**РЕЦЕНЗИЯ**

**на выпускную квалификационную работу обучающегося СПбГУ**

**Винничека Никиты Николаевича**

**по теме «Численная устойчивость разделяющихся методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений»**

Выпускная квалификационная работа Н. Н. Винничека посвящена исследованию вопроса о численной устойчивости методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В работе рассматриваются явные одношаговые методы являющиеся обобщениями методов Рунге — Кутты на системы уравнений. Уравнения в них разделяются на несколько групп по признаку зависимостей производных неизвестных функций от самих неизвестных функций. К каждой группе применяется своя расчётная схема. Изучаемые многосхемные методы, называемые структурными, обладают лучшим соотношением «порядок — число этапов» (читай «точность — затраты») по сравнению с прямым применением классических (односхемных) методов к системам уравнений. Однако, известно, что так называемая «жёсткость» задач накладывает существенное ограничение на приемлемую длину шага интегрирования, и потому более быстрые методы, но обладающие меньшей численной устойчивостью, могут оказаться практически менее выгодными.

Вопросу о численной устойчивости многосхемных методов практически не уделяется внимания в литературе. Причиной этого может быть то, что в основном многосхемные методы используют комбинацию явной и неявной схем, причём система разделяется на жёсткую и нежёсткую подсистемы и неявная схема используется для интегрирования жёсткой части. В таком случае устойчивость схемы в целом практически полностью определяется именно характеристиками неявной схемы и жесткой подсистемы. В то же время, в рассматриваемых магистрантом методах все схемы явные, и потому интересно изучить, как они будут себя вести при применении к системам, разделяющимся по другим признакам.

Работа написана понятным языком, содержит необходимые пояснения к рисункам, полноценное доказательство предлагаемого утверждения.

Работа Н. Н. Винничека построена следующим образом.

Во введении обосновывается интерес к изучению устойчивости, представляются методы, изучение которых составляет предмет исследования. Приводятся базовые определения.

В первой главе приводятся известные результаты по линейной устойчивости обычных методов Рунге — Кутты. Даны области устойчивости методов, с которыми впоследствии будут сравниваться структурные методы.

Во второй главе изучается система с перекрёстной зависимостью производных от искомых функций. Рассматривается два подхода к анализу устойчивости. Приводятся результаты, демонстрирующие для некоторых структурных методов лучшую устойчивость. Доказывается, что случай системы с векторно-перекрёстной зависимостью может быть, подобно случаю классических методов, сведён к простейшей системе из двух уравнений.

В третьей главе сделана попытка рассмотреть более сложную систему, подсистемы в которой, в отличие от предыдущего случая, не равносильны. В этой ситуации устойчивость уже нельзя определить в зависимости от одного параметра, что весьма затрудняет анализ.

Работа завершается обоснованными выводами, где, в том числе, обозначены задачи дальнейшего исследования, и заключением, в котором суммируются полученные результаты.

Нужно отметить, что название исследования является весьма общим и, конечно, рассмотреть в магистерской работе вынесенную в её название проблему не представляется возможным. Думаю, стоило бы быть более конкретным, хотя, полагаю, это могло дополнительно удлинить заголовок, что тоже нежелательно.

Кроме того в названии употребляется термин «разделяющиеся методы», хотя вероятно, стоило бы говорить о «разделяющихся системах» (*англ.* partitioned systems), а методы называть многосхемными (*англ.* multischeme).

Дополнительно следует сказать, что устойчивость классических методов одного и того же порядка (до четвёртого порядка включительно) одинакова. Структурные же методы могут иметь разную устойчивость. В работе об этом не сказано, и вероятно, в качестве примеров взяты методы, которые обладали хорошей устойчивостью по сравнению с классическими аналогами. Вероятно, для каждого порядка структурного метода существует набор параметров, дающих максимальную устойчивость. Было бы интересно получить такие методы и взглянуть на их характеристики.

Упомянутые замечания нисколько не умаляют качества работы. Представленное работа свидетельствует о способностях автора к самостоятельному проведению науч­ных исследований. Считаю, что выпускная квалификационная работа Н. Н. Винничека представляет собой законченное исследование и заслуживает оценки «**отлично**», а её автор — присвоения степени магистра.

«31» мая 2018 г. Лузин Сергей Юрьевич, д. т. н.,  
 ООО «Эремекс»  
 Руководитель обособленного   
 подразделения в Санкт-Петербурге