

ДВА БЫСТРЫХ АЛГОРИТМА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТОЧКИ НА СТАНДАРТНЫЙ СИМПЛЕКС¹

В.Н. Малоземов, Г.Ш. Тамасян

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург
e-mail: malv@math.spbu.ru, g.tamasyan@spbu.ru

В докладе рассматриваются два быстрых алгоритма проектирования точки $c \in \mathbb{R}^n$ на стандартный симплекс $\Lambda \subset \mathbb{R}^n$, определяемый условиями

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1; \quad x_i \geq 0, \quad i \in 1:n.$$

Исследуемая задача ставится следующим образом:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - c_i)^2 \rightarrow \min_{x \in \Lambda}, \quad (1)$$

где c_1, \dots, c_n — координаты проектируемой точки c . Решение этой задачи существует и единственно. Обозначим его x^* .

В работе [1] был описан быстрый алгоритм нахождения x^* . Идея алгоритма основана на алгебраическом анализе условий оптимальности в форме Куна–Таккера для задачи (1).

Ранее, появилась работа [2], в которой также предлагался конечный алгоритм решения задачи (1). Этот алгоритм имеет геометрический характер, что подтверждается в недавней работе [3].

В данном докладе мы даем усовершенствованный вариант описания и обоснования алгоритма из [2] и приводим результаты численных экспериментов по сравнению двух быстрых алгоритмов решения задачи (1). Отметим одну интересную особенность (см. [4]): когда один из двух алгоритмов проектирования имеет максимальную трудоемкость, у второго алгоритма трудоемкость минимальна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малоземов В. Н., Певный А. Б. *Быстрый алгоритм проектирования точки на симплекс* // Вестник СПбГУ. Сер. 1. 1992. Вып. 1 (№ 1). С. 112–113.
2. Michelot C. *A finite algorithm for finding the projection of a point onto the canonical simplex of \mathbb{R}^n* // JOTA. 1986. Vol. 50. No 1. P. 195–200.
3. Causa A., Raciti F. *A purely geometric approach to the problem of computing the projection of a point on a simplex* // JOTA. 2013. Vol. 156. No 2. P. 524–528.
4. Малоземов В. Н., Тамасян Г. Ш. *Ещё один быстрый алгоритм проектирование точки на стандартный симплекс* // Семинар «DHA & CAGD». Избранные доклады. 5 сентября 2013 г. (<http://dha.spb.ru/rep13.shtml#0905>)

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 12-01-00752_а, 14-01-31521_мол_а)