$  и ожидаемое совокупное предложение  $E[Q^*]$  тогда определяются из функции спроса, соответственно, как

$$E[P^*] = \frac{a + \sum_{i \in I} c_i}{n+1},$$

$$E[Q^*] = \frac{an - \sum_{i \in I} c_i}{(n+1)b},$$

а ожидаемая прибыль игроков в равновесии равна

$$E[v_i^*] = \frac{\left( a - (n+1)c_i + \sum_{j \in I} c_j \right)^2}{b(n+1)^2},$$

причем дисперсия определяется следующей формулой:

$$D[v_i^*] = \sigma \left( \frac{a - \bar{c}}{n+1} + \bar{c} - c_i \right)^4.$$

Рассмотрим далее случай, когда игроки могут образовывать кооперативное соглашение.

*Рыночное равновесие в случае кооперативного соглашения*

В случае образования кооперативного соглашения  $S \subseteq I$  из  $|S| = s$  стран, страны — участники кооперативного соглашения определяют их суммарный объем добычи нефти  $q_S = \sum_{i \in S} q_i$ , максимизирующий их общую прибыль

$$v_S(q_S, q_{-S}) = q_S \left( a - b q_S - b \sum_{j \notin S} q_j - c_S \right),$$

где  $q_{-S} = \sum_{i \notin S} q_i$ ,  $c_S$  — средние издержки объ-

единения стран  $S$ . Если игроки образуют коалицию  $S$ , будем предполагать, что такая коалиция становится лидером по Штакельбергу, а игроки, не участвующие в ней, — последователями. Равновесие по Штакельбергу тогда определяется как

$$E[q_S^*] = \frac{a + \sum_{j \in S} c_j - c_S (n-s+1)}{2b}$$

и

$$E[q_{i \notin S}^*] = \frac{a - (2c_i - c_S)(n-s+1) + \sum_{j \in S} c_j}{2b(n-s+1)},$$

причем дисперсия определяется формулой

$$D[q_S^*] = \sigma \left( \frac{a - c_S + (\bar{c}_{-S} - c_S)(n - s)}{2} \right)^2,$$

$$\text{где } \bar{c}_{-S} = \frac{1}{n - s} \sum_{i \in S} c_i.$$

Ожидаемая равновесная рыночная цена  $E[P^*]$  и ожидаемое совокупное предложение  $E[Q^*]$  в условиях кооперативного соглашения равны, соответственно,

$$E[P^*] = \frac{a + c_S(n - s + 1) + \sum_{j \in S} c_j}{2(n - s + 1)}.$$

$$E[Q^*] = \frac{2a(n - s + 1) - a - c_S(n - s + 1) - \sum_{j \in S} c_j}{2(n - s + 1)b}.$$

Тогда общая ожидаемая прибыль участников кооперативного соглашения определяется равенством

$$E[v_S^*] = \frac{\left( a + \sum_{j \in S} c_j - c_S(n - s + 1) \right)^2}{4b(n - s + 1)},$$

причем дисперсия определяется следующей формулой:

$$D[v_S^*] = \sigma \left( \frac{(a - c_S + (\bar{c}_{-S} - c_S)(n - s))^2}{4(n - s + 1)} \right)^2$$

и ожидаемые прибыли прочих стран, игроков-последователей составляют

$$E[v_{i \notin S}^*] = \frac{\left( a - (2c_i - c_S)(n - s + 1) + \sum_{j \in S} c_j \right)^2}{4b(n - s + 1)^2}.$$

Используя полученные равновесные значения прибылей, построим далее стохастическую кооперативную игру конкуренции на мировом рынке нефти.

### Модель стохастической кооперативной игры на мировом рынке нефти

Стохастическая кооперативная игра кооперативного соглашения на мировом рын-

ке нефти задается далее как  $(I, v)$ . Здесь  $I = \{1, \dots, N\}$  — множество крупнейших нефтедобывающих стран-игроков, т.е. Россия, США, Саудовская Аравия, Иран, Ирак, остальные члены ОПЕК, которые могут вместе образовать кооперативное соглашение, и все остальные нефтедобывающие страны, которые в нашей модели не могут входить в коалицию. Несмотря на то что США фактически не вошли в рассматриваемое кооперативное соглашение и, более того, добыча нефти в США ведется на уровне частных компаний, США являются значимым игроком на рынке, и все остальные его участники должны учитывать их стратегию, поэтому они включены в перечень основных игроков модели. Так, мы предполагаем возможность кооперативного соглашения между различными комбинациями шести игроков, тогда как на рынке действуют семь игроков ( $N = n - 1 = 6$ , где седьмой игрок — все прочие нефтедобывающие страны). Для каждой коалиции (кооперативного соглашения)  $S$  случайная характеристическая функция игры  $v^*(S)$  предполагается нормально распределенной с параметрами  $E[v^*]$  и  $D[v^*]$ , и ее значения характеризуют прибыли этих коалиций. Под выигрышами коалиции понимаются равновесные прибыли, получаемые в случае образования соответствующего кооперативного соглашения, т.е. случайные нормально распределенные величины с параметрами, соответствующими формулам, полученным в предыдущем разделе:

$$v^*(\emptyset) = 0,$$

$$E[v_{S:|S|=1}] = \frac{1}{b} \left( \frac{a - \bar{c}}{N + 2} + \bar{c} - c_i \right)^2,$$

$$D[v_{S:|S|=1}] = \sigma \left( \frac{a - \bar{c}}{N + 2} + \bar{c} - c_i \right)^4.$$

$$E[v_{S:|S|>1}] = \frac{(a - c_S + (\bar{c}_{-S} - c_S)(N - s + 1))^2}{4b(N - s + 2)},$$

причем

$$D[v_{S:|S|>1}] = \sigma \frac{(a - c_S + (\bar{c}_{-s} - c_S)(N - s + 1))^4}{16(N - s + 2)^2}.$$

Следовательно, значения параметров распределения характеристической функции для большой коалиции, т. е. когда  $|S| = s = N$ , равны

$$E[v_I^*] = \frac{(a - 2c_S + \bar{c}_{-s})^2}{8b},$$

причем

$$D[v_I^*] = \sigma \frac{(a - 2c_S + \bar{c}_{-s})^4}{64}.$$

В работе [Конюховский, 2012] приводится следующее определение дележа стохастической кооперативной игры на основе квантили нормального распределения

$v_\alpha(i) = F_{v(i)}^{-1}(\alpha)$ , которая интерпретируется как мера риска VaR.

*Определение.* Дележом называется вектор  $x(\alpha) \in R^N$ , удовлетворяющий условиям индивидуальной рациональности

$$x_i(\alpha) \geq v_\alpha(i) \quad \forall i$$

и групповой рациональности игроков

$$\sum_{i=1}^N x_i(\alpha) \leq v_{1-\alpha}(I).$$

Стохастический аналог одной из концепций кооперативных игр, а именно аналог  $C$ -ядра, был предложен в работах [Konukhovskiy, Malova, 2015; 2016].

*Определение.* Стохастическое  $C_\alpha$ -ядро — это множество дележей, удовлетворяющих условиям индивидуальной и групповой рациональности, для которых  $\forall S \subset I: S \neq \emptyset, S \neq I$  выполняется  $x(\alpha, S) \geq v_\alpha(S)$ , где  $x(\alpha, S) = \sum_{i \in S} x_i(\alpha)$ .

Таким образом, дележ, принадлежащий  $C_\alpha$ -ядру, предписывает любой коалиции долю выигрыша большой коалиции (коалиции из всех игроков) не меньшую, чем квантиль полезности данной коалиции для заданного уровня  $\alpha$ .

## Данные

Для анализа ситуации и тенденций на мировом нефтяном рынке в данной работе используются: два открытых информационных ресурса с объемами добычи нефти — International Energy Agency и Bp Global (табл. 2–3); открытый ресурс данных по историческим котировкам цен на нефть марок Brent и Light «Финам» (табл. 4) и закрытый ресурс с информацией о затратах на добычу нефти (капитальные расходы)

Таблица 2

Объем добычи сырой нефти в январе 2015 — октябре 2016 г., млн баррелей в день

Дата	США	ОПЕК	В мире
январь 2015 г.	14,77	37,39	94,43
февраль 2015 г.	14,95	37,38	94,45
март 2015 г.	15,07	37,98	95,30
апрель 2015 г.	15,33	38,19	95,31
май 2015 г.	15,22	38,08	95,18
июнь 2015 г.	15,02	38,63	95,94
июль 2015 г.	15,22	38,80	96,56
август 2015 г.	15,20	38,71	96,71
сентябрь 2015 г.	15,20	38,78	96,10
октябрь 2015 г.	15,19	38,64	96,45
ноябрь 2015 г.	15,22	38,65	96,66
декабрь 2015 г.	15,09	38,41	96,41
январь 2016 г.	14,93	38,46	95,88
февраль 2016 г.	14,87	38,34	95,42
март 2016 г.	15,06	38,32	95,29
апрель 2016 г.	14,83	38,83	95,40
май 2016 г.	14,99	38,81	95,19
июнь 2016 г.	14,81	39,61	95,95
июль 2016 г.	14,85	39,68	96,89
август 2016 г.	14,68	39,66	95,89
сентябрь 2016 г.	14,43	39,65	96,00
октябрь 2016 г.	14,53	39,94	97,36

Составлено по: данные EIA Short-Term Energy Outlook, <https://www.eia.gov/outlooks/steo/>.

Таблица 3

## Объем добычи сырой нефти в 1985–2015 гг., млн т

Год	Россия	США	Саудовская Аравия	Ирак	Иран	ОПЕК	Весь мир
1985	542,31	498,71	172,07	69,84	110,35	771,80	2796,62
1986	561,18	482,33	252,59	93,19	102,70	901,54	2941,46
1987	569,48	467,26	221,07	117,26	116,73	890,48	2952,36
1988	568,78	459,06	276,52	136,70	117,38	1007,76	3074,60
1989	552,23	429,03	271,15	138,97	143,84	1077,05	3108,51
1990	515,89	416,62	342,62	105,30	162,79	1159,24	3175,55
1991	461,94	422,90	428,36	13,94	174,37	1164,45	3165,74
1992	398,81	413,03	442,39	26,15	175,68	1241,85	3195,48
1993	354,88	397,01	432,79	22,33	184,29	1273,58	3194,84
1994	317,58	387,50	437,25	24,79	184,98	1301,46	3244,24
1995	310,75	383,55	437,21	26,03	185,46	1317,22	3286,42
1996	302,87	382,06	445,36	28,57	186,64	1364,98	3384,42
1997	307,42	379,95	453,20	57,14	186,96	1433,33	3486,18
1998	304,34	368,13	454,41	104,19	190,79	1491,59	3550,66
1999	304,77	352,63	422,38	128,27	178,12	1435,42	3486,94
2000	326,65	347,57	456,04	128,80	191,71	1511,30	3617,86
2001	351,68	344,53	440,39	123,87	189,83	1485,31	3618,04
2002	383,70	341,95	425,19	103,87	177,48	1411,80	3601,73
2003	425,72	332,55	486,21	66,02	199,83	1509,64	3736,12
2004	463,29	325,37	500,43	99,95	205,59	1645,24	3903,56
2005	474,81	308,97	521,28	89,93	207,78	1690,75	3937,85
2006	485,63	304,56	508,95	98,02	210,55	1711,69	3963,90
2007	496,77	305,17	488,89	105,09	212,19	1692,86	3951,16
2008	493,67	302,33	509,87	119,32	212,95	1745,59	3986,80
2009	500,82	322,48	456,72	119,93	205,59	1623,62	3887,03
2010	511,79	332,82	473,82	121,48	211,85	1670,76	3979,05
2011	518,83	344,97	525,95	136,68	212,70	1710,85	4012,38
2012	526,04	393,68	549,83	152,50	180,45	1782,36	4119,21
2013	531,10	448,03	538,43	153,24	169,62	1734,42	4126,55
2014	534,11	522,81	543,44	160,28	174,68	1733,29	4228,68
2015	540,72	567,25	568,49	197,02	182,58	1806,63	4361,89

Составлено по: данные BP Global, Statistical Review of World Energy, <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics.html>.

Rystad Energy UCube (табл. 5). Для проведения эмпирического анализа мирового рынка нефти были использованы данные за период с начала 2015 г. по октябрь 2016 г.

## Результаты

Для проведения расчетов выигрышей всех возможных коалиций построенной стохастической кооперативной игры мирового

Таблица 4

Цены на нефть марок Brent и Light  
в период с января 2015  
по октябрь 2016 г., долл. за баррель

Период	Цена	
	Brent	Light
январь 2015 г.	62,48	49,52
февраль 2015 г.	55,10	47,51
март 2015 г.	66,80	59,75
апрель 2015 г.	65,19	59,85
май 2015 г.	63,14	58,73
июнь 2015 г.	51,85	46,77
июль 2015 г.	53,12	47,72
август 2015 г.	48,44	45,71
сентябрь 2015 г.	49,5	46,39
октябрь 2015 г.	44,5	41,97
ноябрь 2015 г.	37,6	37,07
декабрь 2015 г.	35,91	33,11
январь 2016 г.	36,64	33,99
февраль 2016 г.	40,14	37,82
март 2016 г.	47,32	45,99
апрель 2016 г.	49,52	48,75
май 2016 г.	49,74	48,64
июнь 2016 г.	43,27	41,76
июль 2016 г.	46,97	45
август 2016 г.	49,99	48,05
сентябрь 2016 г.	48,51	46,97
октябрь 2016 г.	44,52	43,12

Примечание: в таблице представлены цены закрытия для каждого периода.

Составлено по: данные «Финам», <https://www.finam.ru/profile/tovary/brent/>.

рынка нефти предварительно были получены оценки некоторых экзогенных параметров модели, а именно — параметров спроса  $\alpha$ ,  $E\left[\frac{1}{b}\right]$ ,  $D\left[\frac{1}{b}\right]$ .

Параметры линейной функции спроса были оценены методом наименьших квадратов на основе месячных данных об общемировом объеме добычи нефти (табл. 2) и средних на конец периода ценах марок Brent и Light (табл. 4) с января по август

Таблица 5

Средние затраты на добычу нефти,  
январь — ноябрь 2016 г., долл. за баррель

Страна	Цена
Россия	19,2
США	23,4
Саудовская Аравия	9,0
Ирак	10,6
Иран	9,1
Алжир	19,6
Ангола	33,9
Эквадор	20,1
Габон	Нет данных
Индонезия	19,7
Кувейт	8,1
Ливия	22,8
Нигерия	30,3
Катар	Нет данных
Венесуэла	27,6
ОАЭ	11,8
Остальные страны	24,9

Составлено по: данные Rystad Energy UCube, <https://www.rystadenergy.com/products/EnP-Solutions/ucube/>.

2016 г. Выбор такого временного промежутка ограничен фактором высокой волатильности спроса, с одной стороны, и с требованиями о минимальной достаточности наблюдений для использования указанного эконометрического метода — с другой. Период с сентября 2016 г. мы также не рассматривали в связи с возможными искажениями функции спроса, вызванными ожиданиями рынка по поводу достижения среди основных нефтедобывающих стран договоренностей на осенних встречах в Алжире и Вене. В данный период цены на нефть определялись в большей степени ожидаемым будущим сокращением объемов добычи нефти, нежели текущим уровнем добычи. Так, нами была построена линейная регрессия для нахождения цены на нефть:

Таблица 6

## Некоторые расчетные дележи кооперативной игры мирового рынка нефти

$i$	1	2	3	4	5	6	$\alpha$	$v_{1-\alpha}(I)$	$x(\alpha, I)$
$x_1$	250,949	138,555	697,245	605,066	682,023	190,401	37,0%	2564,239	2564,239
$x_2$	253,125	138,752	689,607	607,729	684,531	190,494	37,0%	2564,239	2564,239
$x_3$	252,650	138,277	689,131	607,254	684,056	190,019	37,64%	2561,387	2561,387
$x_4$	253,158	138,555	697,245	601,748	678,704	190,401	38,0%	2559,812	2559,812

Примечание: 1 — Россия, 2 — США, 3 — Саудовская Аравия, 4 — Иран, 5 — Ирак, 6 — остальные страны — члены ОПЕК.

Источник: расчеты автора.

$$P = 164,73 - 1,25Q,$$

где  $Q$  — мировой уровень добычи нефти в млн баррелей в день,  $P$  — средняя цена за баррель нефти в долларах США.

Параметр пересечения и обратное значение коэффициента наклона оцененной функции спроса были использованы в качестве оценок первых двух экзогенных параметров, т. е.  $\alpha = 164,73$  и  $E\left[\frac{1}{b}\right] \approx 0,8$ .

Далее была построена серия регрессионных моделей колебания функции спроса с использованием данных с октября 2015 г. по октябрь 2016 г. и с учетом уже оцененной константы спроса, которая предполагается неизменной. Каждая регрессионная модель была построена на основе смежных четырех месяцев, и, таким образом, были получены десять оценок параметра наклона кривой спроса. Так, на основе выборочной дисперсии обратной величины данного параметра было получено, что  $D\left[\frac{1}{b}\right] \approx 0,0007$ , и значит,  $\sigma \approx 0,03$ .

Рассматриваемые нами шесть игроков могут образовать 64 возможные коалиции. Итоги расчетов значений эндогенных переменных по формулам модели стохастической кооперативной игры на мировом рынке нефти (табл. 2–5) и оцененной регрессии, а именно средние издержки коалиции (табл. 5), ожидаемый равновесный объем ее добычи, ее ожидаемая прибыль

и дисперсия ее прибыли, а также равновесный объем добычи для всех остальных нефтедобывающих стран (игрок 7), общий равновесный объем добычи нефти и равновесная рыночная цена на нефть для каждого возможного случая объединения, представлены в табл. А Приложения.

На основе оценок параметров характеристической функции для каждой неполной коалиции можно рассчитать значение  $v_\alpha(S)$  и для большой коалиции — значение  $v_{1-\alpha}(S)$  для любого уровня значимости  $\alpha$ , необходимые для определения допустимых параметров дележа игры ( $x_i(\alpha)$ ), а также для определения дележей из множества  $C_\alpha$ -ядра. Примеры рассчитанных VaR для каждой коалиции для некоторых уровней значимости приведены в табл. Б Приложения.

С ростом уровня значимости  $\alpha$  значения VaR промежуточных коалиций также растут, в то время как значение VaR большой коалиции снижается. Это связано со свойством неубывания функции распределения случайных величин. Таким образом, с ростом  $\alpha$  множество дележей из  $C_\alpha$ -ядра сужается. На примере рассматриваемого кейса кооперативного соглашения на мировом рынке нефти данное свойство можно видеть по примерам некоторых расчетных дележей из табл. 6.

Выбор дележа из непустого множества  $C_\alpha$ -ядра является одной из практических сложностей применения данной концепции

в детерминированном случае. В теории стохастических кооперативных игр данную задачу возможно решить с помощью изменения значения  $\alpha$ . Поэтому интересным вопросом является выбор такого уровня значимости  $\alpha^*$ , что  $C_{\alpha^*}$ -ядро окажется одноточечным. Из табл. А Приложения и табл. 6 можно видеть, что при уровне значимости  $\alpha = 37\%$  можно найти множество дележей из  $C_{\alpha}$ -ядра, например дележи  $x_1$  и  $x_2$ , а при уровне значимости  $\alpha = 38\%$   $C_{\alpha}$ -ядро оказывается пустым — дележ  $x_4$ , найденный как ближайший к ядру, ему не принадлежит (в табл. Б Приложения нарушение условий принадлежности  $C_{\alpha}$ -ядру выделено заливкой). В построенной нами стохастической кооперативной игре  $C_{\alpha}$ -ядро непусто для  $\alpha \in [0; \alpha^*]$ , причем  $\alpha^* \approx 37,64\%$ :

$$v_{1-\alpha^*}(I) = x(\alpha^*, I) = 2561,39.$$

Единственный дележ из  $C_{\alpha^*}$ -ядра при таком уровне значимости описывается вектором  $x_3(\alpha^*)$ :

$$x_3(\alpha^*) \approx (252,65; 138,28; 689,13; 607,254; 684,06; 190,02),$$

для России, США, Саудовской Аравии, Ирана, Ирака и группы иных стран — членов ОПЕК соответственно.

С учетом ожидаемой равновесной цены и ожидаемого равновесного общемирового уровня добычи нефти в случае образования кооперативного соглашения между всеми шестью игроками из табл. А Приложения можно рассчитать соответствующие данному дележу уровни добычи, т. е. уровень ожидаемых равновесных квот на добычу нефти, для данных игроков рынка (России, США, Саудовской Аравии, Ирана, Ирака и группы иных стран — членов ОПЕК):

$$E[q] \approx (7,03; 4,36; 14,94; 13,64; 14,86; 5,66),$$

при этом равновесный уровень добычи нефти всеми остальными нефтедобывающи-

ми странами уже рассчитан (см. табл. А Приложения, игрок 7).

Так, при образовании кооперативного соглашения на мировом рынке нефти общий равновесный объем ее добычи в соответствии с построенной моделью падает на 15,32% (с 103,16 млн баррелей до 87,35 млн баррелей). В соответствии с построенной моделью стохастической кооперативной игры России следует снизить уровень добычи нефти на 36,71%, США — снизить на 62,6% (если бы США участвовали в соглашении), а Саудовской Аравии — увеличить на 27,9%, Ирану — увеличить на 236,86%, Ираку — увеличить на 296,14%, остальным членам ОПЕК — снизить на 67,93%, остальным нефтедобывающим странам — снизить на 18,91%. Стоит отметить, что в данной работе была построена модель игры, функции выигрыша (прибыли) в которой не учитывают внутреннее потребление нефти странами. Так, например, США являются нетто-импортером нефти<sup>2</sup>, поэтому снижение добычи, рекомендуемое построенной моделью, приведет к росту импортозависимости страны и удорожанию стоимости импорта. Данный недостаток модели можно решить соответствующей поправкой функции прибыли стран. Также снижение добычи нефти США не может регулироваться на государственном уровне, так как нефть в США добывается в основном частными независимыми компаниями. Снижение добычи нефти в таком случае стоит ожидать в связи с экономическим смыслом понятия равновесия по Нэшу, в соответствии с которым игрокам выгодно отклоняться по отдельности от неравновесных ситуаций.

Сравнивая полученный результат стохастического моделирования кооперативного решения на мировом рынке нефти с фактическим соглашением октября 2016 г. (табл. 1), заключенным между странами ОПЕК и 11 другими странами,

<sup>2</sup> Данные EIA Short-Term Energy Outlook. <https://www.eia.gov/outlooks/steo/>.

в том числе Россией, можно обнаружить следующее распределение квот:

$$q_{\text{факт.}} \approx (10,93; -, 10,06; 4,35; 3,79; 14,02),$$

где «-» означает фактическое неучастие США в кооперативном соглашении.

Напомним, что игроками построенной модели являются, соответственно, Россия, США, Саудовская Аравия, Иран, Ирак, остальные члены ОПЕК, которые могут вместе образовать кооперативное соглашение, и все остальные нефтедобывающие страны, которые в нашей модели не могут входить в коалицию. Таким образом, всем участникам кооперативного соглашения в соответствии с построенной моделью можно было назначить большее сокращение добычи нефти, чем в достигнутом фактически соглашении, за исключением Саудовской Аравии, Ирана и Ирака. Полученные в модели результаты о сильном увеличении объема добычи для Ирана и Ирака соответствуют действительности — для Ирана (как, впрочем, и для Ливии и Нигерии) в ноябре 2017 г., когда принималось решение о продлении соглашения до конца 2018 г., было сделано исключение в договоре о возможности наращивания добычи. Ирак такой возможности не получил, хотя представители страны также на этом настаивали и наши результаты подтверждают такую необходимость. Наращивание добычи Саудовской Аравией в модели объясняется ее высокой эффективностью относительно себестоимости добычи нефти.

## Заключение

В статье рассмотрены принципы моделирования и разрешения конфликта интересов взаимодействующих в рамках одного рынка агентов. Приведенные методы могут быть использованы в теории и практике принятия управленческих решений как на микро-, так и на макроуровне.

На основе равновесных прибылей нефтедобывающих стран для различных слу-

чаев объединения, рассмотренных с помощью некооперативной теории игр, была построена характеристическая функция стохастической кооперативной игры кооперативного соглашения на мировом рынке нефти. В полученной модели был найден вектор дележей  $C_\alpha$ -ядра стохастической кооперативной игры, на основе которого рассчитывались равновесные объемы добычи нефти в случае кооперативного соглашения крупнейших нефтедобывающих стран. Результаты расчетов подтверждают рациональность и выгодность заключения кооперативного соглашения ключевых участников и предсказывают значительно большее снижение добычи нефти, нежели фактическое, принятое в соглашении.

Для анализа современной ситуации на мировом рынке нефти нами построена модель кооперативного соглашения на олигополистическом рынке, совмещающая в себе идеи конкуренции по Курно и по Штакельбергу. Игроки, объединяясь, становятся лидером по Штакельбергу, тогда как в условиях отсутствия кооперативного соглашения все игроки конкурируют по Курно. Такая логика возникает в связи с доступностью информации об условиях кооперативного соглашения для всех участников рынка и открывает возможность для расширения стимулов к объединению помимо хорошо изученных стремлений фирм к усилению концентрации отрасли и оптимизации затрат.

Задачи выгоды объединения экономических агентов и последующего распределения совместного результата деятельности могут встречаться в управленческой практике на самых различных рынках. Для их разрешения в детерминированном или стохастическом случае может быть применена представленная в данной работе модель с соответствующими поправками на рассматриваемую отрасль. Теоретическая значимость построенных в статье моделей обусловливается их универсальным харак-



тером, позволяющим распространить полученные выводы на различные сектора и отрасли экономики, в которых фирмы или другие экономические агенты конкурируют по объемам производимой продукции. В качестве возможных путей совершенствования модели можно привести, например, учет в функциях выигрышей игроков внутреннего потребления нефти странами, введение ограничений на объемы добычи нефти, которые определяются существующими мощностями и разведанными запасами,

а также рассмотрение других составов кооперативного соглашения, исключив, например, США, где превалирует добыча нефти частными компаниями.

### Благодарности

Авторы выражают благодарность начальнику Управления стратегического анализа Департамента стратегий и инноваций ПАО «Газпром нефть» эксперту Д. Демину за консультацию и ценные советы.

### ЛИТЕРАТУРА НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

Конюховский П. В. 2012. Применение стохастических кооперативных игр при обосновании инвестиционных проектов. *Вестник С.-Петербургского ун-та. Серия Экономика* (4): 134–143.

Настыч М. А. 2015. Справедливая стоимость фирм при экономической интеграции. *Финансы и кредит* (43): 53–66.

Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. 2012. *Теория игр*. 2-е изд. СПб.: БХВ.

### REFERENCES IN LATIN ALPHABET

Al-Sultan A. M. 1993. Alternative models for OPEC behavior. *Journal of Energy and Development* 18 (2): 263–281.

Baranova E. M., Petrosyan L. A. 2007. Cooperative stochastic games in stationary strategies. In: Petrosjan L., Mazalov V. V. (eds). *Game Theory and Applications*. Vol. 11. Nova Science Publishers; 1–7.

Berger K., Hoel M., Holden S., Olsen O. 1988. *The Oil Market as an Oligopoly*. Discussion Paper No. 32, Central Bureau Statistics.

Böckem S. 2004. Cartel formation and oligopoly structure: A new assessment of the crude oil market. *Applied Economics* 36 (12): 1355–1369.

Charnes A., Granot D. 1973. Prior solutions: Extensions of convex nucleolus solutions to chance-constrained games. *Proceedings of the Computer Science and Statistics Seventh Symposium at Iowa University*: 1013–1019.

Charnes A., Granot D. 1977. Coalitional and chance-constrained solutions to n-person games, II: Two-stage solutions. *Operation Research* 25 (6): 1013–1019.

Cournot A. A. 1838. *Recherches Sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*.

Dahl C., Yücel M. 1991. Testing alternative hypotheses of oil producer behavior. *Energy Journal* 12 (4): 117–138.

Danielsen A. L., Kim S. 1988. OPEC stability: An empirical assessment. *Energy Economics* 10 (3): 174–184.

Farrell J., Shapiro C. 1990. Horizontal mergers: An equilibrium analysis. *American Economic Review* 80 (1): 107–126.

Gülen S. G. 1996. Is OPEC a cartel? Evidence from cointegration and causality tests. *Energy Journal* 17 (2): 43–57.

Jones C. T. 1990. OPEC behaviour under falling prices: Implications for cartel stability. *Energy Journal* 11 (3): 117–129.

- Konyukhovskiy P. V., Malova A. S. 2015. Stochastic cooperative games application to the analysis of economic agent's interaction. *Contributions to Game Theory and Management* **8**: 137–148.
- Konyukhovskiy P. V., Malova A. S. 2016. Application of stochastic cooperative games in the analysis of the interaction of economic agents. In: Bilgin M. H. et al. (eds). *Business Challenges in the Changing Economic Landscape*. Vol. 1. Proceedings of the 14th Eurasia Business and Economics Society Conference. Springer International Publishing: Switzerland; 355–367.
- Loderer C. 1985. A test of the OPEC cartel hypothesis: 1974–1983. *Journal of Finance* **40** (3): 991–1006.
- Matsushima N., Sato Y., Yamamoto K. 2013. Horizontal mergers, firm heterogeneity, and R&D investments. *B. E. Journal of Economic Analysis & Policy* **13** (2): 959–990.
- Molchanov P. 2003. *A Statistical Analysis of OPEC Quota Violations*. Duke University. Department of Economics: Durham, NC.
- Nastyч M. 2014. M&A cooperative games. *Equilibrium. Quarterly Journal of Economics and Economic Policy* **9** (1): 119–130.
- Neary J. P. 2007. Cross-border mergers as instruments of comparative advantage. *Review of Economic Studies* **74** (4): 1229–1257.
- OPEC. *OPEC Press Release*. [Electronic resource]. [http://www.opec.org/opec\\_web/static\\_files\\_project/media/downloads/press\\_room/OPEC%20agreement.pdf](http://www.opec.org/opec_web/static_files_project/media/downloads/press_room/OPEC%20agreement.pdf)
- Perry M. K., Porter R. H. 1985. Oligopoly and the incentive for horizontal merger. *American Economic Review* **75** (1): 219–227.
- Plaut S. E. 1981. OPEC is not a cartel. *Challenge* **24** (5): 18–24.
- Polasky S. 1992. Do oil producers act as 'oil'igopolists? *Journal of Environmental Economics and Management* **23** (3): 216–247.
- Salant S. W. 1976. Exhaustible resources and industrial structure: A Nash–Cournot approach to the world oil market. *Journal of Political Economy* **84** (5): 1079–1094.
- Salant S. W., Switzer S., Reynolds R. J. 1983. Losses from horizontal merger: The effects of an exogenous change in industry structure on Cournot–Nash equilibrium. *Quarterly Journal of Economics* **98** (2): 185–199.
- Smith J. L. 2005. Inscrutable OPEC? Behavioral tests of the cartel hypothesis. *Energy Journal* **26** (1): 51–82.
- Suijs J., Born P. 1999. Stochastic Cooperative Games: Superadditivity, Convexity, and Certainty Equivalents *Games and Economic Behavior* **27**: 331–345.
- Suijs J. P. M., Borm P. E. M., De Waegenaere A. M. B., Tijs S. H. 1999. Cooperative games with stochastic payoffs. *European Journal of Operational Research* **113** (1): 193–205.
- Tang L., Hammoudeh S. 2002. An empirical exploration of the world oil price under the target zone model. *Energy Economics* **24** (6): 577–596.
- Stackelberg H. 1934. *Marktform und Gleichgewicht*. Springer: Wien und Berlin.
- Yeung D. W. K., Petrosyan L. A. 2004. Subgame consistent cooperative solutions in stochastic differential games. *Journal of Optimization Theory and Applications* **120** (3): 651–666.
- Youhanna S. J. 1994. A note on modelling OPEC behavior 1983–1989: A test of the cartel and competitive hypotheses. *American Economist* **38** (2): 78–84.

#### Translation of references in Russian into English

- Konyukhovskiy P. V. 2012. Application of stochastic cooperative games under investment projects evaluation. *Vestnik of Saint Petersburg University. Economics [Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Seriya Ekonomika]* (4): 134–143. (In Russian)
- Nastyч M. A. 2015. Fair value of firms under integration deals. *Finance and Credit [Finansy i Kredit]* (43): 53–66. (In Russian)
- Petrosyan L. A., Zenkevich N. A., Shevkopyas E. V. 2012. *Game Theory*. 2nd ed. St. Petersburg: BHV. (In Russian)

Статья поступила в редакцию  
15 марта 2018 г.  
Принята к публикации  
24 августа 2018 г.

## Приложение

Таблица А

Расчетные значения для стохастической кооперативной игры для мирового рынка нефти

$S \setminus i$	1*	2	3	4	5	6	$C_s$	$E[q_s]$	$E[q_7]$	$E[Q]$	$P$	$E[v_s]$	$D[v_s]$
1	0**	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0
2	1	0	0	0	0	0	19,21	12,82	8,31	103,16	35,29	206,14	48
3	0	1	0	0	0	0	23,35	9,52	8,31	103,16	35,29	113,67	14
4	0	0	1	0	0	0	8,98	20,97	8,31	103,16	35,29	551,79	341
5	0	0	0	1	0	0	10,57	19,70	8,31	103,16	35,29	487,12	266
6	0	0	0	0	1	0	9,08	20,89	8,31	103,16	35,29	547,60	336
7	0	0	0	0	0	1	21,55	10,95	8,31	103,16	35,29	150,45	25
8	1	1	0	0	0	0	21,28	44,67	4,58	67,00	30,62	417,31	7019
9	1	0	1	0	0	0	14,10	67,58	2,67	61,28	28,23	954,96	36 755
10	1	0	0	1	0	0	14,89	65,04	2,89	61,91	28,49	884,68	31 544
11	1	0	0	0	1	0	14,15	67,42	2,69	61,32	28,24	950,47	36 410
12	1	0	0	0	0	1	20,38	47,54	4,34	66,29	30,32	472,54	8999
13	0	1	1	0	0	0	16,17	60,98	3,22	62,93	28,92	777,56	24 368
14	0	1	0	1	0	0	16,96	58,44	3,44	63,56	29,18	714,27	20 562
15	0	1	0	0	1	0	16,22	60,82	3,24	62,97	28,93	773,50	24 114
16	0	1	0	0	0	1	22,45	40,94	4,89	67,94	31,01	350,45	4950
17	0	0	1	1	0	0	9,78	81,35	1,53	57,83	26,79	1383,86	77 184
18	0	0	1	0	1	0	9,03	83,72	1,33	57,24	26,54	1465,85	86 600
19	0	0	1	0	0	1	15,27	63,84	2,99	62,21	28,62	852,33	29 279
20	0	0	0	1	1	0	9,83	81,19	1,54	57,87	26,80	1378,44	76 581
21	0	0	0	1	0	1	16,06	61,31	3,20	62,84	28,88	786,00	24 900
22	0	0	0	0	1	1	15,32	63,68	3,00	62,25	28,63	848,08	28 988
23	1	1	1	0	0	0	17,18	57,74	5,42	74,45	31,67	836,68	19 593
24	1	1	0	1	0	0	17,71	56,05	5,50	75,12	31,78	788,43	17 398
25	1	1	0	0	1	0	17,21	57,63	5,42	74,49	31,68	833,60	19 449
26	1	1	0	0	0	1	21,37	44,38	6,09	79,79	32,51	494,29	6838
27	1	0	1	1	0	0	12,92	71,32	4,74	69,02	30,82	1276,52	45 608
28	1	0	1	0	1	0	12,42	72,90	4,66	68,38	30,72	1333,83	49 794
29	1	0	1	0	0	1	16,58	59,65	5,32	73,68	31,55	892,93	22 316
30	1	0	0	1	1	0	12,95	71,21	4,75	69,06	30,82	1272,72	45 336
31	1	0	0	1	0	1	17,11	57,96	5,41	74,36	31,66	843,07	19 893
32	1	0	0	0	1	1	16,61	59,54	5,33	73,73	31,56	889,75	22 157
33	0	1	1	1	0	0	14,30	66,92	4,96	70,78	31,09	1123,90	35 354
34	0	1	1	0	1	0	13,80	68,51	4,88	70,14	30,99	1177,71	38 820
35	0	1	1	0	0	1	17,96	55,25	5,54	75,44	31,83	766,08	16 426
36	0	1	0	1	1	0	14,33	66,82	4,97	70,82	31,10	1120,33	35 130
37	0	1	0	1	0	1	18,49	53,56	5,63	76,12	31,93	719,94	14 507
38	0	1	0	0	1	1	17,99	55,14	5,55	75,49	31,83	763,14	16 300
39	0	0	1	1	1	0	9,54	82,09	4,20	64,71	30,14	1690,92	80 026
40	0	0	1	1	0	1	13,70	68,83	4,86	70,01	30,97	1188,96	39 565

Окончание табл. А

$S \setminus i$	1*	2	3	4	5	6	$C_s$	$E[q_s]$	$E[q_7]$	$E[Q]$	$P$	$E[v_s]$	$D[v_s]$
41	0	0	1	0	1	1	13,20	70,41	4,79	69,38	30,88	1244,28	43 333
42	0	0	0	1	1	1	13,73	68,73	4,87	70,05	30,98	1185,29	39 321
43	1	1	1	1	0	0	15,53	63,01	8,31	81,04	35,29	1245,39	27 782
44	1	1	1	0	1	0	15,16	64,20	8,31	80,44	35,29	1292,77	29 937
45	1	1	1	0	0	1	18,27	54,26	8,31	85,42	35,29	923,41	15 274
46	1	1	0	1	1	0	15,55	62,93	8,31	81,08	35,29	1242,24	27 642
47	1	1	0	1	0	1	18,67	52,99	8,31	86,05	35,29	880,78	13 896
48	1	1	0	0	1	1	18,30	54,18	8,31	85,46	35,29	920,70	15 184
49	1	0	1	1	1	0	11,96	74,38	8,31	75,35	35,29	1735,53	53 954
50	1	0	1	1	0	1	15,08	64,44	8,31	80,32	35,29	1302,64	30 396
51	1	0	1	0	1	1	14,71	65,63	8,31	79,73	35,29	1351,09	32 699
52	1	0	0	1	1	1	15,10	64,36	8,31	80,36	35,29	1299,42	30 246
53	0	1	1	1	1	0	13,00	71,08	8,31	77,00	35,29	1584,97	44 999
54	0	1	1	1	0	1	16,11	61,14	8,31	81,97	35,29	1172,67	24 633
55	0	1	1	0	1	1	15,74	62,33	8,31	81,38	35,29	1218,66	26 603
56	0	1	0	1	1	1	16,14	61,06	8,31	82,01	35,29	1169,61	24 504
57	0	0	1	1	1	1	12,55	72,51	8,31	76,29	35,29	1649,48	48 737
58	1	1	1	1	1	0	14,24	67,12	13,90	85,23	42,31	1884,25	35 773
59	1	1	1	1	0	1	16,73	59,17	13,24	89,21	41,48	1464,20	21 602
60	1	1	1	0	1	1	16,43	60,12	13,32	88,73	41,58	1511,60	23 023
61	1	1	0	1	1	1	16,75	59,10	13,23	89,24	41,47	1461,05	21 509
62	1	0	1	1	1	1	13,88	68,27	13,99	84,66	42,43	1949,13	38 279
63	0	1	1	1	1	1	14,71	65,63	13,77	85,98	42,15	1801,31	32 693
64	1	1	1	1	1	1	15,46	63,23	24,11	87,35	55,13	2508,53	28 180

Примечания: \* — для игроков: 1 — Россия, 2 — США, 3 — Саудовская Аравия, 4 — Иран, 5 — Ирак, 6 — остальные члены ОПЕК;

\*\* — для коалиций: 0 — игрок не входит в коалицию, 1 — игрок входит в коалицию.

Таблица Б

**Расчетные значения некоторых дележей и VaR для стохастической кооперативной игры мирового рынка нефти**

$S^* \setminus \alpha$	37%			37,6431%		38%	
	$x_1(\alpha, S)$	$x_2(\alpha, S)$	$v_a(S), v_{1-\alpha^*}(I)$	$x_3(\alpha, S)$	$v_a(S), v_{1-\alpha^*}(I)$	$x_4(\alpha, S)$	$v_a(S), v_{1-\alpha^*}(I)$
	2	3	4	5	6	7	8
2	250,949	253,125	203,850	252,650	203,967	253,158	204,032
3	138,555	138,752	112,408	138,277	112,473	138,555	112,509
4	697,245	689,607	545,660	689,131	545,974	697,245	546,147
5	605,066	607,729	481,708	607,254	481,984	601,748	482,137
6	682,023	684,531	541,521	684,056	541,832	678,704	542,004
7	190,401	190,494	148,782	190,019	148,868	190,401	148,915
8	389,504	391,878	389,504	390,927	390,927	391,714	391,714
9	948,194	942,732	891,343	941,781	894,600	950,403	896,399

Продолжение табл. Б

1	2	3	4	5	6	7	8
10	856,015	860,855	825,739	859,904	828,756	854,906	830,423
11	932,971	937,656	887,143	936,706	890,384	931,862	892,176
12	441,350	443,619	441,057	442,669	442,669	443,559	443,559
13	835,800	828,359	725,760	827,409	728,412	835,800	729,877
14	743,622	746,482	666,685	745,531	669,121	740,303	670,467
15	820,578	823,284	721,971	822,333	724,609	817,260	726,066
16	328,956	329,246	327,101	328,296	328,296	328,956	328,956
17	1302,311	1297,336	1291,666	1296,386	1296,385	1298,993	1298,993
18	1379,268	1374,138	1368,188	1373,187	1373,187	1375,949	1375,949
19	887,646	880,100	795,547	879,150	798,453	887,646	800,060
20	1287,089	1292,261	1286,609	1291,310	1291,310	<b>1280,452</b>	<b>1293,907</b>
21	795,467	798,223	733,638	797,273	736,318	792,149	737,799
22	872,423	875,025	791,579	874,075	794,471	869,105	796,069
23	1086,749	1081,484	790,226	1080,059	792,604	1088,959	793,918
24	994,570	999,607	744,657	998,181	746,897	993,461	748,136
25	1071,527	1076,409	787,320	1074,983	789,689	1070,418	790,998
26	579,905	582,371	466,843	580,946	468,248	582,114	469,024
27	1553,260	1550,461	1205,651	1549,036	1209,278	1552,151	1211,283
28	1630,216	1627,263	1259,775	1625,837	1263,565	1629,107	1265,660
29	1138,595	1133,226	843,358	1131,800	845,896	1140,804	847,298
30	1538,037	1545,386	1202,061	1543,960	1205,677	1533,610	1207,676
31	1046,416	1051,348	796,260	1049,923	798,655	1045,307	799,979
32	1123,372	1128,150	840,356	1126,725	842,885	1122,263	844,282
33	1440,867	1436,088	1061,503	1434,663	1064,697	1437,548	1066,462
34	1517,823	1512,890	1112,326	1511,465	1115,672	1514,505	1117,522
35	1026,201	1018,853	723,550	1017,427	725,726	1026,201	726,930
36	1425,644	1431,013	1058,135	1429,587	1061,319	1419,007	1063,078
37	934,022	936,976	679,974	935,550	682,020	930,704	683,151
38	1010,979	1013,778	720,769	1012,352	722,938	1007,660	724,136
39	1984,334	1981,867	1597,046	1980,442	1601,851	1977,697	1604,507
40	1492,712	1487,830	1122,946	1486,404	1126,325	1489,394	1128,192
41	1569,668	1564,632	1175,202	1563,206	1178,738	1566,350	1180,692
42	1477,489	1482,754	1119,482	1481,329	1122,850	1470,853	1124,711
43	1691,815	1689,214	1190,072	1687,313	1192,903	1690,707	1194,468
44	1768,772	1766,016	1235,351	1764,115	1238,290	1767,663	1239,914
45	1277,150	1271,978	882,395	1270,077	884,494	1279,359	885,654
46	1676,593	1684,138	1187,063	1682,237	1189,887	1672,166	1191,448
47	1184,971	1190,101	841,658	1188,200	843,661	1183,862	844,767
48	1261,928	1266,903	879,804	1265,002	881,897	1260,819	883,054
49	2235,282	2234,992	1658,443	2233,092	1662,388	2230,855	1664,569
50	1743,661	1740,955	1244,787	1739,054	1247,749	1742,552	1249,385
51	1820,617	1817,757	1291,086	1815,856	1294,158	1819,508	1295,855
52	1728,438	1735,880	1241,710	1733,979	1244,664	1724,011	1246,297

Окончание табл. Б

1	2	3	4	5	6	7	8
53	2122,889	2120,620	1514,575	2118,719	1518,178	2116,253	1520,169
54	1631,267	1626,582	1120,582	1624,681	1123,248	1627,949	1124,721
55	1708,224	1703,384	1164,532	1701,483	1167,303	1704,906	1168,834
56	1616,045	1621,507	1117,663	1619,606	1120,322	1609,408	1121,791
57	2174,735	2172,361	1576,222	2170,460	1579,972	2168,098	1582,044
58	2373,838	2373,745	1821,482	2371,369	1824,694	2369,411	1826,470
59	1882,216	1879,707	1415,429	1877,331	1417,925	1881,107	1419,305
60	1959,173	1956,509	1461,246	1954,133	1463,823	1958,064	1465,247
61	1866,994	1874,632	1412,380	1872,256	1414,871	1862,567	1416,248
62	2425,683	2425,486	1884,199	2423,110	1887,522	2421,256	1889,359
63	2313,290	2311,113	1741,307	2308,737	1744,378	2306,653	1746,076
64	2564,239	2564,239	2564,239	2561,387	2561,387	2559,812	2559,812

Примечание: \* — нумерация коалиций как в табл. А.

### *Analysis of Management Collusive Decisions on the World Oil Market*

**Maria A. Nastych**

Assistant Lecturer, St. Petersburg University, Russia

7/9 University emb., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

E-mail: nastych@bk.ru

The article examines the issue of the advantage and key conditions of collusion between the major oil exporting countries on the world oil market. This issue is explored in the paper within the framework of the concepts of stochastic cooperative game theory and the theory of industrial organisation. Namely, the concepts of game theory correspond to the conflicting interests of collusion participants. Next, the possibility of collusion between market players is considered and resolved using the theory of cooperative games. Stochastic methods of constructing and investigating the characteristic function of a cooperative game help to take into account the high volatility of the oil market. Further, the Cournot model of the theory of industrial organisation describes the strategic management of production volumes to maximize profits. The Stackelberg model takes into account the incentives to collude through the emergence of an industry leader, who first announces his management strategies. Based on these methodologies, the paper concludes that the collusion for its participants is beneficial, and the equilibrium levels of quotas for oil extraction are found.

*Keywords:* world oil market, OPEC, collusion, stochastic cooperative game,  $C_\alpha$ -core, VaR.

*JEL:* C71, C73, D43, G32, L13.

*For citation:* Nastych M.A. 2018. Analysis of management collusive decisions on the world oil market. *Russian Management Journal* 16 (3): 371–392. <https://doi.org/10.21638/spbu18.2018.303> (In Russian)

<https://doi.org/10.21638/spbu18.2018.303>

*Initial Submission: March 15, 2018*  
*Final Version Accepted: August 24, 2018*