

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет Прикладной Математики-Процессов
Управления

Кафедра математического моделирования энергетических
систем

Оптимизация работы золотоперерабатывающего предприятия

Выпускная квалификационная работа
бакалавра

Гусева Алины Михайловна

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель:

к.ф. - м.н., доцент КРЫЛАТОВ А. Ю.

Заведующий кафедрой:

д.ф. - м.н., профессор ЗАХАРОВ В. В.

Санкт-Петербург

2018 г.

Содержание

Введение	2
Постановка задачи	3
Обзор литературы	4
1 Предпринимательская деятельность на рынке золота	6
1.1 Мировой рынок золота	6
1.2 Классификация видов деятельности компаний	9
1.3 Формирование инвестиционного портфеля на рынке золота .	10
2 Модели условной оптимизации при планировании инвести-	13
 ционного портфеля	
2.1 Математическое планирование портфеля проектов	13
2.2 Моделирование ресурсных ограничений	17
2.3 Моделирование инфраструктурных ограничений	20
3 Оптимизация деятельности золотодобывающей компании в	23
 Перу	
3.1 Ресурсоемкость месторождения золота в Перу	23
3.2 Математическая модель оптимизации распределения инве-	
стиций	27
3.3 Решение задачи с помощью пакета Optimization Toolbox в	
Matlab	29
Заключение	32
Список литературы	33

Введение

Увеличение золотовалютных резервов страны, связанное с повышением добычи золота, является одним из наиболее актуальных направлений развития технологий в стране. Специфика золотодобычи характеризуется тем, что золото является одновременно сырьевым товаром, обращаемым на мировых товарных рынках, частью резервов государственных банков и может быть принято в качестве расчетов по денежным обязательствам. Наличие достаточных резервов золота является частью мер по обеспечению стабильности национальных валют. Поэтому рост запасов и объемов производства золота требуют особого внимания, прежде всего на государственном уровне.

Нестабильность мирового фондового рынка и постоянный спрос со стороны промышленных предприятий привели в последние годы к значительному росту потребности в золотодобыче.

Золото не выполняет денежных функций, оно демонетизировано и не используется напрямую в международных расчетах. По своим физическим характеристикам, золото является промышленным сырьем, а финансовые характеристики лишь обуславливают высокий спрос на рынках.

Постановка задачи

Объемы мирового производства золота сокращаются, а спрос на благородный металл со стороны промышленных предприятий, медицины и ювелирной промышленности растет. Это означает, что золотодобыча является выгодным бизнесом. В результате образовалось несколько тенденций на рынке золотодобычи:

Во-первых, запасы полезных ископаемых истощаются. Это ведет к необходимости увеличения геологоразведочных работ. В крупных месторождениях полезные ископаемые чаще всего находятся в трудноизвлекаемой форме, уменьшается среднее содержание золота в руде. Для добычи и переработки руды необходимо построение предприятия с большой мощностью. Как следствие, в условиях дефицита запасов требуется поддержание уровня квалификации персонала для решения задач геологии, горного дела, логистики. Развитие нематериальных ресурсов позволит эффективнее использовать запасы руды.

Во-вторых, слабо развитая инфраструктура и удаленность месторождений оказывают огромное влияние на золотодобывающие компании. В удаленных районах нет постоянных дорог, существует дефицит электроэнергии. Необходимо больше внимания уделять логистике и учитывать данные факторы при освоении месторождения.

В-третьих, в структуре золотодобычи немалую долю занимают мелкие производства, разрабатывающие небольшие месторождения, которые либо полностью освоены, либо требуют дальнейшей геологоразведки. В связи с этим возникает потребность в привлечении инвестиций.

На основании вышеописанных факторов необходимо построить экономико-математическую модель, оказывающую влияние на результаты работы золотоперерабатывающего предприятия.

Обзор литературы

Вопросы экономико-математического моделирования деятельности предприятий горной промышленности рассматривались в работах Ю.П.Ампилова, Ф.Велмера, А.Л.Дергачева, Я.В.Моссаковского [1], С.С.Резниченко, С.И.Уткиной. В более широком смысле вопросами оценки бизнеса и экономико-математического моделирования деятельности предприятий занимаются такие ученые как А.Дамодаран, У.Шарп, М.А.Федотова, А.Г.Грязнова [2], В.Е.Лихтенштейн.

Зарубежные ученые (Р.Каплан, К.Кросс, Д.Нортон) [3] разработали модели ключевых показателей эффективности, призванные оценивать эффективность деятельности и инвестиционный потенциал предприятий. Основой таких систем стала идея взаимосвязи финансовых и нефинансовых показателей деятельности предприятия, а именно работа персонала, эффективность производственных процессов и финансовых результатов. Данный подход позволяет учесть факторы настоящих и будущих доходов, но нуждается в существенной доработке с учетом специфики отрасли и необходимости математического моделирования взаимосвязи показателей на различных уровнях представления.

В работах таких ученых как М.И.Баканов, А.Д.Шеремет, Г.В.Савицкая, [4] Л.Т.Гиляровский развиваются системы комплексного экономического анализа. Представленные ими подходы позволяют проводить комплексную оценку хозяйственной деятельности и эффективности использования ресурсов, рентабельности актива и капиталов. Однако разработанная схема не позволяет проводить оценки инвестиционной привлекательности, а именно стоимости предприятия и рентабельности инвестиций. Предложенный инструмент направлен на оценку прошедших периодов деятельности и фактического состояния предприятия, а набор факторов является заранее определенным.

Большинство экономико-математических моделей оценки деятельности предприятия применяются для проектирования рудников, расчета экономической эффективности освоения месторождений при заданных технолого-экономических параметрах. Существуют системы финансового и

производственного планирования. Но они предполагают стандартные модели. Однако необходимо построить модель, позволяющую выявить дополнительные резервы роста эффективной деятельности и разработать инструментарий позволяющий увеличивать доходы предприятия с учетом специфики отрасли.

1 Предпринимательская деятельность на рынке золота

1.1 Мировой рынок золота

Современный рынок золота охватывает производство, распределение и потребление драгоценного металла, а также объединяет большое количество участников: золотодобывающие компании, промышленные потребители, центральные банки, коммерческие банки. Этот рынок очень большой, поскольку золото добывается на всех континентах, кроме Антарктиды. Ресурс используется в промышленности и переплавляется в разные продукты для конечных потребителей.

В современной мировой экономике золото, как драгоценный металл, не имеет того значения, какое имело до индустриального этапа развития. Роль золота, как монеты, снижалась по мере перехода к денежным системам эмиссионного типа. Но его значимость в качестве сырьевого товара для различных отраслей мировой экономики сохраняется по сей день.

Золото не является синонимом денег, поскольку с этим металлом не связана ни одна валюта. Но тем не менее, золотой запас государства - это существенный фактор его мощи. В связи с нестабильной экономической ситуацией в мире, спрос на золото растет. Но объемы мирового производства падают, откуда можно сделать вывод, что в последнее время добыча золота - это выгодный бизнес.

Залежи драгоценного металла распределены по всему миру. Однако можно выделить 5 стран, которые имеют наибольшие запасы золота в государственных резервах стран мира. К ним относятся: США, Германия, Италия, Франция, Китай. Информация представлена на рисунке 1. [5]

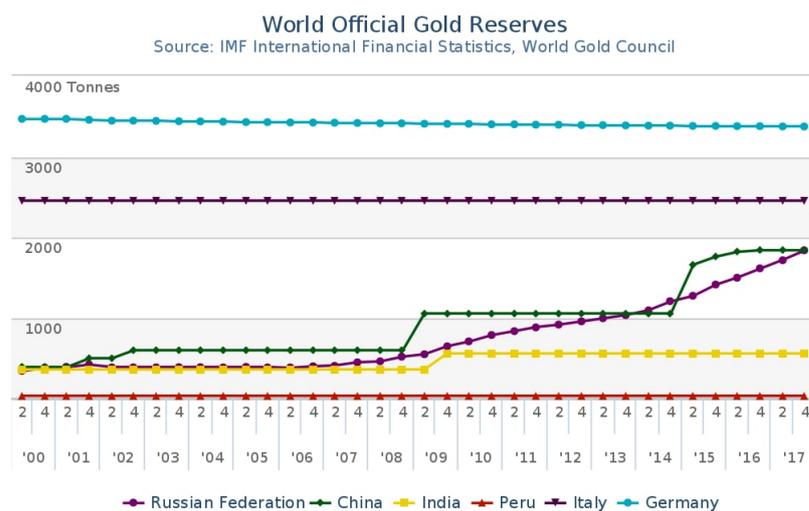


Рис. 1: Динамика золотых запасов.

Если рассматривать страны по количеству добываемого золота, то можно выделить следующих лидеров: Китай, Австралия, Россия, США, Канада. Данные за 2015 и 2016 г. приведены в таблице 1. [6]

Таблица 1. Мировая добыча золота в тоннах

Страна	Добыча, т		Изменения, %
	2015	2016	
Год			
Китай	438,2	456,7	6
Россия	248,8	272	9
Австралия	268,1	269,7	1
США	228,2	200,4	-12
Перу	187,7	169,3	-10
ЮАР	177	164,5	-7
Канада	133,3	153,1	15
Мексика	119,8	115,7	-3
Индонезия	109,2	109,9	1
Гана	107,4	106,1	-1

Содержание золота в руднике непосредственно влияют на расходы, связанные с добычей и обогащением драгоценного металла. Главным фактором для инвесторов в золотодобывающей промышленности будет концентрация металла в руде, поскольку низкое содержание означает более высокую стоимость металла на единицу веса.

Однако не стоит забывать, что существуют несколько способов добычи: открытый и закрытый. В зависимости от того, какой из вышперечис-

ленных вариантов используется на данном руднике стоимость разработки и добычи будет различной, поскольку в этих методах используется разное оборудование.

Лидирующие страны с открытым типом добычи показаны в таблице 2. [7]

Таблица 2. Добыча золота открытым способом

Страна	Название	Содержание золота, г	Запасы, т
Россия	Авляякан	18,2	300
Австралия	Andy Well	16,1	45
Россия	Цоколь	8,5	480
Бразилия	Andorianhas	5,8	86
Канада	Hislop	5,2	280
Россия	Албазино	5,2	16220
Турция	Cukuralan	4,5	2614
Россия	Озерный	4,4	610
Австралия	Mt Carlton	4,3	4450
Мали	Goukoto	4,2	15700

В таблице 3 показаны страны, в которых добыча металла ведется закрытым способом. [7]

Таблица 3. Добыча золота закрытым способом

Страна	Название	Содержание золота, г	Запасы, т
США	Fire Creek	44,1	170
Канада	Macassa	22,2	1330
Россия	Кедровка	22	380
США	Turquoise Ridge	16,9	10932
Индонезия	Toguraci	16	1000
Перу	Orcorampa	15,8	630
Россия	Двойное	15	2137
США	Pinson	13,8	353
США	Midas	12,9	220
Чили	Pimenton	11,1	138

На стоимость драгоценного металла оказывает влияние увеличение спроса в рамках мировых масштабов, а также ограниченность и сокращение традиционных запасов.

1.2 Классификация видов деятельности компаний

В настоящее время золото используется во всем мире, но для разных целей. Географически страны-потребители разделяются на 2 группы:

- 1. Технически развитые страны. Золото используется в промышленности и технике. Лидирующие страны – Япония, США, Германия
- 2. Использование золота только в ювелирной промышленности. К таким странам относятся: Италия, Португалия, Китай, Индия, Арабские Эмираты.

Наиболее стабильным остается промышленное потребление золота. В последние годы на него, без учета ювелирной отрасли, приходится 12 % мирового спроса на золото. Около 7 % – потребность в электронной промышленности, 2 % – в стоматологии, остальная часть приходится на бытовое и декоративное потребление.

В изготовлении сплавов для стоматологической отрасли лидируют США и Германия, однако в последнее время объемы реализации в этих странах сокращаются. Это связано с заменой золота более дешевыми аналогами.

По использованию золота в промышленных объемах лидируют Северная Америка, Западная Европа и Юго-Восточная Азия. На спрос влияют несколько факторов: уровень ВВП, новые технологии и увеличение спроса населения на эти товары.

Золото- это необходимый материал в электронной промышленности. В микроэлектронике используются золотые проводники и покрытия. Золочение применяется для защиты от коррозии.

На мировом рынке спрос на золото формируется из нескольких частей:

- Покупка золота Центральным Банком. Эта часть составляет 10% от общего использования золота.

- Спрос на золотые слитки и монеты. Составляет примерно 35 % от общего потребления металла.
- Ювелирные изделия. Данный пункт представляет значительный интерес, поскольку основным потребителем драгоценного металла является ювелирная промышленность. Около 45 % от потребления всего запаса золота приходится именно на эту отрасль.
- Технологическое использование в промышленности. Большое количество металла используется в электронной отрасли, где из него изготавливают детали для сотовых телефонов, компьютеров и бытовой техники. Также золото играет огромную роль в области медицинских исследований.

По структуре рынок золота можно разделить на первичный и вторичный.[8]

Первая категория – это золотодобывающие компании, поскольку они напрямую поставляют золото на рынок. С точки зрения финансовых возможностей состав золотодобывающих компаний весьма разнообразный. Среди них выделяют небольшие компании, которые не имеют возможности вести дела напрямую с торговыми компаниями, и крупные, которые ведут дела во всех сферах рынка золота.

Вторичную категорию участников составляют профессиональные посредники. Это центральные и коммерческие банки, а также другие специализированные компании, действующие в качестве диллеров и брокеров.

1.3 Формирование инвестиционного портфеля на рынке золота

Средства, предназначенные для инвестирования представляют инвестиционный капитал. Финансовые ресурсы по своему происхождению делятся на внешние и внутренние. В состав внутренних источников прибыли входит прибыль, которая остается в распоряжение предприятия. Важную роль в составе внутренних источников дохода играют амортизационные

отчисления.[9] Амортизационные отчисления вычисляются по следующей формуле:

$$A = \frac{K}{C},$$

где K – капитальные вложения,млн \$;

C –срок использования оборудования, лет.

Деятельность предприятия невозможна без заемных средств(кредитов). К этой категории можно отнести следующие финансы: кредиты банков, заемные средства у других предприятий.

Общая сумма инвестиционных ресурсов выглядит следующим образом:

$$K = K_1 + K_2$$

где K_1 –собственные финансы предприятия;

K_2 –заемные средства и кредиты.

Инвестиционный портфель состоит из множества средств.

Во-первых, это средства, необходимые для работы перерабатывающей фабрики. К ним можно отнести:

- Затраты на оборудование, необходимое для технологического процесса;
- Извлечение ценного металла из горной массы и его обработка;
- Транспортные расходы, составляющие 10-15 % от стоимости оборудования, то есть доставка сырья до места переработки, устройство временных подъездных путей для вывозимого сырья, затраты на бензин и перевозку персонала;
- Монтажные и шеф-монтажные работы на фабрике, которые также составляют 10-15 % от стоимости оборудования;
- Затраты на транспортные средства, которые включают в себя погрузчиков, экскаваторов и другую технику, необходимую для проведения работ.

Прочие капитальные вложения– вложения средств в разработку технологий, разрешение и согласование документов по вторичному использованию отходов горно-рудного производства, выбор, приобретение и монтаж оборудования для реализации вторичного использования отходов.

Другой вид затрат–затраты на развитие сырьевой базы. К ним можно отнести:

- Денежные средства необходимые на геолого-разведочные работы;
- Расходы на поиск, разведку и использование природных ресурсов, их охрану и воспроизводство;
- Затраты, связанные с подготовкой рудных участков для промышленного производства.

2 Модели условной оптимизации при планировании инвестиционного портфеля

2.1 Математическое планирование портфеля проектов

На сегодняшний день среднестатистическая золотоизвлекательная фабрика позволяет добывать чановым цианированием до 20 кг золота в месяц, что составляет примерно 240 кг в год из смешанных золотосодержащих руд. Однако, учитывая тот факт, что доля чистых оксидных руд невелика, а основные запасы минералов сосредоточены в комплексных рудах, можно рассмотреть возможности создания современного обогатительного комплекса для переработки комплексных медь-, золотосодержащих материалов, которые включают в себя разработку собственных рудных участков и переработку комплексного рудного сырья.

Для переработки золотосодержащих материалов необходима реконструкция и расширение фабрики за счет внедрения современной комбинированной технологической схемы переработки медно-золотых и золото-медных руд для получения в качестве готовой продукции катодной меди (на начальных этапах освоения технологии) и золотого слитка, попутно производить извлечение серебра и других ценных компонент, которые содержатся в исходном сырье. В результате освоения этой технологии готовым товарным продуктом будет являться катодная медь и чистые слитки золота или серебра.

Рассматривается несколько вариантов обеспечения предприятия рудным сырьем. Именно этот пункт является основным в формировании себестоимости процесса.

- Первый вариант—своя добыча, то есть производится добыча сырья из своих рудников. Это позволяет обеспечивать стабильные поставки на предприятие золотомедных руд и не зависеть от сторонних поставщиков. Данный подход является оптимальным с точки зрения расширения производства и увеличения объемов переработки руд.
- Другой вариант—закупка сырья, приобретение рудного сырья у сто-

ронных поставщиков. Этот вариант является наиболее типичным для решения вопроса приобретения сырья на предприятии, однако требует гораздо большего привлечения средств. Закупка сырья у стороннего производителя также не позволяет обеспечить стабильные поставки и ведет к увеличению рыночного риска.

В таблице 4 приведены сравнительные показатели стоимости исходного сырья по двум показателям: своя добыча и закупка сырья.

Таблица 4. Стоимость исходного сырья (350 т/сутки)

Своя добыча		Закупка сырья
Производительность шахтера 0,5 т/сутки	Производительность шахтера 0,3 т/сутки	При массовой доле меди в сырье 8 %
9940	13633,33	320000,0

Стоимость исходного сырья по показателю "Своя добыча" складывается из зарплаты для необходимого числа шахтеров, горных мастеров; затрат на обслуживание и ремонт оборудования, вспомогательные материалы; транспортировку сырья до фабрики, зарплаты водителей.

Стоимость исходного сырья по показателю "Закупка сырья" складывается только из закупочной цены сырья, транспортные расходы в этом случае остаются за продавцом.

Учитывая потребности в закупке рудного сырья и реагентов, а также затраты на развитие сырьевой базы, общий срок реализации реконструкции фабрики занимает 2–2,5 года, а срок окупаемости каждого из проектов 5 лет.

Целью данной работы является повышение эффективности производства путем замены технологического оборудования и выбора оптимальной стратегии развития предприятия в установленные сроки.

Для наиболее полного представления об экономической эффективности данных предложений, смоделируем различные сценарии развития событий, каждый из которых имеет различные размеры инвестиций.

- 1) Производится закупка сырья у сторонних поставщиков, исходя из максимальных инвестиционных потребностей;

- 2) Добыча сырья со своих рудных концессий с минимальными инвестиционными вложениями;
- 3) Закупка сырья с минимальными инвестиционными затратами;
- 4) Добыча сырья с максимальными инвестиционными затратами.

Портфель инвестиций формируется следующим образом:

Оценивается несколько проектов x_j с точки зрения их возможного финансирования на предстоящий конкретный период. Пусть общая сумма капиталовложений равна b_2 , которую необходимо распределить на j проектов. Для каждого из них рассчитан ожидаемый доход, срок окупаемости и срок реализации. Необходимо определить совокупность проектов, которой соответствует максимум суммарной прибыли. [10] Данная задача сводится к решению относительно каждого проекта. Целевая функция выглядит следующим образом:

$$\max Z = \max(c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4), \quad (1)$$

Ограничения записываются в виде:

$$a_{11}x_1 + a_{31}x_3 \leq b_1, \quad (2)$$

$$a_{21}x_2 + a_{41}x_4 \leq b_1, \quad (3)$$

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{32}x_3 + a_{42}x_4 \leq b_2, \quad (4)$$

$$a_{13}x_1 + a_{33}x_3 \leq b_3, \quad (5)$$

$$a_{23}x_2 + a_{43}x_4 \leq b_3, \quad (6)$$

где a_{i1} —срок окупаемости i -го проекта;

a_{i2} —капитальные вложения, необходимые для i -го проекта;

a_{i3} —срок реализации i -го проекта;

c_i —сумма чистого дохода i -го проекта;

b_1 —срок окупаемости;

b_3 —срок реализации;

x_j — (рассматриваемый проект) может принимать значения

$$x_j = \begin{cases} 0, & \text{если проект не утвержден,} \\ 1, & \text{если проект утвержден.} \end{cases}$$

В данном случае вводятся дополнительные ограничения на срок окупаемости и срок реализации всех проектов. Срок реализации включает в себя реконструкцию фабрики и оборудования. Общая длительность составляет 2-2,5 года. Сюда входит: определение фирм-изготовителей оборудования с заключением контракта на закупку и поставку, изготовление оборудования, пуско-наладочные работы, монтаж оборудования, освоение техники переработки руд. Срок реализации проектов—срок с момента начала финансирования проекта до момента выхода на производственные показатели.

В связи с неравномерностью сумм погашения инвестиционных вложений срок окупаемости проектов можно разделить на 2 группы: срок окупаемости с момента начала поступления инвестиций и срок окупаемости с момента запуска фабрики, то есть после периода освоения технологий.

Проекты x_1 и x_3 —параллельные проекты с разной суммой капиталовложений. Для них требуется одинаковое оборудование и освоение схожих технологий переработки сырья. Исходя из этого вытекают ограничение на сроки окупаемости и реализации проектов, записанные в формуле 2 и 5.

Аналогично с проектами x_2 и x_4 — это параллельные проекты, то есть проекты с разной суммой капиталовложений, но основанные на действии одной и той же технологии—технологии добычи сырья из своих рудников с последующей обработкой на фабрике, и требующие одно и то же оборудование. Соответственно для параллельных проектов вводится ограничение на срок окупаемости и срок реализации проектов. Это условие записано в виде неравенств 3 и 6.

2.2 Моделирование ресурсных ограничений

Прямое влияние на будущую доходность предприятия оказывают технико-экономические параметры. Они формируются на этапе геологоразведочных работ и включают в себя такие показатели как запасы полезных ископаемых в руднике, среднее содержание золота и других компонент в руде, уровень извлечения полезных компонент из руды. Объем запасов, оцененный на этапе геологоразведочных работ используется для оптимального срока эксплуатации и производительности рудника.

Основной сложностью в формировании технико-экономических параметров является их достоверность. На этапе геологоразведочных работ могут быть не точно выявлены параметры или места залегания рудных тел, что приведет к дополнительным затратам во время добычи полезных ископаемых. Также этот факт окажет прямое влияние на строительство инфраструктурных объектов и себестоимость добычи.

Для формирования сбалансированного инвестиционного портфеля необходимо ввести ограничения, которые представляют собой некоторые пороговые значения. В задаче оптимизации эти ограничения образуют допустимые множества решений. При рассмотрении портфеля проектов как объекта моделирования была выбрана математическая модель с дополнительными ограничениями. Эта модель позволяет сформировать инвестиционный портфель с ограничениями сверху.

Предположим, что y_1 —объем закупаемого сырья по первому проекту, то есть объем золотомедных руд, выраженный в тоннах, приобретенных у сторонних производителей с максимальными инвестиционными затратами.

Пусть y_2 —объем добываемого сырья по второму проекту. Количественная мера производительности сырья за месяц.

Пусть y_3 —объем закупаемого сырья по третьему проекту с минимальными инвестиционными вложениями.

Допустим, y_4 —объем добываемого сырья о четвертому проекту, то есть варианту с максимальными инвестиционными затратами.

Исходя из этого изменится целевая функция 1 нашей задачи. В нее

будут добавлены новые переменные.

$$\max Z = \max(g_1(y_1, c_1)x_1 + g_2(y_2, c_2)x_2 + g_3(y_3, c_3)x_3 + g_4(y_4, c_4)x_4), \quad (7)$$

где $g_1(y_1, c_1)$ —полученная прибыль, при условии, что объем закупаемого сырья составил y_1 ;

$g_2(y_2, c_2)$ — полученная прибыль, при условии, что объем добываемого сырья составил y_2 ;

$g_3(y_3, c_3)$ —полученная прибыль, при условии, что объем закупаемого сырья составил y_3 ;

$g_4(y_4, c_4)$ — полученная прибыль, при условии, что объем добываемого сырья составил y_4 .

Поскольку объем закупаемого или добываемого сырья прямо пропорционален количеству вложенных в проект средств, то ресурсные ограничения примут следующий вид:

$$g_1(y_1, c_1) = c_1 y_1; \quad (8)$$

$$g_2(y_2, c_2) = c_2 y_2; \quad (9)$$

$$g_3(y_3, c_3) = c_3 y_3; \quad (10)$$

$$g_4(y_4, c_4) = c_4 y_4. \quad (11)$$

Необходимо учесть, что предприятие вмещает конечный объем руды. Заводу не выгодно иметь больше ресурсов, чем вмещается в хранилище. Учитывая местоположение рудников и заводов, строительство дополнительного корпуса для хранения руд приведет к непредвиденным затратам. В связи с этим можно смоделировать еще одно дополнительное ограничение:

$$y_1 x_1 + y_3 x_3 \leq h_1 \quad (12)$$

где h_1 —максимальный объем руды, который вмещается в хранилище.

Также стоит учесть тот факт, что запасы руды на собственных концессиях истощаются, уменьшается среднее содержание золота в руде. Необходимо рационально использовать запасы месторождения для повышения эффективности предприятия. Исходя из этого замечания можно сделать вывод, что объем добываемого сырья не должен превышать суммарный объем запасов золота в руднике. Таким образом вводится еще одно дополнительное ограничение:

$$y_2x_2 + y_4x_4 \leq h_2 \quad (13)$$

где h_2 – запасы рудника, на территории которого ведутся работы по добыче полезных ископаемых.

Не стоит забывать о том, что отсутствие полезных ископаемых и материалов для переработки могут привести к простоям на фабрике. На предприятии всегда должно присутствовать минимальное количество руды. В связи с этим можно добавить еще одно ограничение:

$$y_1x_1 + y_2x_2 + y_3x_3 + y_4x_4 \geq h_3 \quad (14)$$

где h_3 – минимальный объем руды, требуемый для переработки золота.

Таким образом, подставляя формулы 8 - 11 в целевую функцию 7, учитывая ограничения 12 - 14 получим следующую математическую модель:

$$\max Z = \max(c_1y_1x_1 + c_2y_2x_2 + c_3y_3x_3 + c_4y_4x_4)$$

$$y_1x_1 + y_3x_3 \leq h_1$$

$$y_2x_2 + y_4x_4 \leq h_2$$

$$y_1x_1 + y_2x_2 + y_3x_3 + y_4x_4 \geq h_3$$

2.3 Моделирование инфраструктурных ограничений

На затраты процессов помимо технических параметров работы месторождения оказывают влияние внешние факторы. Наличие инфраструктуры, качество дорог, стоимость транспортировки груза и стоимость электроэнергии влияют на себестоимость процесса добычи.

Расширение действующего предприятия—это строительство новых дорог и обновление существующих в целях создания дополнительных мощностей и подъездных путей.

Вариант одновременного освоения отобранных участков характеризуется уменьшением себестоимости за счет сокращения постоянных затрат. Однако увеличиваются транспортные расходы при передвижении между участками.

Строительство новых дорог или реконструкция старых увеличит доходность на единицу добываемой руды. Есть несколько вариантов строительства дорог, каждый из которых потребует разное количество вложения денежных средств.

Во-первых, сумма капиталовложений будет зависеть от покрытия дороги. Это может быть щебеночная или асфальтированная трасса. Для экономии средств строительные компании предпочитают делать дорогу с односторонним движением, на которых имеются карманы необходимые для разезда грузовиков.

Во-вторых, необходимая сумма для строительства дороги зависит от протяженности. Добыча полезных ископаемых в основном ведется в горных районах, где преимущественно строятся серпантинные дороги.

Эти факторы будут влиять на себестоимость процесса.

Таким образом можно сформулировать инфраструктурные ограничения. Пусть имеется 3 различных дороги, необходимые для модернизации предприятия.

z_1 , z_2 —количество денежных средств, выделенное для реконструкции или строительства первого и второго подъездного пути. Данный вариант

строительства дорог предназначен для варианта закупки сырья у сторонних поставщиков. В качестве альтернативы у поставщиков будет 2 варианта объездного пути, что позволит разгрузить транспортную сеть и обеспечить стабильные поставки сырьем. Вложение больших средств позволит получать большую прибыль.

z_3 —количество денежных средств, необходимое для строительства третьей дороги. Эта дорога будет связывать предприятие со своим рудником. Все средства, вложенные в этот проект, будут направлены на модернизацию и улучшение качества покрытия. Это позволит ускорить процесс доставки сырья со своих рудных концессий на фабрику.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод, что целевая функция 7 измениться и будет принимать вид:

$$\begin{aligned} \max Z = \max & (g_1(c_1, y_1, z_1, z_2)x_1 + g_2(c_2, y_2, z_3)x_2 + \\ & + g_3(c_3, y_3, z_1, z_2)x_3 + g_4(c_4, y_4, z_3)x_4), \end{aligned} \quad (15)$$

где $g_1(c_1, y_1, z_1, z_2)$ — полученная прибыль, при условии, что для строительства первой дороги затратилось z_1 денежных средств, а для второй дороги z_2 .

$$g_1(c_1, y_1, z_1, z_2) = y_1(c_1 + \alpha_{11} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{12} \ln(z_2 + 1)) \quad (16)$$

$g_2(c_2, y_2, z_3)$ —прибыль, полученная при условии, что деньги были вложены в строительство дороги, которая связывает фабрику со своим рудником.

$$g_2(c_2, y_2, z_3) = y_2(c_2 + \alpha_2 \ln(z_3 + 1)) \quad (17)$$

$g_3(c_3, y_3, z_1, z_2)$ — полученная прибыль, при z_1 вложенных средств в первую дорогу и z_2 — количество средств потраченных на вторую дорогу.

$$g_3(c_3, y_3, z_1, z_2) = y_3(c_3 + \alpha_{31} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{32} \ln(z_2 + 1)) \quad (18)$$

$g_4(c_4, y_4, z_3)$ — полученная прибыль, при условии, что деньги были вложены

в строительство дороги в проект добычи сырья из своих источников

$$g_4(c_4, y_4, z_3) = y_4(c_4 + \alpha_4 \ln(z_3 + 1)) \quad (19)$$

Таким образом, поставляя инфраструктурные ограничения 16 – 19 в целевую функцию 15 получим:

$$\begin{aligned} \max Z = & \max(y_1(c_1 + \alpha_{11} \ln(z_1 + 1))x_1 + \alpha_{12} \ln(z_2 + 1) \\ & + y_2(c_2 + \alpha_2 \ln(z_3 + 1))x_2 + \\ & + y_3(c_3 + \alpha_{31} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{32} \ln(z_2 + 1))x_3 + \\ & + y_4(c_4 + \alpha_4 \ln(z_3 + 1))x_4) \end{aligned} \quad (20)$$

Поскольку мы вложили деньги в какой-то из проектов дорог, необходимо выписать ограничения, накладываемые на финансовую составляющую:

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{32}x_3 + a_{42}x_4 + z_1 + z_2 + z_3 \leq b_2 \quad (21)$$

3 Оптимизация деятельности золотодобывающей компании в Перу

3.1 Ресурсоемкость месторождения золота в Перу

На территории Перу выявлено 12 золотоносных районов, в основном расположенных в высокогорьях Анд. Добычу ведут как из россыпных так и из рудных месторождений. По состоянию на 2016 год производство золота составило 170 т, из которых извлечение из россыпных месторождений составило 14% от общей добычи золота в стране. Отличительной чертой данной отрасли является то, что около четверти добываемого золота приходится на незаконную промышленность. Откуда вытекают неблагоприятные последствия: загрязнение окружающей среды, неопределимый вред природе и местному населению. Ресурсная база Перу представлена богатыми месторождениями, самые крупные из которых – "Янакоча" (Yanacocha), "Серро Корона" (Cerro Corona), Альто Чикама (Alto Chicama), Оркопампа (Orcopampa) и Тамбо Гранде (Tambo Grande).

"Янакоча" – система месторождений золота, расположенных на севере Перу в пределах Западной Кордильеры в 600 км на север от Лимы, столицы Перу. Месторождение характеризуется большим содержанием серебра. Примерное соотношение золота к серебру 1:2. Добыча осуществляется на высоте 3600 - 4200 м над уровнем моря, что создает определенные трудности при добыче, транспортировке руды и оборудования. Общее производство золота в этом месторождении с момента начала разработки около 810 т. [11]

Другое крупное месторождение "Альто Чикама". Карьер расположен в Западной Кордильере на высоте 4150 м над уровнем моря, которое охватывает часть долины Альто-Чикама, Перу. Горный проект принадлежит канадской компании, которая в 2001 году начала освоение этого месторождения и, как следствие, открыла один из самых крупных золотодобывающих резервов в Латинской Америке. Преимущественно используется открытый способ добычи с помощью выщелачивания цианидом.

Сырьевая база всех районов Перу значительна по размерам, однако необходимо учитывать, что в значительной части золотодобывающих руд в том или ином количестве присутствует медь. Массовая доля меди в руде варьируется от 20 до 30 % и более. Концентрация золота от 1–3 до 20–30 г/т руды и достигает 2–3 и более унций.

На данный момент исследован и изучен минералогический состав девяти основных перерабатываемых типов и сортов смешанных руд. Этот список не характеризует весь спектр руд, но именно эти руды являются основными, используемые в одно из районов. Золото во всех типах руд является высокопробным. В таблице 5 представлены показатели по всем типам руд.

Таблица 5. Типы и сорта смешанных руд

Тип	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Медь(%)	0,6	3	0,4	0,6	8	4	15	0,3	5
Au(г)	15	15	30	15	3	20	3	15	10

Ведущий геолого-промышленный вид месторождений в Перу – россыпи аллювиального класса, обрабатываемые в основном открытым способом, реже закрытым. На сегодняшний день в стране около 700 месторождений, от мелких до крупных, которые обеспечивают 60 % объема золотодобычи. Освоение коренных месторождений могут вызвать некоторые проблемы: во-первых, требует определенных денежных средств, во-вторых, они медленно окупаются.

В перу особой популярностью пользуется метод добычи руды на собственных горно-рудных источниках, а переработка на сторонних фабриках. Такие руды относятся к типу меде-золотосодержащим с массовой долей меди в сырье 8-12 %. Кроме того, на этих участках существуют жилы, представленные оксидными медными материалами. В таблице 6 приведены массовая доля концентрации золота и серебра в медном концентрате, полученном при переработке меде-содержащих руд из разных жил.

Таблица 6. Массовая доля серебра и золота

Высота над морем,м	Концентрация Au,г	Концентрация Ag,г
0	11,49	149,96
0	7,02	0
0	12,03	111,6
0	9,91	91,44
100	7,54	96,00
100	6,93	102,99
100	10,49	142,63
400	8,91	103,1
400	11,62	63,94
600	4,29	64,46

Участки месторождений, приобретенные у Правительства Перу (данные указаны в таблице 7) представляют собой месторождения медь- и золотосодержащих руд с массовой долей меди от 2 до 10-30 % и концентрацией золота от 2 г до 30-60 г. Месторождения представляют собой многочисленные небольшие (иногда средние) жильные проявления золотомедных руд. Рудоносные жилы по протяженности имеют размеры от 1,5 км до 2,5 км, а по глубине залегания до 250 м. Руда в месторождениях относится к оксидному промышленному типу, основными компонентами являются медь и золото.

Запасы руды на данных участках, по показателям геологоразведки, составляют 1,2-1,3 млн т, при этом суммарная суточная добыча всех типов руд может достигать 300-400 т. Величина суточной добычи является лимитирующей. Увеличение добычи до 350-400 т затруднительно по следующим причинам:

1) в данном районе добыча ведется ручным способом с использованием частичной механизации (перфораторы). Для увеличения потребуется гораздо большее количество рабочих, что приведет к дополнительным затратам;

2) в республике Перу шахтеры добывают руду только по жилам, поэтому в горном массиве может работать ограниченное число бригад;

3) доставка сырья осуществляется грузовыми автомобилями. Горные дороги позволяют осуществлять лишь одностороннее движение. Увеличение объемов добычи золота влечет за собой увеличение транспортного парка и затраты на строительство новых дорог и объездных путей.

Таблица 7. Информация о концессиях

Место-рождение	Площадь, га	Высота над уровнем моря, м	Мощность жилы, м	Содержание Au г	Содержание Cu, %	Ориентировочные запасы, т
Alexander 5 E	998,73	1810	1,10	-	4,0	154688,00
Alexander 10 L	152,80	1810	1,20	-	3,1	168750,00
Alexander 11 M	629,21	1900	1,30	-	3,2	121750,00
Alexander 7 H	998,76	1700	0,90	3,8	7,6	84375,00
Alexander 8 J	998,75	1200	1,10	3,2	7,5	103125,00
Negrity 10	400	550	0,5	9,2	-	26250,00
Negrity 20	500	560	0,9	8,1	-	47250,00

Экономическая формулировка задачи представлена в таблице 8.

Таблица 8. Экономическая формулировка задачи

Проект	Срок окупаемости	Капитальные вложения	Срок реализации	Чистый доход
Пессимистичный	38	22910	14	12,754
Оптимистичный	40	28310	16	22,202
Средний вариант	41	22910	17	15,624
Средний-2	44	28310	20	19,3349
Ограничения	60	28310	30	

Математическая формулировка задачи об оптимальном варианте работы золотоперерабатывающего предприятия записывается следующим образом:

$$\max Z = \max(12,754x_1 + 22,202x_2 + 15,624x_3 + 19,3349x_4),$$

$$38x_1 + 41x_3 \leq 60,$$

$$40x_2 + 44x_4 \leq 60,$$

$$22910x_1 + 28310x_2 + 22910x_3 + 28310x_4 \leq 28310,$$

$$14x_1 + 17x_3 \leq 30,$$

$$16x_2 + 20x_4 \leq 30,$$

$$x_j = \begin{cases} 0, & \text{если проект не утвержден,} \\ 1, & \text{если проект утвержден.} \end{cases}$$

Оптимальным целочисленным решением является $x_2 = 1$.

3.2 Математическая модель оптимизации распределения инвестиций

Модель, описанная в пункте 3.1, слишком простая. Необходимо модернизировать ее, учитывая тот факт, что проекты могут выполняться одновременно.

С учетом вышеописанного факта ограничения на срок окупаемость проектов примут вид:

$$a_{11}y_1 + a_{31}y_3 \leq b_1, \quad (22)$$

$$a_{21}y_2 + a_{41}y_4 \leq b_1, \quad (23)$$

где формула 22 применима для добычи сырья из своих источников;

формула 23 описывает срок окупаемости проектов для покупки сырья у сторонних поставщиков;

Стоит заметить, что изменится сумма капиталовложений, необходимая для реализации проектов. Формула для вычисления будет иметь вид:

$$a_{12} \ln y_1 + a_{22} \ln y_2 + a_{32} \ln y_3 + a_{42} \ln y_4 + z_1 + z_2 + z_3 \leq b_2 \quad (24)$$

Аналогичные ограничения накладываются на срок реализации проектов. С учетом изменения модели, они будут иметь вид:

$$a_{13}y_1 + a_{33}y_3 \leq b_3 \quad (25)$$

$$a_{23}y_2 + a_{43}y_4 \leq b_3 \quad (26)$$

Ограничения на объем добываемого сырья примут вид:

$$y_1 + y_3 \leq h_1 \quad (27)$$

$$y_2 + y_4 \leq h_2 \quad (28)$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq h_3 \quad (29)$$

где формула 28 применима для случая, когда добыча сырья из ведется из своих источников, а формула 29 рассчитана при условии, что руда закупается у сторонних поставщиков.

Таким образом, собирая ограничения 22-29, получим новую экономико-математическую модель, которая в конечном итоге принимает вид:

$$\begin{aligned} \max Z = & \max(y_1(c_1 + \alpha_{11} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{12} \ln(z_2 + 1)) + \\ & + y_2(c_2 + \alpha_2 \ln(z_3 + 1)) + \\ & + y_3(c_3 + \alpha_{31} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{32} \ln(z_2 + 1)) + \\ & + y_4(c_4 + \alpha_4 \ln(z_3 + 1)) \end{aligned}$$

При ограничениях:

$$a_{11}y_1 + a_{31}y_3 \leq b_1,$$

$$a_{21}y_2 + a_{41}y_4 \leq b_1,$$

$$a_{12} \ln y_1 + a_{22} \ln y_2 + a_{32} \ln y_3 + a_{42} \ln y_4 + z_1 + z_2 + z_3 \leq b_2,$$

$$a_{13}y_1 + a_{33}y_3 \leq b_3,$$

$$a_{23}y_2 + a_{43}y_4 \leq b_3,$$

$$y_1 + y_3 \leq h_1$$

$$y_2 + y_4 \leq h_2$$

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \geq h_3$$

3.3 Решение задачи с помощью пакета Optimization Toolbox в Matlab

Optimization Toolbox представляет собой расширение вычислительной среды Matlab и включает в себя инструментарий для численной реализации обычных задач оптимизации, а также задач большой размерности. Это расширение позволяет легко ставить задачу моделирования, собирать необходимую информацию, анализировать полученные результаты. В данной работе использовалось именно этот пакет, поскольку он позволяет получить инструментарий для решения задач оптимизации с использованием быстрых комбинированных методов оптимизации с соответствующими моделями и алгоритмами.[12]

Optimization Toolbox включает в себя большинство наиболее широко используемых методов и алгоритмов для решения задачи поиска максимального значения. Toolbox включает в себя как простые алгоритмы, так и алгоритмы большой размерности.

Задачи нелинейной оптимизации при наличии ограничений представляют собой комбинацию неких нелинейных целевых функций и могут иметь линейные или нелинейные ограничения. В Optimization Toolbox используются два метода решений таких задач:

- Метод доверительных интервалов (используется для задач с ограничениями в виде границ или линейных ограничений)
- Последовательное применение активных наборов задач квадратичного программирования для общих задач нелинейной оптимизации.

Рассмотрим задачу нахождения значения переменных y_1 – y_4 обеспечивающих решение задачи максимизации:

$$\begin{aligned} \max Z = & \max(y_1(c_1 + \alpha_{11} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{12} \ln(z_2 + 1)) + \\ & + y_2(c_2 + \alpha_2 \ln(z_3 + 1)) + \\ & + y_3(c_3 + \alpha_{31} \ln(z_1 + 1) + \alpha_{32} \ln(z_2 + 1)) + \\ & + y_4(c_4 + \alpha_4 \ln(z_3 + 1)) \end{aligned}$$

Нахождение решения производится со следующими этапами:

Этап 1. Составление m-файла, реализующего вычисление значения целевой функции.

```
function f= objfun(y)
f = -(y(1)*(c(1)+alpha(11)*log(z(1)+1)+alpha(12)*log(z(2)+1))
+y(2)*(c(2)+alpha(2)*log(z(3)+1)) +
y(3)*(c(3)+alpha(31)*log(z(1)+1)+alpha(32)*log(z(2)+1))+
y(4)*(c(4)+alpha(4)*log(z(3)+1)));
```

Данная задача может быть решена с применением функции `fmincon`. Поскольку ограничения должны быть представлены в виде $c(x) \leq 0$, перепишем их соответствующим образом:

$$a_{11}y_1 + a_{31}y_3 - b_1 \leq 0,$$

$$a_{21}y_2 + a_{41}y_4 - b_1 \leq 0,$$

$$a_{12} \ln y_1 + a_{22} \ln y_2 + a_{32} \ln y_3 + a_{42} \ln y_4 + z_1 + z_2 + z_3 - b_2 \leq 0,$$

$$a_{13}y_1 + a_{33}y_3 - b_3 \leq 0,$$

$$a_{23}y_2 + a_{43}y_4 - b_3 \leq 0,$$

$$y_1 + y_3 - h_1 \leq 0$$

$$y_2 + y_4 - h_2 \leq 0$$

$$-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + h_3 \leq 0$$

Этап 2. Составление m-файла, возвращающего значение левых частей ограничивающих неравенств:

```
function [c,ceq]=confun(y)
c=[-b(1)+a(11)*y(1)+a(31)*y(3); -b(1)+a(21)*y(2)+a(41)*y(4);
-b(2)+a(12)*log(y(1))+a(22)*log(y(2))+a(32)*log(y(3))+
a(42)*log(y(4))+z(1)+z(2)+z(3); -b(3)+a(13)*y(1)+a(23)*y(3);
```

```
-b(3)+a(33)*y(2)+a(43)*y(4);
y(1)+y(3)-h(1);y(2)+y(4)-h(2);y(1)+y(2)+y(3)+y(4)-h(3)];
ceq=[];
```

Этап 3. Составление программы максимизации:

```
>> options=optimset('LargeScale','off');
>>[y,fval]=fmincon('objfun',y0,[],[],[],[],[],[],'confun',options)
```

Результаты вычислений сообщают о найденном решении.

Начальные данные удобно представить в в виде таблицы:

Таблица 9. Экономическая формулировка задачи

Проект	Срок оку- паемости	Капитальные вложения	Срок реа- лизации	Объем до- бываемого сырья	Объем за- купки сы- рья	Чистый доход
1	38	22910	14	0	1	12754
2	40	28310	16	1	0	22202
3	41	22910	17	0	1	15624
4	44	28310	20	1	0	19335
Ограничения	60	28310	30	12000	350	

Не стоит забывать о средствах, вложенных в строительство дорог. Для строительства первой дороги предприятие вложило $z_1 = 700$ денежных единиц, для второй дороги $z_2 = 1000$, для третьей $z_3 = 4000$.

Учитывая все факторы и подставляя данные в математическую модель получим следующий результат:

```
y = 36.79
    18.74
    38.89
    21.17
fval = 266.76
```

Заключение

В данной работе разработан методический подход определения необходимых инвестиционных ресурсов расширения действующих предприятий золотодобычи за счет внедрения наиболее перспективных проектов и выбора варианта отработки новых участков с учетом имеющихся горно-геологических и экономических условий. Сформулирована система финансирования отобранных инвестиционных проектов, способствующих сохранению финансовой устойчивости предприятия. Приведен пример расчета по развитию предприятия в одном из районов Перу за счет формирования оптимальной системы проектного финансирования.

Список литературы

- [1] Моссаковский Я.В. Экономика горной промышленности. М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2004. 303 с.
- [2] Оценка стоимости предприятия / А.Г.Грязнова, М.А.Федотова, М.А.Эсиндаров, Т.В.Тазихина, Е.Н.Ивнова, О.Н.Щербакова, Под ред. д.э.н.А.Г.Грязновой, академика Д.С.Львова, д.э.н.М.А.Федотовой, к.т.н. Г.И.Микерина. М.: Интерреклама, 2003. 544 с.
- [3] R.Kaplan, D.Nortan The balanced scorecard: translating strategy into action. Olimp, 2006. 304 с.
- [4] Савицкая Г.В. Экономический анализ. 11-е изд. М.: Новое издание, 2005. 651 с.
- [5] World gold council URL: <https://www.gold.org/> (дата обращения: 28.03.18).
- [6] Золотодобыча // Wikipedia URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Золотодобыча> (дата обращения: 28.03.18).
- [7] Ахунова А.Ч Особенности мирового рынка золота // Сибирский торгово-экономический журнал. 2014. №1(19).
- [8] О.В.Яблонская Рынок золота: формы частных инвестиций // Рынок драгоценных металлов. 2011. №17(224).
- [9] Галиев Ж.К, Галиева Н.В., Толмачев А.Г Экономическое обоснование развитие предприятий россыпной золотодобычи на основе формирования системы проектного финансирования. М.: «Горная книга», 2011. 47 с.
- [10] Хемеди А.Таха Введение в исследование операций. Седьмое изд. М.: Издательский дом "Вильямс 2007. 912 с.
- [11] Янакоча // Wikipedia URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Янакоча> (дата обращения: 28.03.2018).
- [12] URL: <https://www.mathworks.com/help/optim/> (дата обращения: 04.05.2018).