

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт наук о Земле

Кафедра картографии и геоинформатики

Энес Элла Владимировна

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ КАЛИБРОВКИ НЕМЕТРИЧЕСКИХ ЦИФРОВЫХ
КАМЕР, ПРИМЕНЯЕМЫХ В ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКИХ РАБОТАХ

Магистерская диссертация

«К ЗАЩИТЕ»

Научный руководитель:

доцент, канд. техн. наук

А. Е. Войнаровский

« » _____ 2017

Заведующий кафедрой:

доцент канд. техн. наук

Е.А. Паниди

« » _____ 2017

Санкт-Петербург

2017

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Изучение методов фотограмметрической калибровки цифровых камер.....	5
1.1 Теоретические основы процесса фотограмметрической калибровки цифровых камер.....	5
1.2 Виды геометрических искажений в оптических системах.....	11
1.3 Калибровка цифровой неметрической камеры по снимкам испытательного полигона.....	18
1.4 Самокалибровка.....	24
Глава 2. Исследование методики калибровки цифровой неметрической камеры различными типами полиномов.....	27
2.1 Методика калибровки цифровой неметрической камеры по снимкам пространственного тест-объекта.....	27
2.2 Описание дисторсии разными типами полиномов.....	29
2.3 Критерии для оценки использования различных полиномов.....	32
Глава 3. Экспериментальные исследования.....	35
3.1 Исходные данные.....	35
3.2 Калибровка камеры по пространственному тест-объекту.....	36
3.3 Исследование различных видов полиномов для исправления дисторсии в программном обеспечении «Parallax».....	40
3.4 Исследование поведения полиномов при искусственном изменении масштаба фотоснимка по одной из осей.....	45
Приложение А.....	53
Приложение Б.....	58
Приложение В.....	70

Введение

Актуальность темы исследования. На современном этапе важнейшими методами получения достоверной информации о местности для целей получения карт, чертежей, планов, трехмерных моделей являются аэрофотосъемка и наземная съемка, выполняемые цифровыми неметрическими камерами.

Для обеспечения высоких измерительных и изобразительных свойств получаемых фотоснимков необходимо обеспечить ряд непрременных условий, таких как неизменяемость элементов внутреннего ориентирования фотокамеры и остаточной дисторсии, постоянство других характеристик фотоаппаратов в любых условиях их эксплуатации. Так как решение измерительных задач по снимкам требует точного знания элементов внутреннего ориентирования фотокамеры и дисторсии изображения, то цифровые неметрические камеры периодически калибруются.

Существуют несколько методов калибровки цифровых неметрических камер. Они все время совершенствуются, для чего требуется детальное изучение представления дисторсии, а именно моделей полиномов различных видов.

Единого мнения по вопросу универсального вида полинома пока не существует. Авторы научных публикаций считают, что определенный вид полинома должен применяться при решении конкретной задачи, а не быть неизменным.

Степень разработанности темы. Изучением решения задачи калибровки занимались такие отечественные учёные, как Амромин П. Д., Антипов И. Т., Гук А. П., Дубиновский В. Б., Журкин И. Г., Лобанов А. Н., Малявский Б. К., Михайлов А. П., Погорелов В. В., Тюфлин Ю. С., Чибуничев А. Г. и другие.

Среди зарубежных учёных вклад в исследования процесса калибровки внесли Brown D., Gnm A., Jacobsen K., Ackermann F., Norton C. и другие.

Целями данной работы являются изучение методов калибровки цифровых неметрических камер, исследование различных видов полиномов для исправления дисторсии на снимках.

Реализация поставленных целей включала в себя выполнение следующих задач:

- проанализировать современные подходы к калибровке камер;

- проанализировать существующие математические модели описания дисторсии;
- создать пространственный тест – объекта;
- изучить инструменты;
- выполнить калибровку цифровых неметрических камер/объективов.
- оценить качество, универсальность моделей полиномов для какого-либо ряда объективов

Объект и предмет исследования. Объект исследования - процесс калибровки съёмочных камер.

Предмет исследования - методика калибровки неметрических цифровых камер по снимкам пространственного тест – объекта.

Проведённые исследования базировались на известных теоретических данных о калибровке камер, полученных в результате анализа соответствующей научной и технической литературы. Эмпирической базой исследования служили результаты экспериментальных работ с использованием реальных снимков.

При проведении экспериментальных работ применялось следующее программное обеспечение: система компьютерной алгебры Mathcad, фотограмметрический комплекс «Parallax», средства Microsoft Office.

Глава 1. Изучение методов фотограмметрической калибровки цифровых камер

1.1 Теоретические основы процесса фотограмметрической калибровки цифровых камер

Методы фотограмметрии стали применяться в России в конце XIX века. Первая воздушная снимки были получены 18 мая 1886 года поручиком Кованько А.М. командиром воздухоплавательной части. В это время появились основные методы обработки снимков. Практическое применение этих методов опиралось на аналоговые фотограмметрические приборы - фототрансформаторы, стереокомпараторы, стереометры, позднее-стереографы, стереопроекторы, в которых преобразование фотоснимков выполнялось оптическим, механическим или оптико-механическим путем. Эти приборы обеспечивали выполнение задач топографического и инженерного характера (Хрущ, 2003).

Для выполнения на аэроснимках измерительных работ необходимо было знать положение аэроснимков в момент фотографирования – их элементы ориентирования. Зная элементы ориентирования можно определить пространственные координаты точек сфотографированного объекта. Для этого на стереокомпараторе измеряли фотокоординаты и параллаксы точек стереопары снимков, и затем определяли пространственные фотограмметрические координаты заданных точек объекта, далее перевычисляли пространственные фотограмметрические координаты в геодезические по соответствующим формулам. Таким образом, по стереопаре снимков, полученных с базиса, определялись пространственные координаты точек объекта (Антипов, 1968).

В современной фотограмметрии развиваются и внедряются методы цифровой обработки изображений. Снимки в цифровом виде получают путем сканирования аналоговых снимков или в процессе съемки на цифровую камеру.

Под цифровой камерой подразумеваются неметрические любительские и профессиональные фотоаппараты, которые в настоящее время стали недорогим и доступным инструментом, позволяющим получать качественные снимки, по которым можно проводить измерения. Конечно, такие камеры по точности результатов не в состоянии конкурировать со специальной высокоточной аппаратурой, но имеется большой круг задач, например, в наземной фотограмметрии, где они могут успешно применяться: выполнение архитектурных обмеров, обмеров фасадов, внутренних помещений, интерьеров.

При фотограмметрической обработке цифровых снимков требуется знание элементов внутреннего и внешнего ориентирования, а также данные о дисторсии объектива. Фактически, отклонение от центра блока формирования изображения может быть значительным по отношению к размеру блока формирования изображения (до 10% для фокусируемых объективов). Таким образом, не следует полагать, что главная точка снимка расположена точно в центре плоскости снимка или, что плоскость снимка корректно сориентирована. Дисторсия и некоторые другие дефекты камеры, являются источником систематических ошибок в координатах точек изображения. У неметрических камер эти недостатки могут иметь значительные величины и таким образом нарушают процесс фотограмметрической обработки снимков. Следовательно, если предполагается использовать цифровые неметрические камеры для решения фотограмметрических задач или близких к ним, требуется знать все измерительные характеристики. Поскольку паспортные приборные данные не содержат данной информации, возникает необходимость в калибровке камер. В основу технологии калибровки положен принцип совместного определения элементов внутреннего и внешнего ориентирования камеры и поправок отклонения от ортоскопии (дисторсия) оптической системы за несовпадение проекции изображения, полученного камерой и центральной проекции. Калибровка может быть как полной, так и в ряде случаев частичной, когда требуется определение лишь дисторсии объектива камеры (Комиссаров,2006).

В процессе калибровки определяются следующие параметры:

- фокусное расстояние;
- координаты главной точки;
- параметры модели дисторсии.

Параметры калибровки заключаются в матрице (1), содержащей 5 значимых параметров. Эти параметры соответствуют фокусному расстоянию по двум осям, углу наклона пикселей и координатам главной точки (точка пересечения плоскости изображения с оптической осью), совпадающая с центром фотографии.

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_x & \gamma & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

где α_x и α_y соответствуют фокусному расстоянию;

u_0 и v_0 — координатам главной точки;

$$\gamma = \alpha_y * \tan \varphi;$$

φ — угол наклона пикселя.

Параметры внешнего ориентирования заключаются в матрице(2), содержащей два значимых параметра (R , T). Это параметры, определяющие преобразование координат из мировой системы координат в систему координат камеры. Параметры внешнего ориентирования связаны непосредственно с фотографируемой сценой, поэтому (в отличие от параметров внутреннего ориентирования) каждой фотографии соответствует свой набор этих параметров.

$$E = \begin{bmatrix} R & T \\ 0_3^T & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где R – вектор 1×3 или матрица 3×3 поворота;

T – вектор 3×1 переноса.

Таким образом, функция проецирования (3) принимает более сложный вид и записывается как последовательность преобразований:

$$x = I * Dist(E * X), \quad (3)$$

где $X = [x_w \ y_w \ z_w \ 1]^T$ — координаты исходной точки сцены;

$x = [u \ v \ 1]^T$ — координаты пикселя на изображении;

$E = \begin{bmatrix} R & T \\ 0_3^T & 1 \end{bmatrix}$ — матрица внешнего ориентирования;

$Dist$ — функция применения дисторсии;

$I = \begin{bmatrix} \alpha_x & \gamma & u_0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ — матрица калибровки (Виленчиц, Мурашко, Попов, Чурак, 2008).

Задачу калибровки можно решать, используя два вида связей, включающих соответственно:

1) твердые опорные данные (расположенные в пространстве снимаемых объектов и неизменяемые в процессе калибровки);

2) измеренные координаты точек снимков (опорные данные, изменяемые в процессе решения задачи) и функциональные связи между ними.

В соответствии с этим делением первый путь условно назван калибровкой с использованием опорных (твердых) данных, второй - калибровкой без использования опорных данных;

В качестве твердых опорных данных используют результаты измерений на местности (испытательном полигоне) или координаты звезд.

В практике чаще всего используются способы калибровки по фотографиям испытательного полигона, представляющего собой объектное пространство. Они основаны на решении обратной фотограмметрической засечки и построении одиночной модели.

В настоящее время координаты точек полигона определяются с помощью тахеометров, теодолитов, но геодезические измерения могут уступать по точности фотограмметрическим. Поэтому чаще всего для калибровки камер используется метод калибровки без использования опорных данных (самокалибровка).

Способы калибровки без использования твердых опорных данных позволяют определить вероятнейшее значение параметров центральной проекции снимков практически любого вида воздушной и наземной съемок. Главное достоинство способов этой группы состоит в том, что параметры центральной проекции фотоснимков могут быть получены без определения в пространстве объектов твердых опорных данных. Это позволяет калибровать снимки, полученные любыми фотокамерами в условиях, когда другие способы калибровки не могут быть применены (Семенцов, 2014).

В настоящее время вопросам калибровки уделяют большое внимание, какой способ выбрать зависит от конкретного случая или задачи исследования.

Например, фотокамеры используются при определении радиуса и координат центра сооружений круглой формы. Для этого исследуемый объект фотографируют с приложенной к нему горизонтально нивелирной рейкой. Изображение рейки на снимке служит для его масштабирования, при этом расстояние от объекта до камеры определяют с помощью рулетки или дальномера.

В этом случае предлагается следующая *методика калибровки камеры с целью определения расстояния*:

1. Наметить точки через 0,5 м на одной линии, в качестве нее предлагается обычная рулетка, отстоящие горизонтально и перпендикулярно этой линии 3-х метровый рейка, на расстоянии d .
2. Сфотографировать рейку с каждой из этих точек.
3. Вывести фотографии на экран.
4. В программе Paint отсчитать количество пикселей, соответствующих каждому положению курсора на рейке слева и права.

Для эксперимента было сделано 60 фотографий.

Таким образом калибровка камеры выполнялась при разных базисах L равных 0,5; 1,0; 1,5; 2,0 и 3,0. Далее находились разности (П-Л) количества пикселей, соответствующих длине каждого базиса.

Результаты этой калибровки показали, что начиная с некоторого момента относительная ошибка распределения остается почти одинаковой для каждого базиса. Кроме того, установлено, что чем меньше цена деления пикселя, тем результаты калибровки получаются точнее (Шеховцов, 2015).

Из нестандартных решений известен *метод калибровки цифровых неметрических камер по снимкам звездного неба*.

Широкое освещение этот метод получил за рубежом. Так в 1974 Шмид осуществил калибровку объектива, звездным методом, определив по фотопластинке вручную более 2400 звезд.

Австрийские ученые предложили свой метод звездной калибровки. В своей работе они показывают, что в процессе калибровки основные причины смещения звезд (суточное движение, годовое смещение, рефракция) являются незначительными и могут не учитываться. При этом регистрироваться в процессе фотографирования цифровым фотоаппаратом могут звезды до 20-й звездной величины включительно. Особенностью алгоритма является автоматическое выделение звезд на снимке с помощью цифровой обработки и автоматическая их идентификация.

Для подтверждения работоспособности методики калибровки неметрической цифровой фотокамеры по снимкам звездного неба был проведен эксперимент по получению и обработки снимков звездного неба в условиях г. Новосибирска.

«Съемка проводилась в 2012 г., за пределами городской территории (около 10 км от города Новосибирска), погода была благоприятной. Было сделано 30 снимков, среди которых выбрали один который полностью смог удовлетворить предъявляемым требованиям. Далее снимок обрабатывался, осуществлялось распознавание точек, маркирование. Источником опорных данных послужил каталог ярких звезд на май 2012» (Никитин, Николаева, 2013).

По результатам данного эксперимента авторы сформулировали несколько проблем данного метода. В широтах г. Новосибирска очень редко складываются подходящие условия для фотографирования звездного неба: на результат могут повлиять задымленность атмосферы, неустойчивость воздушных потоков, облачность, засветка от Луны и г. Новосибирска. Также предложили для совершенствования методики автоматизировать процесс маркирования и идентификации звезд на снимке и автоматически определять поправку за рефракцию (Никитин, Николаева, 2013).

«Преимущества этого метода – в простоте реализации, в отсутствии необходимости дополнительного оборудования, кроме точных часов. Основным недостатком метода является то, что условия калибровки отличаются от реальной съёмки. Этот факт ограничивает применение метода калибровки по снимкам звезд» (Жимбуева, 2011).

Чаще всего используют два основных метода выполнения фотограмметрической калибровки цифровых камер:

1. Калибровка на испытательном пространственном полигоне.
2. Самокалибровка.

В каждом из этих методов применяются математические модели для исправления геометрических искажений в оптической системе, вводятся параметры дисторсии. Чаще всего она описывается различными видами полиномов.

1.2 Виды геометрических искажений в оптических системах

Любой объектив имеет оптический дефект, именно поэтому он не создает точную копию объекта, который мы фотографируем. Конечно, производители с каждым годом стараются создать оптику все более идеальной, несмотря на то, что пока не существует способа изготовления объектива, который не страдал бы в какой-то степени от искажений.

Искажение — это когда прямые линии объекта либо изогнуты в определенном направлении, либо они сходятся или расходятся. Это происходит, когда фокальная плоскость камеры направлена вверх или вниз. К примеру, чем шире угол объектива, тем труднее прямой линии не оказаться изогнутой. Уменьшение фокусного расстояния также способствует искажению, потому что невозможно корректировать отклонения при каждом фокусном расстоянии (Фотография: как исправить оптические искажения, 2016).

В научных кругах искажения оптических систем принято называть аберрациями.

Аберрация оптических систем (от лат. *Aberratio* – уклонение, удаление) – искажения изображений, даваемых реальными оптическими системами, заключающиеся в том, что оптические изображения неточно соответствуют предмету, оказываются размыты (монокроматические геометрические аберрации оптических систем) или окрашены (хроматические аберрации оптических систем). В большинстве случаев аберрации обоих типов проявляются одновременно.

В приосевой, так называемой параксиальной, области оптическая система близка к идеальной, то есть точка изображается точкой, прямая линия – прямой и плоскость – плоскостью. Но при конечной ширине пучков и конечном удалении точки-источника от оптической оси нарушаются правила параксиальной оптики: лучи, испускаемые точкой предмета, пересекаются не в одной точке плоскости изображений, а образуют кружок рассеяния, то есть возникают аберрации (Аберрация оптических систем, 2013).

Аберрации различных оптических систем могут принимать разную форму и быть более заметными или практически не различимыми.

Монокроматические геометрические аберрации.

Монокроматические геометрические аберрации оптических систем являются следствием их несовершенства и проявляются в монокроматическом свете. В отличие от идеальной оптической системы, в которой все лучи от какой-либо точки предмета в

меридиональной плоскости после прохождения через систему концентрируются в одной точке, в реальной оптической системе пересечение плоскости изображения этими лучами происходит в разных точках. Координаты этих точек зависят от направления луча, координат точки пересечения с плоскостью входного зрачка и конструктивных элементов оптической системы (радиусы поверхностей, толщина оптических элементов, коэффициенты преломления линз и тд.).

Монохроматические aberrации классифицируют пятью aberrациями Зейделя:

1. Сферическая aberrация

Это единственный вид геометрической aberrации, которая имеет место даже тогда, когда исходная точка расположена на главной оптической оси системы. При сферической aberrации цилиндрический пучок лучей после преломления линзой приобретает вид воронкообразной фигуры. Изображение точки имеет дисковую форму с неоднородной освещённостью. Причиной является тот факт, что преломляющие поверхности линз пересекаются с лучами широкого пучка под различными углами, из-за чего удалённые лучи преломляются сильнее и образуют свои точки схода на некотором отдалении от фокальной плоскости (Рисунок 1).

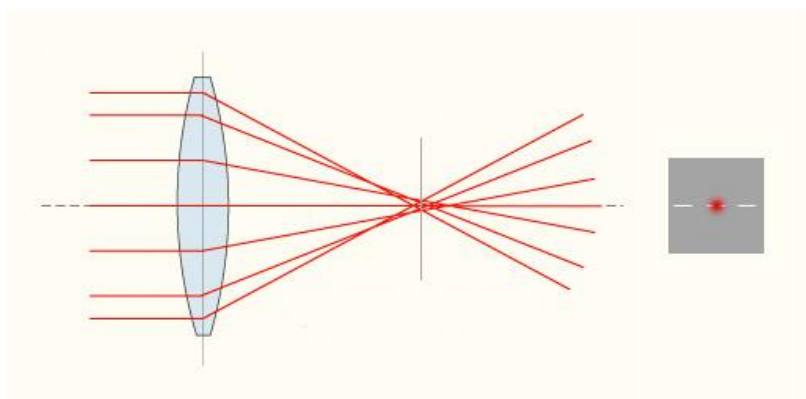


Рисунок 1 – Сферическая aberrация (Аберрации оптических систем, 2016)

Существует несколько путей исправления сферической aberrации:

- снижение кривизны линзы (использование стекла с большим показателем преломления в совокупности с увеличением радиусов поверхностей линзы, сохраняя, тем самым, ее оптическую силу).

- применением комбинации из положительных и отрицательных линз. Обычно параллельно с исправлением сферической aberrации исправляют также хроматические aberrации.

- применяют диафрагмирование – отсечение краевых лучей широкого пучка. Способ позволяет снизить значение рассеяния, но непригоден для оптических систем требующих высокой светосилы. Полностью избавиться от сферической aberrации невозможно, но способы снизить ее эффективно применяются в микроскопии.

2. Кома

Аберрация Кома обусловлена тем, что лучи, приходящие под углом к оптической оси, собираются не в одной точке. Методика исправления Комы схожа с методикой исправления сферических aberrаций и, в основном, строится на использовании комбинаций положительных и отрицательных линз (Рисунок 2). Системы без коматической и сферической aberrации называют апланатами.

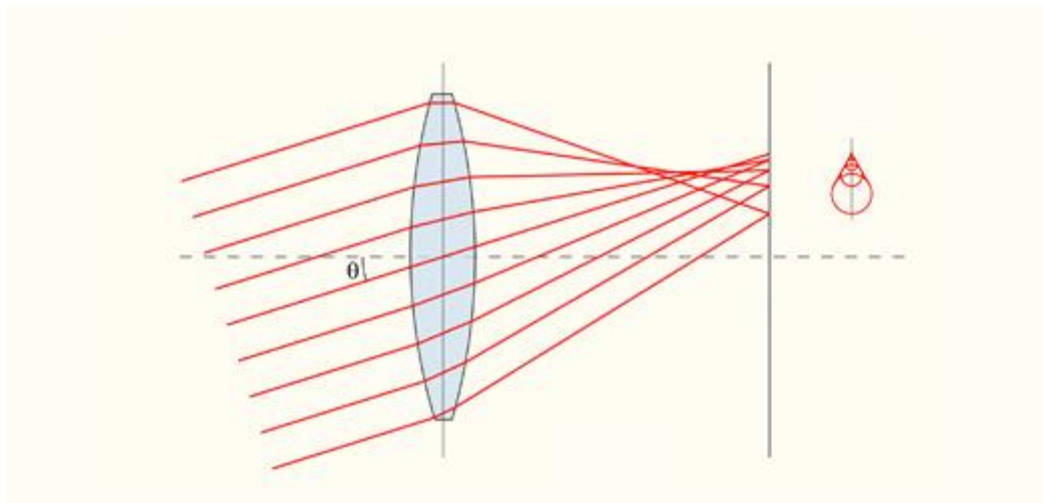


Рисунок 2 – Аберрация Кома (Аберрации оптических систем, 2016)

3. Астигматизм

При исправленных сферической aberrации и коме, когда точка объекта, расположенная на оптической оси, правильно воспроизводится в виде точки изображения, но при этом точка объекта, не лежащая на оси, воспроизводится на изображении не в виде

точки, а в виде эллипса или линии, то такой тип аберрации называется *астигматизмом* (Рисунок 3). Причиной возникновения является различная кривизна оптической поверхности в различных плоскостях сечения, а углы преломления лучей пучка зависят от углов их падения. При прохождении через оптическую систему лучи пересекаются на разном расстоянии от преломляющей поверхности. В результате в разных сечениях фокус светового пучка оказывается в разных точках. Существует такое положение на поверхности изображения, когда все лучи пучка в меридиональной (или перпендикулярной ей сагиттальной) плоскости пересекутся на этой поверхности. Астигматический пучок изображает точку в форме двух астигматических фокальных линий на фокальных поверхностях, имеющих форму поверхностей вращения, и касающихся друг друга в точке оси системы. Если для некоторой точки поля положения этих поверхностей не совпадают, имеет место астигматизм или астигматическую разность меридионального и сагиттального фокусов. Астигматизм называют положительным, если меридиональные фокусы находятся ближе к поверхности преломления, чем сагиттальные, в противном случае - отрицательным.

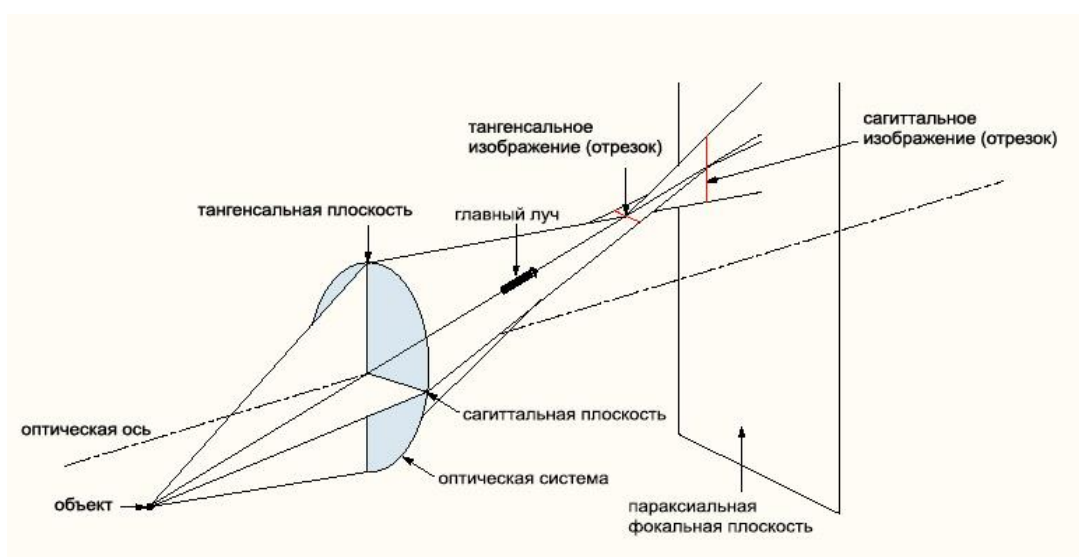


Рисунок 3 – Астигматизм оптической системы (Аберрации оптических систем, 2016)

4. Кривизна поля изображения

Аберрация (Рисунок 4), при которой изображение плоского объекта, перпендикулярного оси оптической системы лежит на выпуклой или вогнутой

поверхности относительно объектива. При резкой фокусировке центральной части изображения края будут лежать не в фокусе и наоборот. Кривизна поля изображения, как правило, достигает больших значений у простых объективов (до 4 линз). Эта aberrация корректируется при помощи расчета системы содержащей две и более отрицательных линз, а также использующей воздушное пространство между линзами (Андреев, 2013).

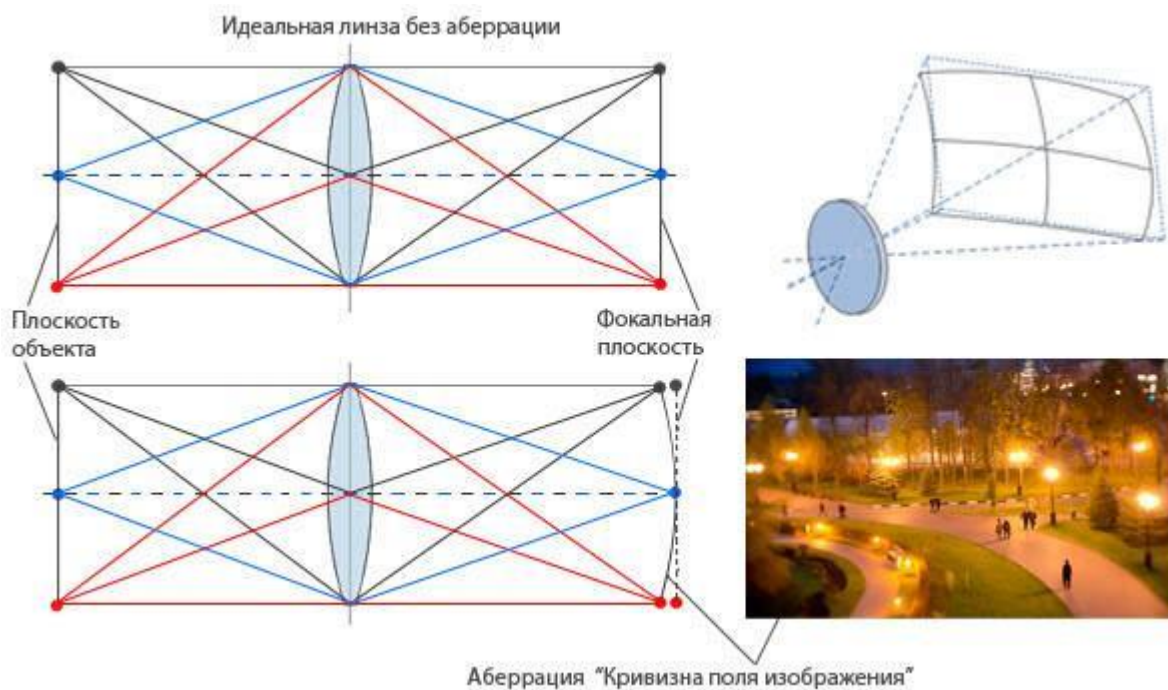


Рисунок 4 – Аберрация «Кривизна поля изображения» (Аберрации оптических систем, 2016)

5. Дисторсия

Дисторсией является изменение коэффициента линейного увеличения по полю зрения, что приводит к нарушению геометрического подобия между объектом и его изображением. Оптическая система, свободная от дисторсии, называется ортоскопической.

В результате дисторсии в действительности прямые линии на изображении становятся кривыми, кроме линий, лежащих в одной плоскости с оптической осью. Например, изображение квадрата, центр которого пересекает оптическая ось, имеет

- вид «подушки» (подушкообразная дисторсия, «подушка») при положительной дисторсии (Рисунок 5).

Она появляется, когда исходно прямые линии искривляются внутрь кадра. Обычно ей подвержены телеобъективы или дальнейшее фокусное расстояние вариобъектива (зума).

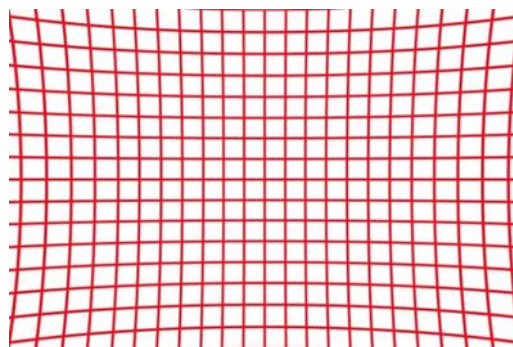


Рисунок 5 – Подушкообразная дисторсия (Фотография: как исправить оптические искажения, 2016)

- вид «бочки» (Рисунок 6) (бочкообразная дисторсия, «бочка») при отрицательной.

Этот эффект еще более очевиден при съемке объективом «рыбий глаз», где такие деформации остаются неисправленными. Этот прием используют, чтобы получить как можно более широкое поле зрения.

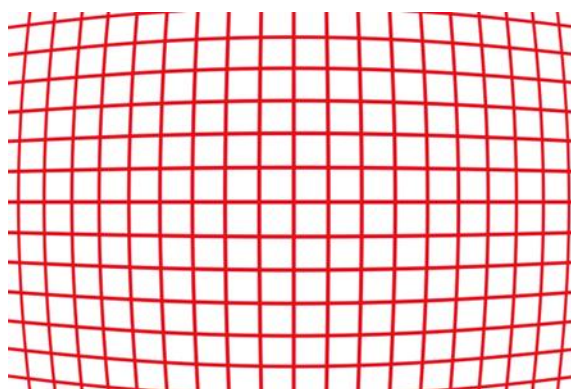


Рисунок 6 – Бочкообразная дисторсия (Фотография: как исправить оптические искажения, 2016)

Существует комплексная дисторсия (Рисунок 7) — в той или иной степени присуща почти всей фотооптике.

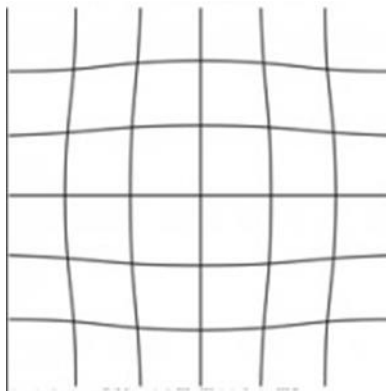


Рисунок 7 – Комплексная дисторсия (Андреев, 2013)

Степень выраженности дисторсии может также изменяться в зависимости от дистанции фокусировки: у многих объективов дисторсия очевидна, когда они сфокусированы на близлежащем объекте, но делается почти незаметной при фокусировке на бесконечность.

Существует два вида дисторсии: радиальная и тангенциальная.

Радиальная дисторсия обусловлена сферической поверхностью линз объектива, а тангенциальная дисторсия - неперпендикулярностью главной оптической оси и плоскости изображения и прохождением главной оптической оси не через центр кадра. Радиальная обычно превышает тангенциальную.

Современные цифровые камеры обладают низким качеством изготовления объектива, поэтому при калибровке определяют не только радиальную дисторсию, но и децентрацию оптической системы (тангенциальную дисторсию).

Для описания дисторсии камеры, чаще всего используют, как уже упоминалось, различные математические модели, которые представлены полиномами различных видов. Выбор используемого полинома зависит от типа объектива и фокусного расстояния. В литературе представлены самые различные полиномы, у которых количество членов может достигаться 66, а степень от 1 до 12: модели Брауна, Эбнера, Грюна, Якоби, Цернике, Лежандра и др. «Все они составлены по двум основным идеям.

Первая — интегральная систематическая ошибка dx , dy , описываемая полиномом, представлена как сумма членов отдельных систематических искажений (дисторсии, деформации и т.д.)» (Жимбуева, 2011). Например, модели D. Brown.

«Вторая идея состоит в том, что представление полиномом интегральной ошибки не связывается с отдельными видами искажений» (Жимбуева, 2011). Интегральная ошибка описывается степенным многочленом, например, в работе Н. Ebner.

Этот способ представления дополнительных параметров, вероятно, более правильный, так как не связан с определенными видами искажений. Полиномы же первого вида могут не учесть искажений, которые еще не изучены или просто не описаны математически.

По выбору оптимальной длины полинома до сих пор единого мнения нет. Здесь много противоречий, поэтому длина и вид полинома могут быть различны для разных исходных данных.

1.3 Калибровка цифровой неметрической камеры по снимкам испытательного полигона

Способы калибровки по фотографиям испытательного полигона, представляющего собой объектное пространство, основаны на решении обратной фотограмметрической засечки и построении одиночной модели.

Здесь в качестве опорных данных могут быть использованы:

- координаты X_g , Y_g , Z_g опорных точек полигона (теста);
- высоты Z_g опорных точек и расстояния D_g между ними;
- координаты X_g , Y_g точек полигона;
- высоты Z_g опорных точек, имеющих равные абсциссы X_g и ординаты Y_g ;
- углы φ , измеренные в пространстве объектов;
- расстояния D_{lv} между точкой фотографирования и одной из точек полигона

(Дубиновский, 1982).

В зависимости от конкретных условий для калибровки можно использовать отдельные опорные данные, их сочетания и все данные одновременно.

Вид опорных данных устанавливают исходя из анализа конкретных условий и возможности (при выбранном сочетании опорных данных) полного высокоточного

решения задачи, т.е. определения параметров калибровки и всех элементов внешнего ориентирования снимков.

Способы, базирующиеся на использовании фотографий полигона, реализуют в четырех основных вариантах.

Первый вариант, основанный на использовании координат точек местности. Он был разработан в СССР профессором А. Н. Лобановым, а за рубежом: в Швеции профессором Б. Халлертом, в США профессором Е. Мерритом и др. По одиночному плановому снимку (Рисунок 8) определяют элементы внутреннего ориентирования и дисторсию объектива съёмочной камеры. Строгое решение задачи по одиночному снимку возможно, если разности высот точек в пространстве предметов соответствуют горной местности. Создание таких полигонов сложно и дорого. Поэтому этот способ имеет ограниченное применение (Лобанов, 1984).

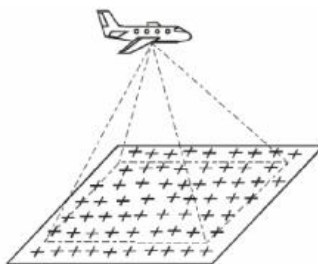


Рисунок 8 – Вариант калибровки по одиночному плановому снимку полигона (Лобанов, 1984)

Второй вариант основан на использовании координат точек фотографирования и точек местности (Рисунок 9). Такой метод предложен профессором Б. Халлертом и реализован для калибровки аэрофотоаппаратов (путем фотографирования полигона с вышки, координаты которой определены геодезическими методами) и камер, используемых для решения не топографических задач (путем фотографирования тест-объекта из точки с известными координатами).

«Эффективность данного способа зависит от точности определения координат, колеблющейся в значительных пределах вышки, на которой установлен аэрофотоаппарат, и синхронности геодезических определений и фотографирования, а также от точности

определения положения узловой точки объектива с выбранной для фотографирования точкой или определения ее пространственных координат» (Никитин, Семенцов, 2012).

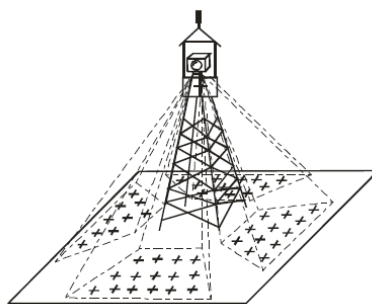


Рисунок 9 – Вариант калибровки, основанный на использовании координат точек фотографирования и точек местности (Никитин, Семенцов, 2012)

Третий вариант (Рисунок 10) основан на использовании углов, измеренных в точке фотографирования между направлениями на точки местности (горизонтальное фотографирование марок). Камерой фотографируют специальные вехи или местные предметы при горизонтальном положении оптической оси фотоаппарата. После каждой экспозиции камеру разворачивают вокруг оптической оси. Способ позволяет определять элементы внутреннего ориентирования и дисторсию. Основные недостатки связаны с тем, что решение задачи производится по отдельным направлениям в плоскости прикладной рамки и что камеру разворачивают вокруг оптической оси, проходящей через узловые точки оптической системы, нестрого. Этим способом можно калибровать не только аэрофотоаппараты, но и камеры фототеодолитов (Антипов, 2003).

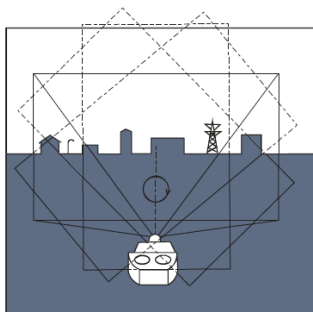


Рисунок 10 – Третий вариант калибровки, основан на использовании углов, измеренных в точке фотографирования между направлениями на точки местности (Антипов, 2003)

Четвертый вариант. Способ предложен профессором А. Н. Лобановым, основан на использовании угла, измеренного с помощью ориентирующего устройства фототеодолита, между главными лучами двух снимков, полученных из одной точки пространства (Рисунок 11). Его целесообразно использовать для определения только элементов внутреннего ориентирования фототеодолитов (Лобанов, 1984).

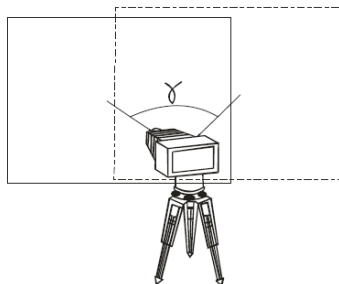


Рисунок 11 – Вариант калибровки, основанный на использовании угла, измеренного с помощью ориентирующего устройства фототеодолита (Лобанов, 1984)

Известен способ фотограмметрической калибровки фотокамер по снимкам тест-объекта (Гельман, 1982). Способ основан на фотографировании тест-объекта двумя фотокамерами из одной точки пространства. При этом элементы внутреннего ориентирования одной камеры должны быть известны, а параметры ее фотограмметрической дисторсии - пренебрежимо малы. Снимки, полученные фотокамерой с известными элементами внутреннего ориентирования, считаются эталонными. Определение элементов внутреннего ориентирования и параметров фотограмметрической дисторсии второй фотокамеры выполняется при сравнении полученного фотоизображения с эталонным фотоснимком.

Недостатком способа является сложность калибровки, обусловленная необходимостью иметь эталонную фотокамеру с известными элементами внутреннего ориентирования и с пренебрежимо малыми параметрами фотограмметрической дисторсии. Следовательно, эталонная камера должна иметь высокие метрические характеристики, какими обладают фототеодолиты или современные аэрофотоаппараты. Фототеодолиты в настоящее время не выпускаются, а современные аэрофотоаппараты недостаточно широко распространены из-за высокой стоимости, оборудования. Кроме

того, эталонную камеру также необходимо периодически калибровать, причем способом, обеспечивающим не относительное, а абсолютное определение параметров фотограмметрической дисторсии (Гельман, 1982).

Существует способ, включающий определение координат точек плоского тест-объекта, фотографирование тест-объекта, измерение координат точек тест-объекта на снимках, вычисление элементов внутреннего ориентирования и параметров фотограмметрической дисторсии. Способ основан на двукратном фотографировании тест-объекта одной фотокамерой из одной точки пространства. При этом тест-объект после первого фотографирования перемещают вдоль оптической оси фотокамеры на определенное расстояние. Величину перемещения фиксируют с помощью отсчетного приспособления с высокой точностью. Координаты точек тест-объекта измеряют на снимках. Элементы внутреннего ориентирования вычисляют совместно с элементами внешнего ориентирования снимков из решения уравнений коллинеарности, составленных для каждого изображения точки тест-объекта на снимках. Параметры фотограмметрической дисторсии определяют по остаточным расхождениям вычисленных и измеренных координат точек тест-объекта с учетом найденных элементов внешнего и внутреннего ориентирования снимков.

Недостатком такого решения является непригодность способа для калибровки широкоформатных фотокамер с нормально и длиннофокусными объективами. Так, при калибровке фотокамеры с форматом кадра 230×230 мм и с фокусным расстоянием объектива 150 мм, гиперфокальное расстояние составит минимум 50 м. Габариты тест-объекта, при этом, должны быть порядка 75×75 м, а перемещение тест-объекта должно составить около 25 м. При калибровке аналогичной фотокамеры с фокусным расстоянием объектива 300 мм гиперфокальное расстояние составляет 200 м. Габариты тест-объекта, в этом случае, достигают 160×160 м, а перемещение тест-объекта составит около 90 м. Создание тест-объекта такого размера в условиях наземной калибровки практически невозможно (Тюфлин, Степаньянц, Князь, Желтов, 2004).

Калибровочный тест-объект

Качество и надёжность калибровки зависят как от выбора условий съёмки и метода, используемого для обработки данных, так и от выбора калибровочного тест-объекта.

Разные методы калибровки могут основываться на использовании разных тест-объектов. Среди существующих тест-объектов можно условно выделить следующие виды:

- тест-объекты, размещаемые в помещениях;
- испытательные полигоны;
- особый вид тест-объектов, например, звездное небо.

Тест-объекты, размещаемые в помещениях, представляют собой разные маркированные поверхности. Вид тест-объекта может быть следующим:

- пространственным,
- плоскими.

Плоские – как правило, представлены шаблонами, обычно используют «шахматку» (Рисунок 12) (Семенцов, 2012).

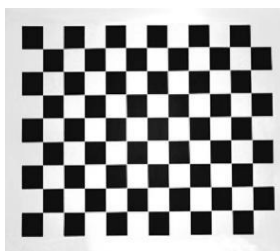
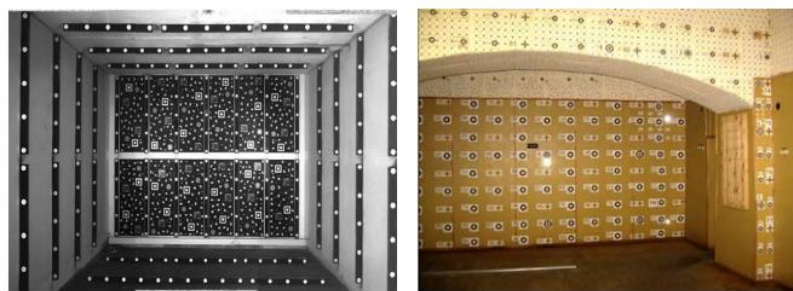


Рисунок 12 – Пример плоского тест-объекта (Семенцов, 2012)

В пространственных тест-объектах к точкам, замаркированным на плоскости, добавляются точки, вынесенные из неё, например (Рисунок 13), путём использования сопряженных плоскостей, пространственной рамы или кронштейнов.



а

б

Рисунок 13 – Тест-объекты фирмы VEXEL (а) и МИИГАиК (б) (Крылов, 2011)

Для выполнения качественной калибровки тест-объект должен иметь большое количество марок. Важно, чтобы марки тест-объекта заполняли всё поле снимка. Точки (марки) тест-объекта должны быть выполнены в виде четких геометрических фигур, обеспечивающих максимальную точность наведения измерительной марки цифровой фотограмметрической системы при измерении координат их изображений на снимках в интерактивном и автоматическом режимах. Координаты точек тест-объекта в настоящее время определяются тахеометром или GPS-приемником.

Последний вид – это испытательные полигоны, представляют собой равнинные территории с относительно небольшим перепадом высот и предназначены в основном для калибровки специальной съёмочной аппаратуры (Семенцов, 2012).

Из всех наиболее выгодно использовать для калибровки цифровых неметрических камер пространственный тест-объект, так как он не требует большой территории, больших денежных затрат, его можно сделать в помещении или на улице. А так же он дает более высокую точность чем плоский тест-объект, так как марки расположены на разном расстоянии, что делает возможным определить третью координату.

1.4 Самокалибровка

Сущность способа состоит в том, что одновременно определяются поправки к приближенным элементам внешнего ориентирования, координатам точек местности, элементам внутреннего ориентирования и суммарные поправки к координатам точек за влияние всех источников систематических ошибок.

Преимущество данного метода перед методом испытательного полигона состоит в том, что он не требует специального полигона, дополнительных измерений. Поправки в координаты определяются для снимков, по которым строится сеть фототриангуляции, а не по специальным снимкам полигона.

Если фотосъемка выполнена с помощью метрической камеры, каждая связка содержит шесть неизвестных: три угла ротации ω, φ, κ и координаты проекционного центра (X_0, Y_0, Z_0) . Для однозначного решения связки необходимо три опорные точки, потому что каждая из них дает два уравнения или всего шесть уравнений для определения шести неизвестных. В случае, когда камера неметрическая, элементы внутреннего ориентирования x_0, y_0 и f неопределенны, поэтому количество неизвестных для каждой связки увеличивается на три и становятся равным девяти. Тогда для однозначного решения девяти уравнений необходимо наличие пяти опорных точек. Так как количество уравнений обычно получается больше, чем минимально необходимое, а измеренные координаты точек изображения содержат случайные ошибки, то эти уравнения решаются методом наименьших квадратов (МНК) (Коева, Петрова, Жечев, 2003).

Дисторсия, являясь источником систематических ошибок в координатах точек изображения, может иметь значительные величины и таким образом влиять на процесс обработки по МНК, добавляет ещё минимум 3 неизвестных.

Применяя МНК к условиям фотограмметрии, всего будет определяться 12 неизвестных параметров: элементы внутреннего ориентирования f, κ, x_0, y_0 , и коэффициенты дисторсии k_1, k_2, k_3 ; параметры внешнего ориентирования $X_s, Y_s, Z_s, v, \varphi$ и γ камеры). Задача решается последовательными приближениями.

Технологический процесс самокалибровки зависит от выбранного способа построения фотограмметрической сети. Существует несколько способов:

- Способ связок
- Способ независимых моделей
- Способ частично независимых моделей

Способ связок применяется при строгом построении фотограмметрической сети с одновременным определением и учетом параметров калибровки снимков. Этот способ предложен проф. Лобановым А.Н. В основу этого способа положены уравнения

коллинеарности, которые выражают связь между координатами точки на снимке и координатами соответствующей точки на местности.

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 - f \frac{a^*_{11}(X - X_S) + a^*_{12}(Y - Y_S) + a^*_{13}(Z - Z_S)}{a^*_{31}(X - X_S) + a^*_{32}(Y - Y_S) + a^*_{33}(Z - Z_S)} \\ y &= y_0 - f \frac{a^*_{11}(X - X_S) + a^*_{12}(Y - Y_S) + a^*_{13}(Z - Z_S)}{a^*_{31}(X - X_S) + a^*_{32}(Y - Y_S) + a^*_{33}(Z - Z_S)} \end{aligned} \right\} , \quad (4)$$

Способ независимых моделей и способ частично независимых моделей применяются при последовательном построении фотограмметрической сети и калибровки снимка.

В случае построения независимых моделей произвольно выбираются элементы внешнего ориентирования левого снимка, который является первым. Далее вычисляются элементы взаимного ориентирования первой стереопары, дирекционный угол, угол наклона базиса фотографирования, а также элементы внешнего ориентирования второго снимка. А длина базиса выбирается произвольно. Координаты точек модели находятся путем решения прямых засечек. Аналогично создаются следующие модели. При этом масштабы моделей будут разные, одна к другой приводятся с помощью связующих точек. Полученная общая модель ориентируется по опорным точкам, так устраняется деформация модели (Лобанов, 1984).

Самокалибровка сейчас широко исследуется, о чем свидетельствуют публикации последних лет. Большинство авторов сходятся во мнении, что метод самокалибровки – эффективный способ учета систематических ошибок снимка, но мнения расходятся при выборе дополнительных параметров. В работах представлены самые разнообразные полиномы. Очевидно, это связано с различными исходными материалами. Искажения различных систем отличаются и не могут быть описаны идентичными параметрами.

Глава 2. Исследование методики калибровки цифровой неметрической камеры различными типами полиномов

2.1 Методика калибровки цифровой неметрической камеры по снимкам пространственного тест-объекта

Как было упомянуто в разделе 1.3 первой главы, существует несколько способов калибровки цифровых камер по фотографиям испытательного полигона.

Для данной дипломной работы был выбран способ калибровки камеры по пространственному тест-объекту, так как он наиболее оптимален, не требует больших денежных и трудовых затрат и имеет высокую точность.

Для данного способа калибровки создается пространственный тест-объект, который должен удовлетворять всем требованиям, перечисленным в разделе 1.3 первой главы. Далее производится геодезическая съемка координат марок высокоточным тахеометром. Требуется получение точности геодезических данных выше, чем точность измерения координат марок на снимках, так как результаты калибровки зависят от точности геодезических измерений. Съемка выполняется с нескольких станций способом приемов. Для последующего масштабирования и уравнивания данных геодезической съемки, измеряется расстояние хотя бы до четырех точек рядом с тест-объектом, для чего используются марки с отражающей поверхностью.

После получения геодезических координат марок переходят к съемке тест-объекта цифровой неметрической камерой. Если камера или съемный объектив имеют переменный фокус, то тест-объект снимается несколько раз с разным фокусным расстоянием. Для камеры/объектива с постоянным фокусом фотография будет одна. Съемку проводят таким образом, чтобы вся область фотоснимка была покрыта марками, и тест-объект был полностью видим. Одного снимка достаточно для калибровки, если марки покрывают всю область снимка. На каждом снимке должны быть видны как минимум 36 марок, что связано с числом рассчитываемых параметров и видом уравнений, используемых в расчетах.

Затем можно переходить непосредственно к калибровке камеры, по полученным данным. В данной работе для этой задачи используется программное обеспечение «Parallax». Данный программный продукт проходит стадию внедрения в

производственный процесс и на сегодняшний день является основным инструментом обработки данных серийной фотограмметрической съемки для вычисления, анализа и визуализации выявленных деформаций на объекте.

«Parallax» представляет собой программный комплекс, предназначенный для решения различных фотограмметрических и геодезических задач. Программа позволяет работать с один или несколькими снимками, сделанными одной или разными камерами. Возможна работа с архивными снимками, когда неизвестные параметры камеры и снимок был сделан не современной камерой, а например, фотокамерой «гармошкой».

Основные возможности.

«Parallax» позволяет:

- вычислить элементы внешнего и внутреннего ориентирования и параметры дисторсии по опорным точкам, координаты которых получены из геодезических измерений;
- вычислить элементы внешнего ориентирования и геодезические координаты точек по методу стереопар;
- строго трансформировать снимки по вычисленным углам Эйлера для более точных измерений;
- трансформировать геодезические измерения по опорным точкам в систему координат опорных точек;
- уравнивать фотограмметрические сети, в том числе свободную, уточняя геодезические измерения, элементы внешнего и внутреннего ориентирования, параметры дисторсии; производить оценку точности измерений и расчетов; учитывать известные ошибки исходных данных;
- исправлять за дисторсию снимки и измерения марок на снимках;
- находить координаты точек на местности по фотоснимку.

Процесс калибровки в этом программном комплексе можно разделить на несколько этапов. Целью первого этапа является подготовка и структурирование данных, то есть создание проекта. В этой фазе задаются параметры камеры (размер матрицы, размер снимка, предварительный фокус) и загружаются снимки.

Второй этап предполагает измерение марок на каждом снимке в интерактивном режиме. В результате определяются предварительные значения элементов внешнего ориентирования снимка: координаты точки фотографирования, углы Эйлера α , ω , κ . Правильность измерения марок имеет решающее значение для калибровки.

На третьем этапе рассчитываются параметры дисторсии, уточняются элементы внешнего и внутреннего ориентирования (фокус, главная точка, координаты точки фотографирования и углы съемки (углы Эйлера)). Процесс является итерационным.

Результатом калибровки камеры является значение внутренних параметров камеры/объектива (фокус, главная точка, модель дисторсии), которые могут быть использованы в разных проектах.

В программном комплексе «Parallax» существует также модуль «Исправление дисторсии», который позволяет исправить снимок за дисторсию.

2.2 Описание дисторсии разными типами полиномов

Дисторсия чаще всего описывается различными видами полиномов (многочленов), как уже отмечалось в разделе 1.2 первой главы. Ниже перечислены основные их виды, использующихся для описания дисторсии в оптических системах:

1. Полиномы (5), классические для советских научных публикаций — как модель влияния всех источников систематических ошибок (по Лобанову А.Н., 1984);

$$\begin{aligned} P_1(x, z) &= a_0x^n + a_1x^{n-1}z + \dots + a_{n-1}xz^{n-1} + a_nz^n \\ P_2(x, z) &= b_0x^n + b_1x^{n-1}z + \dots + b_{n-1}xz^{n-1} + b_nz^n \end{aligned} \quad (5)$$

где a_i и b_i - коэффициенты, подлежащие определению.

2. Модели Брауна-Конради, формулы имеют общий вид (6):

$$\begin{aligned} P_x(x, z) &= a_0x^n + a_1x^{n-1}z + \dots + a_{n-1}xz^{n-1} + a_nz^n \\ &+ \left(\frac{x}{f}\right) (c_0x^n + c_1x^{n-1}z + \dots + c_{n-1}xz^{n-1} + c_nz^n) \\ &+ x(K_1r^2 + K_2r^4 + K_3r^6 + \dots) + [P_1(r^2 + 2x^2) + 2P_2x_2][1 + P_3r^3 + \dots] \end{aligned}$$

$$P_z(x, z) = b_0x^n + b_1x^{n-1}z + \dots + b_{n-1}xz^{n-1} + b_nz^n + \left(\frac{z}{f}\right) (c_0x^n + c_1x^{n-1}z + \dots + c_{n-1}xz^{n-1} + c_nz^n) + z(K_1r^2 + K_2r^4 + K_3r^6 + \dots) + [2P_1x_2 + 2P_2(r^2 + 2z^2)][1 + P_3r^3 + \dots], \quad (6)$$

где a_n и b_n – эмпирические коэффициенты, определяющие комбинацию средней некомпенсированной пленочной деформации и аномального искажения;

c_n – коэффициенты, определяющие кривизну пластины;

K_1, K_2, K_3 - коэффициенты, определяющие радиальную дисторсию;

P_1, P_2 - коэффициенты, определяющие тангенциальную дисторсию;

Модель Брауна-Конради предназначена для коррекции как радиальных искажений линз, обосновываемых физическими свойствами, так и для тангенциальных искажений, возникающих из-за их дефектов. Это является ее преимуществом.

3. Полиномы Цернике (Zernike F., 1934):

Есть чётные и нечётные полиномы Цернике. Чётные полиномы определены как (7):

$$Z_n^m(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho) \cos(m\varphi), \quad (7)$$

а нечётные как (8):

$$Z_n^{-m}(\rho, \varphi) = R_n^m(\rho) \sin(m\varphi), \quad (8)$$

где m и n — неотрицательные целые числа, такие что $n \geq m$, φ — азимутальный угол, а ρ — радиальное расстояние, полиномы Цернике ограничены в диапазоне от -1 до $+1$, т.е. $|Z_n^m(\rho, \varphi)| \leq 1$.

Радиальные полиномы определяются как (9):

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{(n+m)-k}{2}\right)! \left(\frac{(n-m)-k}{2}\right)!} \rho^{n-2k}, \quad (9)$$

для чётных значений $n - m$, и тождественно равны нулю для нечётных $n - m$.

Одним из достоинств полиномов Цернике является возможность описания ими симметричных aberrаций. Следующим преимуществом полинома Цернике является возможность заключения по его порядку о дополнительных свойствах объекта, не различимых в традиционной схеме.

4. Модель Эбнера (Ebner H., 1976):

Интегральная ошибка описывается степенным многочленом (10):

$$\begin{aligned}\delta x &= b_1x + b_2y - b_3\left(2x^2 - \frac{4b^2}{3}\right) + b_4xy + b_5\left(y^2 - \frac{2b^2}{3}\right) + b_7x\left(y^2 - \frac{2b^2}{3}\right) + b_9\left(x^2 - \frac{2b^2}{3}\right)y \\ &\quad + b_{11}\left(x^2 - \frac{2b^2}{3}\right)\left(y^2 - \frac{2b^2}{3}\right) \\ \delta y &= -b_1x + b_2y - b_3xy - b_4\left(2y^2 - \frac{4b^2}{3}\right) + b_6\left(x^2 - \frac{2b^2}{3}\right) + b_8\left(x^2 - \frac{2b^2}{3}\right)y + \\ &\quad b_{10}x\left(y^2 - \frac{2b^2}{3}\right) + b_{12}\left(x^2 - \frac{2b^2}{3}\right)\left(y^2 - \frac{2b^2}{3}\right),\end{aligned}\quad (10)$$

где b_1 - b_{12} – поправочные коэффициенты (поправочный член) (Кульчицкий, Абакумов, 2015).

Преимущество этого многочлена в том, что он не связан с определенными видами искажений.

5. Полином Лежандра (11):

Образуют ортогональную систему многочленов на отрезке $[-1, 1]$ в пространстве L^2 . Многочлены Лежандра могут быть получены из многочленов $\{1, x, x^2, x^3, \dots\}$ ортогонализацией Грама — Шмидта.

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n], \quad (11)$$

6. Многочлены Чебышёва

Многочлены Чебышёва — две последовательности ортогональных многочленов $T_n(x)$ и $U_n(x)$, $n = \{0, 1, \dots\}$ названные в честь Пафнутия Львовича Чебышёва, общая формула имеет вид (12):

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} \binom{n}{2k} (x^2 - 1)^k x^{n-2k}, \quad (12)$$

Многочлен Чебышёва первого рода $T_n(x)$ характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом 2^{n-1} , который меньше всего отклоняется от нуля на отрезке $[-1, 1]$. Впервые рассмотрены самим Чебышёвым.

Многочлен Чебышёва второго рода $U_n(x)$ характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом 2^n , интеграл от абсолютной величины которого по отрезку $[-$

1,1] принимает наименьшее возможное значение. Впервые рассмотрены в совместной работе двух учеников Чебышёва — Коркина и Золотарёва (Зверев, Точилина, 2005).

Преимущество разложения функции по полиномам Чебышева состоит в том, что при этом абсолютная ошибка вычислений знакопеременна и распределена более или менее равномерно по всему интервалу $[-1,1]$.

7. Многочлены Якоби

Многочлены Якоби (или полиномы Якоби) — класс ортогональных полиномов. Названы в честь Карла Густава Якоба Якоби, общая формула имеет вид (13):

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{\Gamma(\alpha+n+1)}{n! \Gamma(\alpha+\beta+n+1)} \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \frac{\Gamma(\alpha+\beta+n+m+1)}{\Gamma(\alpha+m+1)} \left(\frac{z-1}{2}\right)^m, \quad (13)$$

Его частными случаями являются полиномы Чебышева и Лежандра.

Проанализировав выводы большого количества авторов научных публикаций, о применении той или иной математической модели описания дисторсии было решено ограничиться 6 моделями:

1. Классические полиномы
2. Модель Брауна-Конради-1
3. Модель Брауна-Конради-2
4. Модель Брауна-Конради-3
5. Полиномы Цернике
6. Полиномы Лежандра

Они наиболее часто встречаются в практике и учитывают влияние всех источников систематических искажений, существующих при реальной съёмке, но каждый имеет свои особенности: разное количество коэффициентов и свойства.

2.3 Критерии для оценки использования различных полиномов

Главными критериями калибровки являются значения среднеквадратических невязок по горизонтальной X и вертикальной Z осям фотоснимка, а также их наглядное

представление в виде визуализации дисторсии в сохраняемых растровых файлах. Для наглядного представления процесса калибровки, будет произведено исправление нескольких снимков за дисторсию. Еще одним критерием является значение фокусного расстояния. Так как процесс уравнивания является итерационным — то сходимость или не сходимость системы также может служить критериями качества калибровки.

Оценить точность калибровки можно только опосредованно, то есть по невязкам. В понятие невязки в программном комплексе вкладывается сумма всех случайных и систематических ошибок, не скомпенсированных системой.

В программном обеспечении «Parallax» используются несколько видов полиномов для описания разных моделей дисторсии (Рисунок 14), а так же предусмотрена возможность настраивать вид полинома: выбирать длину полинома, использовать дополнительные коэффициенты, включать или, наоборот, отключать использование различных параметров в модели дисторсии и т.д.

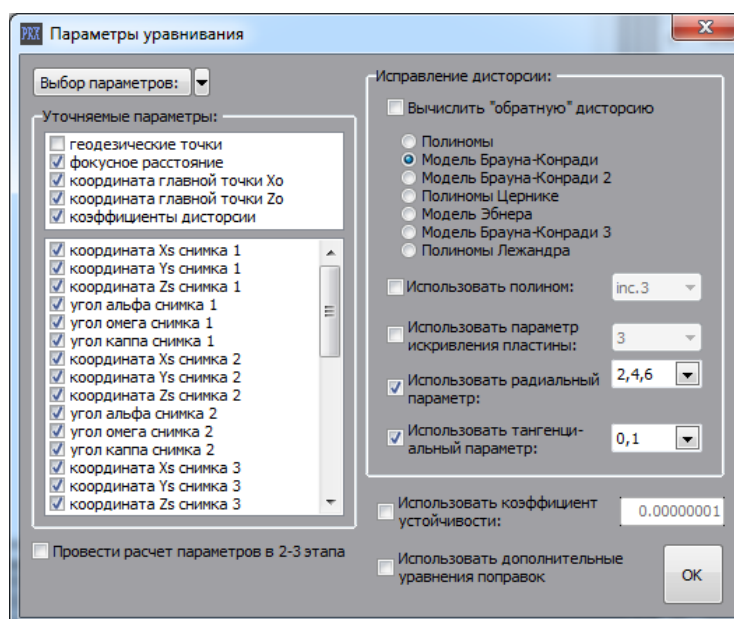


Рисунок 14 – Пример настроек моделей полиномов в программном обеспечении «Parallax»

Программа позволяет сохранить результаты уравнивания, а также получившиеся невязки, и матрицу коррекции, хранящую всю полную информацию о рассчитанных параметрах в процессе уравнивания.

Эти данные анализируются, для того что бы сделать выводы о том, какая полиномиальная модель лучше подходит для описания дисторсии для той или иной камеры/объектива. Для анализа создается таблица в Excel со статистическими данными по каждой модели дисторсии.

Глава 3. Экспериментальные исследования

3.1 Исходные данные

Для проведения экспериментальных исследований использовались данные геодезической и цифровой съемки, выполненные в городе Санкт-Петербург на улице Старо - Петергофский проспект 44.

Геодезическая съемка тахеометром Leica TDA5005 была выполнена в начале марта 2017 года, а съемка камерами SONY Cyber-Shot DSC-R1, Canon EOS 5D с объективами Canon Lens EF 50, Canon Zoom Lens EF 75-300, Canon Zoom Lens EF 70-200, Canon, Samyang 2,8/14 в марте – апреле 2017 года. Были получены следующие данные: линейно-угловые измерения, цифровые фотографии.

В данной работе для исследований был создан пространственный тест – объект на торцевой части здания, в котором располагается фирма НПП «Фотограмметрия».

Пространственный тест-объект представляет собой совокупность визирных марок (Рисунок 15), которые были наклеены на стену здания таким образом, что бы они покрывали всю площадь снимка, а так же были расположены на разном расстоянии от камеры и тахеометра.



Рисунок 15 – Пространственный тест объект

Размеры марок в натуральную величину 1x1 см, круг внутри квадрата диаметром 0.5 см. (Рисунок 16). Крест внутри повернут на 45° для удобства наведения.

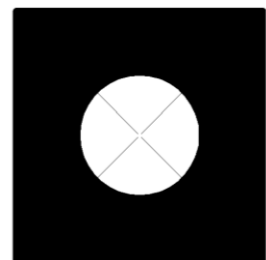


Рисунок 16 – Визирная марка

Геодезическая съемка высокоточным тахеометром выполнялась с 2 станций способом приемов.

Фотосъемка выполнялась двумя камерами: SONY Cyber-Shot DSC-R1 и Canon EOS 5D с объективами Canon Lens EF 50, Canon Zoom Lens EF 75-300, Canon Zoom Lens EF 70-200, Canon Samyang 2,8/14 . Снимки были сделаны с разным фокусным расстоянием, при этом тест – объект занимал все поле снимка и количества марок хватало для калибровки. Всего было сделано 10 фотографий, камерой SONY Cyber-Shot DSC-R1 – 1 фотография ($f = 29 \text{ mm}$) и 9 фотографий Canon EOS 5D:

- объективом Canon Lens EF 50mm 1 фотография,
- объективом Canon Zoom Lens EF 75-300 mm 3 фотографии ($f = 75, 105, 120$),
- объективом Canon Zoom Lens EF 70-200 mm 3 фотографии ($f = 70, 110, 135$),
- объективом Canon Samyang 2,8/14 mm 1 фотография,
- объективом Canon Fisheye Lens EF 15 mm 1 фотография.

3.2 Калибровка камеры по пространственному тест-объекту

Для получения данных калибровки по пространственному тест-объекту было выполнено несколько действий.

Вначале было произведено уравнивание геодезической сети в программе Mathcad. Предварительно вычислены: «место нуля» и коллимационная ошибка прибора.

Затем было проведено уравнивание линейно-угловой сети и проведена оценка точности геодезических данных и точности измерений на снимках:

- Точность геодезических данных составила 0,02-0,03 мм.
- Точность измерений на снимках из статистических наблюдений составила 0,05 пикс., что означает, что требования в разделе 2.1 соблюдены и данные, полученные в ходе эксперимента, можно считать корректными.

Результаты вычислений представлены в таблице А.1 и А.2 (приложение А).

Далее для калибровки камеры использовалось программное обеспечение «Parallax».

В соответствии с первым этапом в разделе 2.1, были созданы 2 новых проекта, в которые загружались геодезические координаты марок (Рисунок 17).

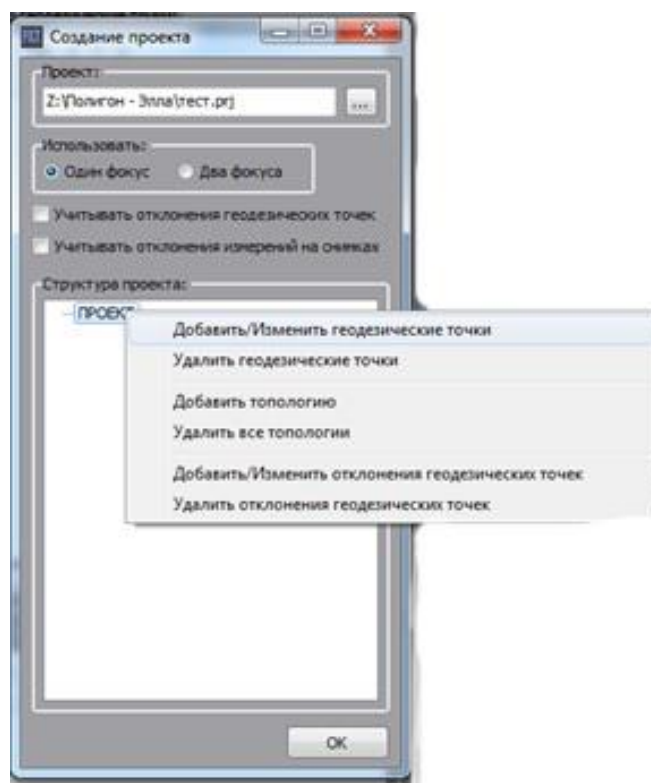


Рисунок 17 – Диалоговое окно «Создание проекта»

Для каждого снимка создавалась отдельная топология, для нее устанавливалась камера (Рисунок 18) и загружался снимок.

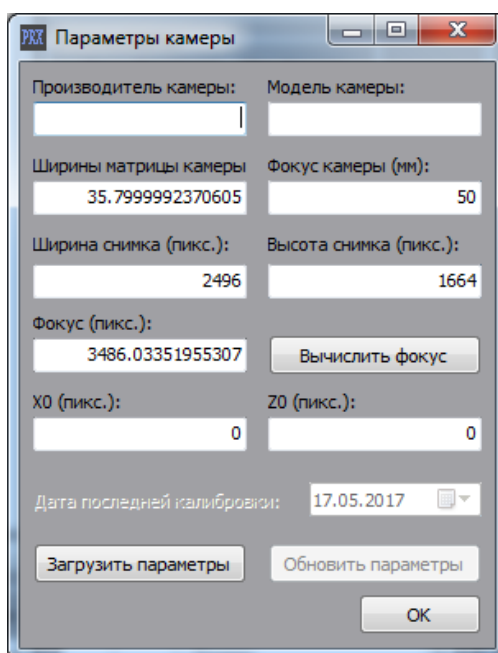


Рисунок 18 – Диалоговое окно «Параметры камеры»

В соответствии со вторым этапом было выполнено измерение марок на каждом снимке в интерактивном режиме. Установив маркер на нужной марке, точка добавлялась с помощью команды «Измерить точку» (Рисунок 19), после чего алгоритм программы уточнял центр измеренной марки.

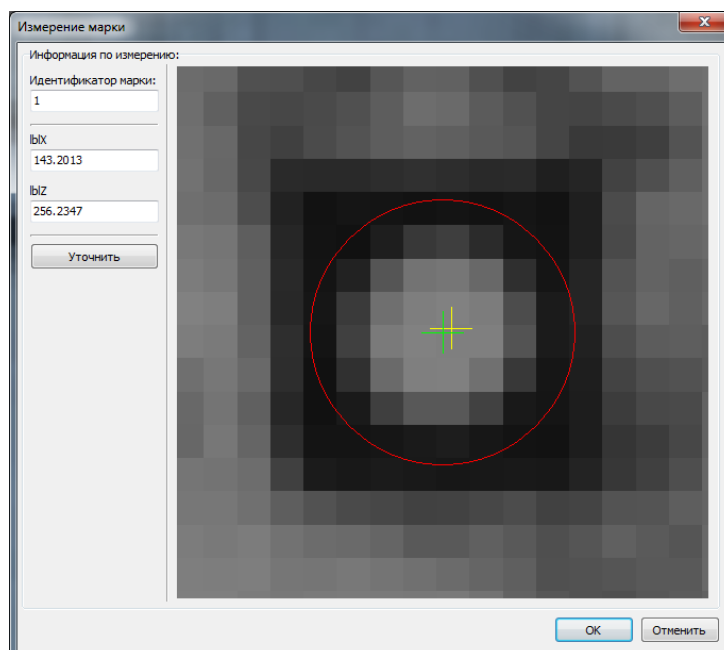


Рисунок 19 – Диалоговое окно «Измерение марки»

Таким образом, устанавливалась связь между марками на снимке и геодезическими координатами этих марок. В результате программой определялись предварительные значения элементов внешнего ориентирования снимка: координаты точки фотографирования, углы Эйлера α , ω , κ , пример представлен на Рисунке 20.

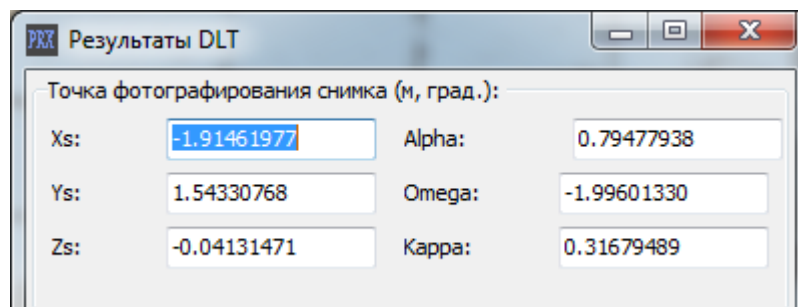


Рисунок 20 – Диалоговое окно «Предварительные значения элементов внешнего ориентирования снимка»

В соответствии с третьим этапом были рассчитаны параметры дисторсии, уточнены элементы внешнего и внутреннего ориентирования (фокус главная точка, координаты точки фотографирования и углы съемки (углы Эйлера)). Для этого выполнялось несколько действий. Сначала в блоке «Уравнивание» нажатием кнопки «Подготовить данные для уравнивания» выбиралась нужная топология для калибровки (Рисунок 21).

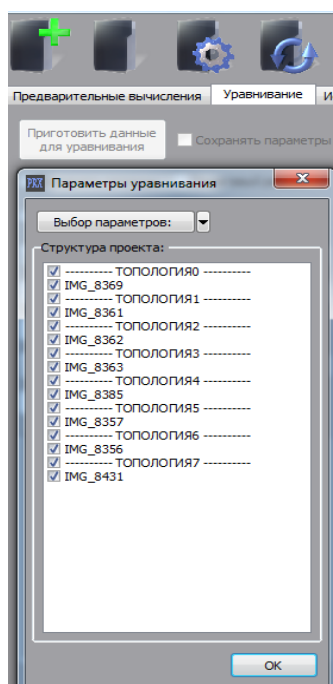


Рисунок 21 – Диалоговое окно выбора данных

Далее выбирались необходимые параметры калибровки (Рисунок 22) и запускался процесс расчета.

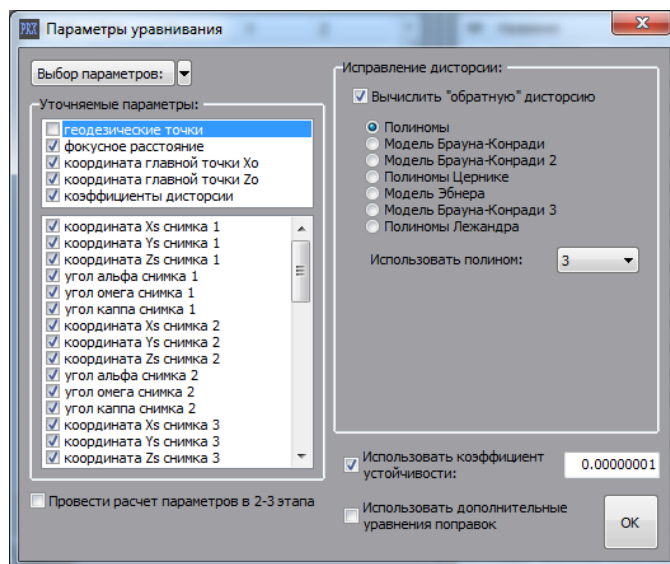


Рисунок 22 – Диалоговое окно «Параметры уравнивания»

После завершения расчетов проект сохранялся в тестовые файлы с набором калибровочных значений, в том числе был файл с данными максимальной невязки, дисторсии, среднеквадратической невязкой в конкретной точке для каждого снимка.

3.3 Исследование различных видов полиномов для исправления дисторсии в программном обеспечении «Parallax»

Для исследования, как уже отмечалось в разделе 2.2, было выбрано 6 моделей описания дисторсии.

Так как в программном комплексе «Parallax» можно настраивать вид полинома, то было решено исследовать несколько вариантов каждой модели дисторсии.

Полиномы по Лобанову А.Н.:

1. Вариант – применялся полином 3 степени,
2. Вариант – применялся полином 6 степени,
3. Вариант – применялся полином:

- 7 степени для снимка с $f = 135 \text{ mm}$,
- 8 степени для снимков с $f = 70 \text{ mm}$, 120 mm ,
- 9 степени для снимков с $f = 14 \text{ mm}$, 50 mm , 75 mm , 105 mm .

4. Вариант – применялся полином:

- 10 степени для снимков с $f = 50 \text{ mm}$, 105 mm , 110 mm ,
- 11 степени для снимка с $f = 75 \text{ mm}$.

Результаты расчетов представлены в таблицах Б. 1 – Б. 8 (Приложение Б).

Модель Брауна-Конради-1:

Во всех вариантах применялся радиальный параметр со степенями 2, 4, 6 и тангенциальный параметр 0, добавлялись в модель разные степени полинома и параметр искривления пластины.

1. Вариант – коэффициент искривление пластины 3 порядка,
2. Вариант – коэффициент искривление пластины 7 порядка,
3. Вариант – коэффициент искривление пластины:
 - 11 порядка для всех снимков, кроме снимка с $f = 135 \text{ mm}$, для него использовался коэффициент 10 порядка,
4. Вариант – коэффициент искривление пластины:
 - 12 порядка для снимка с $f = 70 \text{ mm}$,
 - 13 порядка для снимка с $f = 14 \text{ mm}$,
 - 14 порядка для снимков с $f = 105 \text{ mm}$, 110 mm ,
 - 15 порядка для снимков с $f = 50 \text{ mm}$, 75 mm , 120 mm , для снимка с $f = 135 \text{ mm}$ предельным является коэффициент 10 порядка,
5. Вариант – коэффициент искривление пластины 3 порядка, полином 3 степени,
6. Вариант – коэффициент искривление пластины 3 порядка, полином:
 - 6 степени для снимка с $f = 135 \text{ mm}$,
 - 7 степени для снимка с $f = 70 \text{ mm}$,
 - 8 степени для снимков с $f = 14 \text{ mm}$, 120 mm ,
 - 9 степени для снимков с $f = 105 \text{ mm}$, 110 mm ,
 - 10 степени для снимков с $f = 50 \text{ mm}$, 75 mm ,
7. Вариант – коэффициент искривление пластины 7 порядка, полином:
 - 5 степени для снимка с $f = 135 \text{ mm}$,

6 степени для снимка с $f = 70 \text{ mm}$, 120 mm ,

7 степени для снимков с $f = 14 \text{ mm}$, 50 mm , 75 mm , 105 mm , 110 mm .

Результаты расчетов представлены в таблицах Б. 10 – Б. 17 (Приложение Б).

Модель Брауна-Конради-2:

Во всех четырех вариантах применялся тангенциальный параметр – 0, радиальный параметр с четными (вариант 3 и 4) и нечетными (вариант 1 и 2) степенями, добавлялся неполный полином 4 степени в варианты 2 и 4.

Результаты расчетов представлены в таблицах Б. 19 – Б. 26 (Приложение Б).

Модель Брауна-Конради-3:

Во всех трех вариантах применялся тангенциальный параметр – 0, радиальный параметр с четными (вариант 2) и нечетными (вариант 3) степенями, в 1 варианте использовался радиальный параметр со степенями 2, 4, 6.

Результаты расчетов представлены в таблицах Б. 27 – Б. 34 (Приложение Б).

Полиномы Цернике:

Было исследовано 3 варианта, со степенями полинома:

1. Начиная с 4 до 35,
2. Начиная с 6 до 35,
3. Все 35 степеней.

Результаты расчетов представлены в таблицах Б. 36 – Б. 43 (Приложение Б).

Полиномы Лежандра:

Был исследован 1 вариант, в котором применялись все 66 коэффициентов.

Результаты расчетов представлены в таблицах Б. 45 – Б. 52 (Приложение Б).

Проанализировав все полученные результаты по каждому объективу, были сделаны следующие выводы:

- объектив Canon Lens EF 50 mm имеет небольшое значение дисторсии, постоянный фокус и оптическая система имеет более простое описание, поэтому почти все варианты моделей дисторсии справились с искажениями на снимке. Явно выделяются модели полиномов по Лобанову А. Н. (10

степень) (Таблица Б. 1) и модель Брауна-Конради-1 – вариант 7 (Таблица Б. 10) . Среднеквадратические невязки составили 0,03 рiх. по оси x и 0,02 рiх. по оси z.

- объектив Canon Zoom Lens EF 75-300 mm имеет более сложную конструкцию оптической системы, переменный фокус. С искажениями на снимках, полученными этим объективом, лучше всего справились модели полиномов по Лобанову А. Н. со степенями 8-11 (Таблицы Б. 2 - Б. 4) и полные модели Брауна-Конради-1 (Таблицы Б. 11 - Б. 13) и Брауна-Конради-2 (Таблицы Б. 20 - Б. 22) (с использованием параметра искривления пластины и степенного полинома). Среднеквадратические невязки составили в пределах от 0,02 рiх. до 0,1 рiх по оси x и от 0,03 рiх. до 0,1 рiх по оси z. Остальные модели полиномов проявили себя хуже. Полиномы Лежандра хорошо справились с искажениями только на двух снимках (Таблицы Б. 46 - Б. 47), так как на третьем с $f = 120$ mm недостаточное количество марок для расчета всех коэффициентов полинома.
- объектив Canon Zoom Lens EF 70-200 mm, как и предыдущий объектив, имеет более сложную конструкцию оптической системы, переменный фокус. С искажениями на снимках, полученными этим объективом, лучше всего справились модели полиномов по Лобанову А. Н. со степенями 7-10 (Таблицы Б. 5 - Б. 7), полные модели Брауна-Конради-1 (Таблицы Б. 14 - Б. 16) и Брауна-Конради-2 (Таблицы Б. 23 - Б. 25), с использованием параметра искривления пластины и степенного полинома, и полиномы Лежандра (Таблицы Б. 49 - Б. 51). Среднеквадратические невязки составили в пределах от 0,02 рiх. до 0,09 рiх по оси x и от 0,03 рiх. до 0,1 рiх по оси z. Модели Брауна-Конради-2 с четными и нечетными степенями дают почти одинаковые значения среднеквадратических невязок, отличия можно увидеть в третьем знаке после запятой.
- объектив Canon Samyang 2,8/14 mm имеет большое значение дисторсии, постоянный фокус, поэтому с искажениями на снимке справились лишь несколько вариантов моделей полиномов: степенные полиномы (Таблица Б. 8), модели Брауна-Конради-1 (Таблица Б. 17) с параметром искривления пластины 11-13 порядков и 6 вариант (с параметром искривления пластины 3 порядка, при добавление степенного полинома 8 степени).

Среднеквадратические невязки составили в пределах от 0,06 pix. до 0,09 pix по оси x и от 0,09 pix. до 0,12 pix по оси z.

Не все модели дисторсии смогли справиться с искажениями на снимках, полученных объективом Canon Fisheye Lens EF 15 mm, так как объектив имеет более сложную дисторсию и созданный пространственный тест-объект не удовлетворяет всем требованиям, перечисленным в разделе 1.3, для этого объектива.

Успешно справились лишь несколько моделей полиномов:

Полиномы по Лобанову А.Н.:

1. Вариант – применялся полином 9 степени.

Результаты расчетов представлены в таблице Б. 9 (Приложение Б).

Модель Брауна-Конради-1:

1. Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 3 порядка, радиальный параметр со степенями 2, 4, 6 и тангенциальный параметр 0,

1.1 Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 3 порядка, радиальный параметр с четными степенями от 2 до 16 и тангенциальный параметр 0,

1.2 Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 3 порядка, радиальный параметр с четными степенями от 2 до 12 и тангенциальный параметр 0,

1.3 Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 3 порядка, радиальный параметр с четными степенями от 2 до 10 и тангенциальный параметр 0,

2. Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 7 порядка, радиальный параметр со степенями 2, 4, 6 и тангенциальный параметр 0,

2.1 Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 7 порядка, радиальный параметр с четными степенями от 2 до 12 и тангенциальный параметр 0,

2.2 Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 3 порядка, радиальный параметр с четными степенями от 2 до 10 и тангенциальный параметр 0,

3. Вариант – применялся коэффициент искривление пластины 11 порядка, радиальный параметр со степенями 2, 4, 6 и тангенциальный параметр 0.

Результаты расчетов представлены в таблице Б. 18 (Приложение Б).

Модель Брауна-Конради-3:

Во всех трех вариантах применялся тангенциальный параметр – 0, радиальный параметр с четными от 2 до 10 (вариант 2) и нечетными от 1 до 11 (вариант 3) степенями, в 1 варианте использовался радиальный параметр со степенями 2, 4, 6.

Результаты расчетов представлены в таблице Б. 35 (Приложение Б).

Полиномы Цернике:

Было исследовано 2 варианта, со степенями полинома:

1. Начиная с 4 до 35,
2. Все 35 степеней.

Результаты расчетов представлены в таблице Б. 44 (Приложение Б).

Наилучшим образом, для данного объектива, проявили себя модель полиномов Брауна-Конради 1 вариант 2.1 и полиномы по Лобанову А.Н.. Значение среднеквадратических невязок по осям составило в пределах 0,17-0,25 рiх. Остальные модели дали хуже значение среднеквадратических невязок или изменили фокусное расстояние.

На рисунках в «Приложение В» представлены некоторые снимки исправленные за дисторсию.

3.4 Исследование поведения полиномов при искусственном изменении масштаба фотоснимка по одной из осей

Помимо задачи исследования представления дисторсии различными моделями полиномов, был также поставлен эксперимент по изменению масштаба фотоснимка по одной из осей. Этот эксперимент был проведен для того чтобы разделить модели полиномов на математические и модели, учитывающие различные физические особенности оптических систем. Сущность эксперимента состояла в намеренном изменении измеренных координат X или Y всех точек изображения на фиксированную величину, то есть умножением на единый коэффициент.

Координаты измеренных точек изображения (в пикселях) были изменены в Excel по оси X. Коэффициент изменения координат снимков равен 2. Ширина снимка также была увеличена в 2 раза.

Для эксперимента использовался снимок, полученный камерой SONY Cyber-Shot DSC-R1 с фокусным расстоянием 29 mm. Из-за конструктивных особенностей камеры при самом большом фокусном расстоянии значение дисторсии минимально, поэтому было взято среднее значение фокусного расстояния.

Были исследованы все модели и варианты описания дисторсии представленные в разделе 3.3.

На основе статистических данных, полученных в этом эксперименте, были сделаны выводы:

- Модели Брауна-Конради 1 и 2 в вариантах без добавления полиномов, не смогли исключить систематику искажений в процессе эксперимента, это говорит о том, что данные модели построены не только на математических алгоритмах, они также учитывают различные физические особенности оптических систем, а потому, более приближены к реальным условиям. При добавлении степенных полиномов в модели дисторсии система математически справилась, но физически сделала ее нереальной, то есть, правильного решения нет.

Результаты расчетов представлены в Таблице 1 и 2.

Таблица 1

SONY Cyber-Shot DSC-R1 f = 29mm БРАУНА-КОНРАДИ 1 модель							
№ вариант а	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
5	-0.52984	0.168506	-785.219977	0.223734	0.092437	-420.70285	8844.34346
6	0.265033	0.093572	-763.956339	0.102666	0.041211	-426.61151	9078.12368
7	0.185206	0.082943	-790.186581	-0.1942	0.079897	-421.62841	10053.0479

Таблица 2

SONY Cyber-Shot DSC-R1 29mm БРАУНА-КОНРАДИ 2 модель							
№ вариант а	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.343873	0.169041	-1533.10259	0.431767	0.16602	8.30218	6603.31583
4	0.378307	0.171117	-1528.28035	0.426964	0.166369	7.669955	6546.34813

- При использовании модели степенных полиномов и полиномов Лежандра программа не выдавала ошибки и, на первый взгляд, удачно справлялась с систематикой искажений, но физически делала ее нереальной, исходные точки смещаются сильно по обеим осям, без внесения корректировок дисторсии.

Результаты расчетов представлены в Таблице 3 и 4.

Таблица 3

SONY Cyber-Shot DSC-R1 29mm ЛЕЖАНДР							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.19174	0.085373	-440.327067	-0.12184	0.048165	-559.73683	9825.37373

Таблица 4

SONY Cyber-Shot DSC-R1 29mm ПОЛИНОМЫ							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.785654	0.31333	-818.588122	0.470812	0.13866	-425.24922	9252.18007
2	-0.34437	0.125764	-775.389936	0.140873	0.060343	-421.28174	8418.73769
3	-0.16235	0.045267	-815.605496	0.096141	0.032482	-419.78991	9736.80018

- Полиномы Цернике и Модель Брауна-Конради 3 не справились с искажениями на снимке, при расчетах система расходится, что означает, что верного решения нет, а также что данные модели построены не только на математических алгоритмах, но и учитывают различные физические особенности оптических систем.

Таким образом, было выявлено, что моделей полиномов, основанных только на математических алгоритмах всего две – степенные полиномы и полиномы Лежандра.

Заключение

В рамках реализации поставленной цели изучения методов цифровых неметрических камер, были выполнены следующие задачи:

- рассмотрены методы калибровки цифровых неметрических камер, виды геометрических искажений в них, преимущества и недостатки методов, кратко рассмотрена универсальная высокоточная измерительная система «Parallax»;
- создан пространственный тест-объект и выполнена геодезическая привязка находящихся на нем марок с применением высокоточного тахеометра Leica TDA5005;
- исследована методика калибровки камер по пространственному тест-объекту,
- проанализированы модели полиномов различных видов для исправления дисторсии на снимках.

В результате анализа полученных данных, наиболее предпочтительными модели оказались полиномы Брауна-Конради, Лежандра и степенные полиномы по Лобанову А.Н., причем использование полной модель Брауна-Конради (со степенными полиномами) способно устранить практически любой вид геометрических искажений снимка.

Однако, нельзя сказать, что данные модели являются универсальными и подходят для любого вида камеры/объектива, хотя заметно превосходят остальные виды полиномов по среднеквадратическим невязкам. Для большинства объективов можно утверждать, что универсальными являются модель полиномов Брауна-Конради 1 в полном и минимальном вариантах, так как она учитывает математические и физические особенности оптических систем и справляется с дисторсией любой сложности.

Степенные полиномы по Лобанову так же показывают очень хороший результат и способны справляться практически с любым видом дисторсии и другими искажениями, но для них требуются геодезические данные очень высокой точности, так как полиномы способны не только устранять дисторсию, но и компенсировать ошибки геодезических измерений, при этом значительно искажая систему.

В результате калибровки различных объективов было установлено, что созданный пространственный тест-объект подходит для большинства вида камер/объективов. Исключения могут составлять объективы типа «рыбий глаз», когда по мере удаления от центра снимка марки значительно искажаются и перестают распознаваться. А так же длиннофокусные объективы, для которых необходим большой вынос выступающих марок относительно основной плоскости тест-объекта.

В заключении хотелось бы отметить, что в результате данной дипломной работы была создана методика, которая используется в производственном процессе высокоточной калибровки цифровых фотокамер «Научно-производственного предприятия «Фотограмметрия».

Список литературы

Монографии:

- 1 Антипов И.Т. Математические основы пространственной аналитической фототриангуляции. М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 2003, 296 с.
2. Дубиновский В.Б. Калибровка снимков. М.: Недра, 1982. 224 с.
3. Лобанов А.Н. Фотограмметрия. М.: Недра, 1984, 552 с.
4. Сегё Г. Ортогональные многочлены. М.: Физматгиз, 1962, 499 с.

Статьи в сборниках:

1. Антипов И.Т. О корреляционных связях ошибок элементов взаимного ориентирования в рядах аналитической пространственной фототриангуляции. Новосибир.: Труды НИИГАиК, 1968. т. XXI. С. 39-46.

Статьи в журналах:

1. Быков А.Л., Быков В.Л., Быков Л.В., Исследования методики калибровки снимков на равнинном испытательном полигоне // Интерэкспо Гео-Сибирь, 2012. №4. С 47-52.
2. Жимбуева Л.Д. Метод определения суммарной дисторсии цифровых изображений // Компьютерная оптика, 2011. №3. С. 347-355.
3. Киреев О.С. Автоматизированная калибровка стереопары в лабораторных условиях // Математичні машини і системи, 2004, № 1. С. 86-100.
4. Коева М.Н., Петрова В.П., Жечев Д.В. Возможности неметрических камер в наземной фотограмметрии // Геопрофи, 2003. №4. С.19-21.
5. Комиссаров Д.В. Методика калибровки цифровых неметрических камер для наземных лазерных сканеров // Геопрофи, 2006. №6. С. 32-34.
6. Крылов Д. В. Исследование метода фотограмметрической калибровки цифровых камер с использованием пространственного тест-объекта // Изв. Вузов. «Геодезия и аэрофотосъёмка», 2011. №1. С. 57-62.

7. Кульчицкий А.А., Абакумов И.И. Исследование моделей калибровки камер технического зрения для программной компенсации искажений в системах контроля геометрических параметров объектов // Инновационная Наука, 2015. №10. С. 86-90.
8. Никитин В.Н., Семенцов А.В. Использование дополнительных геометрических условий при решении геодезических и фотограмметрических задач // Дистанционное зондирование, 2012. С. 41-46.
9. Никитин В. Н. Калибровка камер по снимкам плоского тест-объекта // Изв. Вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка», 2014. № 2. С. 71-80.
10. Нурмагомедов А. А. Многочлены, ортогональные на неравномерных сетках // Сер. Математика. Механика. Информатика, 2011. №3. С. 29-42.
11. Семенцов А. В. Калибровка камер без использования твердых опорных данных // Геодезия и картография, 2014. № 4. С. 26-30.
12. Семенцов А.В., Никитин В.Н. Сравнение результатов калибровки камер, полученных с использованием различных методик и моделей дисторсии // Интерэкспо Гео-Сибирь, 2015. т. 4. №4. С. 17-23.
13. Тюфлин Ю.С. Фотограмметрия – вчера, сегодня и завтра // Изв. Вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка», 2011. №2. С. 3-8.
14. Хрущ Р. М. Этапы становления и развития фотограмметрии в России // Геодезия и картография, 2003. № 7. С. 50–61.
15. Brown, D. Close-range camera calibration // Photogrammetric Engineering, 1971. vol. 37, pp. 855-866.
16. Brown, D. C. The Bundle Adjustment - Progress and Prospects // International Archives of Photogrammetry 21, 1976. vol. 3, pp. 1–33.
17. Clarke T., Fryer J. The development of camera calibration methods and models. Photogrammetric Record, 1998, 16(91), pp. 51-66.
18. Cramer M. Digital camera calibration // EuroSDR official publication, 2009, No. 55, 257p.
19. Ebner, H. Self-calibrating block adjustment // Bildmessung und Luftbildwesen, 1976, V.44, p. 128-139.

20. Noll R. J., Zernike Polynomials and Atmospheric Turbulence, J. Opt. Soc. Am., vol. 66, pp. 207-211, 1975

Тезисы докладов:

1. Бездидько С.Н. Ортогональные aberrации и их роль в вычислительной оптике // Тез. докл. XII Междунар. конф. «Прикладная оптика-2016», СПб.: изд-во НПК ГОИ им. С. И. Вавилова, 2016. С. 13-17.

2. Виленчиц Б. Б., Мурашко Н. И., Попов В. К., Чурак П. Н. Калибровка цифровой фотокамеры при компьютерном определении характеристик обзорности кабины транспортного средства // Мат. конференции «Лазерная и оптико-электронная техника - 2008», Беларусь: изд-во Академия Управления при Президенте Республики Беларусь, 2008. С. 234-242.

3. Семенцов, А. В. Разработка тест-объекта для калибровки цифровых камер // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2012: VIII Меадунар.науч. конгр.,Новосибирск: СГГА, 2012. С. 60-65.

Ресурсы сети Интернет:

1. <http://say-hi.me/sovety/fotografiya-kak-ispravit-opticheskie-iskazheniya> – Фотография: как исправить оптические искажения, 2016.

2. <http://fizportal.ru/aberratio> – Абберация оптических систем, 2013.

3. <http://www.studfiles.ru> – Абберации оптических систем, 2016.

Приложение А
Оценка точности геодезических данных, (м)

Таблица А.1

№ марки	m_x	m_y	m_z
101	0.000028671	0.000033071	0.000018636
108	0.000028651	0.000033029	0.000017309
218	0.000028691	0.000033095	0.000016709
102	0.000028712	0.000033110	0.000016908
103	0.000028778	0.000033234	0.000017934
104	0.000028637	0.000033108	0.000019523
105	0.000027380	0.000032146	0.000020251
106	0.000027429	0.000032169	0.000018456
107	0.000027483	0.000032043	0.000017101
108	0.000027533	0.000032116	0.000016531
109	0.000027485	0.000032045	0.000016741
110	0.000027543	0.000032088	0.000017707
111	0.000027518	0.000032136	0.000019362
112	0.000027574	0.000032220	0.000021336
113	0.000026334	0.000031281	0.000020068
114	0.000026366	0.000031199	0.000018303
115	0.000026411	0.000031203	0.000016978
116	0.000026442	0.000031248	0.000016349
117	0.000026483	0.000031286	0.000016558
118	0.000026377	0.000031195	0.000017421
119	0.000026331	0.000031114	0.000018967
120	0.000026305	0.000031136	0.000020994
121	0.000025307	0.000030469	0.000019858
122	0.000025375	0.000030509	0.000018017
123	0.000025459	0.000030609	0.000016734
124	0.000025495	0.000030632	0.000016175
125	0.000025461	0.000030589	0.000016411
126	0.000025506	0.000030634	0.000017437
127	0.000025491	0.000030677	0.000019034
128	0.000025623	0.000030812	0.000020945
129	0.000024771	0.000030398	0.000019817
130	0.000024712	0.000030243	0.000018041
131	0.000024746	0.000030226	0.000016701
132	0.000024790	0.000030265	0.000016051
133	0.000024788	0.000030295	0.000016225
134	0.000024684	0.000030190	0.000017116
135	0.000024569	0.000030092	0.000018749
136	0.000024475	0.000030108	0.000020714
137	0.000024074	0.000030130	0.000020723
138	0.000024068	0.000030122	0.000018800
139	0.000023998	0.000030047	0.000017158
140	0.000024036	0.000030021	0.000016124
141	0.000024031	0.000030051	0.000015876

Продолжение таблицы А.1

142	0.000023992	0.000030047	0.000016448
143	0.000023857	0.000029918	0.000017759
144	0.000023854	0.000029937	0.000019594
145	0.000023074	0.000029884	0.000020510
146	0.000023177	0.000029944	0.000018528
147	0.000023297	0.000030021	0.000016938
148	0.000023432	0.000030074	0.000015945
149	0.000023465	0.000030079	0.000015766
150	0.000023431	0.000030058	0.000016454
151	0.000023385	0.000030059	0.000017815
152	0.000023315	0.000030116	0.000019618
153	0.000022750	0.000030255	0.000020655
154	0.000022838	0.000030259	0.000018632
155	0.000022824	0.000030275	0.000016952
156	0.000022879	0.000030265	0.000015865
157	0.000022885	0.000030287	0.000015611
158	0.000022759	0.000030284	0.000016195
159	0.000022615	0.000030196	0.000017563
160	0.000022504	0.000030174	0.000019452
161	0.000021884	0.000030650	0.000020485
162	0.000021968	0.000030694	0.000018421
163	0.000022135	0.000030732	0.000016761
164	0.000022303	0.000030762	0.000015682
165	0.000022335	0.000030742	0.000015469
166	0.000022345	0.000030727	0.000016203
167	0.000022302	0.000030666	0.000017647
168	0.000022257	0.000030669	0.000019533
169	0.000021682	0.000031269	0.000020601
170	0.000021773	0.000031262	0.000018471
171	0.000021843	0.000031306	0.000016734
172	0.000021873	0.000031409	0.000015600
173	0.000021852	0.000031463	0.000015329
174	0.000021702	0.000031532	0.000016016
175	0.000021511	0.000031564	0.000017476
176	0.000021011	0.000032561	0.000018487
177	0.000021158	0.000032655	0.000016629
178	0.000021376	0.000032467	0.000015445
179	0.000021454	0.000032414	0.000015206
180	0.000021447	0.000032307	0.000015954
181	0.000021391	0.000032116	0.000017457
182	0.000021271	0.000032258	0.000019509
183	0.000020734	0.000033567	0.000020729
184	0.000020878	0.000033534	0.000018480
185	0.000020966	0.000033737	0.000016505
186	0.000021026	0.000033801	0.000015297
187	0.000020992	0.000033870	0.000015071
188	0.000020845	0.000034094	0.000015929
189	0.000020675	0.000034044	0.000017521

Продолжение таблицы А.1

190	0.000020511	0.000033996	0.000019659
191	0.000020477	0.000035083	0.000019682
192	0.000020577	0.000035156	0.000017396
193	0.000020675	0.000035331	0.000015680
194	0.000020724	0.000035450	0.000014932
195	0.000020647	0.000035517	0.000015315
196	0.000020429	0.000035633	0.000016748
197	0.000020287	0.000035631	0.000018695
198	0.000020120	0.000035649	0.000021041
199	0.000019919	0.000037491	0.000020129
200	0.000020082	0.000037516	0.000017812
201	0.000020255	0.000037664	0.000015951
202	0.000020380	0.000037666	0.000014874
203	0.000020389	0.000037617	0.000015043
204	0.000020317	0.000037437	0.000016514
205	0.000020167	0.000037386	0.000018614
206	0.000020065	0.000036975	0.000021095
207	0.000019889	0.000039382	0.000020086
208	0.000020000	0.000039793	0.000017659
209	0.000020110	0.000040026	0.000015621
210	0.000020155	0.000040145	0.000014701
211	0.000020098	0.000040042	0.000015266
212	0.000019920	0.000039863	0.000016958
213	0.000019771	0.000039789	0.000019219
214	0.000019533	0.000042047	0.000020807
215	0.000019686	0.000042388	0.000018223
216	0.000019841	0.000042474	0.000016067
217	0.000019982	0.000042681	0.000014743
218	0.000019990	0.000042539	0.000014945
219	0.000019914	0.000042137	0.000016564
220	0.000019771	0.000041808	0.000019023
221	0.000019624	0.000041193	0.000021626
222	0.000022030	0.000026089	0.000014516
223	0.000022264	0.000025286	0.000014264
224	0.000024193	0.000024693	0.000014702
225	0.000023765	0.000026528	0.000015183
226	0.000450769	0.000127768	0.000062397
227	0.000150756	0.000082016	0.000036869
228	0.000021356	0.000063980	0.000032475
229	0.000028741	0.000043360	0.000009729
230	0.000067973	0.000024907	0.000009751

Координаты визирных марок, (м)

Таблица А. 2

№ марки	x	y	z	№ марки	x	y	z
1	-10.222	2.30214	0.99065	144	-2.0977	2.28637	-0.1092
2	-6.563	2.29767	0.96456	145	-2.0956	2.28879	0.19852
3	0.37304	2.28644	1.66088	146	-2.096	2.28854	0.50156
101	-2.8013	2.29116	-0.8542	147	-2.09	2.27923	0.82229
102	-2.8019	2.28514	-0.5567	148	-2.102	2.28022	1.13769
103	-2.7996	2.28286	-0.2551	149	-1.9536	2.27636	1.29361
104	-2.8017	2.28669	0.04565	150	-1.9564	2.28073	0.97848
105	-2.8045	2.28668	0.34946	151	-1.96	2.28633	0.66698
106	-2.8093	2.29406	0.66131	152	-1.9713	2.29052	0.35106
107	-2.7953	2.29322	0.97223	153	-1.9722	2.29078	0.04558
108	-2.8014	2.29726	1.27861	154	-1.9705	2.28939	-0.2665
109	-2.6402	2.30052	1.12942	155	-1.9724	2.29011	-0.5633
110	-2.6432	2.30049	0.82063	156	-1.9692	2.29493	-0.8551
111	-2.6566	2.28409	0.50508	157	-1.8527	2.29408	-1.0125
112	-2.6593	2.28812	0.20297	158	-1.8534	2.29356	-0.7135
113	-2.6547	2.28481	-0.1076	159	-1.8342	2.29042	-0.4152
114	-2.6647	2.28329	-0.4022	160	-1.837	2.28934	-0.11
115	-2.6611	2.28897	-0.7143	161	-1.8378	2.29116	0.19822
116	-2.6699	2.29134	-1.009	162	-1.8226	2.28892	0.50006
117	-2.4993	2.29384	-0.8549	163	-1.8162	2.28209	0.81892
118	-2.504	2.28572	-0.5631	164	-1.8128	2.28075	1.13812
119	-2.5073	2.28479	-0.2587	165	-1.6662	2.28075	1.29441
120	-2.5088	2.28762	0.05696	166	-1.6632	2.28187	0.9784
121	-2.5164	2.28767	0.35936	167	-1.6751	2.28666	0.66972
122	-2.5064	2.28468	0.64776	168	-1.6905	2.29198	0.35
123	-2.5092	2.27751	0.96302	169	-1.6917	2.2901	0.0516
124	-2.5097	2.27914	1.28521	170	-1.6992	2.29196	-0.2633
125	-2.3581	2.27765	1.1423	171	-1.7083	2.29167	-0.5635
126	-2.3593	2.28038	0.81974	172	-1.7165	2.29608	-0.8572
127	-2.361	2.28756	0.50261	173	-1.5729	2.29428	-1.0091
128	-2.3613	2.28924	0.19877	174	-1.5724	2.2909	-0.7068
129	-2.3569	2.28722	-0.111	175	-1.5664	2.28892	-0.4104
130	-2.368	2.28757	-0.4148	176	-1.5557	2.29034	-0.1116
131	-2.3707	2.29007	-0.7149	177	-1.5491	2.29166	0.196
132	-2.3966	2.29283	-1.0014	178	-1.528	2.28955	0.5089
133	-2.2494	2.29712	-0.854	179	-1.508	2.28606	0.81951
134	-2.2365	2.28757	-0.5649	180	-1.3609	2.2864	0.98179
135	-2.2359	2.28629	-0.2633	181	-1.3621	2.28955	0.66376
136	-2.2394	2.28859	0.04703	182	-1.3976	2.29184	0.34892

Продолжение таблицы А.2

137	-2.2411	2.29058	0.34845	183	-1.4085	2.29234	0.04605
138	-2.2352	2.28363	0.65066	184	-1.4186	2.29127	-0.2573
139	-2.2304	2.27702	0.98186	185	-1.4345	2.2889	-0.553
140	-2.2216	2.27967	1.2949	186	-1.4208	2.29673	-0.8555
141	-2.1312	2.29298	-1.0027	187	-1.2505	2.29429	-1.0093
142	-2.1175	2.29327	-0.7125	188	-1.2601	2.29267	-0.7093
143	-2.0955	2.28873	-0.4122	189	-1.2462	2.29181	-0.3968
190	-1.2438	2.29117	-0.0975	212	-0.7536	2.29337	-0.5653
191	-1.2354	2.29087	0.20907	213	-0.7503	2.29177	-0.2557
192	-1.2081	2.29264	0.51954	214	-0.7485	2.29334	0.05665
193	-1.1992	2.289	0.81865	215	-0.7496	2.29525	0.36912
194	-1.192	2.28607	1.13644	216	-0.7429	2.2907	0.67749
195	-1.1047	2.29675	-0.8598	217	-0.7353	2.29294	0.98093
196	-1.1011	2.29031	-0.5494	218	-0.7135	2.2908	1.29
197	-1.0946	2.29052	-0.2419	219	-0.5881	2.29292	1.12957
198	-1.0919	2.29482	0.05953	220	-0.5851	2.29425	0.81366
199	-1.0819	2.29531	0.3639	221	-0.5968	2.29344	0.51556
200	-1.0551	2.28959	0.68063	222	-0.6014	2.2971	0.19901
201	-1.0474	2.29165	0.9768	223	-0.6089	2.29489	-0.1034
202	-1.0345	2.28833	1.29414	224	-0.6205	2.29414	-0.4062
203	-0.8897	2.2904	1.13931	225	-0.6224	2.29417	-0.7119
204	-0.8996	2.29113	0.8276	226	-0.6411	2.29134	-1.0096
205	-0.904	2.29395	0.52444	227	-1.7561	1.88145	0.06004
206	-0.9136	2.29412	0.21203	228	-1.7566	1.78362	0.10512
207	-0.9163	2.29189	-0.0892	229	-2.1478	1.78396	0.09765
208	-0.9222	2.29242	-0.41	230	-2.1439	1.98196	0.05619
209	-0.9141	2.29255	-0.7051				
210	-0.9357	2.29442	-1.013				
211	-0.7687	2.29636	-0.8616				

Приложение Б

Статистические данные исследования дисторсии на снимках различными видами
дисторсии, (pix)

Полиномы по Лобанову А.Н.

Таблица Б. 1

Canon 5D f = 50 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.291867	0.110129	-19.759475	-0.299035	0.102021	-13.896055	3638.113508
2	-0.184058	0.067828	-19.808969	-0.289287	0.076454	-13.394143	3630.702945
3	-0.129775	0.04136	-0.288019	0.102362	0.039042	-0.230937	3632.105177
4	-0.105372	0.030248	-18.596812	0.073702	0.026644	-13.958355	3630.670009

Таблица Б. 2

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.304988	0.113724	-3.854208	-0.400726	0.127314	1.86133	5589.95534
2	-0.24825	0.085215	-4.688619	-0.356124	0.106532	2.49797	5609.0973
3	-0.211175	0.073175	0.137472	0.198917	0.065019	0.135678	5630.59502
4	-0.203596	0.051877	-4.965922	0.177029	0.042389	2.90215	5630.5284

Таблица Б. 3

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.239477	0.10333	-14.478404	-0.374297	0.112644	11.225995	7227.233238
2	0.139563	0.056521	-14.545229	-0.211652	0.073051	11.214987	7271.553453
3	0.104376	0.034234	0.300934	0.129222	0.044956	0.12718	7269.2042
4	0.076137	0.026478	-14.034505	0.120791	0.038287	11.102616	7271.124001

Таблица Б. 4

Canon 5D f = 120 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.37845	0.134831	-18.624714	-0.217912	0.089097	14.65261	8132.575979

Продолжение таблицы Б. 4

2	-0.207539	0.074054	-18.915826	-0.116169	0.047032	14.859885	8154.747211
3	0.093864	0.045897	-19.303305	-0.085168	0.032584	14.495441	8145.566582

Таблица Б. 5

Canon 5D f = 70 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.345797	0.146107	-24.981124	0.233211	0.098499	15.505747	5167.273
2	0.168409	0.063718	25.539122	0.115095	0.046646	16.818898	5184.744
3	0.0704	0.027147	26.881873	-0.090162	0.025752	17.296441	5186.783

Таблица Б. 6

Canon 5D f = 110 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.530191	0.174764	4.8804	-0.368254	0.136157	-2.119159	8040.280733
2	-0.109321	0.053762	4.393795	0.186378	0.075299	-1.830364	8070.292927
3	-0.092217	0.030832	4.940592	0.12533	0.033725	-2.258116	8052.492858
4	-0.063609	0.016762	5.02405	0.119833	0.025179	-2.666131	8048.010199

Таблица Б. 7

Canon 5D f = 135 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.309046	0.156493	8.959707	0.22536	0.121067	6.697866	9512.4853
2	-0.117859	0.053601	8.445792	0.111625	0.043786	6.353855	9584.10897
3	-0.10155	0.030553	8.679282	0.06821	0.025924	7.160181	9576.21437

Таблица Б. 8

Canon 5D f = 14mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-18.511808	6.334684	-82.530903	-14.24637	4.593083	62.038194	956.79055
2	1.693269	0.664981	122.01535	-1.204049	0.471472	79.243056	986.39958
3	0.212759	0.067006	-126.16915	0.320829	0.091818	78.433579	991.65049

Таблица Б. 9

Canon 5D f = 15mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.69942	0.179888	-1424.5311	0.432073	0.13124	1234.890568	1873.578449

Модель Брауна-Конради-1

Таблица Б. 10

Canon 5D f = 50 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.237866	0.082645	-18.889244	-0.309454	0.089563	-14.076093	3607.441
2	0.182143	0.070133	-19.456491	-0.310158	0.086249	-14.580692	3634.506
3	0.178114	0.059626	-19.610972	-0.309017	0.083337	-14.697882	3633.45
4	0.179286	0.058366	-19.227113	-0.310666	0.08255	-14.414035	3632.769
5	0.199345	0.072141	-17.528932	0.317303	0.085084	-13.020783	3631.33
6	-0.140416	0.053144	-16.862789	-0.215058	0.063718	-12.667803	3632.075
7	-0.105099	0.030102	-16.844457	0.073243	0.02658	-12.659989	3630.834

Таблица Б. 11

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.311665	0.114377	-7.604634	0.38193	0.139691	4.241188	5583.97995
2	-0.268483	0.111876	-7.499453	-0.363831	0.137929	4.408096	5589.65899
3	0.225725	0.094082	-9.157002	-0.362091	0.117387	5.285143	5607.91802
4	1.066818	0.495393	-33.420298	3.258242	0.760367	-43.719079	6985.95268
5	-0.258416	0.094018	-5.380077	-0.391652	0.11796	2.789958	5604.55781
6	-0.223505	0.079844	-5.584548	0.269299	0.085946	2.968997	5615.48369
7	-0.200518	0.063888	-5.745686	0.190156	0.052277	3.288984	5636.50525

Таблица Б. 12

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.469301	0.180779	0.975324	-0.428454	0.190587	-0.030845	7253.283
2	0.381455	0.162999	-16.334511	-0.559905	0.202838	11.464558	7260.533
3	0.421288	0.17239	-16.578734	-0.610253	0.213401	11.508757	7280.972
4	0.414822	0.169779	-16.65415	-0.600748	0.211441	11.578882	7276.281
5	-0.136945	0.064913	-14.956393	-0.281666	0.086509	11.594195	7258.49

Продолжение таблицы Б. 12

6	0.132726	0.04956	-14.771313	-0.164101	0.060059	11.404459	7262.521
7	0.101646	0.034533	-14.193881	0.130775	0.045123	11.180137	7270.469

Таблица Б. 13

Canon 5D f = 120 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.427562	0.171361	-20.552502	0.314446	0.161762	15.485327	8150.368
2	0.333935	0.114359	-20.897252	0.283659	0.106624	16.046327	8157.428
3	-0.313893	0.128247	-20.716946	0.294199	0.137073	15.762382	8140.141
4	-0.317479	0.126674	-20.63372	-0.289783	0.134777	15.700879	8149.846
5	0.22321	0.088237	-19.083147	-0.175325	0.068966	15.050125	8172.649
6	-0.189207	0.058009	-19.292676	-0.153741	0.04888	15.17056	8156.42
7	0.093881	0.045897	-19.420898	-0.08511	0.032581	14.58467	8145.43

Таблица Б. 14

Canon 5D f = 70 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.314762	0.134657	27.955788	-0.443584	0.119408	-18.197795	5192.834
2	0.352692	0.113741	29.456753	-0.468166	0.123419	-19.293848	5193.783
3	0.320424	0.096243	27.979794	-0.442469	0.113917	-18.231896	5191.624
4	0.322392	0.096068	28.036389	-0.443847	0.114623	-18.271928	5190.08
5	-0.164526	0.075998	27.226034	-0.18666	0.061713	17.908128	5190.593
6	0.139555	0.048141	26.894835	0.089134	0.032556	17.822201	5187.129
7	0.114682	0.044268	26.895019	-0.084567	0.036904	18.031116	5188.15

Таблица Б. 15

Canon 5D f = 110 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.282488	0.096341	-3.550924	-0.306263	0.11412	-1.959113	8096.518
2	0.263507	0.085965	3.449568	-0.296266	0.112183	-1.867529	8091.28
3	0.264691	0.082171	3.986867	-0.285647	0.111172	-1.783744	8084.992
4	0.292216	0.08241	4.221891	-0.27755	0.10957	1.968131	8075.38
5	-0.145785	0.061737	4.638608	-0.322798	0.091649	2.065259	8086.653
6	-0.09289	0.030823	4.800185	0.125225	0.033677	-2.258898	8053.509
7	0.13159	0.047841	5.017125	0.17008	0.054898	2.294684	8062.102

Таблица Б. 16

Canon 5D f = 135 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.847634	0.303936	-8.078712	0.892044	0.318647	-5.489427	9481.04
2	-0.803703	0.354836	7.630289	1.219201	0.446702	5.337627	9514.476
3	-0.841755	0.336404	-7.781233	1.12548	0.401707	-5.001673	9488.056
4	-	-	-	-	-	-	-
5	0.186698	0.065479	8.376192	0.144959	0.065787	6.37308	9590.477
6	-0.114255	0.052586	8.413083	0.119097	0.044603	6.341522	9587.146
7	-0.099108	0.044236	8.623155	0.13044	0.048577	6.633314	9577.156

Таблица Б. 17

Canon 5D f = 14mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.978707	0.247062	-129.723099	0.942376	0.255388	80.162233	991.1514
2	-0.336694	0.135951	-128.802365	-0.625543	0.180581	79.300193	991.1009
3	-0.261355	0.07816	-129.398426	0.331863	0.100153	78.799492	991.6342
4	-0.260123	0.077989	-129.086766	0.336387	0.100412	78.69904	991.7286
5	0.910441	0.241211	-127.948299	0.925864	0.248716	78.500638	991.1569
6	0.295374	0.092633	-125.107132	0.328801	0.122075	79.271763	991.7965
7	0.321281	0.111314	-123.657093	-0.402772	0.153831	79.87104	991.519

Таблица Б. 18

Canon 5D f = 15mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	13.317449	5.091143	-1576.60097	9.968431	4.096428	1370.47731	1822.193295
1.1	-0.717439	0.203017	-1627.37686	0.836434	0.276431	1413.22748	1871.835386
1.2	-0.991031	0.260348	-1623.3157	0.904545	0.313495	1409.64209	1868.839313
1.3	-1.342506	0.474518	-1613.58637	-1.328914	0.492716	1401.256	1863.536569
2	-1.905116	0.712231	-1543.46846	2.87053	0.731252	1340.77432	1861.540246
2.1	0.63871	0.17825	-1630.68738	0.802807	0.248319	1416.32946	1871.541907
2.2	1.127226	0.382221	-1626.7537	-1.01256	0.387842	1413.05487	1865.994414
3	0.914959	0.155559	-1614.93445	-0.713058	0.184695	1402.55579	1926.693811

Модель Брауна-Конради-2

Таблица Б. 19

Canon 5D f = 50 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.267091	0.088801	-18.928305	-0.315023	0.091494	-14.171651	3633.647851
2	0.204315	0.069868	-17.659281	0.32167	0.082664	-13.176545	3631.474143
3	0.267862	0.087716	-18.232969	-0.315202	0.092978	-13.663217	3630.79387
4	0.211952	0.070875	-17.311479	0.31962	0.084515	-12.900068	3628.329541

Таблица Б. 20

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.454544	0.127618	-7.881687	-0.40581	0.148927	4.569599	5605.02859
2	-0.28599	0.089768	-5.83965	-0.38864	0.110824	3.188763	5625.08454
3	-0.440524	0.129056	-7.235781	-0.399993	0.149372	4.160073	5592.55016
4	-0.277931	0.093464	-5.28415	-0.388016	0.111281	2.833079	5610.04797

Таблица Б. 21

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.435444	0.185766	-16.180273	-0.544473	0.225394	11.461834	7268.995499
2	-0.152917	0.068744	-14.237176	-0.281238	0.086176	10.90491	7277.973228
3	-0.436423	0.185654	-16.033502	-0.544477	0.225619	11.357909	7270.479509
4	-0.15501	0.068955	-13.88306	-0.28234	0.086466	10.659935	7287.162394

Таблица Б. 22

Canon 5D f = 120 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.453053	0.16019	-20.421519	-0.474252	0.175737	15.503199	8134.288
2	0.216891	0.082462	-19.137104	-0.1641	0.072112	15.096184	8155.485
3	-0.459149	0.16245	-19.701551	-0.470164	0.176875	14.978688	8164.456
4	-0.208809	0.084738	-18.310918	-0.159192	0.073925	14.489412	8184.113

Таблица Б. 23

Canon 5D f = 70 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.453053	0.16019	-20.421519	-0.474252	0.175737	15.503199	8134.288
2	0.216891	0.082462	-19.137104	-0.1641	0.072112	15.096184	8155.485
3	-0.459149	0.16245	-19.701551	-0.470164	0.176875	14.978688	8164.456
4	-0.208809	0.084738	-18.310918	-0.159192	0.073925	14.489412	8184.113

Продолжение таблицы Б.23

1	0.335375	0.160241	28.526266	-0.43937	0.134455	-18.566988	5200.163921
2	-0.172784	0.069745	27.4896	-0.222521	0.064018	-17.606144	5192.607854
3	-0.361309	0.160086	26.920844	-0.437527	0.131975	-17.50305	5186.523617
4	-0.16503	0.068622	26.153923	-0.22023	0.065196	-16.961788	5182.893633

Таблица Б. 24

Canon 5D f = 110 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.269664	0.121105	3.4722	-0.299547	0.121938	-1.69894	8112.032055
2	0.158107	0.054014	4.774727	-0.326937	0.093423	-2.034687	8074.040171
3	0.273616	0.118788	3.637035	-0.29783	0.122269	-1.793165	8107.457017
4	0.159785	0.054532	4.595981	-0.328256	0.09293	-1.935649	8078.225069

Таблица Б. 25

Canon 5D f = 135 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.81963	0.376	-7.44656	-1.169796	0.450143	-4.803458	9463.6631
2	0.194638	0.065095	7.772974	-0.160126	0.068316	6.148475	9593.78724
3	-0.81649	0.375239	-7.39404	-1.167584	0.450799	-4.761903	9464.77214
4	0.194973	0.065865	7.349372	-0.159438	0.068917	5.877665	9600.46488

Таблица Б. 26

Canon 5D f = 14 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.605644	0.173097	-130.969293	1.043792	0.227177	79.840689	991.8607718
2	0.561859	0.159091	-129.320673	0.954343	0.215447	78.757329	991.6281141
3	2.013753	0.487459	-112.399949	1.956517	0.530006	68.394253	977.9052057
4	-	-	-	-	-	-	

Модель Брауна-Конради-3

Таблица Б. 27

Canon 5D f = 50 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.166911	0.067383	-18.581623	0.342572	0.083801	-13.898524	3632.650829
2	-0.167808	0.067352	-19.136207	0.343975	0.084064	-14.299937	3633.931914
3	0.186872	0.074678	-18.628127	0.339434	0.086591	-13.841631	3633.040895

Таблица Б. 28

Canon 5D f = 70 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.227194	0.103628	27.655445	-0.259542	0.092974	-18.193175	5193.20569
2	-0.218931	0.073302	27.292349	-0.234524	0.079796	-18.206429	5194.02686
3	-0.218372	0.072353	26.952827	-0.231613	0.079487	-17.980907	5193.10181

Таблица Б. 29

Canon 5D f = 110 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.166849	0.074267	4.514036	-0.345968	0.10515	-1.878791	8087.4662
2	0.175483	0.061651	4.4188	-0.343787	0.103576	-1.80493	8080.242674
3	0.18432	0.063759	3.897524	-0.344602	0.10344	-1.501444	8085.6577

Таблица Б. 30

Canon 5D f = 135 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.850373	0.330423	-7.894901	-1.16338	0.364478	-5.398651	9476.991719
2	0.774152	0.328614	10.945965	-1.73407	0.537413	5.002624	9569.469119
3	0.778276	0.328852	11.467208	-1.7345	0.537661	5.236307	9566.167801

Таблица Б. 31

Canon 5D f = 14 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	1.309819	0.274744	-130.37603	1.057368	0.270876	80.007014	991.2821702
2	0.569779	0.18511	-134.16502	0.997077	0.218826	81.991039	993.1643356
3	0.546684	0.187882	-141.00059	0.995155	0.217732	86.241834	998.4268766

Таблица Б. 32

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.435323	0.130688	-6.543434	-0.481741	0.166622	3.670814	5584.05473
2	-0.435543	0.125521	-7.800111	-0.433719	0.155789	4.560232	5606.79656
3	-0.430611	0.126299	-8.494203	-0.438761	0.156593	4.99454	5607.56125

Таблица Б. 33

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.446528	0.193909	-16.321553	-0.76105	0.256927	11.380298	7245.587184
2	-0.434858	0.177276	-15.791099	-0.617229	0.228507	11.476376	7257.869141
3	-0.44061	0.179659	-13.28561	-0.635968	0.232733	9.705029	7284.836426

Таблица Б. 34

Canon 5D f = 120 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.343753	0.152947	-18.542112	-0.452735	0.189389	14.518484	8146.768563
2	-0.408512	0.142888	-20.036415	-0.44211	0.178669	15.663137	8122.160533
3	-0.413568	0.141607	-21.491479	-0.438709	0.177809	16.683902	8115.511503

Таблица Б. 35

Canon 5D 15 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	10.142146	4.269934	-1473.391216	-10.870779	3.67555	1284.093244	1826.300844
2	-1.25717	0.473282	-1609.904919	-1.313035	0.491847	1398.574573	1863.559797
3	-2.330832	0.53714	-1716.021121	2.26802	0.539557	1490.763819	1926.693811

Полиномы Цернике

Таблица Б. 36

Canon 5D f = 50 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.251213	0.09615	-14.908551	0.384748	0.128314	-10.227959	3621.06818
2	1.570128	0.583902	-13.82904	-1.877265	0.545129	-8.953565	3520.81998
3	0.224132	0.084587	-13.833076	0.362038	0.121038	-9.964571	3622.27732

Таблица Б. 37

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.кв. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.625714	0.214555	-2.569733	-0.828116	0.241941	1.754704	5600.025455
2	-0.739646	0.276116	-2.403216	-0.818535	0.2902	1.8388	5494.234713
3	0.625701	0.211009	-2.889168	-0.81659	0.23956	1.958622	5598.994956

Таблица Б. 38

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.653482	0.204032	-11.312541	-0.9381	0.290766	7.885758	7308.431569
2	-1.143117	0.443797	-11.071534	1.17800	0.486746	7.398074	7636.883449
3	0.673694	0.210526	-11.640949	-0.988962	0.302248	8.126777	7313.414028

Таблица Б. 39

Canon 5D f = 120mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-	-	-	-	-	-	-
2	-1.618165	0.569277	-14.103215	1.701521	0.580744	9.910348	8797.552399
3	-0.490633	0.182032	-15.161026	-0.7047	0.225282	11.428033	8139.957476

Таблица Б. 40

Canon 5D f = 70 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.812101	0.298552	17.335074	-0.966445	0.309448	-12.827138	5148.10158
2	0.648798	0.931899	16.763454	-2.658875	0.885185	13.736995	4913.03918
3	-0.584665	0.223162	17.76458	0.809771	0.259015	12.852604	5147.20279

Таблица Б. 41

Canon 5D f = 110 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.249549	0.089837	-4.523667	-0.314888	0.117771	-2.352818	8097.62336
2	0.269675	0.099947	-3.742198	-0.313276	0.118584	-2.076361	8121.237612
3	0.272552	0.091731	4.289573	-0.31881	0.117349	-1.816278	8078.44467

Таблица Б. 42

Canon 5D f = 135 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.739108	0.355629	6.534323	-0.997206	0.442369	3.952234	9563.506422
2	-7.201385	1.574498	5.491795	7.793028	1.501264	7.866047	9626.724552
3	-0.790771	0.351619	7.150703	1.000313	0.434875	4.509143	9570.363293

Таблица Б. 43

Canon 5D f = 14 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.646145	0.279154	-63.858184	-1.04185	0.381744	-37.537514	941.9175425
2	18.692969	6.470893	45.762694	17.593923	5.778763	-29.802024	930.3056257
3	-0.651026	0.278562	-63.797556	-1.038642	0.38014	-37.46895	941.9115628

Таблица Б. 44

Canon 5D f = 15 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-2.1942	0.769468	-1435.1166	2.844307	0.742504	1246.326837	1774.951951
2	-2.23219	0.733341	-1437.5462	2.740442	0.718355	1248.834482	1774.012902

Полиномы Лежандра

Таблица Б. 45

Canon 5D f = 50 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.186353	0.061254	-9.774458	-0.274679	0.065759	-6.788897	3598.13482

Таблица Б. 46

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.225379	0.082321	-1.178228	-0.274059	0.090779	-0.959292	5613.083697

Таблица Б. 47

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.14502	0.050082	-6.758965	-0.163518	0.063526	5.531088	7304.143226

Таблица Б. 48

Canon 5D f = 120 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср. квадрат. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-13.207866	3.287422	10.818237	-6.278674	1.741275	-6.359042	8226.802814

Таблица Б. 49

Canon 5D f = 75 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.139115	0.043745	-13.920812	-0.090971	0.033352	8.068953	5119.29119

Таблица Б. 50

Canon 5D f = 105 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	-0.13302	0.050002	2.110088	-0.193184	0.064489	-1.34844	8073.098759

Таблица Б. 51

Canon 5D f = 135 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	0.083048	0.024722	5.374606	-0.114783	0.027554	-7.411618	9659.218

Таблица Б. 52

Canon 5D f = 14 mm							
№ варианта	max невязки по оси x	Ср. квад. невязки	max дисторсия по x	max невязки по оси z	Ср.квад. невязки	max дисторсия по z	Фокусное расстояние
1	1.450516	0.422097	24.986685	-0.903417	0.277062	-24.48095	913.5755757

Приложение В

Снимки, исправленные за дисторсию разными моделями полиномов



a)



б)

Рисунок В.1 – Визуальное представление дисторсии; *a)* исходный снимок, сделанный объективом Canon Lens EF 50 mm; *б)* снимок исправленный моделью Брауна – Конради-1 вариант 7



a)



б)

Рисунок В.2 – Визуальное представление дисторсии; *a)* исходный снимок, сделанный объективом Canon Samyang 2,8/14 mm; *б)* снимок исправленный моделью Брауна – Конради-1 вариант 7



a)

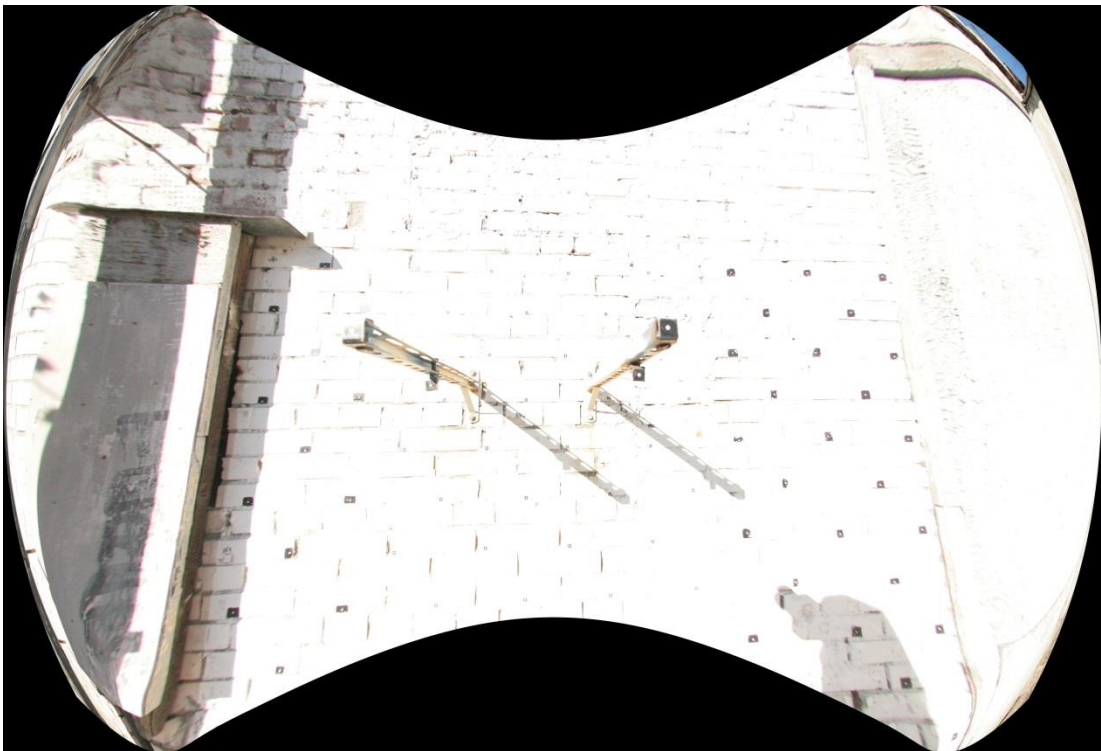


б)

Рисунок В.2 – Визуальное представление дисторсии; *a)* исходный снимок, сделанный объективом Canon Samyang 2,8/14 mm; *б)* снимок исправленный моделью полиномов по Лобанову А.Н. вариант 3



a)



б)

Рисунок В.3 – Визуальное представление дисторсии; *a)* исходный снимок, сделанный объективом Canon Fisheye Lens EF 15 mm; *б)* снимок исправленный моделью Брауна – Конради-1 вариант 1.1



a)



б)

Рисунок В.3 – Визуальное представление дисторсии; *a)* исходный снимок, сделанный объективом Canon Fisheye Lens EF 15 mm; *б)* снимок исправленный моделью Брауна – Конради-3 вариант 1