

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Механика и математическое моделирование

Гидроаэромеханика

Каплин Михаил

Измерение стационарных и нестационарных аэродинамических
характеристик тела с концевыми шайбами

Магистерская диссертация

Научный руководитель:

Доктор физико-математических наук

Рябинин А. Н.

Рецензент:

Кандидат технических наук

Ежов О.Н.

Санкт-Петербург

2018

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and Mathematical Modelling

Hydroaeromechanics

Kaplin Mikhail

Measurement of steady and unsteady aerodynamic characteristics of the body with
end plates

Master's Thesis

Scientific supervisor:

Doctor of Physical and Mathematical Sciences

Ryabinin A.N.

Reviewer:

Candidate of Technical Sciences

Yezhov O. N.

Saint-Petersburg

2018

СОДЕРЖАНИЕ

РЕФЕРАТ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
1. ВЛИЯНИЕ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА ПОВЕДЕНИЕ КРЫЛА В ПОТОКЕ ВОЗДУХА.....	6
1.1. Влияние концевых шайб на динамическую устойчивость крыла в потоке воздуха.....	6
1.2. Влияние концевых шайб на аэродинамические коэффициенты крыла.....	11
2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА ПОВЕДЕНИЕ ПЛОХООБТЕКАЕМОГО ТЕЛА В ПОТОКЕ ВОЗДУХА.....	14
2.1. Влияние концевых шайб на динамическую устойчивость плохообтекаемого тела	14
2.2. Влияние концевых шайб на значения аэродинамических коэффициентов и на поступательное галопирование призмы в потоке воздуха.....	22
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	31
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	32

РЕФЕРАТ

Каплин Михаил. Выпускная квалификационная работа «Измерение стационарных и нестационарных аэродинамических характеристик тела с концевыми шайбами». Санкт-Петербург: СПбГУ, Математико-механический факультет, направление механики и математического моделирования, кафедра гидроаэромеханики, 2018, 32 с.

В работе рассматривается влияние концевых шайб на поведение тел в потоке воздуха. Рассматриваются поступательные и вращательные колебания. Рассматривается влияние концевых шайб на аэродинамические коэффициенты. Показано влияние концевых шайб на зависимость коэффициента затуханий вращательных колебаний от амплитуды колебаний. Рассматривается проблема поступательного галопирования прямой призмы в потоке воздуха без концевых шайб и с ними.

ABSTRACT

Kaplin Mikhail. Graduation qualification work «Measurement of steady and unsteady aerodynamic characteristics of the body with end plates». St. Petersburg: St. Petersburg State University, Faculty of Mathematics and Mechanics, Direction of Mechanics and Mathematical Modeling, Department of Hydroaeromechanics, 2018, 32 p.

In this paper, the effect of end washers on the behavior of bodies in the air flow is considered. The translational and rotational oscillations are considered. The influence of end washers on aerodynamic coefficients is considered. The influence of end washers on the dependence of the damping coefficient of rotational oscillations on the amplitude of oscillations is shown. The problem of translational galloping of a direct prism in a stream of air without end washers and with them is considered.

ВВЕДЕНИЕ

Начиная с середины XX века начала развиваться получила свое развитие проблема галопирования плохообтекаемых тел с. Первыми, кто работал над этой проблемой, были Паркинсон и Брукс [6], Паркинсон и Смит [5], Новак [4]. Они рассматривали галопирование прямой призмы с прямоугольным и, в частности, с квадратным поперечным сечением. В дальнейшем, исследователи начали рассматривать галопирование призм с круглыми и близкими к ним поперечными сечениями.

Причиной развития исследований в данной области стало разрушение некоторых построек под действием ветра. Сейчас моделирование галопирования может позволить обеспечить безопасность при построении гондол подвесных канатных дорог, проектировании мостов. Гондолы и сегменты моста могут раскачиваться под действием ветра, что может привести к нежелательным последствиям вплоть до разрушения конструкций.

Концевые шайбы позволяют моделировать тела с очень большим удлинением. Это помогает, например, при рассмотрении колебаний мостов. Достаточно взять небольшой его сегмент и прикрепить концевые шайбы. В этом случае измеренные характеристики будут больше соответствовать всему мосту.

В данной работе исследовалось влияние концевых шайб на поступательное галопирование и вращательные колебания прямой призмы с квадратным сечением.

1. ВЛИЯНИЕ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА ПОВЕДЕНИЕ КРЫЛА В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

1.1 Влияние концевых шайб на динамическую устойчивость крыла в потоке воздуха

Когда крыло движется в воздухе, на него действуют аэродинамические силы, из-за которых крыло может колебаться, что может привести к изменению траектории движения тела. Для характеристики динамической устойчивости крыла в потоке используют вращательные производные момента [1]. В данной работе рассматривалось крыло с концевыми шайбами и считалось, что аэродинамические силы, которые на него действуют, зависят только от мгновенных углов атаки и скольжения. Параметры модели определялись из ряда экспериментов.

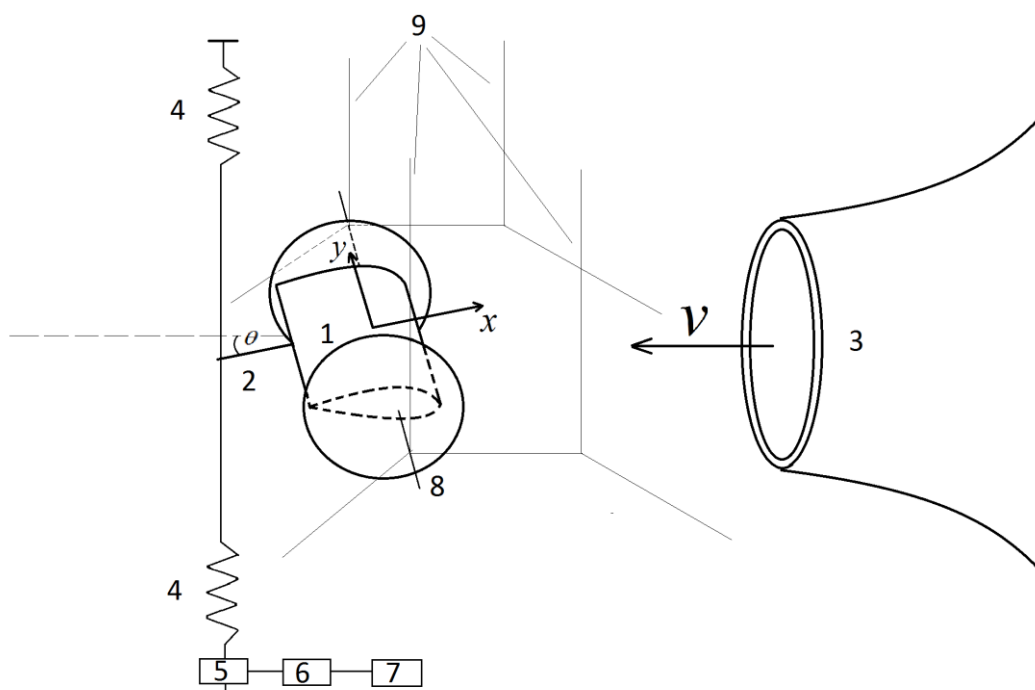


Рисунок 1.1.1. Экспериментальная установка

Все эксперименты проводились в дозвуковой аэродинамической трубе. Скорость потока изменялась от 0 до 14 м/с. Макет крыла с концевыми шайбами закреплялся на проволочной подвеске. К задней кромке крыла прикреплялась державка, к которой крепились две пружины. Верхняя пружина крепилась к механизму изменения угла атаки, а нижняя – к неподвижному тензопреобразователю. Сигнал поступал на РС-осцилограф, который был связан с компьютером. Показания записывались в текстовый файл с частотой 100 Гц. Каждый эксперимент длился 17 секунд. При градуировке на державку навешивался груз известной массы и определялось отклонение державки от положения равновесия.

Движение крыла в потоке воздуха описывается следующим уравнением

$$I_z \ddot{\theta} + r\dot{\theta} + k\theta = \left(m_z^\omega + m_z^{\dot{\alpha}}\right) \frac{qSb^2}{v} \dot{\theta} + m_z^\alpha qSL\theta \quad (1.1.1)$$

I_z – компонента момента инерции, которая соответствует одной из главных осей инерции тела, θ – угол тангажа, k – приведенная жесткость упругой системы, $r\dot{\theta}$ – вязкое сопротивление подвески, $q = \frac{\rho v^2}{2}$ – динамический напор, ρ – плотность воздуха, $S = Lb$ – характерная площадь, v – скорость воздушного потока, m_z^ω , $m_z^{\dot{\alpha}}$, m_z^α – вращательные производные коэффициента момента тангажа по угловой скорости тангажа, скорости изменения угла атаки и углу атаки соответственно.

Далее, принимаем, что компонента момента аэродинамических сил много меньше момента упругих сил подвески. Следовательно, получаем

$$\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = \mu \dot{\theta}, \quad \mu = \left(m_z^\omega + m_z^{\dot{\alpha}}\right) \frac{qSb^2}{I_z v} - \frac{r}{I_z}, \quad \omega^2 = \frac{k}{I_z} \quad (1.1.2)$$

Решение (1.1.2) ищется в виде

$$\theta = \theta_0 \exp(\lambda t), \quad \lambda = \eta + ip \quad (1.1.3)$$

Подставляя (1.1.3) в уравнение (1.1.2) получаем

$$\mu = 2\eta, \quad \omega^2 = \eta^2 + p^2 \approx p^2 \quad (1.1.4)$$

Подставляя (1.1.4) во второе равенство (1.1.2) и преобразовывая, получаем выражение для коэффициента затухания

$$\eta = A + Bv, \quad A = -\frac{r}{2I_z}, \quad B = \left(m_z^\omega + m_z^{\dot{\alpha}}\right) \frac{\rho S b^2}{4I_z} \quad (1.1.5)$$

Коэффициенты модели находятся методом наименьших квадратов.

Далее представлены графики зависимости коэффициента затухания от скорости набегающего потока для крыла без концевых шайб и с ними.

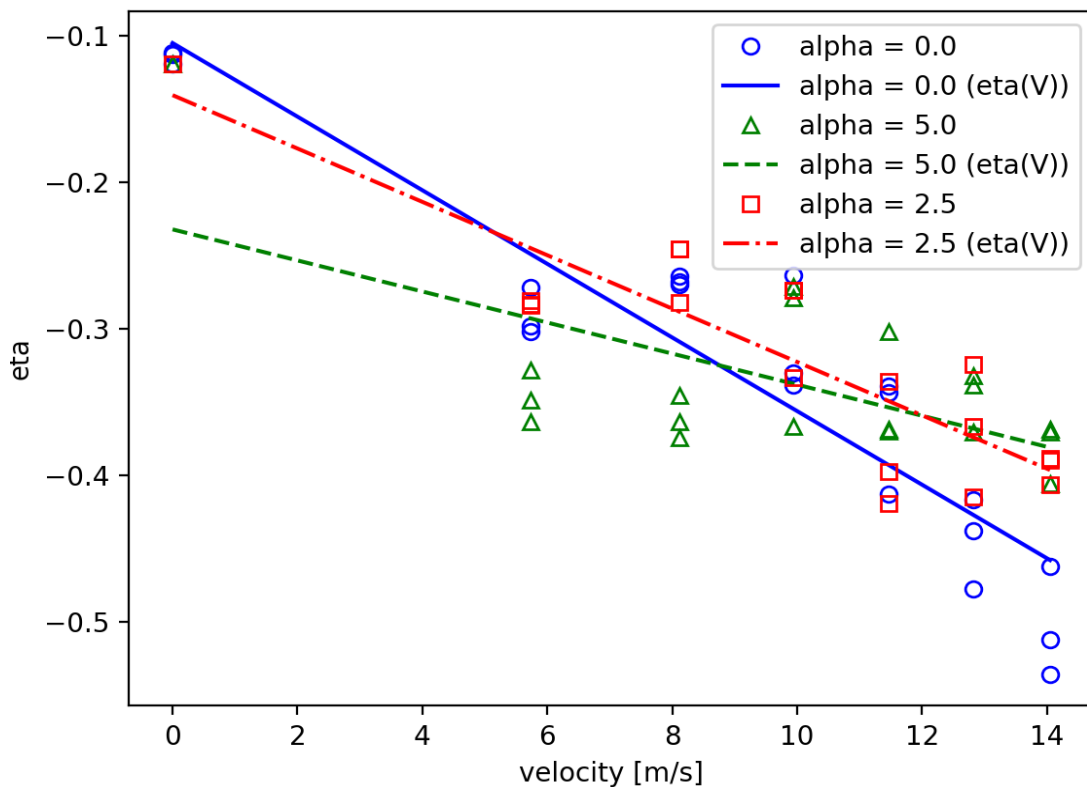


Рисунок 1.1.2. Зависимость коэффициента затухания от скорости (крыло без шайб)

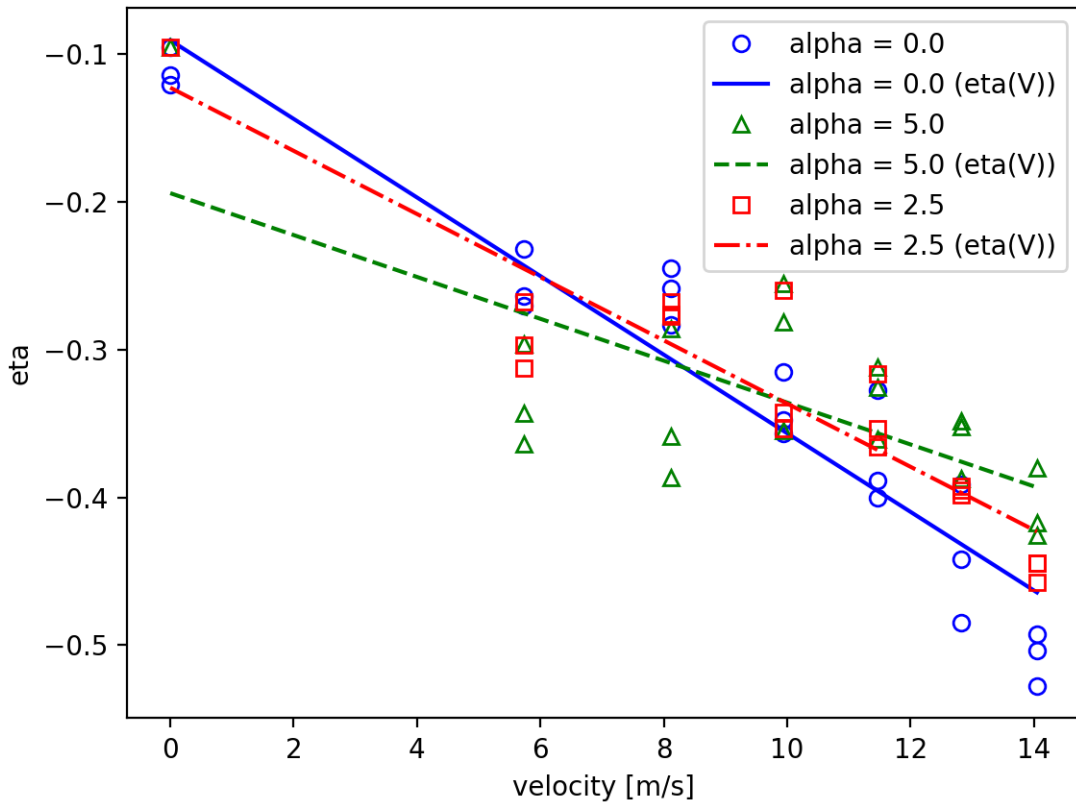


Рисунок 1.1.3. Зависимость коэффициента затухания от скорости (крыло с шайбами)

Из третьего равенства уравнения (1.1.5) можно найти вращательные производные

$$m_z^\omega + m_z^{\dot{\alpha}} = \frac{4BI_z}{\rho S b^2} = \frac{4Bk}{\rho S b^2 \omega^2} \quad (1.1.6)$$

Результаты расчета периода колебаний и вращательных производных приведены для крыла без концевых шайб и с ними в табл.1.

Модель	α , град	Период T, с	B, 1/м	$m_z^\omega + m_z^{\dot{\alpha}}$
Крыло без шайб	0	0.243	-0.025102	-0.523
Крыло без шайб	2,5	0.243	-0.018197	-0.379
Крыло без шайб	5	0.243	-0.010591	-0.220
Крыло с шайбами	0	0.262	-0.026581	-0.643
Крыло с шайбами	2,5	0.262	-0.021371	-0.517
Крыло с шайбами	5	0.262	-0.014164	-0.343

Таблица 1

Как видно из таблицы, период колебаний для крыла с концевыми шайбами больше, чем для крыла без шайб. Также видно, что наличие у крыла концевых шайб увеличивает вращательные производные (по модулю). Оказалось, что период мало изменяется при различных скоростях набегающего потока и углах атаки.

На графиках видно, что при угле атаки 5 градусов точки не лежат на одной прямой. Следовательно, принятая математическая модель плохо описывает результаты экспериментов. Для остальных углов атаки точки лежат на прямых с достаточно маленьким разбросом.

1.2 Влияние концевых шайб на аэродинамические коэффициенты крыла

Для определения аэродинамических коэффициентов использовалось квазистационарное приближение [2, 3]. Эксперименты проводились в дозвуковой аэродинамической трубе. Скорость набегающего потока была равна 26 м/с.

Ниже приведены графики аэродинамических коэффициентов для данной модели без концевых шайб и с ними. Коэффициенты построены в зависимости от угла атаки, который изменялся от -6 до 26 градусов с шагом 2 градуса.

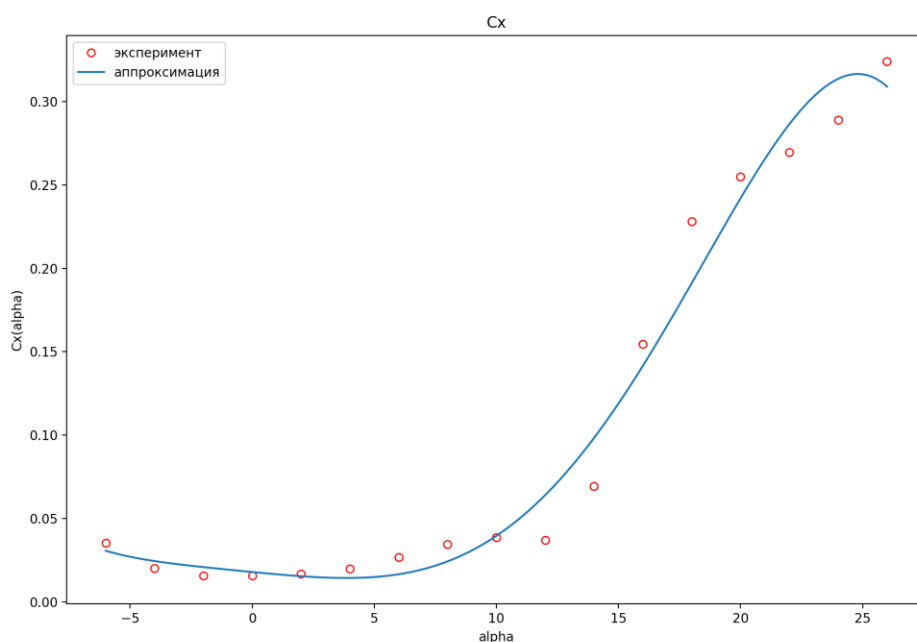


Рисунок 1.2.1. Коэффициент силы лобового сопротивления

(крыло без шайб)

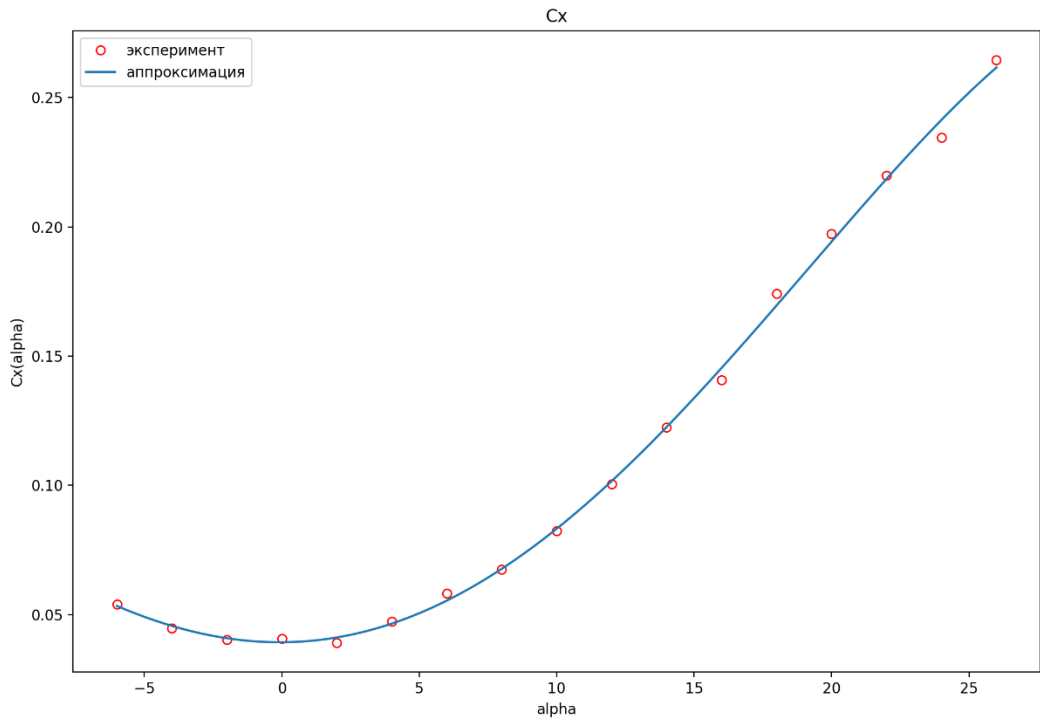


Рисунок 1.2.2. Коэффициент силы лобового сопротивления
(крыло с шайбами)

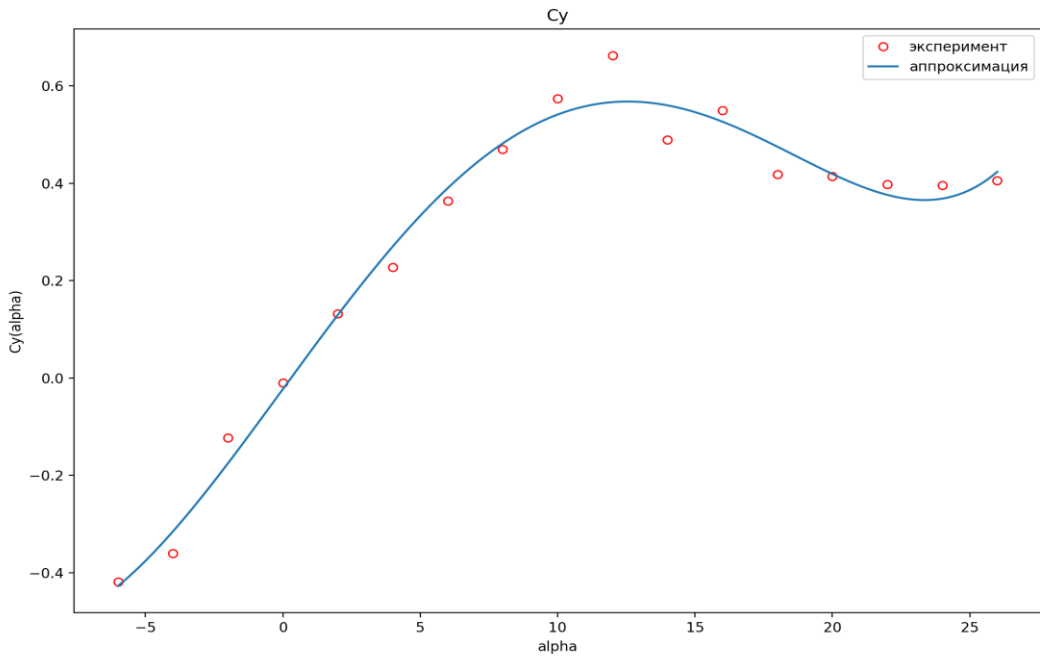


Рисунок 1.2.3. Коэффициент подъемной силы
(крыло без шайб)

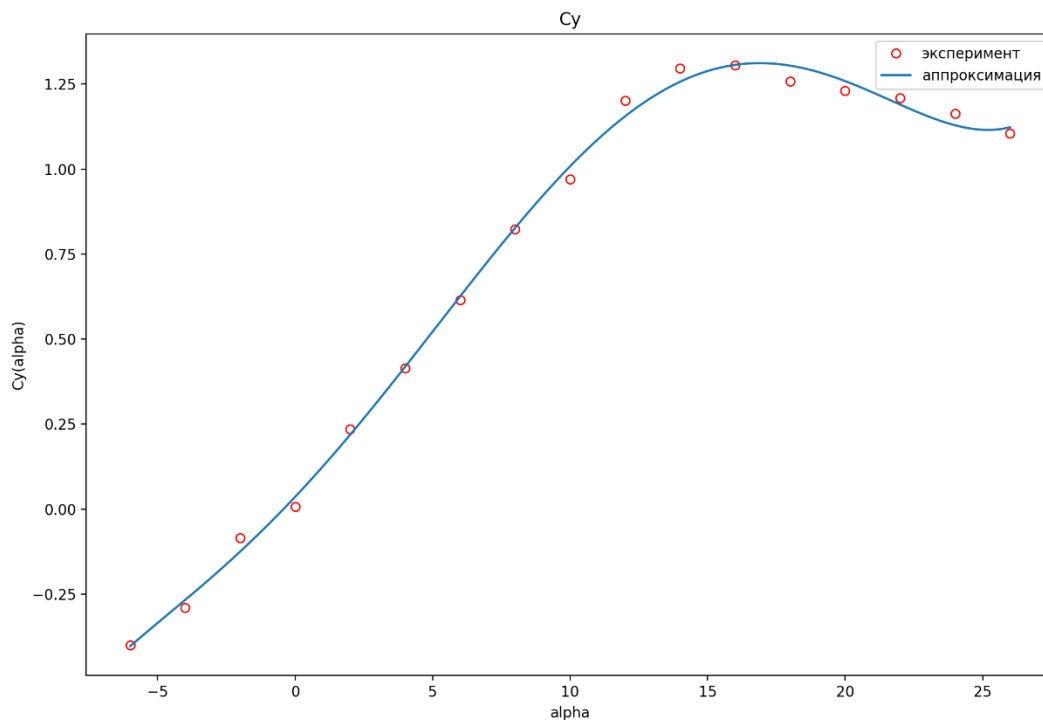


Рисунок 1.2.4. Коэффициент подъемной силы
(крыло с шайбами)

По графикам видно, что оптимальный угол атаки, обеспечивающий максимальную подъемную силу и минимальное лобовое сопротивление, в случае крыла без шайб составляет около 9-10 градусов, а в случае крыла с шайбами – около 15 градусов. Видно, что наличие у крыла концевых шайб повышает значения подъемной силы.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА ПОВЕДЕНИЕ ПЛОХООБТЕКАЕМОГО ТЕЛА В ПОТОКЕ ВОЗДУХА

2.1 Влияние концевых шайб на динамическую устойчивость плохообтекаемого тела

Когда плохообтекаемое тело обдувается потоком воздуха, оно может колебаться из-за действия на него аэродинамических сил. Чтобы исследовать динамическую устойчивость такого тела в потоке, пользуются вращательными производными момента [1]. Квазистационарным приближением [2, 3] можно пользоваться, когда аэродинамические силы зависят только от мгновенных углов атаки. Но в данном случае аэродинамические силы зависят и от производных мгновенных углов атаки. Квазистационарным приближением пользоваться нельзя. Поэтому, будет использована другая модель для коэффициента затухания.

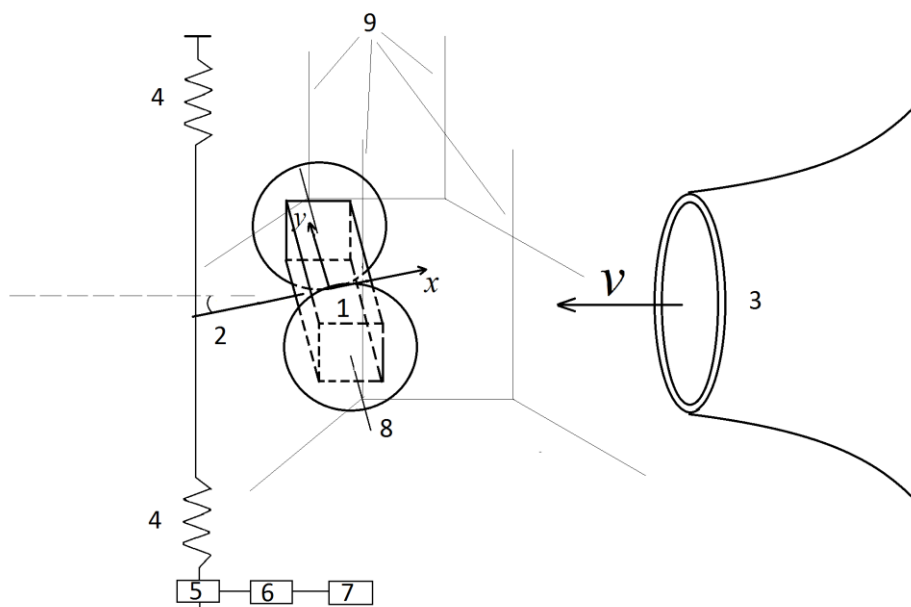


Рисунок 2.1.1. Экспериментальная установка

Эксперименты проводились в дозвуковой аэродинамической трубе. Скорость потока изменялась от 0 до 23.7 м/с. Макет плохообтекаемого тела с концевыми шайбами закреплялся на проволочной подвеске. К задней кромке прикреплялась державка, к которой были прикреплены две пружины. Верхняя пружина крепилась на механизм изменения угла атаки, а нижняя – к неподвижному тензопреобразователю. Сигнал поступал на РС-осциллограф, связанный с компьютером. Показания записывались в текстовый файл с частотой 100 Гц. РС-осциллограф работал в качестве самописца. При градуировке на державку навешивался груз известной массы и определялось отклонение державки от положения равновесия.

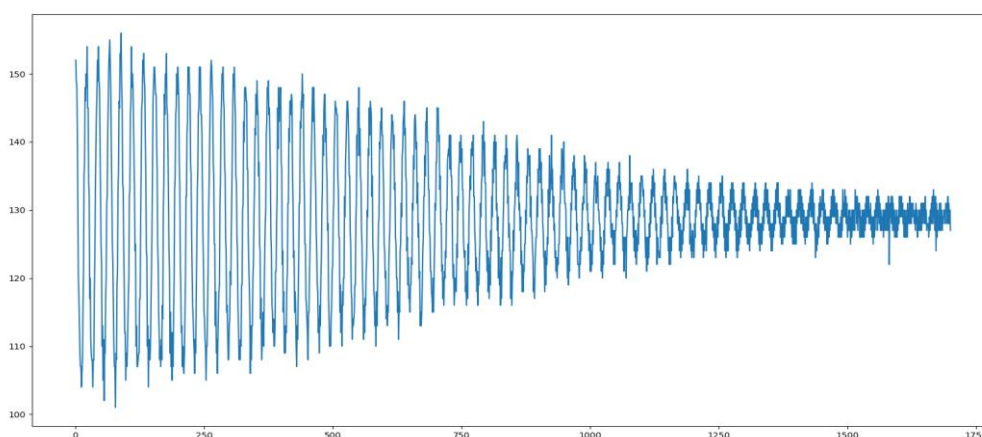


Рисунок 2.1.2. Пример записи сигнала (тело без шайб)

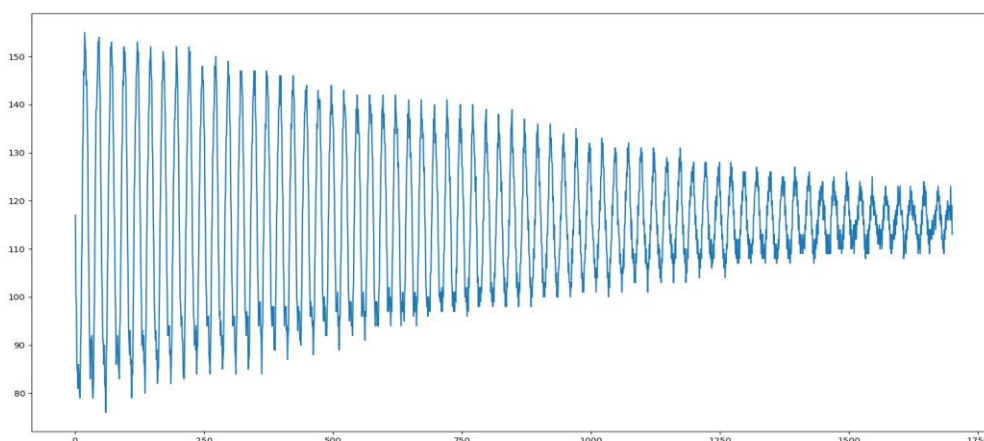


Рисунок 2.1.3. Пример записи сигнала (тело с шайбами)

На рис. 2.1.2 и 2.1.3 представлены примеры записи колебаний призмы в режиме самописца для тела без концевых шайб и с ними.

На графиках можно увидеть, что колебания тела с концевыми шайбами затухают медленнее. Далее будет более детально рассмотрена данная зависимость.

Для того, чтобы обработать полученный сигнал, предполагалось, что измеренный угол поворота призмы в зависимости от времени является суммой гармонических функций:

$$\beta_i = B \cos(\omega t_i) + C \sin(\omega t_i) + E + \xi_i \quad (2.1.1)$$

Если n – это количество считываний за один период, то умножая на синус и на косинус равенство (2.1.1), получим следующее

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \cos(\omega t_i) &= B \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos^2(\omega t_i) + C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i) + \\ &E \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \cos(\omega t_i), \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \beta_i \sin(\omega t_i) &= B \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i) + C \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin^2(\omega t_i) + \\ &E \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin(\omega t_i) + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \sin(\omega t_i), \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Предполагая число n достаточно большим, суммы в этих уравнениях, которые содержат только тригонометрические функции, могут быть посчитаны.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos^2(\omega t_i) &\approx 0.5, & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin^2(\omega t_i) &\approx 0.5, \\
\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) \sin(\omega t_i) &\approx 0, & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(\omega t_i) &\approx 0, \\
\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin(\omega t_i) &\approx 0, & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \cos(\omega t_i) &\approx 0.
\end{aligned} \tag{2.1.3}$$

В итоге, из уравнений можно найти коэффициенты для нахождения амплитуды колебаний

$$A = \sqrt{B^2 + C^2} \tag{2.1.4}$$

Движение модели плохообтекаемого тела описывается уравнением

$$I \ddot{\beta} = L_a + L_s, \tag{2.1.5}$$

где I – момент инерции, L_a – момент аэродинамических сил, L_s – момент упругих сил и сил трения. Математическая модель которой будем пользоваться для определения коэффициента затухания, описана в [7].

Компоненты моментов сил могут быть записаны в виде

$$L_a = \frac{\rho v^2}{2} LS \left(m + \frac{L \dot{\beta}}{v} m^\beta \right), \quad L_s = -kl^2 \beta - k_1 \dot{\beta}. \tag{2.1.6}$$

В формуле (2.1.6) ρ – плотность воздуха, v – скорость набегающего потока, L – длина призмы, S – характерная площадь, m , m^β – коэффициент момента аэродинамической силы и коэффициент аэродинамической производной, k – жесткость пружины, l – расстояние от оси вращения до конца державки, k_1 – коэффициент вязкого трения.

Коэффициент момента пропорционален β , а вращательную производную можно найти из такой формулы

$$m = -C_\beta \beta, \quad m^{\dot{\beta}} = C_{\dot{\beta}} (1 - \delta \beta^2) \quad (2.1.7)$$

В выражениях (2.1.7) содержатся безразмерные величины $C_\beta, C_{\dot{\beta}}, \delta$. Если подставить (2.1.6, 2.1.7) в (2.1.5) получим уравнение

$$\ddot{\beta} + \omega^2 \beta + \Omega^2 \beta = \mu \frac{v}{L} (1 - \delta \beta^2) \dot{\beta} - \mu k_2 \dot{\beta}, \quad (2.1.8)$$

где

$$\omega^2 = \frac{kl^2}{L}, \quad \Omega^2 = \frac{\rho v^2}{2I} L S C_\beta, \quad \mu = \frac{\rho L^3 S}{2I} C_{\dot{\beta}}, \quad k_2 = \frac{k_1}{\mu I}$$

Далее, принимаем, что компонента момента аэродинамических сил много меньше момента упругих сил подвески. Т.е. ω^2 много больше, чем Ω^2 . Тогда будем иметь следующее

$$\ddot{\beta} + \omega^2 \beta = \mu \left[\frac{v}{L} (1 - \delta \beta^2) - k_2 \right] \dot{\beta} \quad (2.1.9)$$

Предполагаем, что μ – малый параметр. Тогда уравнение (2.1.9) можем решить методом Крылова-Боголюбова. Таким образом, получим дифференциальные уравнения колебаний для медленно меняющейся амплитуды A и фазы ϕ :

$$\dot{A} = \frac{A\mu}{2} \left[\left(\frac{v}{L} - k_2 \right) - \frac{v}{L} A^2 \frac{\delta}{4} \right], \quad \dot{\phi} = 0. \quad (2.1.10)$$

В случае стационарных колебаний с постоянной амплитудой, производная \dot{A} равна нулю и

$$A^2 = \frac{4}{\delta} - \frac{4k_2 L}{\delta v} \quad (2.1.11)$$

Следовательно, A^2 линейно зависит от $\frac{1}{v}$.

Первое уравнение (2.1.10) переписываем в виде

$$\eta = \frac{d \ln A}{dt} = \frac{\mu}{2} \left[\left(\frac{v}{L} - k_2 \right) - \frac{v}{L} A^2 \frac{\delta}{4} \right] \quad (2.1.12)$$

Это выражение и будет использоваться для определения коэффициента затухания. Из эксперимента определялись η , v и A , а для получения непрерывной зависимости $\eta(v, A)$ коэффициенты находились методом наименьших квадратов.

Далее представлены графики зависимости логарифмического декремента затухания от амплитуды колебаний при разных скоростях набегающего потока для призмы без концевых шайб и с ними. Точками показаны данные эксперимента, линиями – вычисленные значения по (2.1.12).

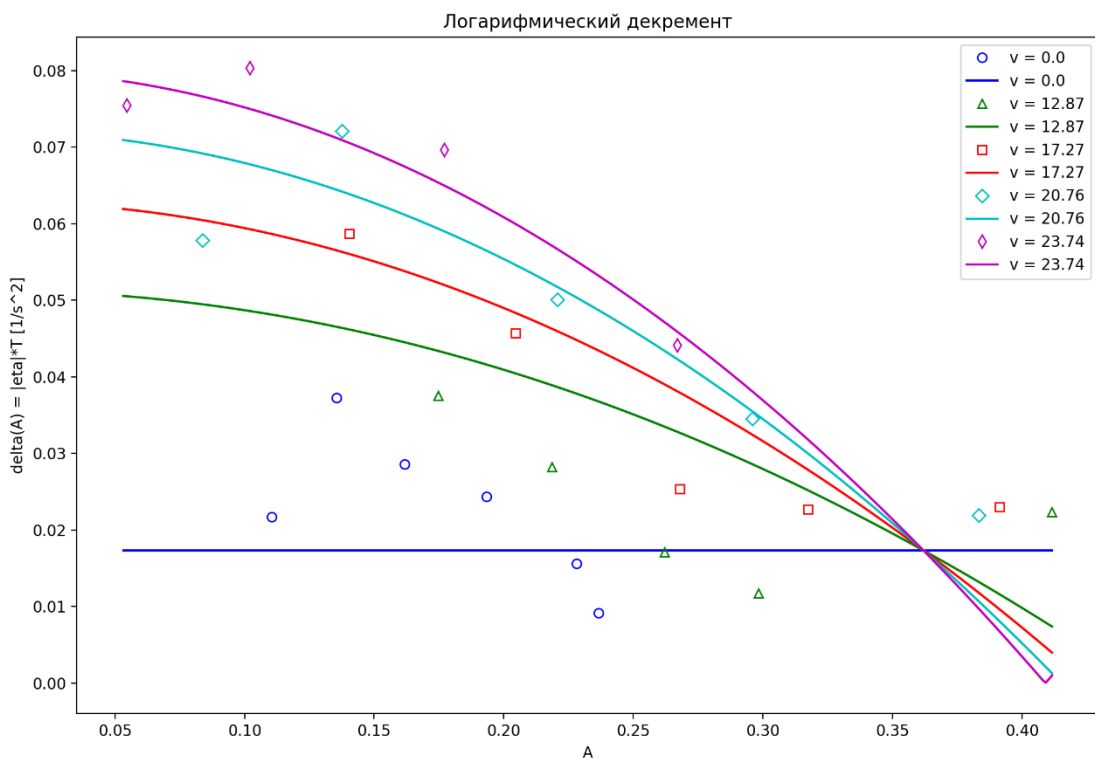


Рисунок 2.1.4. Логарифмический декремент для тела без шайб

$$(\delta = |\eta| T)$$

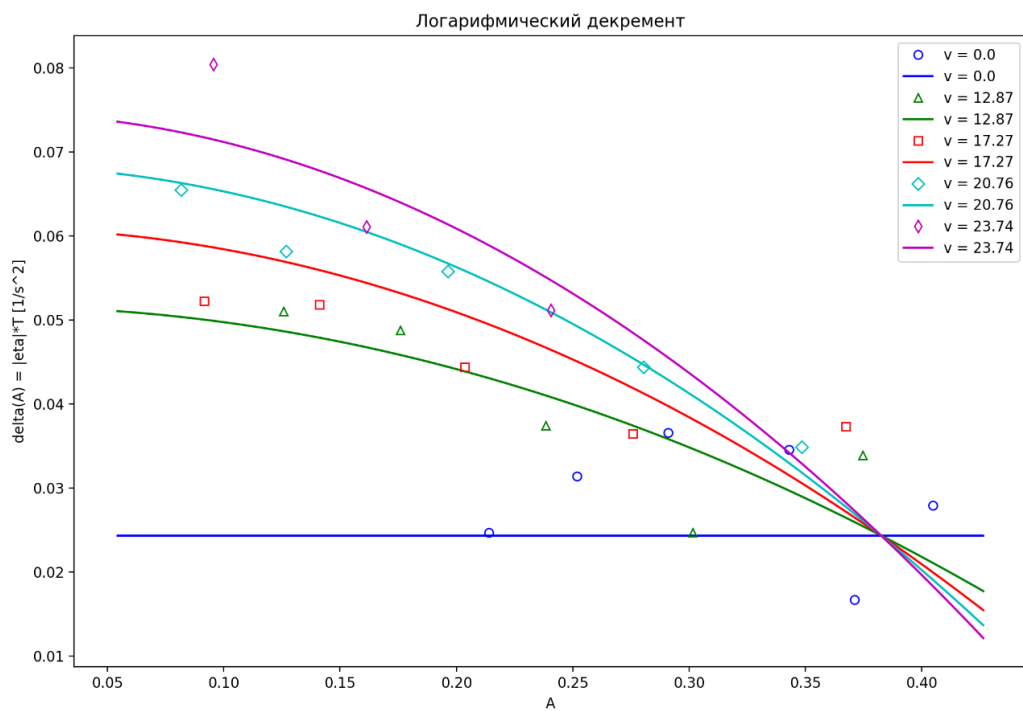


Рисунок 2.1.5. Логарифмический декремент для тела с шайбами

$$(\delta = |\eta| T)$$

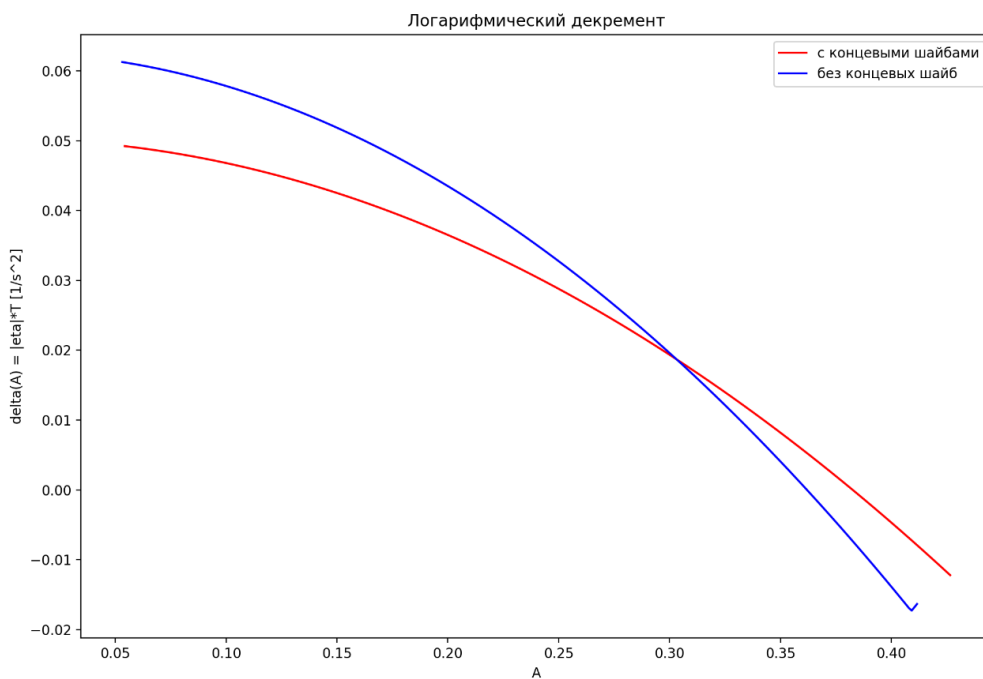


Рисунок 2.1.6. Логарифмический декремент для тела с шайбами и без них

при скорости 23.74 м/с

$$(\delta = |\eta| T)$$

При очень малой амплитуде данные эксперимента сильно расходятся с моделью, поэтому на график соответствующие точки не нанесены.

На графиках видно, что коэффициент затухания при больших скоростях в случае призмы с концевыми шайбами меньше, чем в случае призмы без них. При малых амплитудах концевые шайбы уменьшают логарифмический декремент. Однако при больших амплитудах шайбы способствуют ускорения процесса затухания колебаний. Данной моделью можно пользоваться для определения коэффициента затухания по известной амплитуде колебаний при достаточно больших скоростях. При малых скоростях и амплитудах представленная модель дает большие погрешности.

2.2 Влияние концевых шайб на значения аэродинамических коэффициентов и на поступательное галопирование призмы в потоке воздуха.

Чтобы определить, будет ли упруго закрепленная призма вовлекаться в режим поступательного галопирования в потоке воздуха при разных скоростях набегающего потока, был проведен эксперимент, в результате которого был определен аэродинамический коэффициент нормальной силы C_n . Чтобы его определить, сначала находились коэффициенты лобового сопротивления C_x и подъемной силы C_y .

При определении аэродинамических коэффициентов было использовано квазистационарное приближение [2, 3]. Эксперименты проводились в дозвуковой аэродинамической трубе. Скорость набегающего потока была около 25.7 м/с. Угол атаки изменялся от -20 до 20 градусов с шагом 2 градуса.

В результате, получены такие графики для аэродинамических коэффициентов для призмы без концевых шайб и с ними. Точками нанесены данные эксперимента, а линиями – аппроксимации данных эксперимента полиномами 7-й степени.

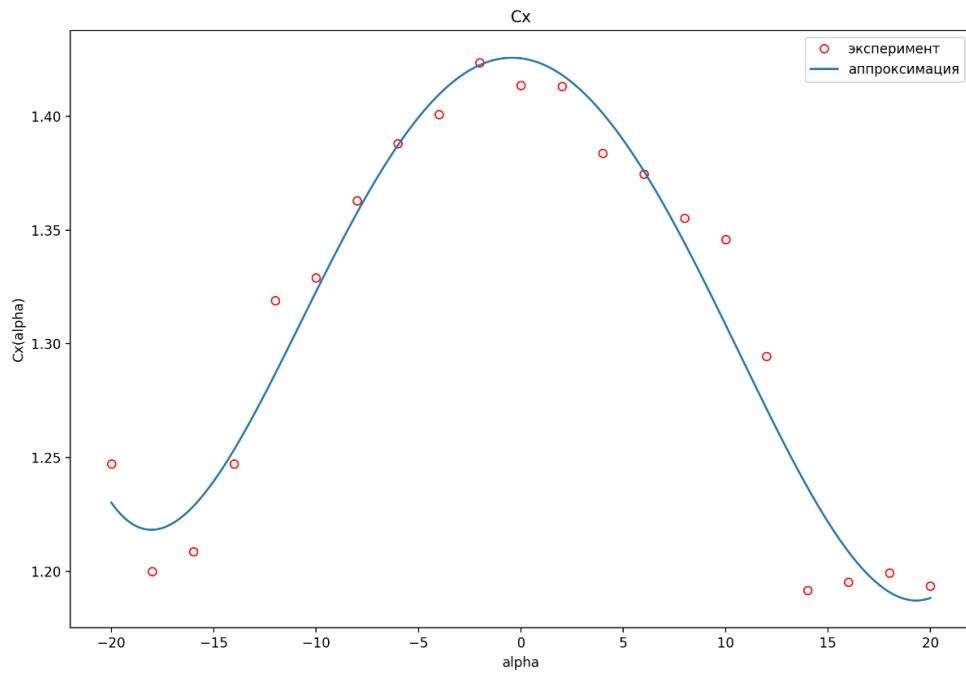


Рисунок 2.2.1. Коэффициент силы лобового сопротивления
(призма без шайб)

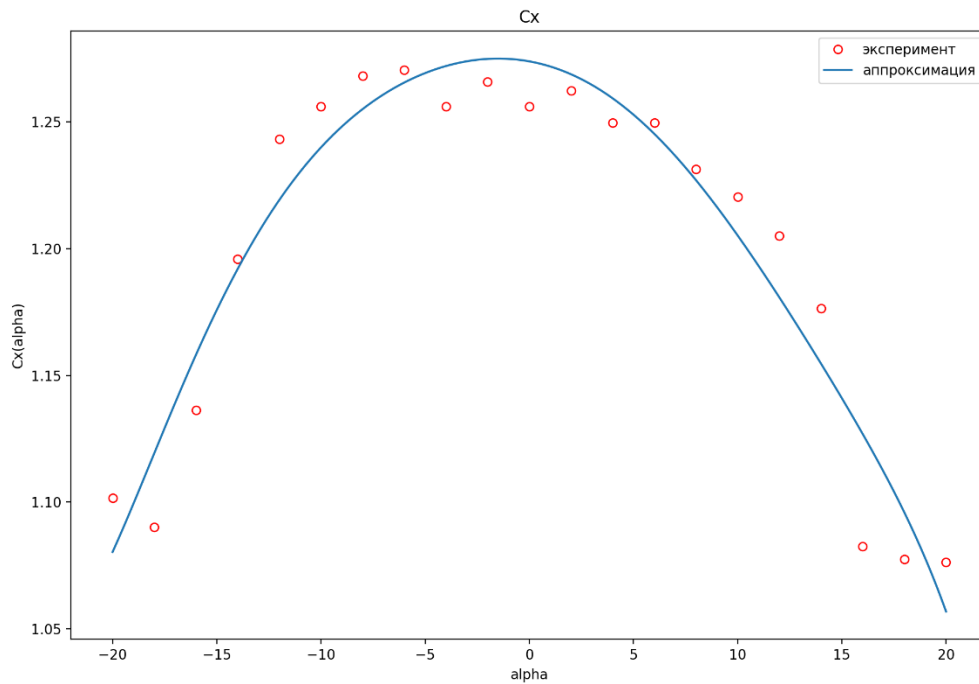


Рисунок 2.2.2. Коэффициент силы лобового сопротивления
(призма с шайбами)

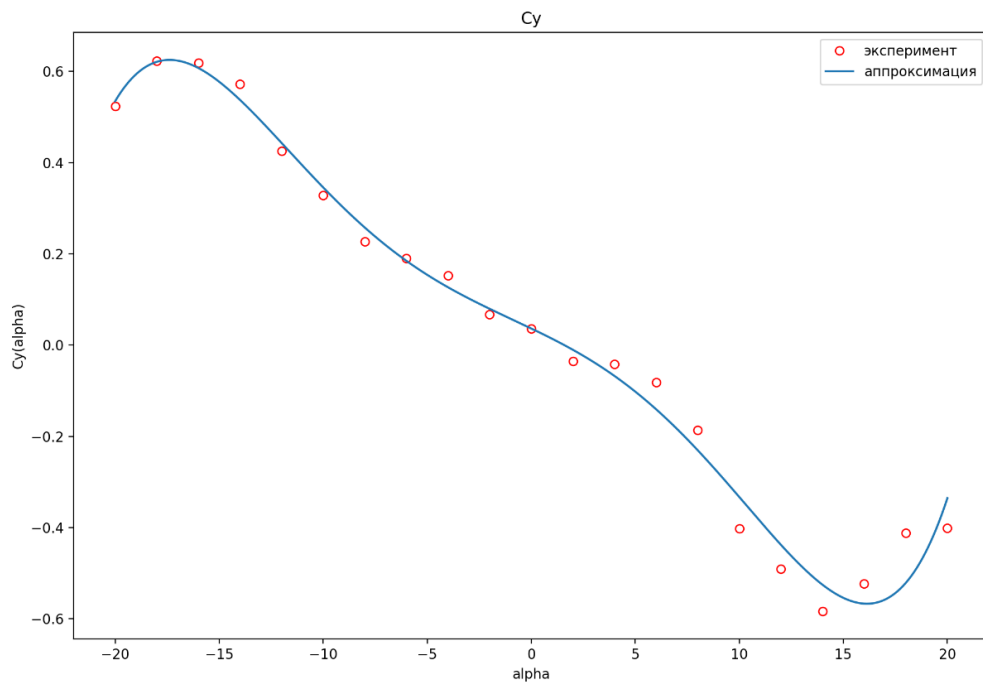


Рисунок 2.2.3. Коэффициент подъемной силы
(призма без шайб)

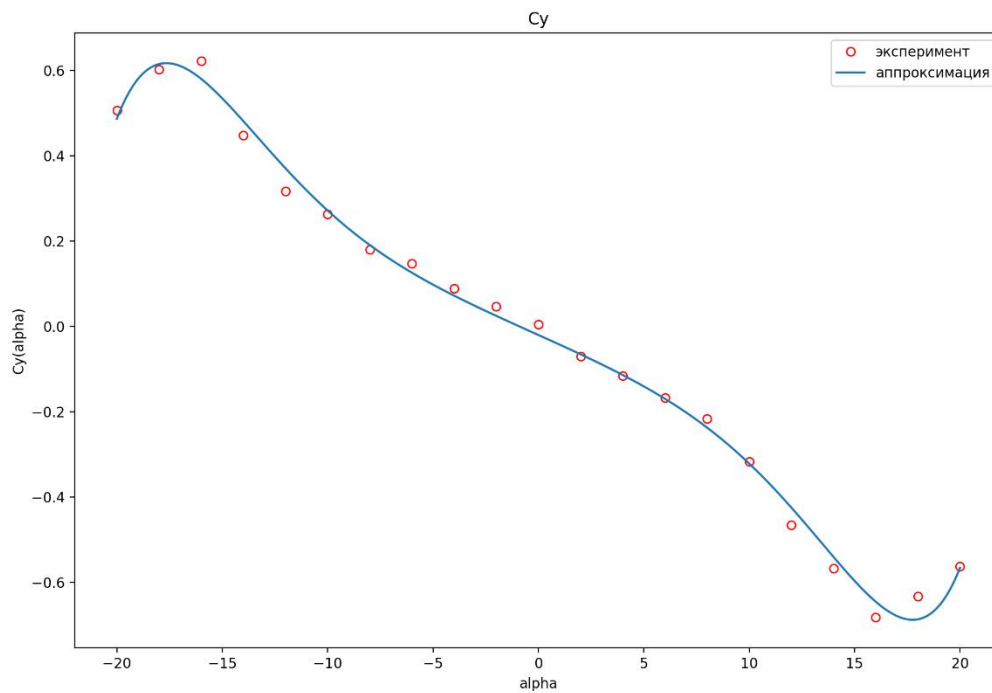


Рисунок 2.2.4. Коэффициент подъемной силы
(призма с шайбами)

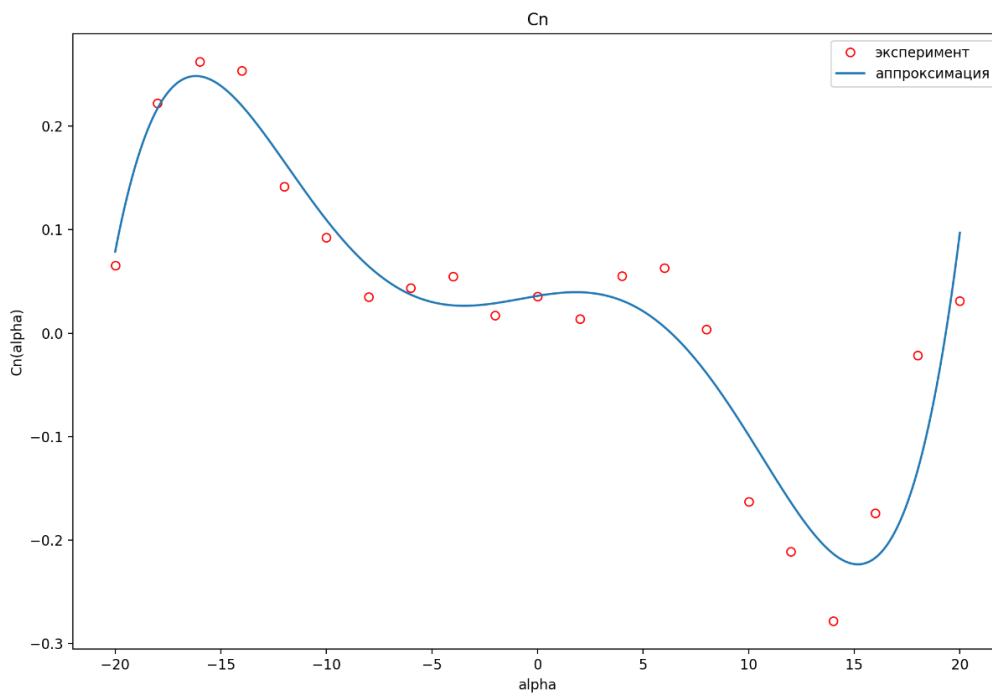


Рисунок 2.2.5. Коэффициент нормальной силы
(призма без шайб)

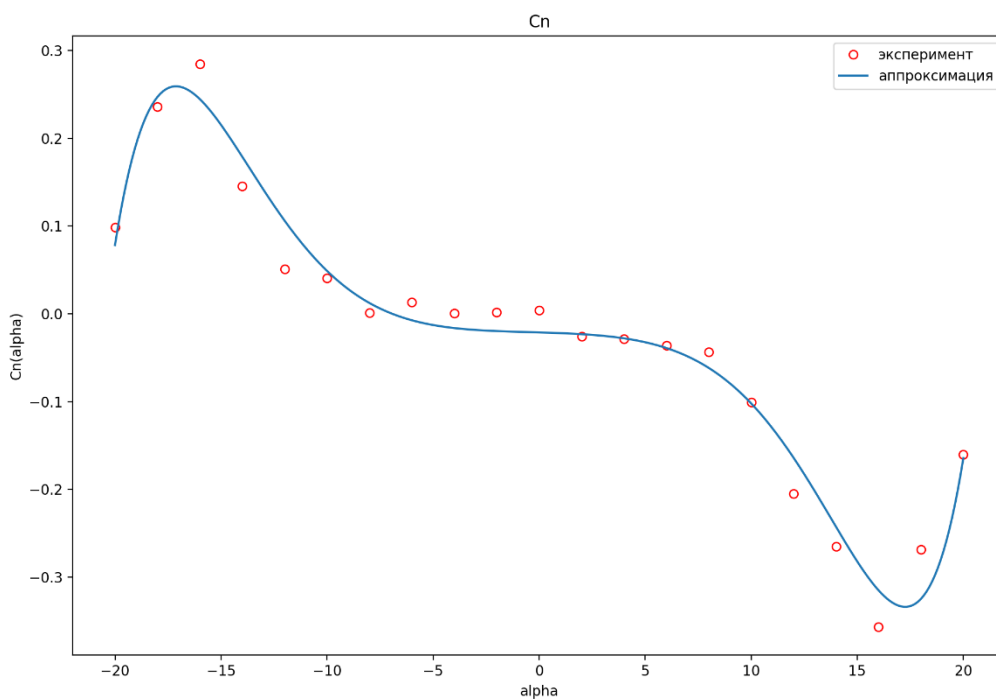


Рисунок 2.2.6. Коэффициент нормальной силы
(призма с шайбами)

Для того, чтобы определить, будет ли галопирование, рассмотрим производную коэффициента нормальной силы в нуле. Будем пользоваться критерием Ден Гартога [9], исходя из которого колебания развиваются при некоторой критической скорости набегающего потока, если

$$\left[\frac{dC_n}{d\alpha} \cos \alpha + \frac{dC_t}{d\alpha} \sin \alpha \right]_{\alpha=\alpha_0} < 0, \quad (2.2.13)$$

где $C_n = C_x \cos \alpha + C_y \sin \alpha$, $C_t = C_x \sin \alpha - C_y \cos \alpha$ – коэффициент нормальной и тангенциальной силы. Мы рассматриваем поведение призмы при малых углах атаки. Тогда $\alpha_0 = 0$ и (2.13) можно записать так

$$\left[\frac{dC_n}{d\alpha} \right]_{\alpha=0} < 0. \quad (2.2.14)$$

По рис. (2.2.5) и рис. (2.2.6) видно, что производная будет больше нуля, в случае призмы без концевых шайб, и меньше нуля, в случае призмы с шайбами. Значения производных следующие

$$\begin{aligned} 1) \quad & \left[\frac{dC_n}{d\alpha} \right]_{\alpha=0} = 0.19, \\ 2) \quad & \left[\frac{dC_n}{d\alpha} \right]_{\alpha=0} = -0.04. \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

Следовательно, в случае прямой призмы без шайб, колебания развиваться не будут, а в присутствии концевых шайб колебания будут развиваться при некоторой критической скорости.

Рассмотрим, как будет меняться амплитуда колебаний при разных скоростях набегающего потока. Запишем уравнение движения призмы в поперечном по отношению к потоку направлении, описанное в [8]

$$m\ddot{y}b + r\dot{y}b + kyb = C_n \left(\frac{\dot{y}b}{v} \right) S \frac{\rho_0 v_r^2}{2} \quad (2.2.16)$$

Коэффициент подъемной силы C_n представляется в виде полинома по $\left(\frac{\dot{y}b}{v}\right)$.

В работе [4, 10] показано, что в случае симметричной призмы в разложении присутствуют только нечетные степени. Подставляя данное разложение в (2.2.16) получим

$$m\ddot{y} + r\dot{y} + ky = L \frac{\rho_0 v_r^2}{2} \left[A_1 \left(\frac{\dot{y}b}{v} \right) + A_3 \left(\frac{\dot{y}b}{v} \right)^3 + A_5 \left(\frac{\dot{y}b}{v} \right)^5 + A_7 \left(\frac{\dot{y}b}{v} \right)^7 + \dots \right] \quad (2.2.17)$$

Уравнение (2.2.17) записываем в безразмерном виде

$$\ddot{y} + 2\eta\dot{y} + y = nv^2 \left[A_1 \left(\frac{\dot{y}}{v} \right) + A_3 \left(\frac{\dot{y}}{v} \right)^3 + A_5 \left(\frac{\dot{y}}{v} \right)^5 + A_7 \left(\frac{\dot{y}}{v} \right)^7 + \dots \right] \quad (2.2.18)$$

$$n = \rho_0 S b / (2m); \quad v = v / (b\sqrt{k/m}),$$

где v – безразмерная скорость, η – коэффициент демпфирования колебаний конструкции. Критическая скорость будет равна $v_0 = 2\eta / (nA_1)$. Уравнение (2.2.18) решается методом Ван-дер-Поля. Решение ищется в виде $y = \rho_y \cos(t - \varphi)$, предполагая, что амплитуда и фаза являются медленными функциями времени. В итоге, получены уравнения установления Ван-дер-Поля

$$\dot{\rho}_y = nA_1 \left[\frac{1}{2} \left(v - \frac{2\eta}{nA_1} \right) \rho_y + \frac{3}{8} \frac{A_3}{A_1 v} \rho_y^3 + \frac{5}{16} \frac{A_5}{A_1 v^3} \rho_y^5 + \frac{35}{128} \frac{A_7}{A_1 v^5} \rho_y^7 + \dots \right], \quad (2.2.19)$$

$$\rho_y \dot{\varphi} = 0,$$

Одним из стационарных решений (2.2.19) будет $\rho_y = 0$. Разделив на ρ_y правую часть первого уравнения и приравнявая к 0, получим уравнение для нахождения остальных стационарных решений. Ограничимся первыми четырьмя членами. Получим

$$1 - \frac{v_0}{v} = \frac{3}{4} \frac{A_3}{A_1} \left(\frac{\rho_y}{v} \right)^2 + \frac{5}{8} \frac{A_5}{A_1} \left(\frac{\rho_y}{v} \right)^4 + \frac{35}{64} \frac{A_7}{A_1} \left(\frac{\rho_y}{v} \right)^6 \quad (2.2.20)$$

Данное уравнение решалось параметрически. В результате, получены следующие графики для амплитуды

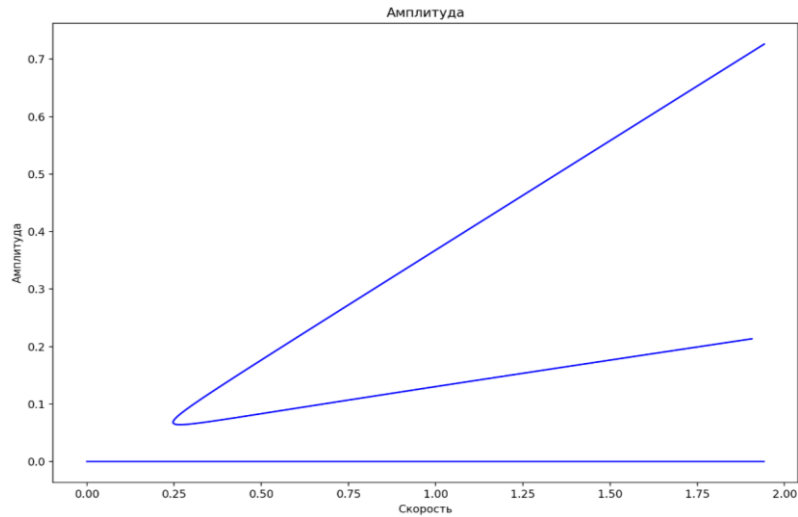


Рисунок 2.2.7. Зависимость амплитуды колебаний от безразмерной скорости набегающего потока (призма без шайб)

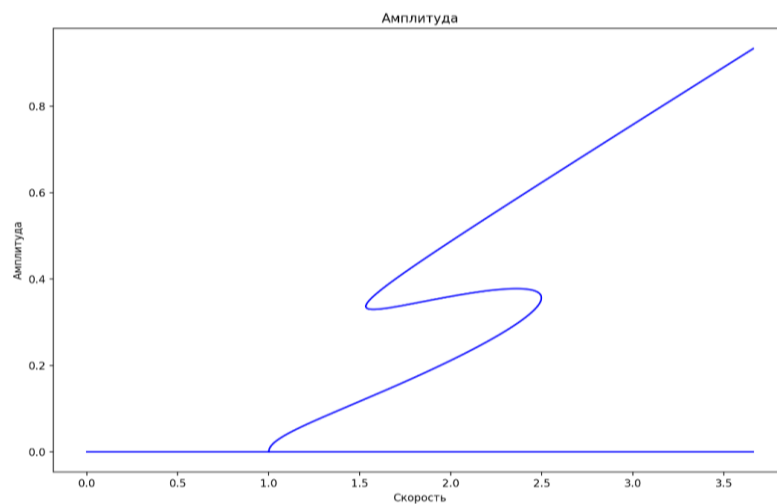


Рисунок 2.2.8. Зависимость амплитуды колебаний от безразмерной скорости набегающего потока (призма с шайбами)

По рис. (2.2.7) видно, что имеется 2 области: с одним стационарным решением и с тремя стационарными решениями. В данном случае нулевое стационарное решение устойчиво на всем промежутке. В области, где 3 стационарных решения, устойчивыми будут нулевое решение и решение, которое соответствует верхней линии.

Это значит, что при безразмерной скорости до 0.25, если раскачивать призму, колебания будут затухающими, и в конце концов амплитуда станет равной 0. Если скорость увеличить до значения, где на рис. (2.2.7) имеется 3 стационарных решения, и если призма в покое, то колебания развиваться не будут. Если при такой скорости раскачать призму с амплитудой, значение которой лежит под средней прямой, то колебания будут затухать, и призма перестанет колебаться. Однако, если раскачать призму до значения амплитуды, лежащего над средней прямой, то колебания уже не будут затухать, а призма начнет колебаться с амплитудой, значение которой лежит на верхней прямой и соответствует данной скорости набегающего потока. При уменьшении скорости набегающего потока призма будет вести себя аналогично.

Если посмотреть на рис. (2.2.8), то можно увидеть 4 области: с одним, двумя, четырьмя и снова двумя стационарными решениями. Нулевое решение будет устойчивым до значения безразмерной скорости равной 1. При дальнейшем увеличении скорости, нулевое решение становится неустойчивым. На участке от 0 до 2.5 устойчивыми будут решения, соответствующие нижней кривой до поворота при $\frac{v}{v_0} = 2.5$ и верхней кривой после поворота при $\frac{v}{v_0} = 1.5$.

Таким образом, при безразмерной скорости меньше 1, призма с концевыми шайбами раскачиваться не будет, а если ее раскачать принудительно, колебания будут затухающими. Далее, при увеличении

скорости набегающего потока, призма начнет раскачиваться. При увеличении или уменьшении амплитуды колебаний, амплитуда будет восстанавливаться до значения, находящегося на нижней кривой. Если скорость увеличить еще больше ($1.5 < \frac{v}{v_0} < 2.5$), амплитуда колебаний продолжит увеличиваться, согласно нижней кривой. Если увеличивать амплитуду до значения, лежащего под средней неустойчивой кривой, значение амплитуды будет возвращаться к значению на нижней кривой. Если же увеличить значение амплитуды до значения, которой лежит выше средней кривой, то амплитуда начнет увеличиваться и остановится на значении, которое лежит на верхней кривой. При дальнейшем увеличении скорости ($\frac{v}{v_0} > 2.5$) произойдет скачек с нижней кривой на верхнюю. Т.е. амплитуда колебаний призмы резко увеличится и значение будет лежать на верхней кривой. И как бы мы не изменяли амплитуду колебаний, амплитуда будет стремиться к значению на верхней кривой.

Если теперь начать уменьшать скорость, то поведение останется аналогичным предыдущему, только скачок произойдет при $\frac{v}{v_0} = 1.5$. Амплитуда резко уменьшится до значения, лежащего на нижней кривой.

Таким образом, концевые шайбы сильно влияют на поведение прямой призмы в потоке воздуха при разных скоростях набегающего потока.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования, проведен ряд экспериментов для определения аэродинамических коэффициентов призмы с концевыми шайбами; проведены эксперименты по исследованию вращательных колебаний прямой призмы с концевыми шайбами в потоке; проверена модель зависимости коэффициента затухания от амплитуды вращательных колебаний.

Проведена сравнительная характеристика полученных результатов с результатами, полученными для призмы без концевых шайб. При малых амплитудах вращательных колебаний концевые шайбы уменьшают коэффициент затухания. Исходя из критерия Ден Гартога, сделан вывод об отсутствии поступательного галопирования у прямой призмы без концевых шайб с рассматриваемыми параметрами при малых углах атаки и о присутствии данного эффекта у призмы с концевыми шайбами.

Проведена сравнительная характеристика качественного поведения призмы с шайбами и без них в потоке воздуха при разных скоростях набегающего потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. — 768 с.
2. Люсин В. Д., Рябинин А. Н. Исследование влияния удлинения призмы на ее аэродинамические характеристики и амплитуду колебаний при галопировании // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 2. С. 139–145.
3. Рябинин А.Н., Киселев Н.А. Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Сер. 1, — 2016. — Т. 3(61), — Вып. 2. — С. 315-323.
4. Novak M. Aeroelastic galloping of prismatic bodies // J. Engineering Mech. Division ASCE. 1969. Vol. 95. P. 115-142.
5. Parkinson G. V., Smith J. D. The square prism as an aerolastic non-linear oscillator // Quarterly J. Mech. Applied Math. 1964. Vol. XVII Pt. 2. P. 225-239.
6. Parkinson G. V., Brooks N. P. On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders // J. Appl. Mech. 1961. Vol. 28. P. 252-258.
7. Ryabinin A. N., Kiselev N. A. Rotational oscillation of a cylinder in air flow // J. of Engineering and Applied Sciences ARPN. 2017. Vol. 12. NO. 23. P. 6803-6808.
8. Рябинин А. Н. Некоторые задачи аэродинамики плохообтекаемых тел. — СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 1997, 144 с.
9. Панарьина Е. С., Рябинин А. Н. Галопирование пятиугольной призмы // Сб. статей / Под ред. Мирошина Р. Н. СПб.: Изд-во ВВМ. С. 11-17.
10. Томпсон Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М., 1985. 254 с.