Р Е Ц Е Н З И Я
на выпускную квалификационную работу обучающегося СПбГУ
Чермных Александра Сергеевича
по теме "Нормальные формы двумерных однородных кубических систем
с общим множителем второй степени".

Работа А. С. Чермных "Нормальные формы двумерных однородных кубических систем с общим множителем второй степени" посвящена исследованию эквивалентности двумерных однородных кубических систем $\dot{x}_i = P_i(x)$, где $P_i = a_i x_1^3 + b_i x_1^2 x_2 + c_i x_1 x_2^2 + d_i x_2^3$, относительно линейных невырожденных замен с целью выделения в каждом классе линейной эквивалентности простейшей в смысле введенных В. В. Басовым принципов системы. Такую систему называют нормальной формой третьего порядка, а матрицу коэффициентов ее правой части – канонической формой. В дополнение к этому требуется решить труднейшую в техническом смысле задачу получения для каждой канонической формы условий на коэффициенты исходной системы, при которых она явно указанной линейной заменой сводится к выбранной канонической форме.

В предлагаемой работе, рассматривается случай, когда многочлены P_1 и P_2 имеют вещественный квадратичный общий множитель P_0^2, с дискриминантом D_0. $\dot{x} = P_0^2(x)Hx$ ($\det H \neq 0$).

Упрощать такую систему предлагается в два этапа.

На первом этапе (раздел 2.3) в зависимости от являющегося инвариантом знака дискриминанта D характеристического полинома матрицы H система должными заменами сводится к одной из трех возможных систем того же вида, но с жордановой матрицей $\widetilde{H}$, в результате чего новые однородные многочлены $\widetilde{P}_i$ существенно упрощаются.

На основном втором этапе (разделы 2.4–2.6) рассматриваются линейно неэквивалентные случаи, когда либо нули квадратичного общего множителя P_0^2 совпадают (случай $D_0 = 0$, теорема 2.2), либо когда они вещественны и различны (случай $D_0 > 0$, теорема 2.3), либо когда они комплексно сопряжены (случай $D_0 < 0$, теоремы 2.4, 2.5). При этих предположениях последовательно рассматриваются произвольные линейные замены каждой из трех полученных на первом этапе линейно неэквивалентных систем с жордановыми матрицами, у которых соответственно $D > 0$, $D = 0$, $D < 0$.

Выясняется, что в случае $D_0 = 0$ всегда удается найти одну связь, а в случае $D_0 > 0$ – две связи на коэффициенты замены, при которых в получаемой системе на определенных местах появляются по четыре нулевых коэффициента. После этого выделяются все возможные соотношения коэффициентов "жордановых" систем наряду со значением еще одного коэффициента замены в случае $D_0 = 0$, при которых удается получить (дополнительно к уже имеющимся четырем) максимальное число нулевых коэффициентов. В заключение оставшиеся свободными два коэффициента замены позволяют осуществить нормировку.

При $D_0 < 0$ в случаях $D > 0$, $D = 0$ система всегда сводится к соответствующей форме с двумя нулевыми коэффициентами (лемма 2.1), а в случае $D < 0$ – к форме с одним нулевым коэффициентом или предшествующей (лемма 2.2). Далее исследуются все возможные замены из нормированных форм списка 2.4, соответствующих выбранному случаю, сводящие их к предшествующим (утверждения 2.1, 3.1, 3.2). Полученные результаты объединяются в теоремах, что и позволяет в каждом из рассмотренных случаев выделить все канонические формы и их канонические множества.

В дополнение, для каждой канонической формы исследуются линейные замены, со-