**Отзыв научного руководителя**

**на выпускную квалификационную работу обучающегося СПбГУ**

 Кароля Петра Андреевича

**по теме**

«Нахождение 𝐶– оптимальных планов эксперимента

для полиномиальных моделей с нулевым свободным членом**»**

 Работа посвящена построению двух специальных типов С- оптимальных планов (планов экстраполяции и планов оценивания производной) для полиномиальной регрессионной модели без свободного члена. Эта задача имеет не только теоретическое, но и практическое значение, так как такие модели часто используются при решении конкретных задач. Планы экстраполяции для обычных полиномиальных моделей

были исследованы еще в 1960-ых годах. Планы для оценивания производной для таких моделей изучены в недавней работе (Dette, Melas, Pepelyshev, 2010).

 Отметим, что в случае обычных полиномиальных моделей опорные точки оптимальных планов экстраполяции совпадают с экстремальными точками многочлена Чебышева первого рода соответствующей степени, а весовые коэффициенты находятся с помощью интерполяционных многочленов Лагранжа. Планы для оценивания производной имеют более сложный вид. Их опорными точками могут быть экстремальные точки многочленов, которые получаются из многочленов Чебышева линейной заменой переменной, а также и других многочленов, которые приходится находить численными методами.

 В данной работе используется известная теорема Элвинга, характеризующая С- оптимальные планы для регрессии общего вида. В ней ключевую роль играет функция, являющаяся обобщенным многочленом, экстремальные точки которой служат опорными точками оптимальных планов. С ее помощью найдено полное решение задачи построения оптимальных планов экстраполяции для полиномиальных моделей без свободного члена. Для нечетных степеней экстремальный многочлен совпадает с многочленом Чебышева, но число опорных точек может быть взято на единицу меньше.

Для четных степеней построен экстремальный многочлен, который получается нелинейным преобразованием многочлена Чебышева.

 Для оптимальных планов оценивания производных в работе исследованы модели малых степеней (а именно второй, третьей, и четвертой). Здесь также решения существенно зависят от четности или нечетности степени полиномиальной модели. Уже в случае четвертой степени экстремальный многочлен для некоторых значений точки, в которой оценивается производная функции регрессии, приходится находить численно.

 Полученные результаты представляют теоретический и практический интерес. Автор проявил неплохую изобретательность. Однако, общий случай планов оценивания производной исследовать не удалось. Работа написана в целом корректно, но стиль изложения местами затемняет суть вопроса. Не все опечатки исправлены, несмотря на многократную проверку. Считаю, что работа заслуживает оценки «хорошо».

 Доктор физ.-мат. наук,

 профессор кафедры

 статистического моделирования

07 июня 2018 г.\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Мелас Вячеслав Борисович