

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра математического моделирования энергетических систем

Шавидзе Григорий Григорьевич

Магистерская диссертация

Перераспределение ресурсов скорой помощи г. Санкт-Петербурга с использованием методов имитационного

моделирования

Направление 01.04.02

Процессы управления

**Математическое и информационное обеспечение экономической
деятельности**

Научный руководитель,
кандидат физ.-мат. наук,
доцент
Балыкина Ю.Е.

Санкт-Петербург

2017

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Постановка задачи. Обзор научной литературы.....	10
1.1 Постановка задачи	10
1.1.1 Параметры «предложения».....	11
1.1.2 Параметры «спрос».....	12
1.2 Обзор литературы	13
Глава 2. Математическое моделирование системы.....	35
2.1 Построение статистической модели перераспределения ресурсов скорой помощи.....	35
2.2 Анализ данных для построения модели системы скорой помощи.....	36
Глава 3. Моделирование работы системы.....	43
3.1 Моделирование системы.....	43
3.2 Вероятно-статистическая модель.....	46
3.3 Интерпретация результатов	49
Заключение	58
Список литературы	59
Приложение 1 (Script).....	65
Приложение 2 (Фрагмент кода программы).....	69

Введение

Система скорой медицинской помощи является одной из самых востребованных систем жизнедеятельности населенного пункта. От эффективности работы данного учреждения зависят жизни людей. Одной из особенностей работы данной службы является постоянное место расположения машин скорой помощи и необходимость возвращения на станцию перед следующим вызовом. При этом загруженность системы оценивается, как количество вызовов, поступающих на станции ежедневно, на количество выездов машин, совершаемых за сутки [1]. Существуют такие понятия, как «скорая медицинская помощь» и «неотложная медицинская помощь». Отличием этих систем в том, что машины «неотложной помощи» выезжают на вызовы, которые связаны с проблемами, не несущими угрозы для жизни человека, в то время как «скорая помощь» выезжает при наличии угроз для жизнедеятельности человека [2].

Одним из ключевых факторов является нормативное время отклика, то есть время с момента поступления вызова к диспетчеру до появления машины скорой медицинской помощи на месте происшествия. Время отклика для каждой страны своё. Причиной данного различия являются условия внутри страны (погодные, географические, состояния дорог и т.п.). Для сравнения рассмотрим такие страны, как США и Россия. Нормативы работы скорой помощи в США установлены актом «о работе службы скорой медицинской помощи от 1973 г.» [3]. Территория покрытия станции описана двумя радиусами, первый из них описывает область 10-ти минутной доступности, вторая область, в свою очередь, 15-ти минутную. Также устанавливается минимальное процентное значение для первой области – 90% вызовов должны выполняться не более, чем за 10 минут. Таких показателей страна добилась за счёт скооперированной работы транспортной системы с системой скорой помощи. Для Англии временем для первой области обозначено 8 минут с процентом выполнения 75%. Для показателя 95% установлено время 14 минут [4]. В России станции рекомендуется располагать с учётом 20-ти минутной

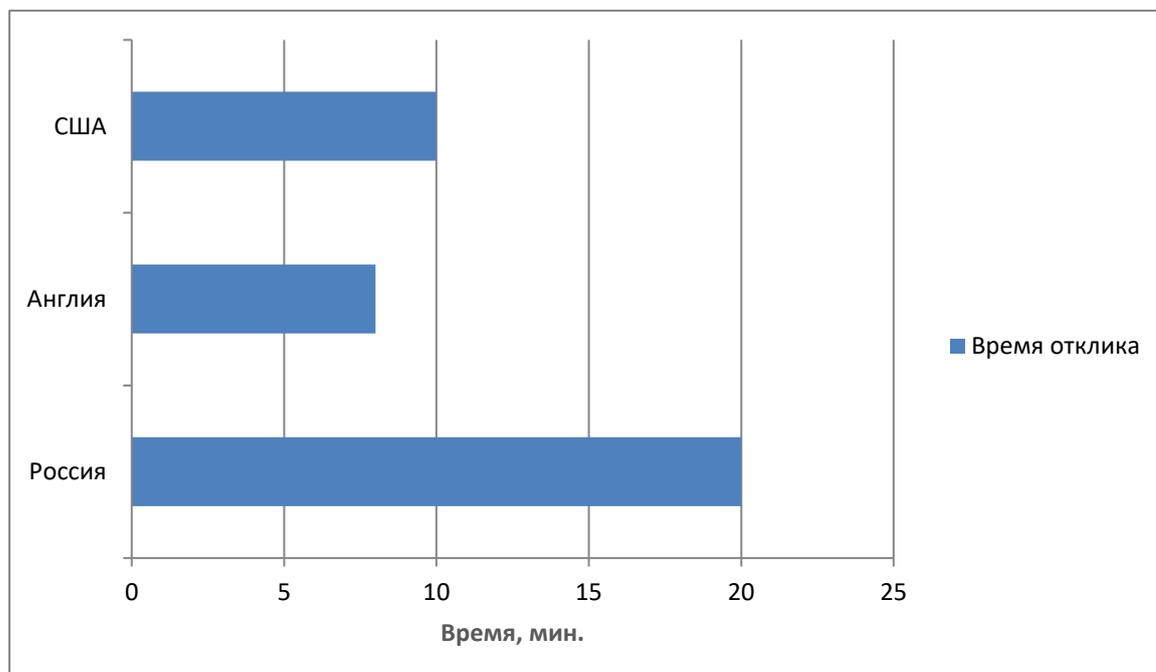


Рис. 1. Сравнение нормативного времени отклика по странам.

доступности [5], с процентной составляющей 89% к 2018 году [6]. Рассмотрим диаграмму (рис. 1). Видно, что время отклика в России больше, чем в США в 2 раза, и в 2,5 больше, чем в Англии. Таким образом, можно говорить о том, что временные нормативы системы в России значительно ниже, чем в других странах. Причина кроется в значительной разнице транспортной системы различных регионов нашей страны.

Рассмотрим подробнее, что представляют собой области работы станции. Территорию работы скорой медицинской помощи можно рассмотреть в виде двух областей (рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**2). Вызовы из области, выделенной красным цветом, имеют так называемую процентную оценку вызовов, которые должны быть выполнены за определенное для данной области время, в данном случае – 15 минут (установлено для вызовов на улице [6]). Конечно, подобные временные рамки должны быть условными и каждый новый вызов обязан выполняться как можно быстрее.

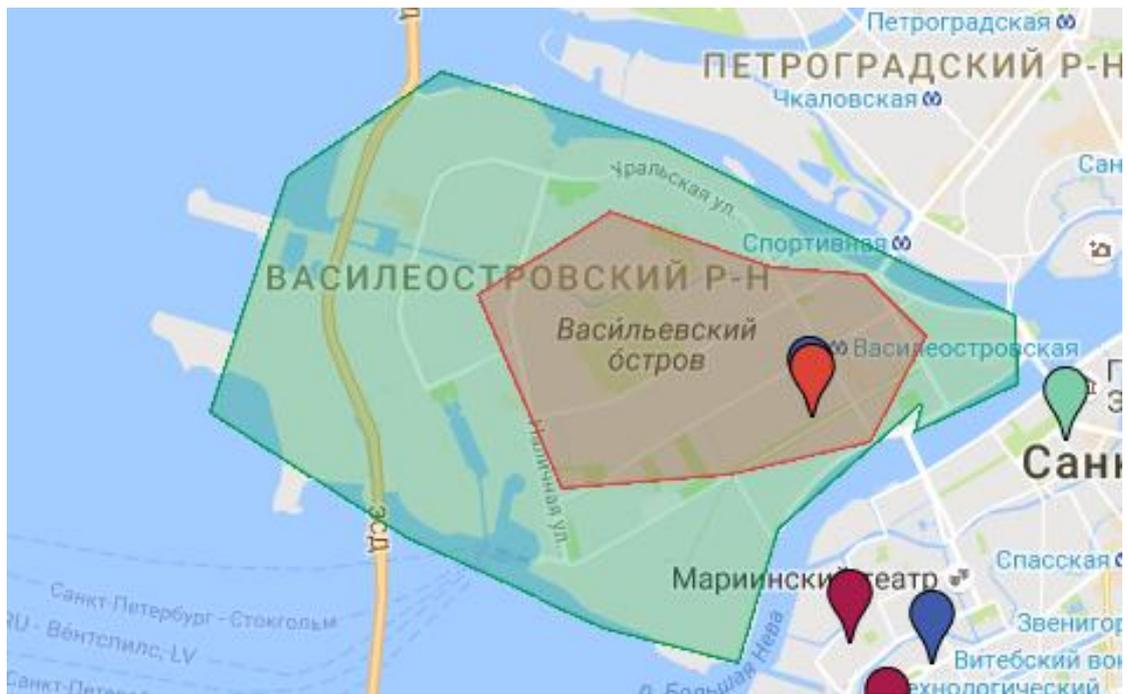


Рис. 2. Пример области работы скорой помощи.

Но остается вопрос, какие этапы обслуживания вызова рассматриваются. Принято рассматривать 3 этапа:

1. поступление звонка и решение об отправлении машины на место происшествия,
2. поездка до места происшествия и обслуживание пострадавшего,
3. поездка в больницу с возвращением на станцию.

Что же такое первый этап? На нём работу выполняет диспетчерский центр, который производит классификацию вызова и определяет, какую машину стоит отправить на вызов, поиск ближайшей станции, на которой есть доступная машина, нужно ли вообще отправлять машину и т.п. Эти решения принимаются в течение пары минут, и их результатом является определение бригады, которая отправляется на вызов. Вторым этапом является построение маршрута передвижения машины и работы бригады на месте происшествия, таким образом, видно, что нормативное время отклика состоит из первого и части второго этапа работы бригады скорой помощи. Заключительным этапом является определение конечной точки поездки, выбор больницы (координация

диспетчерского центра и машины) и возвращение машины на станцию, с целью пополнения лекарств и заполнения документации.

Перейдем к другим условностям, которые рассматриваются при работе скорой помощи. На улицах городов мы можем наблюдать машины белого и жёлтого цвета с надписью «Реанимация». Машины второго типа - «реанимобиль» - выезжают на особо критические случаи кардиологические, при необходимости проведения интенсивной терапии и т.п. В принципе, назначение бригады определяется скорее не оснащением «реанимобиля», а квалификацией ее сотрудников и профилем заболеваний, по которому ее используют. Первый тип машин, «линейные», выезжают на простые вызовы: повышенное артериальное давление, нетяжелые травмы, нетяжелые ожоги, боли в животе и т.п. Но и они должны быть оснащены устройствами оказания реанимационной помощи в критических случаях [7].

Основной причиной смертности в мире по данным ВОЗ признана смертность от заболеваний сердца. В 2015 году отмечено 56,4 млн. случаев смертей (рис. 3). «Лидером» группы являются заболевания ишемии сердца и инсульт 26% (15 млн. человек) [8]. Так как большая часть людей этой группы являются людьми пожилого возраста, то будем рассматривать одним из ключевых факторов численность людей пожилого возраста.

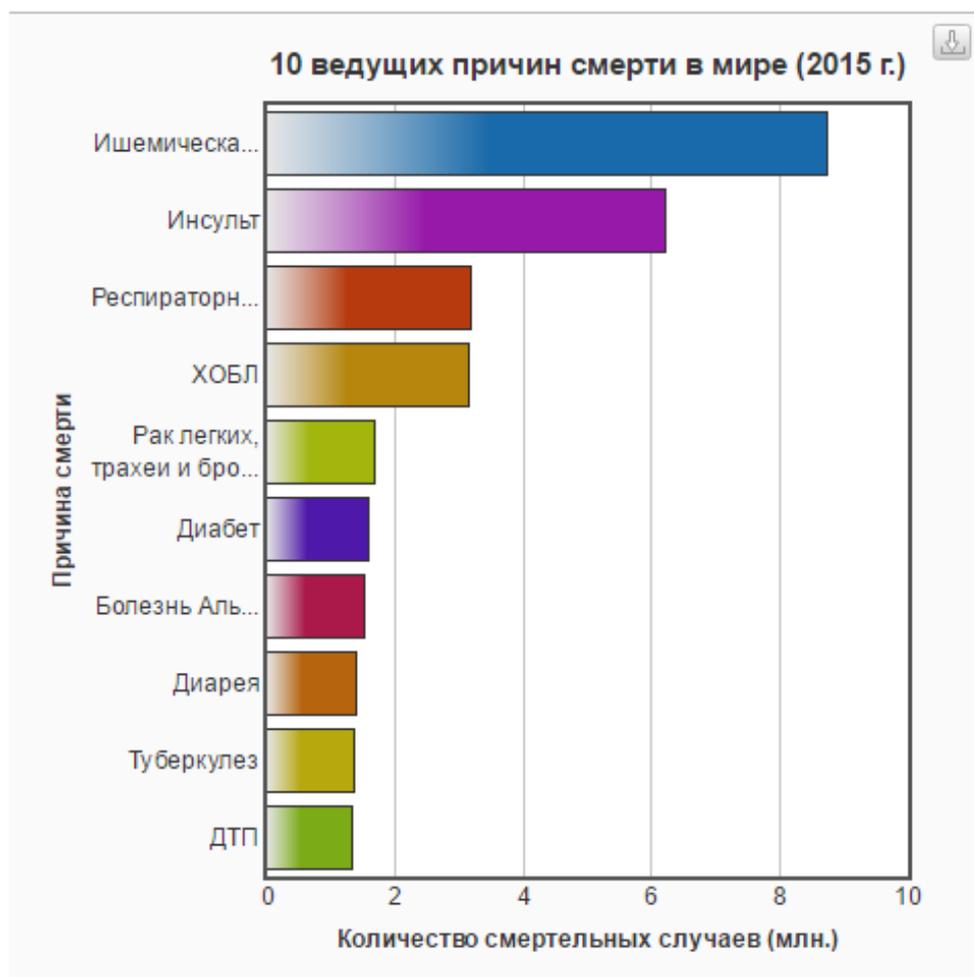


Рис. 3. Причины смертности в мире по данным 2015 года [8].

Все вышеперечисленные проблемы говорят об актуальности данного исследования, целью которого является поиск возможного пути повышения эффективности работы системы скорой помощи. Объектом нашего исследования выбран г. Санкт-Петербурга.

Необходимым является рассмотрение внутренних проблем объекта исследования. Одной из проблемных зон являются пробки, которые влекут за собой снижение скорости на дорогах [9]. Последствием является возможное увеличение времени отклика вызовы. Следующей проблемой является быстрый рост города, который не влечёт появления за собой появления новых станций. Такой рост города существенно осложняет работу системе, при условии, что количество машин не растет в достаточной пропорции. Также проблемой Санкт-Петербурга является изменение численности населения.

Если с 1990 года до 2010 мы можем наблюдать «демографическую яму» (рис. 4) [10], то рост от 4,6 млн людей до 5,4 млн людей к 2018 подтверждает рост численности населения города. В связи с этим проводится обновление транспортного парка станций скорой помощи и планируется увеличить количество машин в связи с грядущим чемпионатом мира по футболу 2018 года [11].

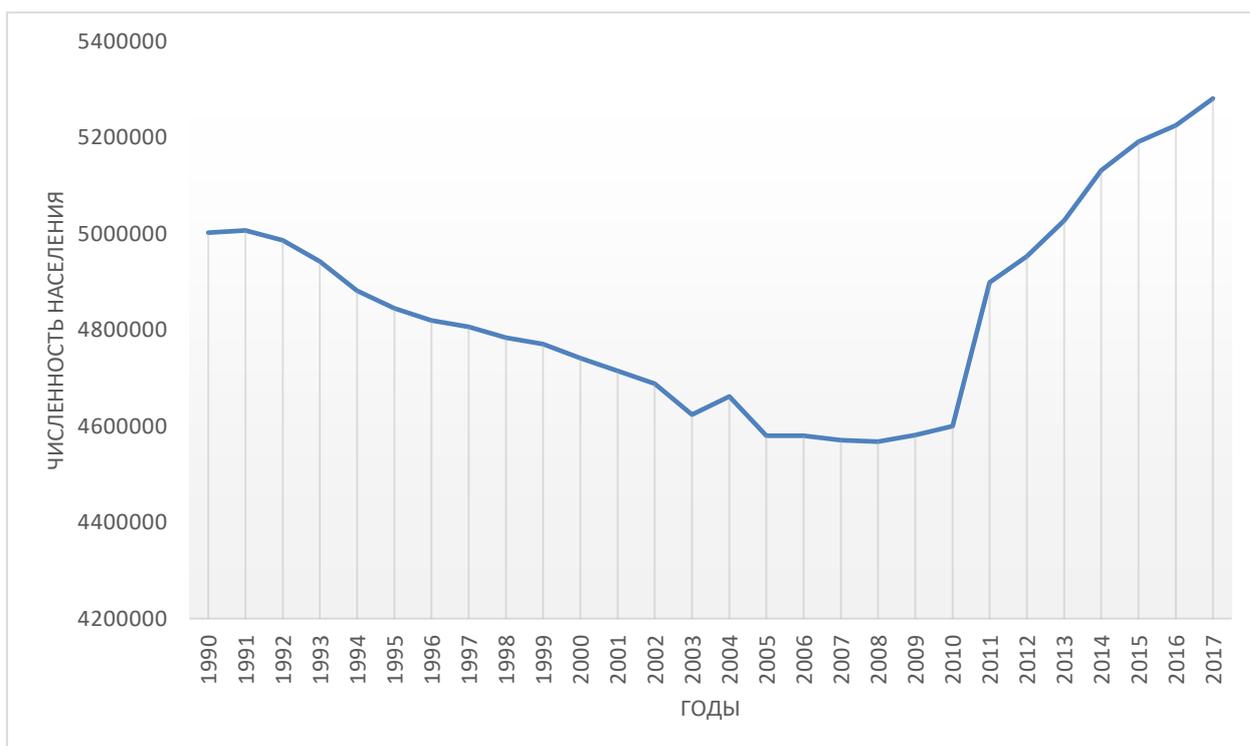


Рис. 4. Численность населения г. Санкт-Петербурга.

Санкт-Петербург признан «городом-пенсионером» [12]. На диаграмме (рис. 5) видно изменение численности жителей старше трудоспособного возраста по отношению к общей численности населения. Процент людей пожилого возраста в 2015 год равен 26,8%, а к 2020 году процент предположительно вырастет до 28,5%. Рост данного слоя населения продолжает расти [13]. В работе численность населения рассматривается, как фактор дополнительного спроса, поэтому ему уделяется особое внимание.

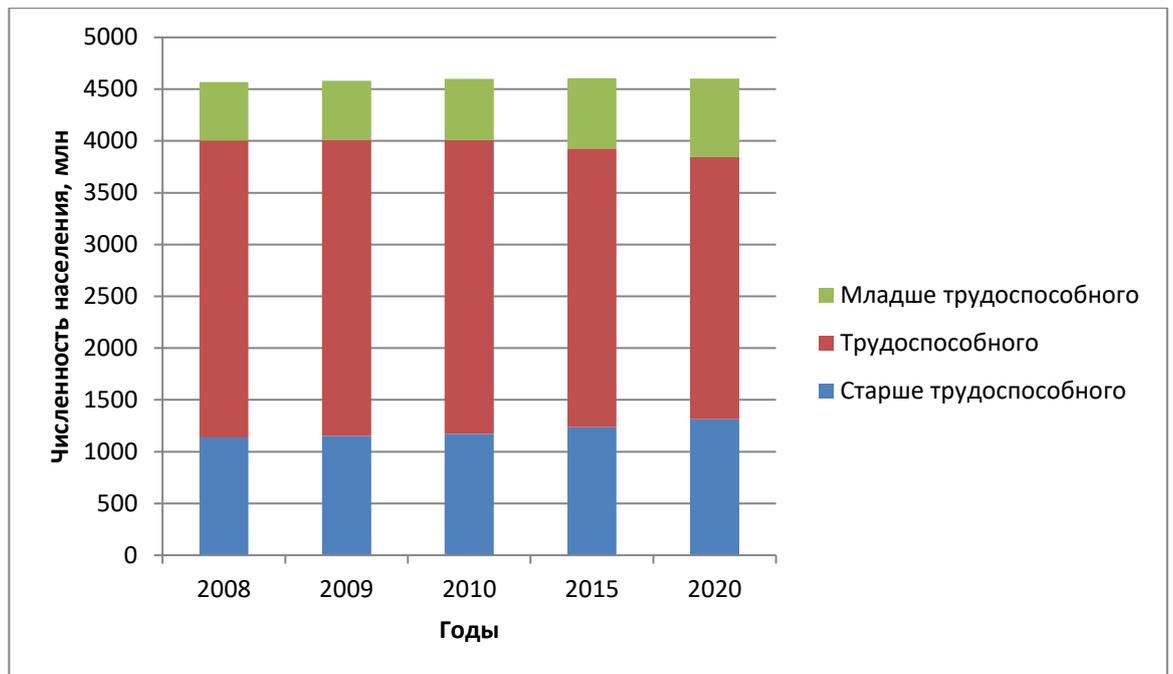


Рис. 5. Разбиение численности населения по возрастным слоям.

Перераспределение машин представляет собой огромный интерес, как возможный инструмент к повышению эффективности работы скорой медицинской помощи в условиях ограниченного парка машин. В работе рассматривается возможность введения мультипериодичности, под которой понимается разбиение целого временного периода исследования на несколько подпериодов [14].

Таким образом, мы ставим перед собой следующую цель - анализ возможного перераспределения ресурсов системы скорой помощи г. Санкт-Петербурга в случае использования мультипериодичности и построение имитационной модели перераспределения ресурсов. Для этого сформулирован ряд задач:

- обзор научной литературы;
- анализ текущего распределения ресурсов скорой помощи;
- построение модели распределения ресурсов системы скорой помощи, использующей мультипериодичность;
- написание программного обеспечения, реализующую модель, и проведение имитационного моделирования.

Глава 1. Постановка задачи. Обзор научной литературы

1.1 Постановка задачи

В соответствии со сформулированными выше целями и задачами будем решать задачу о перераспределении ресурсов для мультипериодической системы при использовании районов работы скорой помощи, полученных благодаря оценке средней скорости в данном районе, как районов спроса.

Предложенный способ решения основывается на комбинации разработанных ранее решениях задач подобного рода, что приводит к новому методу поиска решения. Практическая значимость данной работы заключена в разработанной модели, которая за достаточно быстрое время может выдать рекомендации по поводу расположения машин скорой помощи, при этом оставаясь гибкой к изменениям значений параметров задачи, таких как ограниченность станций, количество станций, количество машин и т.п.

Задачу будем описывать в терминах «спроса» и «предложения». Под спросом принимается число вызовов. Под предложением принимается число ресурсов, которое находится на станции. Областями как спроса, так и предложения будут районы работы скорой помощи, которые получаем за счёт одного из ключевых факторов, а именно скорости передвижения машин в районе станции. Для наглядной иллюстрации представим наши параметры схематично (рис. 6). Первая группа параметров, «предложение», состоит из характеристик станций скорой помощи. Вторая группа, «спрос», включает в себя ключевые, по нашему мнению, параметры, оказывающие на спрос влияние (численность населения, численность населения старше трудоспособного возраста и т.д.).

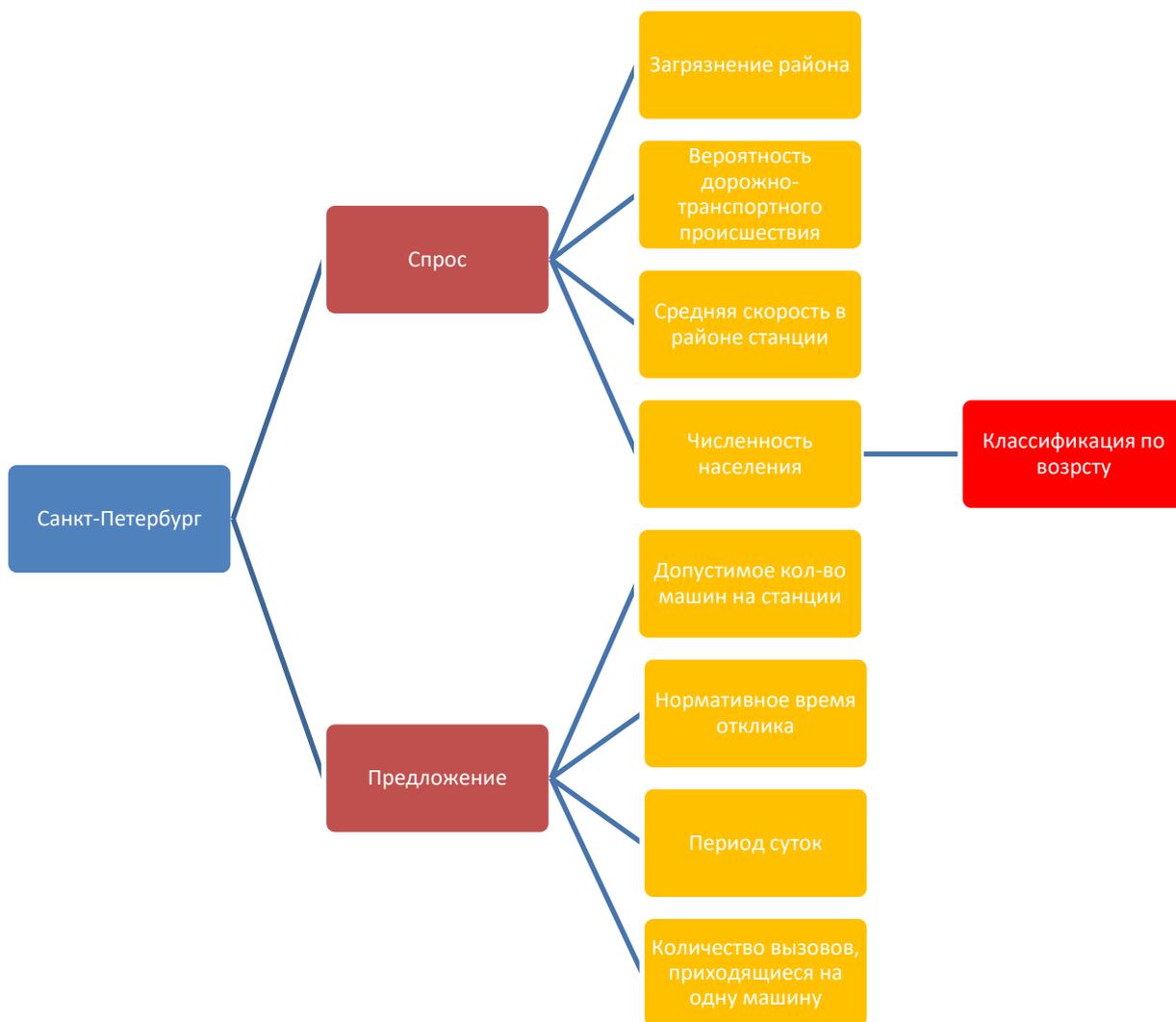


Рис. 6. Схема параметров модели.

1.1.1 Параметры «предложения»

J – количество станций. Количество фиксировано, без возможности дополнения новыми или перемещения имеющихся.

p – количество машин. Размер автопарка фиксирован.

p_j – вместимость станции j , где $j \in J$. Данный параметр ограничивает максимально допустимое количество машин на станции.

T – время отклика. Как уже упоминалось, рекомендуемым нормативным временем отклика в России установлено 20 минут[5].

W – загруженность равная отношению числа вызовов к количеству машин в рассматриваемом районе.

y_j – число машин на станции j , где $j \in J$ Данная переменная является целью нашего поиска, необходимо найти такую комбинацию данных переменных, которая будет удовлетворять всем ограничениям задачи и эффективно справляться с поставленными задачами, значение $y_j \in [0, p_j]$.

1.1.2 Параметры «спроса»

I – количество районов, по условиям задачи, совпадает с количеством станций.

d_i – функция спроса района i , $i \in I$. Спрос зависит от параметров, таких как:

nas_i – численность населения района i , где $i \in I$. Представляет собой случайную величину.

voz_i – численность населения старше трудоспособного возраста в районе i , $i \in I$. Представляет собой случайную величину.

ter_i – коэффициент загрязнения воздуха в районе i , где $i \in I$. Получен в результате обработки данных о загрязнении воздуха в районах города Санкт-Петербург.

B_i – количество аварий в районе i , где $i \in I$. Получен в результате обработки карт аварийности г. Санкт-Петербурга.

$skor_i$ – значение средней скорости в районе i , $i \in I$. Для поиска значений данного параметра написана программа на языке JavaScript, которая использует данные, полученные с сервиса Яндекс.Карты [15].

1.2 Обзор литературы

Прежде чем переходить к анализу литературы, рассмотрим принятую классификацию моделей, относящихся к системе скорой медицинской помощи. Разбиение представимо в виде следующей диаграммы:



Рис. 7. Классификация моделей.

Первый класс – класс детерминированных моделей. Простейшие из моделей о системе скорой помощи. Основные задачи, которые ставили перед собой авторы: минимизация времени отклика или максимизация области покрытия (область работы станции). Проблемой большинства моделей стало то, что они отвечали на возможность занятости машины, т.е. невозможности ответить на вызов. В наше время модели данного класса используются на стадии планирования или в более сложных моделях.

Введем общие для моделей переменные:

$i \in V, j \in W$, где V – узлы спроса, а W – узлы предложения,

Будем принимать, что i покрыто j в том случае, если $t_{ij} \leq r$, где r – временной норматив, а t_{ij} – наименьшее время из узла i в узел j ,

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если машина располагается в узле } j \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases},$$

d_i – спрос в узле i ,

P – количество свободных машин,

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{если узел } i \text{ покрыт, как минимум, одной машиной} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases},$$

$W_i = \{j \in W : t_{ij} \leq r\}$ – набор машин, который покрывает узел i с заданным радиусом.

Первой моделью данного класса была модель **LSCM** [16] (Toregas, 1971, Location Set Covering Model). С помощью данной модели оценивалось минимальное количество машин, способное обслужить все узлы спроса.

Целевой функцией является:

$$\sum_{j \in W} x_j \rightarrow \min_{x_j}$$

при условиях:

$\sum_{j \in W_i} x_j \geq 1 \quad (i \in V)$ – каждая точка спроса обслуживается, как минимум, одной машиной, $x_j \in \{0,1\}$.

Следующей моделью данного класса стала модель **MCLP** [17] (Church and ReVelle, 1974, Maximal Covering Location Problem). При фиксированном размере автопарка необходимо было максимизировать области покрытия системы.

Целевая функция:

$$\sum_{i \in V} d_i y_i \rightarrow \max_{y_i}$$

при ограничениях:

$\sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i$ – т.е., машин, покрывающих узел i , должно быть не меньше одной, если узел i обслуживается,

$\sum_{j \in W} x_j = p$ – т.е., число машин не превышает заданный размер автопарка,

$x_j \in \{0,1\}, j \in W$ – бинарная переменная,

$y_i \in \{0,1\}, i \in V$ – бинарная переменная.

Следующей моделью, которую стоит упомянуть, является модель **BACOP1** [18] (Hogan and ReVelle, 1986, Backup Coverage Model).

Обозначим:

$$u_i = \begin{cases} 1, & \text{если узел } i \text{ покрыт дважды} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases},$$

Целевая функция максимизирует покрытый спрос дважды:

$$\sum_{i \in V} d_i u_i \rightarrow \max_{u_i}$$

при ограничениях:

$$\sum_{j \in W_i} x_j - u_i \geq 1 \quad (i \in V) \text{ – число машин, покрывающих каждый}$$

узел должно быть не меньше одной,

$$\sum_{j \in W} x_j = p \text{ – число машин не превышает заданный размер автопарка,}$$

$$u_i \in \{0,1\}, i \in V \text{ – бинарная переменная,}$$

$$x_j \in \{0,1\}, i \in V \text{ – бинарная переменная.}$$

Модель интересна тем, что в ней была произведена попытка устранить возможность занятости машины за счёт обслуживания некоторого узла не одной, а двумя машинами. Важным является то, что не каждая машина может поехать на чужой вызов, что называется «резервным покрытием».

Модель MCLP имеет множество улучшений. Так, Бэрман в своей модели **GCLP** [19] рассмотрел уровень обслуживания, зависящий от удаленности узла от станций (то есть изменил одно из условий модели MCLP, которое гласит, что на всей области покрытия узлы имеют одинаковый уровень обслуживания).

Т.о. узел i является полностью покрытым, если расстояние d_i до ближайшей станции меньше, чем минимальный радиус покрытия R_{min} , частично покрыт, если $R_{min} < d_i \leq R_{max}$ и соответственно не покрывается, если превышает максимальный радиус покрытия. Рассматривается функция покрытия $f_i(d) = 1$, если $R_{min} \geq d_i$ и $f_i(d) = 0$, если $R_{max} \geq d_i$, или её можно рассмотреть, как $f_i(d) = (R_{max}(i) - d_i)/(R_{max}(i) - R_{min}(i))$.

$x_j = 1$, только в случае, если станция открывается в узле j , $y_{ij} = 1$, только в случае, если j ближайшая открытая станция для i .

Целевая функция:

$$\max_{S \subset X, |S|=p} \sum_{i \in N} w_i f_i(d_i(S)),$$

где N – множество всех узлов спроса, S – множество открытых станций, число которых не более, чем p , при ограничениях

$$\sum_{j \in X} x_j = p - \text{число машин на станции ограничено в системе,}$$

$$x_j \geq y_{ij} - \text{узел покрывается только в условии открывшейся станции,}$$

$$\sum_{j \in X_j} y_{ij} \leq 1.$$

Также следует упомянуть следующие модели, которые были проанализированы: **DSM** [20] (Gendreau, Laporte and Semet, 1997, Double Standard Model). В данной модели вся зона спроса описывается некоторым радиусом времени r_2 , но только α от всего спроса описывается меньшим радиусом r_1 . В данной модели рассматривается идея, которая в дальнейшем легла в основу многих моделей. **TEAM** [21] (Schilling, 1974, Tandem Equipment Allocation Model) и её модификация **FLEET** (Schilling, 1979, Facility-Location Equipment-Emplacement Technique). В этих моделях рассматривается классификация машин, но в модифицированной версии выделяется иерархия машин по классам. **BACOP2** [18] (Hogan and ReVelle, 1986, Backup Coverage Model). Модификация ранее рассмотренной модели BACOP1. Дополнительно рассматривается такая доля спроса, которая обслуживается одной машиной. Как мы видим моделей такого содержания большое множество, и каждая из них привнесла новые инструменты для развития моделей подобных систем.

Второй класс моделей – вероятностные. Элементы, которые рассматриваются в этом классе: занятость машины скорой помощи, различие в приоритетах вызовов, что привело к разному времени обслуживанию, а также и к классификации автомобилей скорой помощи. Рассмотрим примерам. Одной из ранних моделей вероятностного класса стала модель **MEXCLP** [22]

(Daskin, 1983, Maximum Expected Covering Location Problem). Машины в данной модели имеют одинаковую функцию занятости, выраженную переменной q , но при этом все машины работают независимо друг от друга. Имеет множество модификаций.

Параметры:

V – множество узлов спроса и W – множество узлов предложения,

$E_k = d_i(1 - q^k)$ – ожидаемое покрытие спроса, где предельный вклад k -ой машины рассматривается в виде $E_k - E_{k-1} = d_i(1 - q)q^{k-1}$.

Возможно расположение более, чем одной машины на станции.

p – количество машин,

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in V \text{ покрыт } k \text{ машинами} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases}$$

Целевая функция максимизирует вклад каждой машины в работу системы:

$$\sum_{i \in V} \sum_{k=1}^p d_i(1 - q)q^{k-1}y_{ik} \rightarrow \max_{y_{ik}}$$

при ограничениях:

$\sum_{j \in W_i} x_j \geq \sum_{k=1}^p y_{ik} \quad (i \in V)$ – при максимальном значении целевой функции достигается равенство, и каждая из сумм покажет количество машин, покрывающее узел i ,

$\sum_{j \in W} x_j \leq p$ – ограничение на количество машин.

Модель **Pinto and Silva** [23] – модель поиска лучшей конфигурации (расположения станций и машин), основанная на вопросе стоимости размещения машины некоторого типа (рассматривается 4 типа машин), затрат на ресурсы (операторы, техники и диспетчеры) диспетчерского центра и стоимости «активации» станции. Пусть PB_{b1} – булева переменная, равная 1 в случае, если станция «активируется», β_b – стоимость активации каждой станции b , Q_u – число машин типа u , η_u – стоимость машины типа u , NA_{but} – количество машин типа u на каждой базе b течение периода t , NR_f –

количество ресурса f (операторы, техники и диспетчеры) в диспетчерском центре и φ_f – соответственно его стоимость.

Целевая функция:

$$\min_{PB_{b1}, NR_f, Q_u} \left(\sum_{b=1}^{n_b} \beta_b PB_{b1} + \sum_{u=1}^4 \eta_u Q_u + \sum_{f=1}^3 \varphi_f NR_f \right)$$

при ограничениях:

$Q_u - \sum_{b=1}^{n_b} NA_{but} \geq 0 \quad \forall n, t$ – в любой момент времени число машин типа u должно быть не более, чем Q_u ;

$RT_c \leq RT_c^* \quad \forall c$ – верхняя граница времени отклика для любого типа c ;

$UT_u \leq UT_u^* \quad \forall u$ – верхняя граница использования машин для любого типа u ;

$PT_c \leq PT_c^* \quad \forall c$ – нижняя граница процента выполнения за время отклика для любого типа c ;

$NR_f \geq NR_f^- \quad \forall f$ и $NR_f \leq NR_f^+ \quad \forall f$ – границы количества ресурса f ;

$Q_u \geq Q_u^- \quad \forall u$ и $Q_u \leq Q_u^+ \quad \forall u$ – границы количества машин типа u ;

$NA_{but} \geq NA_{but}^- \quad \forall b, u, t$ и $NA_{but} \leq NA_{but}^+ \quad \forall b, u, t$ – границы количества машин типа u на станции b в момент времени t .

Результаты первой итерации становятся входными данными для второй итерации. Модель является вспомогательным инструментом для других моделей. Минусом можно рассмотреть вопрос о начальных условиях, а также об установке условий окончания итераций.

Имитационная модель Маккормака и Коатеса [24] состоит из двух алгоритмов, первый алгоритм, разработанный авторами, работает с вызовами и назначениями машин, второй алгоритм – это стандартный генетический алгоритм, который даёт результат о расстановке машин на станциях. Модель основана на базе данных Лондонской скорой медицинской помощи. Используется принцип «ближайшего соседа», то есть обслуживание производит ближайшая машина к вызову, t – время вызова, t_d – задержка

отправления, t_r – время до места происшествия для ближайшей машины, t_{sc} – время, затраченное на месте, t_h – время до госпиталя, и наконец t_{ho} – время на передачу пациента персоналу госпиталя. Если нет машины, способной выехать на вызов, то он помещается в очередь, которая использует принцип FIFO (First in – first out) то есть, ранее помещенный вызов раньше будет обслужен. Модель рассматривает такую целевую функцию как повышение вероятности выживания пациентов с сердечными приступами, где функция выживаемости $s_c = \frac{1}{1 + \exp(-0.26 + 0.139 * T_r)}$, и пациентов с другими опасными для жизни причинами вызовов, где функция выживаемости равна

$$s_a = \begin{cases} 1, & \text{если } T_r \leq 8 \\ 0, & \text{в других случаях} \end{cases}$$

$$\text{Целевой функцией становится } \max_{\eta_s} \eta_s = \frac{2 \sum_{i=1}^{\gamma} s_{c_t} + \sum_{j=1}^{\delta} s_{a_j}}{2\gamma + \delta}.$$

Как видно из вида целевой функции, степень важности вызовов с сердечными приступами в 2 раза больше других. Вызовы же, которые не несут опасности для жизни, были вовсе исключены из базы данных.

Авторы предполагают одним из вариантов повышения эффективности перенос станций, что не всегда возможно в реальных условиях, как и построение новых.

Двухстадийная стохастическая задача, основанная на сценариях [25], где под сценарием понимается один из вариантов возможных событий. Модель состоит из двух этапов, на первом авторами рассматривается вопрос об оптимальном местоположении объектов скорой медицинской помощи, в то время, как второй этап рассматривает назначения машин на вызовы. Пусть i – индекс машин скорой помощи, $i \in I$; j – индекс станций $j \in J$; t – индекс времени, $t \in T$; s – индекс сценариев, $s \in S$; C_j – вместимость станции j ; N – общее количество вызовов; $U(t)$ определяет множество периодов $t' \in T$, где машина будет занята для вызовов, если она отвечает вызову, поступившему в период t ; ρ_i – стоимость перемещения машины i ; λ – затраты на вызовы,

которые обслуживаются за время свыше необходимого времени; p_s – вероятность получения сценария s ; π – процент вызовов, которые должны выполняться за установленное время,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если назначенная машина } i \text{ на станцию } j \text{ нуждается в переезде} \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$a_{jts} = \begin{cases} 1, \text{ вызов получен в период } t \text{ сценария } s, \text{ достижим с } j \text{ ой станции} \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$r_{ijt} = \begin{cases} 1, \text{ если машина } i \text{ может добраться до станции } j \text{ до периода } t \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

$$\gamma_{ts} = \begin{cases} 1, \text{ если вызов получен в период } t \text{ сценария } s \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

Переменные принятия решения:

$$x_{its} = \begin{cases} 1, \text{ если машина } i \text{ назначена на вызов в период } t \text{ сценария } s \\ 0, \text{ в других случаях} \end{cases},$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если машина } i \text{ назначена на станцию } j \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}.$$

Целевая функция:

$$\min_{y_{ij}, x_{its}} \left[\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \rho_i \delta_{ij} y_{ij} + \lambda \sum_{s \in S} p_s \sum_{t \in T} (1 - \sum_{i \in I} x_{its}) \right]$$

при ограничениях:

$x_{its} - \sum_{j \in J} (r_{ijt} a_{jts} y_{ij}) \leq 0 \quad \forall i \in I, t \in T, s \in S$ – машина i может обслужить вызов, если она назначена на станцию, с которой можно добраться за необходимое время,

$x_{its} + \sum_{t' \in U(t)} x_{it's} \leq 1 \quad \forall i \in I, t \in T, s \in S$ если машина назначена на вызов, то она становится занятой на все периоды $t' \in U(t)$,

$\sum_{i \in I} x_{its} \leq \gamma_{ts} \quad \forall t \in T, s \in S$ – минимум одна машина на вызов,

$\sum_{i \in I} y_{ij} \leq C_j \quad \forall j \in J$ – ограничение вместимости,

$\sum_{i \in I} \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} x_{its} \geq \pi N$ – минимальное количество вызовов, обслуженное за установленное время.

Недостаток модели в том, что она не рассматривает возможность занятости всех машин системы.

Модель **MESLMHP** [26] – модель ожидаемого расположения с целью максимального выживания пациентов различного типа вызовов. Разница вызовов основана на тяжести происшествия, следовательно, влечет и разницу во времени реакции на вызов. Пусть $l \in K$ – тип вызова, $i \in M$ – узел спроса, $j \in N$ – узел станции, λ_i^l – спрос типа l из узла i , π_j – среднее количество использований машины на станции j , а это значит, что вероятность свободной машины – $1 - \pi_j$. Матрица предпочтений ρ необходима, так как узел спроса обслуживается не единственной станцией, что означает, что, если для узла i не будет свободных машин в ρ_{ij}^{th} , то будет использоваться следующий по приоритету $\rho_{i,j+1}^{th}$. Также авторы предлагают рассмотреть функции выживаемости, одну шагового вида: $s_t = \begin{cases} 1, & \text{если } t \leq 8 \\ 0, & \text{в других случаях} \end{cases}$

и две s_l , которые приведены на графике (рис. 8).

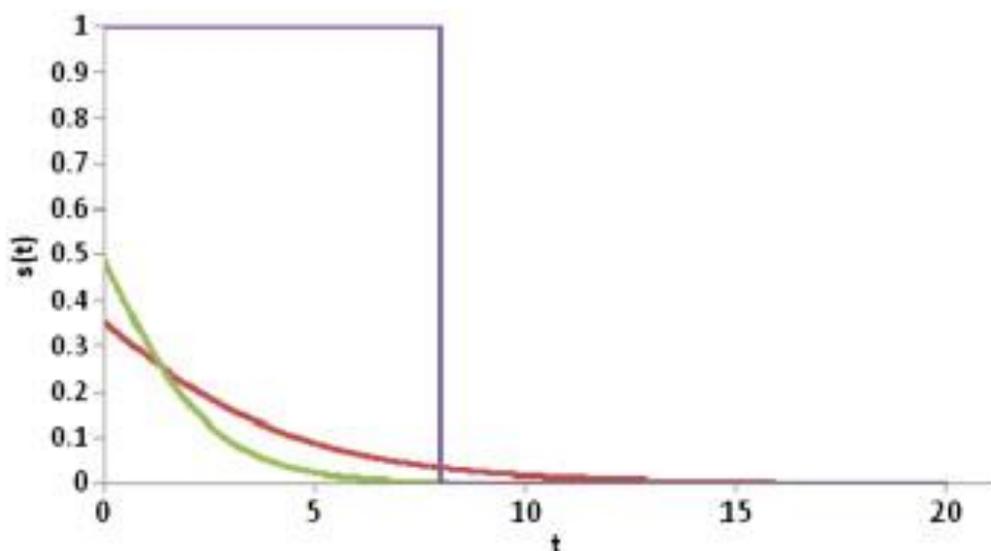


Рис. 8. Функции выживаемости в зависимости от времени [29].

Тогда вероятность выживаемости будет равна

$$p_{i,\rho_{ij}}^l = s_l(t_{i,\rho_{ij}}) \left(1 - \pi_{\rho_{ij}}^{x_{\rho_{ij}}}\right) \prod_{r=1}^{j-1} \pi_{\rho_{ij}}^{x_{\rho_{ij}}}.$$

Целевой функцией является

$$\max_{\substack{x_{\rho_{ij}} \\ s_l, \pi_{\rho_{ij}}} } f(x) = \sum_{l=1}^k \omega_l \sum_{i=1}^m \lambda_i^l \sum_{j=1}^n s_l(t_{i,\rho_{ij}}) (1 - \pi_{\rho_{ij}}^{x_{\rho_{ij}}}) \prod_{r=1}^{j-1} \pi_{\rho_{ij}}^{x_{\rho_{ij}}},$$

при ограничении $\sum_{j=1}^n x_j = Z$ – ограничение на количество машин. По причине того, что входной параметр π_j при оптимизации целевой функции может показать то, что полученное расположение машин не будет отвечать этому параметру, авторами была предложена итеративная версия MESLMHP-1. В

$$\text{ней } \pi_j^{(k)} = \begin{cases} \min\left(1, \frac{\Lambda_j^{(k-1)}}{\mu_j x_j^{(k-1)}}\right), x_j^{(k-1)} > 0 \\ \pi^*, x_j^{(k-1)} = 0 \end{cases}, \text{ где } \pi^* \text{ – это некоторое значение}$$

меньше 1, так чтобы π^* можно было использовать в дальнейших итерациях.

Таким образом, MESLMHP-1 использует $\pi_j^{(k)}$ как входной параметр, а на выходе дает $\Lambda_j^{(k)}$. Если $\Lambda_j^{(k)} = \Lambda_j^{(k-1)}$, то мы останавливаемся. Для первой

итерации $\pi_j^{(0)} = \frac{\sum_{i,l} \lambda_i^l}{\mu Z}$, где μ в общем и целом значение оценки обслуживания, полученная из данных.

MESLMHP-1:

Шаг 1. Получить μ_j из данных

Шаг 2. Принять общее для всех j $\pi_j^{(0)}$

Шаг 3. Решить MESLMHP для этого $\pi_j^{(0)}$ и получить x_j для всех j

Шаг 4. Рассчитать Λ_j^k для всех j

Шаг 5. Рассчитать $\pi_j^{(k)}$, совместимое с расположением,

полученным на Шаге 3.

Шаг 6. Повтор Шагов 3-5 до момента сходимости Λ_j^k .

Модель Nickel & Reuter-Oppermann [27]

В данной модели определено множество точек, откуда может поступить вызов на станцию скорой медицинской помощи. При этом учитывается то, что может быть вызвано несколько машин на один вызов. Главная цель – минимизация затрат на строительство новых станций и размещения машин

скорой помощи. Спрос рассматривается, как стохастическая величина. Пусть $j \in J$ – потенциальное множество точек, где находится станция, $i \in I$ – возможные точки спроса, i и j необязательно могут быть разными точками, f_j – фиксированная затрата на строительство станции в j , g_j – затраты, связанные с машинами, которые будут расположены на станции j , t_{ij} – время в пути между точкой станции $j \in J$ и точкой спроса $i \in I$, T – максимально допустимое время в пути, α – оценка обслуживания, I_j – точки спроса, которые обслуживаются станцией $j \in J$, J_i – множество баз, которые могут обслужить точку спроса $i \in I$, ξ_i – случайное число машин, которое может понадобиться на вызов в точку $i \in I$. Из этого следует, что $\prod_{i \in I} \Xi_i$ количество всех сценариев системы, если $\prod_{i \in I} \Xi_i$ конечно, то оно совпадает с Ω – множеством всех сценариев, $d_{i\omega}$ – количество машин, необходимое на вызов в точке $i \in I$ в момент сценария ω , π_ω – вероятность появления сценария ω . Переменные управления: $x_j = \begin{cases} 1, & \text{если база расположена в } i \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$, z_j – количество машин станции $j \in J$, $y_{ji\omega}$ – количество машин отправленных со станции $j \in J$ в точку $i \in I$ в момент сценария ω , M – достаточно большое число.

$$\text{Целевая функция: } \min_{x_j, z_j} \sum_{j \in J} (f_j x_j + g_j z_j)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i \in I_j} y_{ij\omega} \leq z_j \quad j \in J, \omega \in \Omega \text{ – ограничение по количеству расположенных машин;}$$

$$\sum_{j \in J_i} y_{ij\omega} \leq d_{i\omega} \quad i \in I, \omega \in \Omega \text{ – гарантия того, что мы отправляем машин не более чем нужно;}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{\omega \in \Omega} y_{ij\omega} \leq \alpha \sum_{i \in I} \sum_{\omega \in \Omega} \pi_\omega d_{i\omega} \text{ – ограничение по уровню обслуживания покрытия;}$$

$z_j \leq Mx_j \quad j \in J$ – машин назначается только в случае, если там открывается база.

Недостатки модели: в случае бесконечного числа вариаций машин имеем бесконечное число сценариев.

Модели **UBUL** и **TUBUL** [28] ставят своей целью поиск минимального количества машин скорой помощи и станций, которое требуется на покрытие всех узлов спроса с заранее заданным минимальным уровнем надежности, при условии независимости машин. Предлагаемые модели улучшают проблему переоценки, за счёт ограничения спроса, поступающего на каждую машину, делая его меньше, чем мощность машины, умноженная на специальную функцию занятости.

Модель **TUBUL** является улучшением модели **UBUL**, рассчитывающая потом местоположение минимального необходимого количества машин, полученного из первой модели так, чтобы общее время прибытия на узлы спроса было минимизировано.

Параметры: $i \in I$ – множество узлов спроса; $j \in J$ – множество узлов потенциальных станций; $a \in A$ – множество потенциальных машин скорой помощи; A_j – множество машин $a \in A$, которые могут быть расположены на станции j ; S – нормативное время (или дистанция); t_{ia} – время из местоположения машины $a \in A$ в узел i ; N_i – множество потенциальных машин, покрывающие узел i , $\{a \in A | t_{ia} \leq S\}$; B_a – множество точек спроса, покрываемые за S предполагаемыми машинами $a \in A$, что $\{i \in I | t_{ia} \leq S\}$; q_i – среднее время обслуживания вызова, поступающего с узла i , в течение суток (измеряется в час/день); c_a – максимально возможное время работы машины $a \in A$; α – минимальный уровень надежности гарантированного покрытия спроса; f – минимальное количество машин, необходимое для покрытия узла i с уровнем надёжности α ; ρ – максимальная функция занятости, накладываемая на все машины скорой помощи, максимальное число машин-

кандидатов (машины из соседних районов) для любого узла i : $L = \max_{i \in I} \{ |N_i| \}$,
 β – стоимость размещения машины, γ – стоимость открытия станции, M – некоторое большое число.

Переменные:

$$x_a = \begin{cases} 1, & \text{машина } a \text{ размещена} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases},$$

$$z_j = \begin{cases} 1, & \text{если хотя бы одна машина есть на } j \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases},$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{только в случае если } i \text{ покрыта точно } k \text{ машинами} \\ 0, & \text{в другом случае} \end{cases},$$

d_{ia} – часть q_i , предназначенная машине a ,

D_a – привлекаемый машиной a спрос,

Z_{UBUL}^* – оптимальное значение целевой функции модели UBUL.

Целевая функция UBUL:

$$\min_{x_a, z_l} Z_{UBUL} = \beta \sum_{a \in A} x_a + \gamma \sum_{j \in J} z_j - \text{минимизация общей стоимости}$$

машин и станций. Значения параметров β и γ авторами указывалось, как 1 и 0 соответственно.

При ограничениях:

$$24\rho \geq \sum_{i \in B_a} (q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k}) + (x_a - 1)M \quad \forall a \in A \quad - \quad \text{линейное}$$

ограничение для максимального значения функции занятости,

$$\sum_{a \in N_i} x_a = \sum_{k=1}^L y_{ik} * k \quad \forall i \in A \text{ и } \sum_{k=1}^L y_{ik} - \text{определение переменной}$$

y_{ik} ,

$$M * z_j \geq \sum_{a \in A_j} x_a \quad \forall j \in J - \text{гарантия того, что расположенные машины}$$

будут направлены на открытые станции,

$$\sum_{a \in N_i} x_a \geq f \quad \forall i \in I - \text{узел } i \text{ покрыт минимум } f \text{ машинами.}$$

Так как одной из главных проблем задач для систем подобного рода является понижение времени отклика, то авторы предлагают следующую модель: все параметры сохраняются из модели UBUL.

Целевая функция модели TUBUL:

$$\min_{t_{ia}} Z_{TUBUL} = \sum_{i \in I} \sum_{a \in A} d_{ia} t_{ia},$$

при ограничениях:

$$24\rho \geq \sum_{i \in B_a} d_{ia} \quad \forall a \in A - \text{гарантия того, что доступная мощность}$$

каждой машины будет больше, чем спрос на неё,

$$d_{ia} \geq q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} + (x_a - 1)M \quad \forall i \in B_a, a \in A$$

$$d_{ik} \leq q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \quad \forall i \in B_a, a \in A - \text{эти два ограничения}$$

подразумевают, что d_{ia} будет равна единице в случае, если машина размещена, в противном случае будет 0,

$$d_{ia} \geq 0 - \text{знак параметра,}$$

$$Z_{UBUL}^* \geq \beta \sum_{a \in A} x_a + \gamma \sum_{j \in J} z_j - \text{выбираем оптимальное значение,}$$

полученное благодаря модели UBUL. В соответствии с этим учитываются и ограничения модели UBUL.

PMCLAP [29]

Расширение модели MCLP, в котором уровень обслуживания навязан, в соответствии с тем, что клиенты прибывают на станцию согласно пуассоновскому распределению. Способ измерения спроса на станции осуществляется либо путем подсчета количества людей, ожидающих услугу, либо путем измерения времени ожидания обслуживания. Задача формируется на графе, состоящем из узлов $n \in N$ – узлы спроса, каждый узел ассоциируется со спросом – d_i и радиусом обслуживания S_i , где i – место расположения станции, радиус определен для всех станций. Пусть N_i – множество, содержащее множество станций j скорой помощи, которые могут обслужить i . f_i представляет распределение собой вклад объекта i в общую нагрузку системы, доля спроса, приходящая на станцию. Параметр пуассоновского распределения прибытия на станцию пациентов μ , параметр α определяет минимальную вероятность либо очереди с b клиентами, либо время ожидания τ минут.

$y_j = 1$ – только в случае, если станция j открыта и $x_{ji=1}$ – только в случае узел i относится к станции j .

Целевая функция:

$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N_i} d_i x_{ij}$ – максимизация общего обслуживаемого спроса

при ограничениях:

$\sum_{j \in N_i} x_{ij} \leq 1 \quad i \in N$ – гарантия, что каждый клиент обслуживается хотя бы одной станцией;

$\sum_{j \in N} y_j = p$ – количество открытых станций;

$x_{ji} \leq y_j \quad i \in N, j \in N$ – клиент может быть привязан только к открытой станции;

$\sum_{i \in N} f_i x_{ij} \leq \mu^{b+2} \sqrt{1-\alpha} \quad j \in N$ или $\sum_{i \in N} f_i x_{ij} \leq \mu + \frac{1}{\tau} \ln(1-\alpha) \quad j \in N$ –

первое ограничение говорит, что станция j имеет меньше, чем b клиентов в очереди с вероятностью минимум равной α , а второе ограничение дает нам, что время ожидания на станции j максимум равно τ с вероятностью минимум равной α .

Также к данному классу относятся следующие модели, которые были проанализированы и относятся к данному классу:

- **MALP-I** [30] (ReVelle and Hogan, 1989. Maximum Availability Location Problem). Максимизация спроса с заданной долей вероятности α с одинаковой функцией для каждого из потенциальных узлов расположения станции.
- **MALP-II** [30] (ReVelle and Hogan, 1989. Maximum Availability Location Problem). Функция занятости для каждого узла своя.
- **PLSCP** [31] (ReVelle and Hogan, 1989. Probabilistic Location Set Covering Problem). Минимизация числа машин пока проверяется минимально требуемый район покрытия с заданной вероятностью.
- **MERLP₁** [32] (Repede J.F., Bernardo J.J., 1994, Minimum Expected Response Model). Использует ожидаемое покрытие для минимизации ожидаемого распределения.

- **MERLP₂** [32] (Repede J.F., Bernardo J.J, 1994, Minimum Expected Response Model). Использует фактическое покрытие в отличие от MERLP₁.
- **AMEXCLP** [33] (Batta, 1989, Adjusted MEXCLP). Дополнительное условия в виде зависимости системы работы машин.
- **Rel-P** [34] (Ball and and Lin, 1993). Улучшение модели LCSM за счёт дополнительного линейного ограничения на число машин для установленного уровня надежности.
- **Q-PLSCP** [35] (Marianov and ReVelle, 1994, Queuing Probabilistic Location Set Covering Problem). Рассмотрен другой подход при поиске p_k .
- **MEXCLP** [36] (Goldberg et al., 1990). Время отклика установлено 8 минут. Время в пути рассматривается стохастической величиной.
- **TIMEXCLP** [37] (Repede and Berenardo, 1994). Определено время на перемещение машин.
- **TTM** [38] (Mandell, 1998, Two-Tiered System). Классификация на машины «неотложной» и «реанимационной» помощи.

Класс вероятностных моделей широко представлен различными моделями, но с развитием техники требовались модели, которые могут реагировать на изменения в системе в течение периода планирования.

Третий класс моделей – класс динамических моделей. Модели этого класса дают возможность реагировать на изменения в системе в течение рассматриваемого периода времени. Рассмотрим некоторые из моделей.

MESRP [39]

Модель описана на графе $G = (V \cup W, A)$, где V множество точек спроса и W множество потенциальных точек ожидания для $n \leq |W|$ машин скорой помощи и A множество дуг на $(V \cup W)^2$. Каждая такая дуга $(i, j) \in A$ связана со временем перемещения между этими точками, d_i обозначает значение спроса в точке $i \in V$, говорится, что узел $i \in V$ покрывается узлом $j \in W$, если

время перемещения между этими точками меньше, чем заданный радиус r , выраженный во времени. W_i - подмножество из W , покрывающие $i \in V$. Если оценка прибытия λ , средняя оценка обслуживания μ , количество машин в системе n , то вероятность того, что машина будет свободна $p = 1 - \lambda/(n\mu)$, где $\lambda/(n\mu)$ описывает функцию занятости. Вероятность того, что k машин будет свободно $q_k = c_k^n p^k (1 - p)^{n-k}$,

$$x_{jk} = \begin{cases} 1, \text{ если машина находится в } j \text{ в } k \text{ - ом состоянии} \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases},$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, i \text{ покрыта минимум одной машиной в } k \text{ - ом состоянии} \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases},$$

$$u_{jk} = \begin{cases} 1, j \text{ перестала быть ожидающей в переходе из } k \text{ в } k + 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases},$$

При переходе из состояния k в состояние $k + 1$, максимум α_k может изменить свои места ожидания, в случае обратного перехода из $k + 1$ в k может измениться $\alpha_{k-1} + 1$.

Целевая функция:

$$\max_{y_{ik}} \sum_{k=1}^n \sum_{i \in V} d_i q_k y_{ik}$$

при ограничениях:

$\sum_{j \in W_i} x_{jk} \geq y_{ik} (i \in V, k = 0, 1, \dots, n)$ – узел $i \in V$ покрыт как минимум одной машиной из $j \in W_i$,

$\sum_{j \in W_i} x_{jk} = k \quad (k = 0, 1, \dots, n)$ – контроль количества машин в каждом решении,

$x_{jk} - x_{j,k+1} \leq u_{jk} \quad (j \in W, k = 0, 1, \dots, n - 1)$ – учёт изменения ожидающих узлов при изменении состояния

$u_{jk} \leq \alpha_k \quad (k = 1, \dots, n - 1)$ – учёт изменения ожидающих узлов при изменении состояния.

Для применения его в динамическом контексте достаточно решить эту проблему только один раз и реализовать решения о местоположении, задаваемые переменными x_{jk} всякий раз, когда система находится в состоянии

k . Хотя это хорошая и применимая модель, она не указывает, как двигаться машинам при переходе из одного состояния в другое.

GAAP [40]

Описана на графе $G = (V \cup B_{kl}, E)$, где V включает два подмножества: множество станций, которые были покинуты машиной при переходе из k состояния в состояние l , A_{kl} и множество госпиталей, в которых закончат работу машины при переходе из k состояния в состояние l , H_{kl} . В свою очередь B_{kl} – это множество станций, которые были пусты в k состоянии, но получили машины в l состоянии. Стоит отметить, что каждая станция может разместить только одну машину. E – множество дуг на $(V \cup B_{kl})^2$, где $t_{ij}((i, j) \in E)$ – время поездки из госпиталя или станции $i \in V$ на станцию $j \in B_{kl}$; h_i – количество машин, работа которых будет одновременно закончена в госпитале i ; n – общее количество машин в системе.

$$x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) = \begin{cases} 1, & \text{если машина переезжает из } i \text{ в } j, \text{ при переходе системы из } k \text{ в } l \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Целевая функция:

$$\min_{x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l)} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n \sum_{h_1=0}^{l-k} \dots \sum_{h_m=0}^{1-k-h_1-\dots-h_m} \sum_{i \in V} \sum_{j \in B_{kl}} x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) * t_{i,j}$$

– минимизация общего времени, которое машины тратят на перемещение, при ограничениях:

$$\sum_{j \in B_{kl}} x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) = h_i$$

$\forall H, h_1, \dots, h_m, k, l (h_1 + \dots + h_m = l - k)$ – количество машин, которое перемещается из госпиталя h_i на станции, должно быть равно числу освободившихся машин в этом госпитале;

$$\sum_{j \in B_{kl}} x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) = 1$$

$$\forall i \in A_{kl}, h_1, \dots, h_m, k, l (h_1 + \dots + h_m = l - k), A_{kl} \neq \emptyset$$

только одно перемещение должно быть совершено для каждой станции, которая должна стать пустой на станцию, которая должна стать полной;

$$\sum_{i \in V} x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) = h_i \quad \forall h_1, \dots, h_m, k, l (h_1 + \dots + h_m = l - k) \quad -$$

только одна машина может передвигаться с госпиталей и станций на одну станцию.

Несмотря на то, что, используя эту модель, сумма времени передвижения может быть минимизирована, время переезда последней машины может занимать долгое время.

GABAP [40]

Цель модели – минимизировать время последнего завершения, рассматриваются те же переменные, что и в модели GAAP.

Целевая функция:

$$\min_{x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l)} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=k+1}^n \sum_{h_1=0}^{l-k} \dots \sum_{h_m=0}^{1-k-h_1-\dots-h_m} \sum_{i \in V} \sum_{j \in B_{kl}} \max_{i,j} [x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) * t_{i,j}]$$

При ограничениях:

$\sum_{j \in B_{kl}} x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) = h_i \quad \forall H, h_1, \dots, h_m, k, l (h_1 + \dots + h_m = l - k)$ – количество машин, которое перемещается из госпиталя i на станции должно быть равно числу освободившихся машин в этом госпитале,

$A_{kl} \neq \emptyset$ – существует множество станций, которые стали пустыми при переходе из k состояния в состояние l ,

$$\sum_{i \in V} x(h_1, h_2, \dots, h_m, i, j, k, l) = 1 \quad \forall h_1, \dots, h_m, k, l (h_1 + \dots + h_m = l - k)$$

– только одна машина может передвигаться с госпиталей и станций на одну станцию.

Несмотря на то, что данная модель минимизирует время последнего перемещения, она не минимизирует общее время передвижений машин скорой помощи.

Time-dependent version of MEXCLP [41]

В модели приводятся такие изменения, как моделирование спроса в течение набора временных периодов $\tau = (1, 2, 3, \dots, T)$, d_{it} – спрос узла $i \in I$ в период $t \in T$, p_t – доступное количество машин в период $t \in T$, x_{jt} – количество машин, расположенных на станции $j \in J$ в период $t \in T$, y_{jkt} – равна 1, в случае если узел $i \in I$ покрывается минимум k машинами в период $t \in T$, функция занятости q_t для периода $t \in T$, W_i^t – множество станций, покрывающее узел $i \in I$ в период $t \in T$, авторы ввели штраф за перемещения между временными периодами – r_{ijt} равная 1 в случае, если машина перемещается из i в j между периодами t и $t + 1$, штраф за перемещение – γ , связанная с использованием базового местоположения, а также β – штраф за использование станции, причем для каждой станции этот штраф может меняться, поэтому рассмотрим β_j , $z_j = 1$, в случае, если станция использовалась на протяжении хотя бы одного временного периода, M – некоторое число большого значения.

Целевая функция:

$$\max_{y_{ikt}, r_{ijt}, z_j} \sum_{t \in T} \sum_{i \in V} \sum_{k=1}^{p_t} d_{it} (1 - q_t) q_t^{k-1} y_{ikt} - \beta \sum_{j \in W} z_j - \gamma \sum_{i \in W} \sum_{j \in W} \sum_{t \in T} r_{ijt}.$$

Первое слагаемое рассчитывает ожидаемое покрытие всех точек спроса и всех временных периодов, второе слагаемое подсчитывает штрафы по использованию открытых станций, и третье слагаемое подсчитывает штрафы за перемещения между периодами, при ограничениях:

$$\sum_{j \in W_i^t} x_{jt} \geq \sum_{k=1}^{p_t} y_{ikt} \quad i \in V, t \in T \text{ – ограничение по минимальному}$$

требуемому количеству машин на станциях для узла $i \in I$;

$$\sum_{j \in W} x_{jt} \leq p_t \text{ – ограничение по количеству расположенных машин;}$$

$$\sum_{t \in T} x_{jt} \leq M z_j \text{ – число расположенных машин может быть}$$

положительным только в случае, если станция открыта;

$$x_{jt} + \sum_{i \in W} r_{ijt} - \sum_{i \in W} r_{jit} = x_{j(t+1)} \text{ и } x_{jT} + \sum_{i \in W} r_{ijt} - \sum_{i \in W} r_{jit} = x_{j1} \text{ –}$$

проверка правильности значения r_{jit} .

Также коротко расскажем о некоторых других динамических моделях. модель **DDSM** [42] (Gendreau M., Laporte G., Semet F, 2001, Dynamic Double Standard Model). Динамическая модификация модели DSM с некоторыми дополнительными условиями. **mDSM** [43] (Schmid V., Doerner K.F., 2010, Multi-DSM). Привносится идея об использовании мультипериодичности, как инструменте моделирования. Модель **DACL** [44] (Dynamic Available Coverage Location) рассматривается модель гиперкуба.

Подводя краткий итог по вышеизложенному можно сказать о том, что модели различны по содержанию, методам и задачам, которые авторы ставят перед собой. Рассмотрим эти задачи немного подробнее:

- Задачи планирования трудового ресурса:

Тип задач, решением которого является оптимальное количество персонала для эффективной работы системы. В зарубежной литературе данный тип задач обозначается как Human resource planning. В данной работе данная тематика не затрагивается, но так как разговор ведется о скорой помощи, где многое зависит от человека, не упомянуть о подобном роде задач никак нельзя. Приведем несколько примеров: модель Bulla and Scott [45] определяет набор персонала, как процесс, в котором требуемый уровень трудового ресурса должным образом определен и эффективен.

- Задача о расположении станций

Задача планирования, применима в случае строительства новых станций, новых жилых районов, городов и т.п. или может рассматриваться, как часть более сложных задач. В качестве примера можно привести модель LSCM [16].

- Задача максимизации области работы станций

В противовес строительству можно рассмотреть задачу о максимизации области работы установленного расположения станций за счёт изменений расположения машин и т.п. Пример – модели MCLP [17] и MEXCLP [22].

- Задача минимизации времени отклика

Одна из основных задач моделирования в рассматриваемой области – разработать алгоритм, который уменьшит время отклика. Можно смело говорить, что это наиболее важная проблема системы скорой помощи. DSM [20] является одним из интереснейших примеров первых моделей, где рассмотрено предложение о разбиении области работы станции на 2 с установленным процентом выполнения вызовов за заданное время, стало огромным толчком для последующих моделей.

- Задача о назначении машин на станции

Вопрос об оптимальном количестве машин на станции в зависимости от рассматриваемых в условиях модели параметров. В качестве примера одной из ранних моделей можно привести MERLP [32].

- Задача о передислокациях

Задача, целью которой является возможное передвижение машин в течении рассматриваемого временного периода. Примером может служить mDSM [43] – модель, описанная на основе DSM модели, и рассматривающая идею мультипериодичности при моделировании.

Глава 2. Математическое моделирование системы

2.1 Построение статистической модели перераспределения ресурсов скорой помощи

По описанной выше информационно модели перейдем к описанию вероятностно-статистической модели.

Переменная управления:

y_{in} – количество машин в районе i , в период n ,

Рассмотрим параметры, которые помогут описать нашу модель работы скорой помощи. Пусть:

I – число районов работы, по условиям задачи, совпадает с количеством станций.

N – число подпериодов в системе,

p_i – емкость станции i ,

nas_{in} – численность населения в районе i , в период n , представлена случайной величиной,

ter_i – оценка загрязнения воздуха в районе i , представлена случайной величиной,

voz_{in} – количество жителей старше трудоспособного возраста района i , в период n , представлена случайной величиной,

$skor_{in}$ – значение средней скорости в районе i , в период n , $i \in I$,

α – коэффициент при функции спроса, полученных из статистических данных,

B_i – количество аварий, представлена случайной величиной,

$ploh_i$ – площадь района i ,

$d_{in}(nas_{in}, ter_i, voz_{in}, skor_{in}, B_i, \alpha)$ – функция спроса,

K_1 – коэффициент численности людей пожилого возраста, после применения оценочной шкалы,

K_2 – коэффициент загрязнения после применения оценочной шкалы,

K_3 – значение коэффициента несчастных случаев, после применения оценочной шкалы,

K_4 – значение коэффициента скорости, после применения оценочной шкалы,

K_{5i} – значение коэффициента площади района i ,

W_n – значение загруженности в городе,

W_{in} – загруженность машин в районе i , в период n .

Целевая функция

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I W_{in} \rightarrow \min_{y_{in}}$$

при условиях:

$p_i \geq y_{in}$ – условие емкости станций района по отношению к распределенным машинам в этот район, для всех i, n ,

$p \geq \sum_{i=1}^I y_{in} \quad \forall n$ – количество машин в системе фиксировано.

Функция спроса будет описываться следующим образом:

$d_{in}(nas_{in}, ter_i, voz_{in}, skor_{in}, B_i, \alpha) = (K_1 * K_2 * K_3 * K_4) * (\alpha * nas_{in} / 1000)$,

Значение загруженности в городе:

$$W_n = \frac{\sum_{i=1}^{13} d_{in}(nas_{in}, ter_i, voz_{in}, skor_{in}, B_i, \alpha)}{p} \text{ для } \forall n.$$

Распределение машин без ограничений:

$$y_{in} = \frac{d_{in}(nas_{in}, ter_i, voz_{in}, skor_{in}, B_i, \alpha)}{W_n * K_{5i}} \quad \forall i, n.$$

Результат работы представлен в виде массива данных, значения ячеек которого сообщает о количестве машин, которое должно быть назначено на станцию в определенный период.

2.2 Анализ данных для построения модели системы скорой помощи

Необходимым элементом исследования стал анализ статистических данных для получения значений параметров, таких как:

- ✓ число жителей по административным районам города,
- ✓ число жителей старше трудоспособного возраста по административным районам города,
- ✓ загрязненность воздуха города Санкт-Петербурга,
- ✓ карта аварий по районам и потенциально аварийных мест Санкт-Петербурга.

Рассмотрим ситуацию с населением города по районам (рис.9) [46].

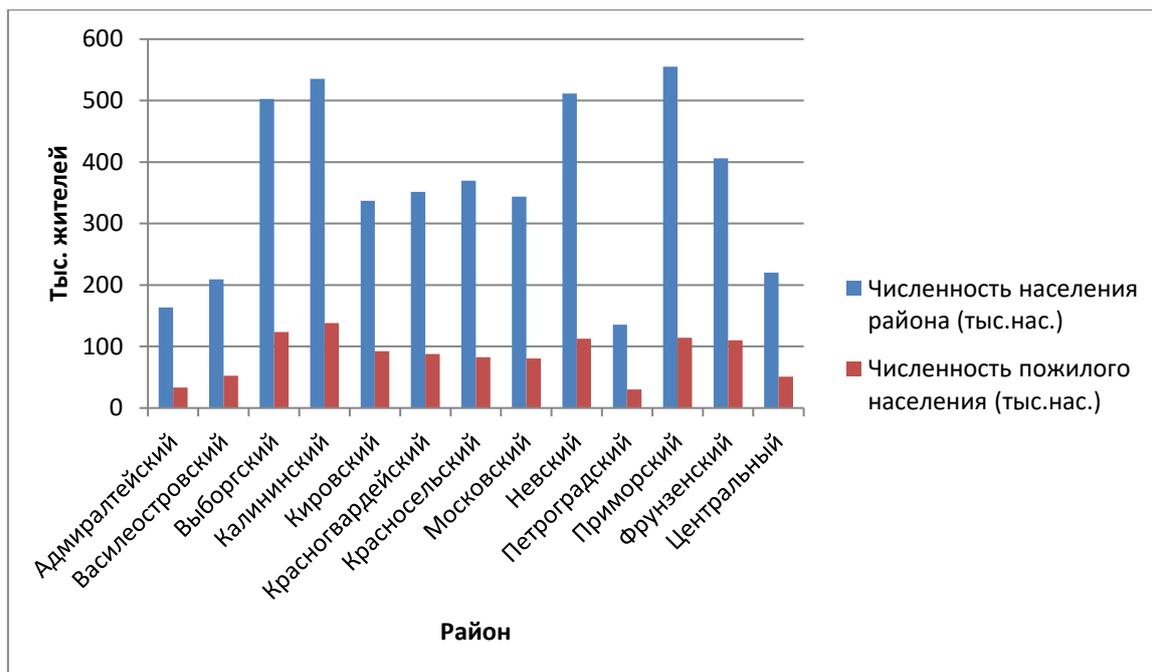


Рис. 9. Численность населения по районам и по двум слоям возраста.

Данная диаграмма позволяет наглядно оценить численность населения города. Наиболее заселенными районами являются Приморский и Калининский, со значениями в 555,4 тысяч и 535,5 тысяч жителей, т.е. почти пятая часть всего населения города. В то же время такие районы как Петроградский и Адмиралтейский в сумме имеют 300 тысяч жителей. При этом, в рабочий период суток наблюдается передвижение населения [47]. Так, например, в том же Адмиралтейском районе численность населения днём возрастет до 400 тысяч, при его населенности всего в 163,8 тысячи, из-за располагающихся 31000 предприятий, что показывает увеличение числа людей в районе на 244% в дневное время суток. Обладая даже такой

статистикой, перераспределение ресурсов скорой помощи в течение дня не наблюдается.

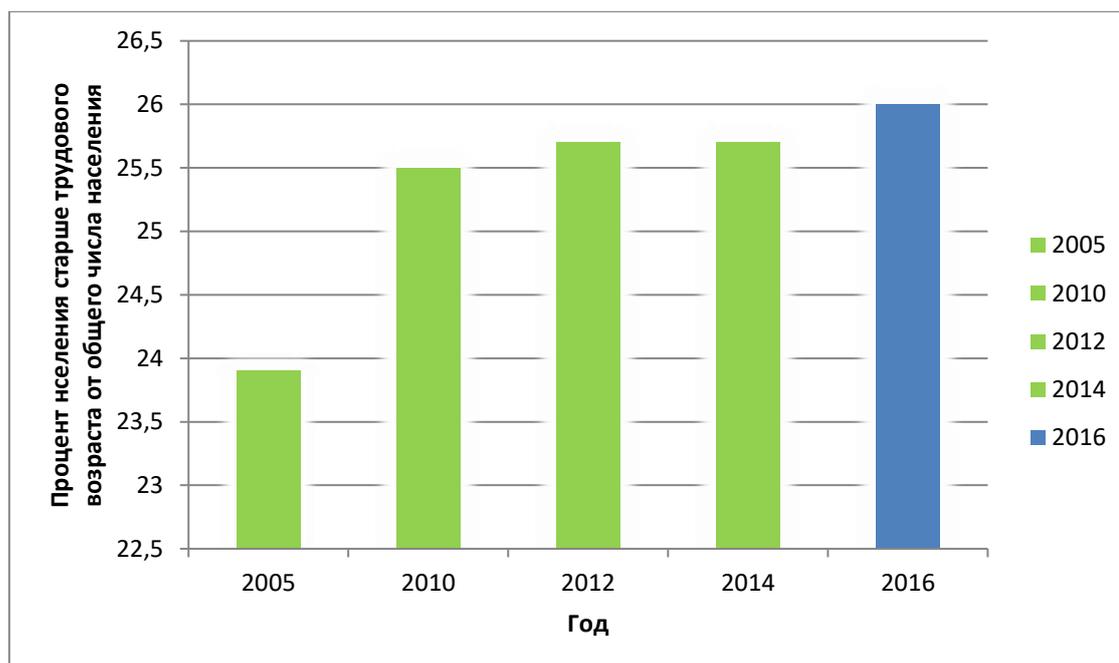


Рис. 10. Процент людей старше трудového возраста Санкт-Петербурга.

Данные рисунка 10 ([48, 49]) показывают нам, что город Санкт-Петербург по праву признан «стареющим городом», что, как мы будем считать, вносит дополнительный спрос для системы скорой медицинской помощи. Неутешительные прогнозы можно увидеть также и в данных Петростата [50]. Так, прогнозом на 2017 было 1370 тыс. людей свыше трудоспособного возраста, а к 2019 уже 1411 тыс. Поэтому решено рассматривать количество населения такого возраста, как дополнительный элемент. На рис. 11 [46] видим отношение численности жителей старше трудového возраста к общей численности населения по каждому из районов города Санкт-Петербурга. Значения колеблются в районе 25%. По данным рис. 11 видно, что такой район, как Приморский, можно назвать «молодым» районом, в котором процент населения старше трудоспособного возраста всего 21,9%, при этом данный район является наиболее населенным. Причиной такому явлению можно назвать постройки новых районов.

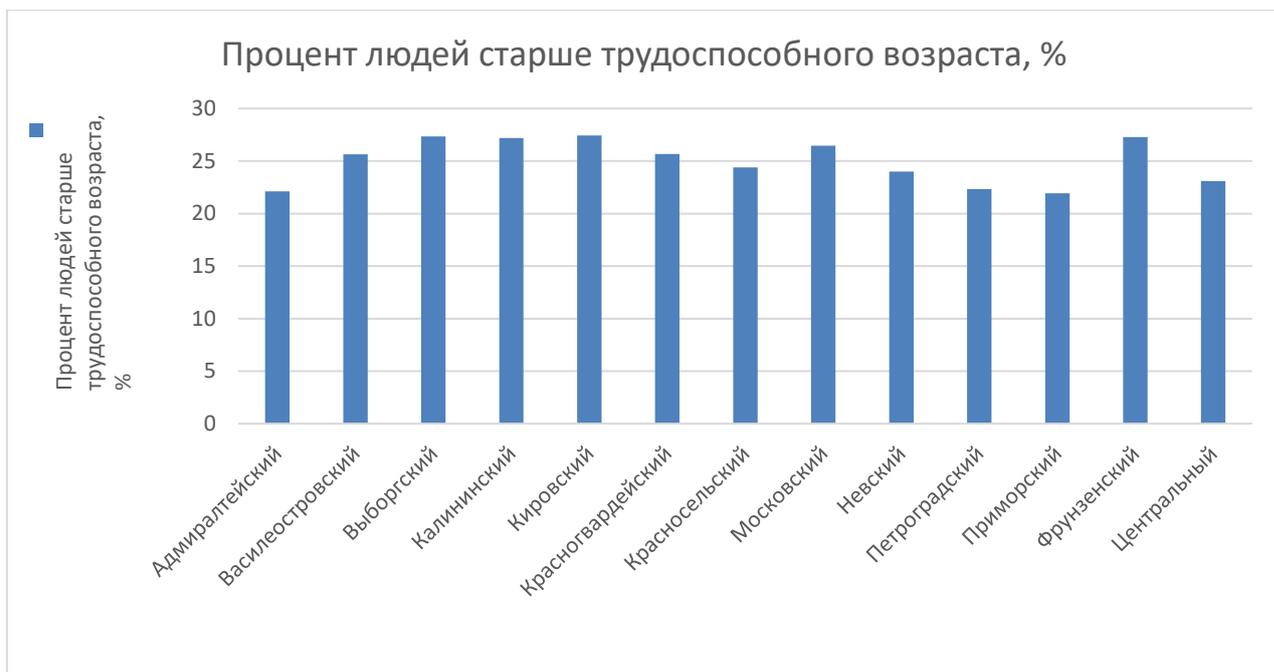


Рис. 11. Процентные отношения населения старше трудоспособного возраста к общему числу населения районов города.

Следующим важным элементом анализа стало загрязнение воздуха в городе. Из данных [51] центральные районы наиболее подвержены загрязнению воздуха, что показывает плохое состояние окружающей среды в центральной части города. Загрязнение воздуха оказывает влияние не только на общее самочувствие людей, но также является особой проблемой для людей, страдающих сердечно сосудистыми заболеваниями и заболеваниями дыхательных путей, а эти группы людей чаще других обращаются за помощью в скорую медицинскую помощь [52]. Информация по загрязнению воздуха доступна для каждого пользователя в режиме онлайн. В 18 каждом районе Санкт-Петербурга работают в автоматическом режиме станции, обновляющие информацию каждые 20 минут. На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**2 представлен пример информации сервиса.

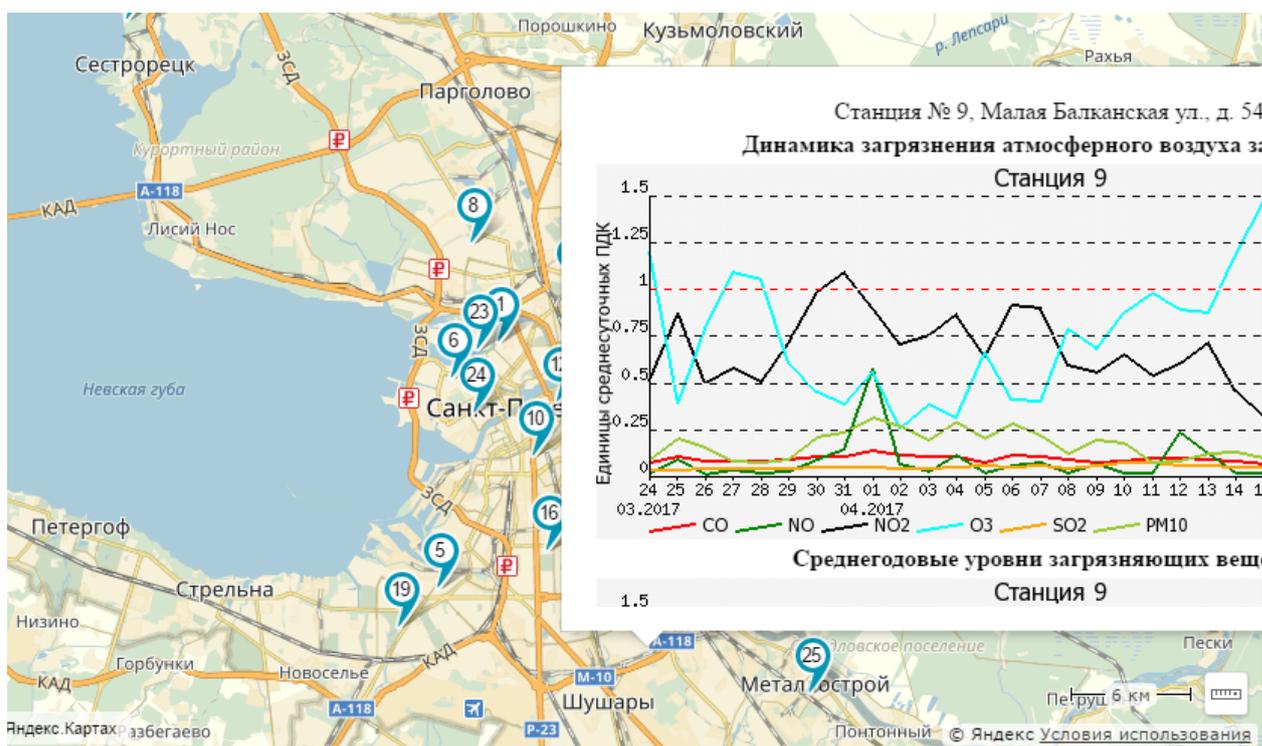
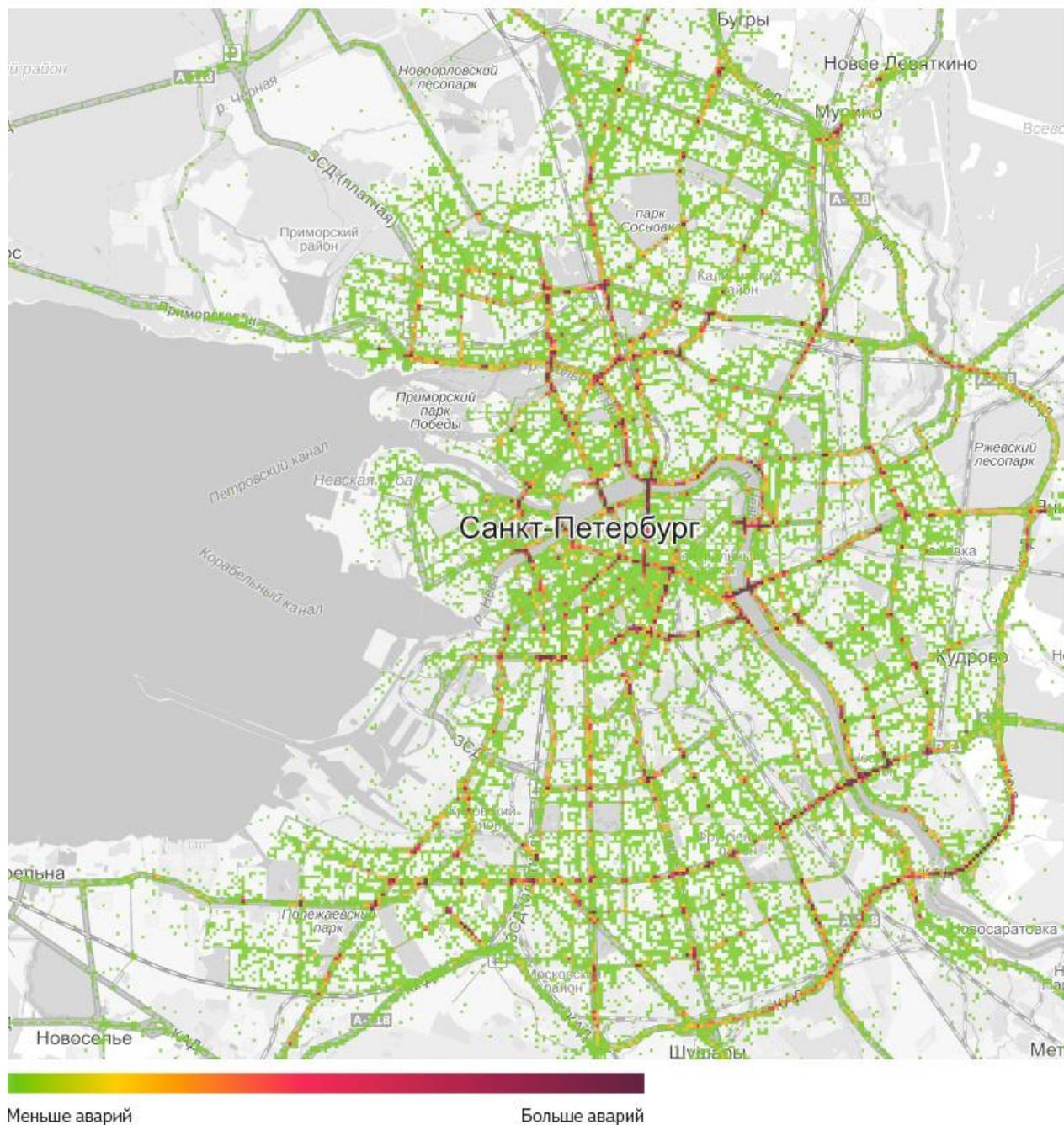


Рис. 12. Пример информации о загрязнении в каждом районе.

Ещё одним важным элементом стало количество аварий в городе. Карты были подготовлены в 2015 году компанией «Яндекс» по данным пользователей сервисом [53]. На рис. 13 представлена карта, демонстрирующая участки дорог, которые наиболее подвержены аварийности. Дорожно-транспортные происшествия, наряду с сердечно-сосудистыми заболеваниями, являются наиболее частой причиной вызова

машины скорой медицинской помощи. Мы можем видеть, что центральная часть наиболее подвержена аварийности.

ТЕПЛОВАЯ КАРТА АВАРИЙ НА ДОРОГАХ САНКТ-ПЕТЕРБУРГА



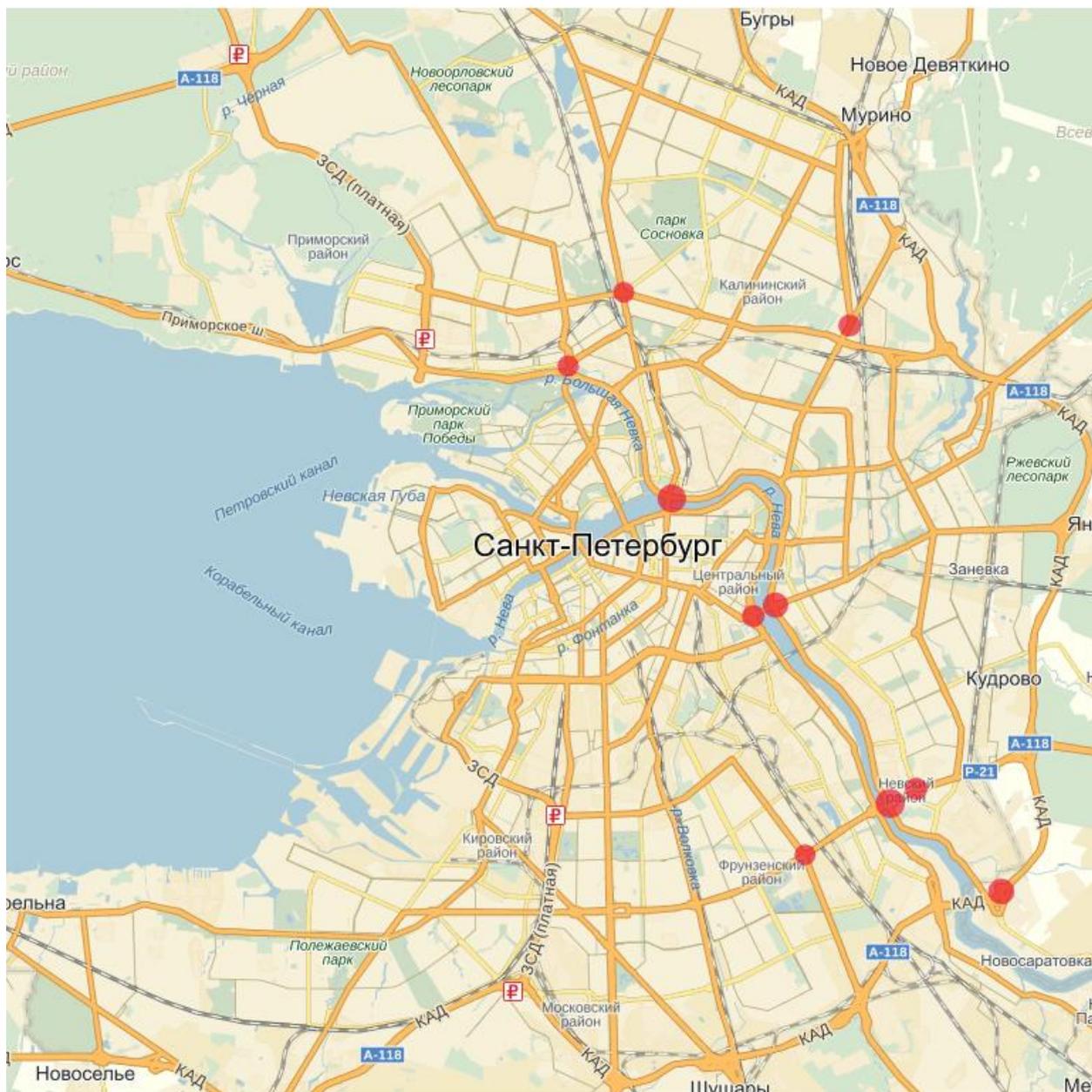
ПО ДАННЫМ МОБИЛЬНЫХ ЯНДЕКС.КАРТ И ЯНДЕКС.НАВИГАТОРА, 2015 ГОД

Рис. 13. Карта аварийности [53].

Также полезными оказались данные о списке мест города, на которых чаще всего возникают аварии. Такие данные позволяют лучше отразить статистику данных о средней скорости района (рис. 14).

ДЕСЯТЬ САМЫХ АВАРИЙНЫХ МЕСТ НА ДОРОГАХ САНКТ-ПЕТЕРБУРГА

Размер круга пропорционален количеству отметок о ДТП



ПО ДАННЫМ МОБИЛЬНЫХ ЯНДЕКС.КАРТ И ЯНДЕКС.НАВИГАТОРА, 2015 ГОД

Рис.14. Наиболее аварийные места [53].

Глава 3. Моделирование работы системы

3.1 Моделирование системы

Станции скорой помощи делятся на станции при поликлиниках и самостоятельные подстанции (рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**5).

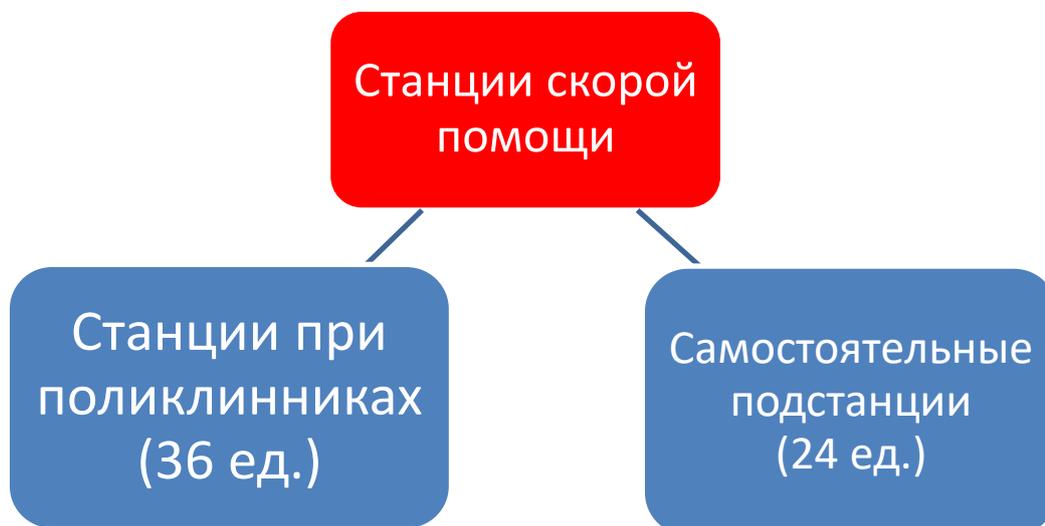


Рис. 15. Разбиение станций скорой помощи.

Вызовы поступают на центральную станцию, где диспетчерский центр решает, какая машина назначается на вызов. Для удобства на карте были отмечены административные районы города и такого же цвета станции при поликлиниках, расположенные в соответствующем районе. Синим цветом обозначены подстанции скорой помощи. Количество таких станций – 24. Данная карта приведена на рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**6. Вся информация находится в открытом доступе [54]. В таблице **Ошибка! Источник ссылки не найден.** приведена информация по количеству станций и численности населения в каждом из районов.

Табл.1. Распределения станций скорой помощи.

Районы	Количество подстанций СП	Количество станций СП при поликлиниках	Население, тыс. чел.
Адмиралтейский	2	2	163,8
Василеостровский	1	1	209,1
Выборгский	1	4	502,9
Калининский	3	4	535,4
Кировский	1	3	336,8
Красногвардейский	2	2	351,5
Красносельский	3	3	369,8
Московский	1	3	343,9
Невский	3	2	511,5
Петроградский	1	1	135,6
Приморский	2	3	555,4
Фрунзенский	2	5	406
Центральный	2	3	220,4

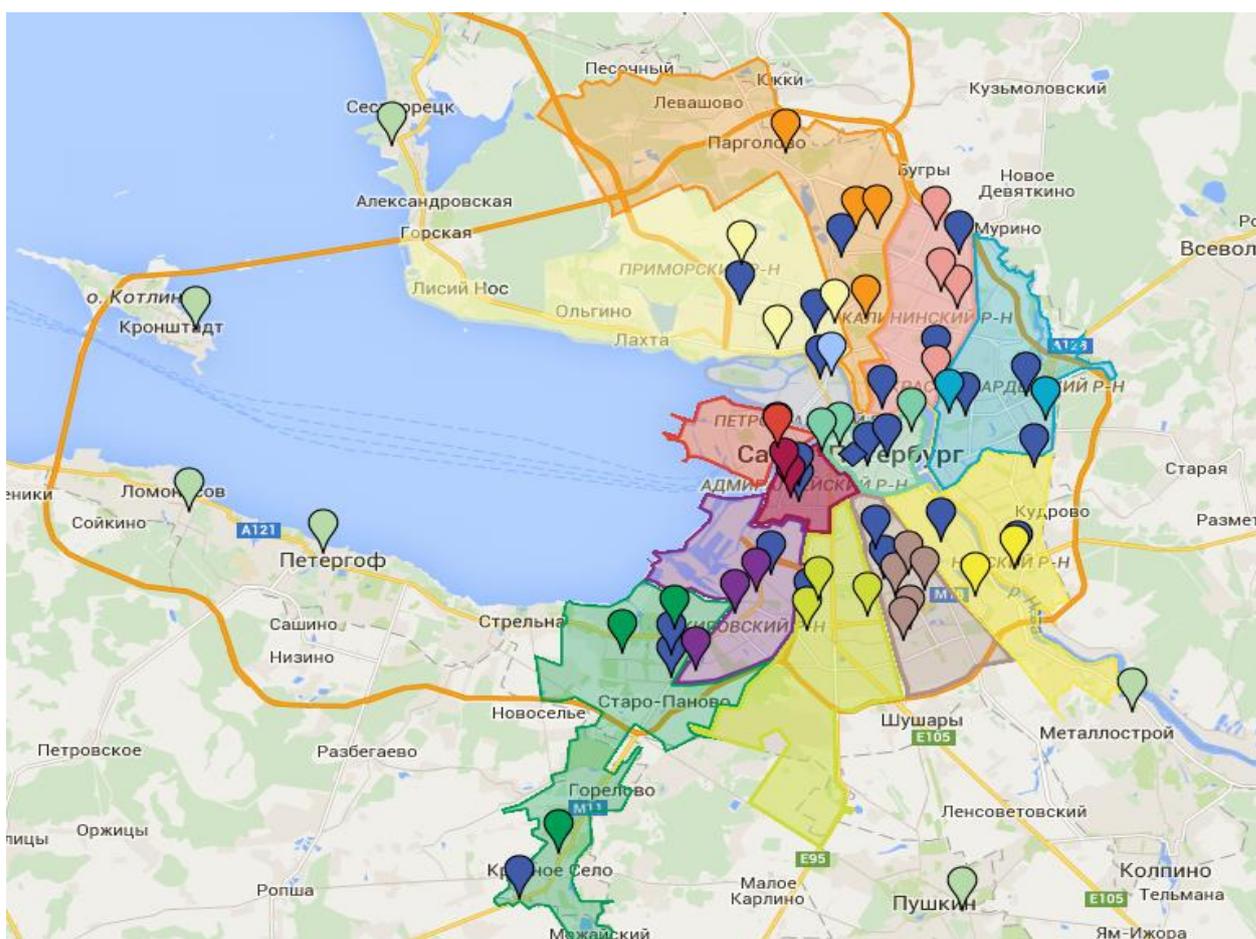


Рис. 16. Распределение станций скорой помощи.

Рассмотренные величины площадей административных районов (рис. 17) необходимы для расчёта загруженности системы в случае отсутствия каких-либо ограничений в системе. Данные рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**6-17 и таблицы **Ошибка! Источник ссылки не найден.** отражают информацию о плотности распределения станций по районам относительно их площади и численности населения. Анализируя полученные данные, можно заметить, в Центральном районе в среднем одна станция на 3,4 км², а в Приморском районе одна станция приходится на 21,92 км², но их территориальное расположение поднимает вопрос об эффективности системы скорой помощи в районе. Станции располагаются в восточной части района, при этом большая часть области возможного спроса расположена на достаточно большом расстоянии от существующих станций, что говорит о возможном превышении времени отклика и лишнем времени, затрачиваемом машиной на дорогу в целом.

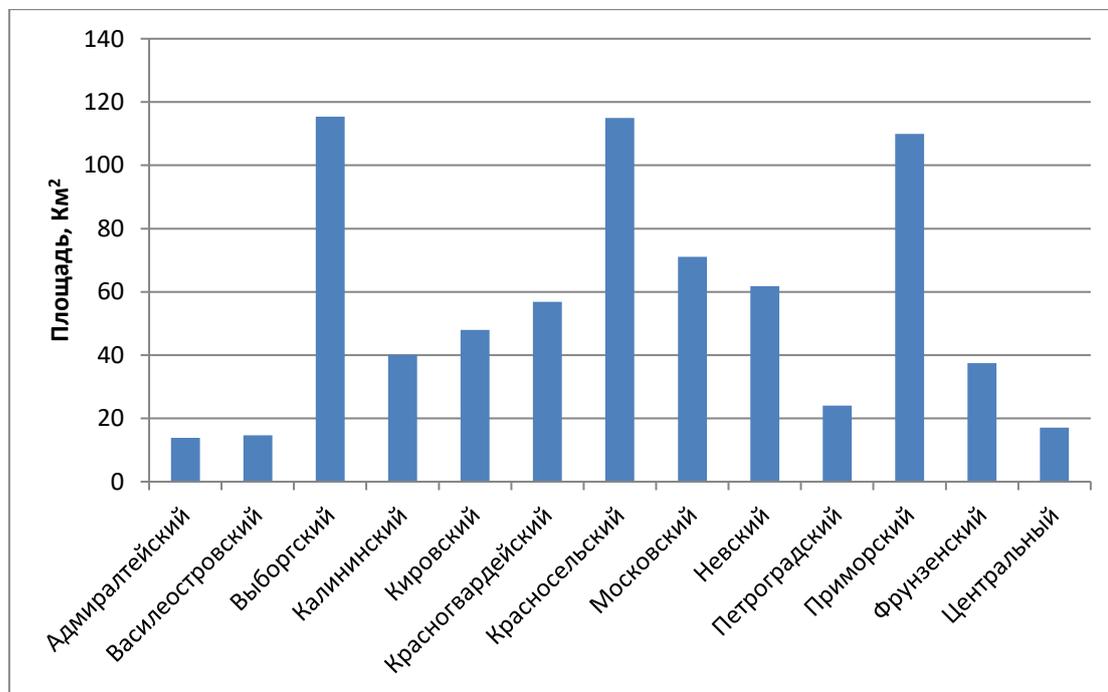


Рис. 17. Площади административных районов.

Выводы, полученные по результатам анализа данных:

- Расположение станций скорой медицинской помощи выглядит нерациональным с точки зрения их территориальному положения в административных районах города.
- Выявлены «проблемные районы» как Василеостровский, Выборгский, Приморский.

3.2 Вероятностно-статистическая модель

Для решения нашей задачи мы рассматриваем 2 подпериода (с 8 утра до 20 вечера) и ночное время (с 20 часов вечера до 8 утра). Такое разбиение принято в связи с передвижением масс населения в эти периоды. Идея заключается в моделировании зоны спроса и необходимого распределения ресурсов скорой помощи для удовлетворения полученного спроса для каждого из подпериодов (день и ночь в нашем случае). Основным ограничением для нашего предложения является фиксированный размер автопарка и вместимость станций. Моделирование состоит из нескольких этапов. Конечным результатом является распределение машин скорой помощи по подпериодам.

Первый этап представляет собой получение коэффициентов спроса для следующих величин, используя оценочные шкалы:

- ✓ численности населения старше трудоспособного возраста,
- ✓ загрязнения воздуха,
- ✓ предполагаемого количества аварий,
- ✓ средней скорости в районе.

Ниже приведены примеры оценочных шкал для каждой из величин. За единицу рассматривается средняя по городу значение. Интервалы получены в результате статистического анализа и подвергнуты экспертной оценке.

Таблица 2. Оценочная шкала для коэффициента численности населения старше трудоспособного возраста.

Численность населения старше трудового возраста	Значение возрастного коэффициента K_1 на выходе
$voz_i < 100000$	0.6
$100000 \leq voz_i < 121250$	0.7
$121250 \leq voz_i < 142500$	0.8
$142500 \leq voz_i < 163750$	0.9
$163750 \leq voz_i < 185000$	1.0
$185000 \leq voz_i < 206250$	1.1
$206250 \leq voz_i < 227500$	1.2
$227500 \leq voz_i < 248750$	1.3
$248750 \leq voz_i < 270000$	1.4
$270000 \leq voz_i$	1.5

Покажем таблицы и для оставшихся коэффициентов.

Таблица 3. Оценка коэффициента загрязнения воздуха.

Значение оценки загрязнения воздуха	Значение коэффициента загрязнения K_2 на выходе
$0 \leq ter_i < 0.5$	0.6
$0.5 \leq ter_i < 1$	0.7
$1 \leq ter_i < 1.5$	0.8
$1.5 \leq ter_i < 2$	0.9
$2 \leq ter_i < 2.2$	1
$2.2 \leq ter_i < 4.5$	1.1
$4.5 \leq ter_i < 6.8$	1.2
$6.8 \leq ter_i < 9.1$	1.3
$9.1 \leq ter_i$	1.4

Таблица 4. Оценочная шкала для коэффициента аварийных случаев.

Число аварий	Значение коэффициента ДТП K_3 на выходе
$0 \leq B_i < 2$	0.6
$2 \leq B_i < 6$	0.7
$6 \leq B_i < 9$	0.8
$9 \leq B_i < 13$	0.9
$13 \leq B_i < 16$	1
$16 \leq B_i < 19$	1.1

$19 \leq B_i < 24$	1.2
$24 \leq B_i < 30$	1.3
$30 \leq B_i$	1.4

Таблица 5. Коэффициент средней скорости.

Средняя скорость в районе	Значение коэффициента скорости K_4 на выходе
$skor_i > 68$	0.6
$62 < skor_i \leq 68$	0.7
$56 < skor_i \leq 62$	0.8
$50 < skor_i \leq 56$	0.9
$44 < skor_i \leq 50$	1
$38 < skor_i \leq 44$	1.1
$32 < skor_i \leq 38$	1.2
$26 < skor_i \leq 32$	1.3
$20 < skor_i \leq 26$	1.4
$skor_i \leq 20$	1.5

Получив необходимые значения коэффициентов K_1, K_2, K_3, K_4 , можем перейти к расчёту функции спроса. Количество жителей в ночной период мы берем по данным из переписи, в случае дневного периода оно является случайной величиной, заданной по асимметричному нормальному распределению. Коэффициент α получен благодаря данным, предоставленным Медицинским информационно-аналитическим центром. Проанализировав данные, мы получили необходимый нам коэффициент α [55].

На втором этапе рассматриваются параметры предложения. На рис. **Ошибка! Источник ссылки не найден.**6 можно видеть распределение подстанций, а также станций скорой помощи при поликлиниках. Как было указано выше, мы выявили «проблемные районы», такие как Приморский район, Василеостровский район и восточную часть Калининского района.

Для оценки средней скорости была написана программа на языке JavaScript. Из неё мы получали данные о скорости на интересующих нас участках дороги. Рассмотрим на примере подстанции №5 (рис. 18). Чтобы

рассчитать среднюю скорость в районе работы станции, мы рассмотрели скорость в 6 точках, лежащих достаточно близко к месту расположения выбранной станции. Таким образом были рассчитаны средние точки для каждой из наших станций.

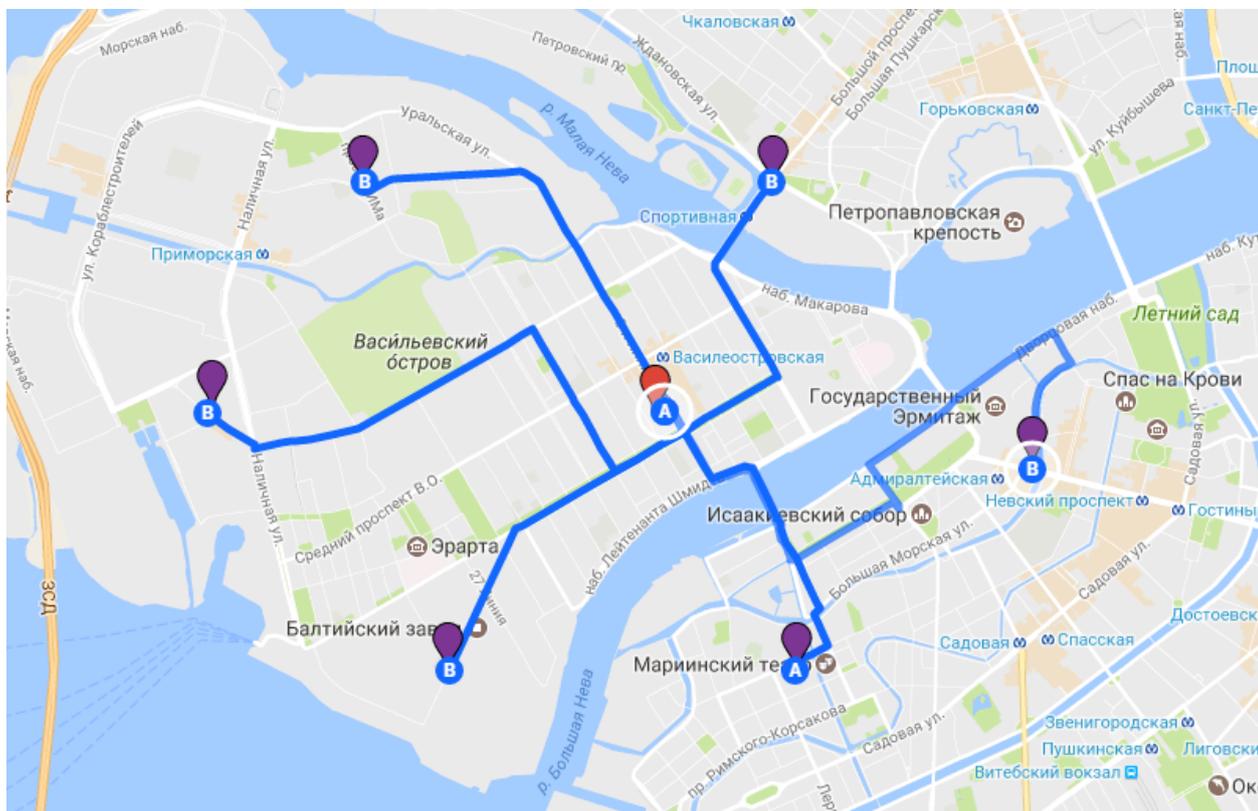


Рис. 18. Получение оценки средней скорости.

На третьем этапе, производя расчеты, мы получаем распределение, соответствующее количеству машин, которое должно быть назначено на каждую станцию.

3.3 Интерпретация результатов

Программная реализация разработанной модели была проведена в среде программирования JAVA в среде IntelliJIDEA. Визуализация данных произведена с помощью QlikView. В качестве одного из ключевых параметров была рассмотрена средняя скорость в районе работы станции. На рис. 19 показано, как выглядят входные данные для скрипта, который собирает информацию с сервиса Яндекс.Карты [15].

```
input test.txt x info.txt x machine.config x autoexec.cfg x вход.txt x
1 1 59.970974 30.309939 59.963180, 30.294469
2 2 59.970974 30.309939 59.958867, 30.303926
3 3 59.970974 30.309939 59.954347, 30.293626
4 4 59.970974 30.309939 59.956155, 30.320921
5 5 59.970974 30.309939 59.979240, 30.286203
6 6 59.970974 30.309939 59.974701, 30.325883
7 7 59.92864, 30.349573 59.916834, 30.317880
8 8 59.92864, 30.349573 59.907610, 30.345174
9 9 59.92864, 30.349573 59.923901, 30.387403
10 10 59.92864, 30.349573 59.934843, 30.332300
11 11 59.92864, 30.349573 59.940786, 30.347749
12 12 59.92864, 30.349573 59.938461, 30.375043
13 13 59.892559, 30.411251 59.888159, 30.421630
14 14 59.892559, 30.411251 59.888580, 30.402640
15 15 59.892559, 30.411251 59.894900, 30.400130
16 16 59.892559, 30.411251 59.896927, 30.408606
17 17 59.892559, 30.411251 59.896539, 30.423154
18 18 59.892559, 30.411251 59.893110, 30.428433
19 19 59.911335, 30.292081 59.911546, 30.276481
20 20 59.911335, 30.292081 59.904287, 30.291172
21 21 59.911335, 30.292081 59.919027, 30.307608
22 22 59.911335, 30.292081 59.913209, 30.334387
23 23 59.911335, 30.292081 59.922080, 30.293189
24 24 59.911335, 30.292081 59.899816, 30.319127
25 25 59.935764, 30.276495 59.937266, 30.258449
26 26 59.935764, 30.276495 59.928608, 30.268491
27 27 59.935764, 30.276495 59.941917, 30.305828
28 28 59.935764, 30.276495 59.950744, 30.266174
29 29 59.935764, 30.276495 59.937568, 30.233472
30 30 59.935764, 30.276495 59.926561, 30.296366
31 31 59.962237, 30.483907 59.969139, 30.481053
32 32 59.962237, 30.483907 59.971333, 30.497018
33 33 59.962237, 30.483907 59.962426, 30.466376
34 34 59.962237, 30.483907 59.955841, 30.467149
```

Рис 19. Пример входных данных.

Мы формируем 360 строк (рис. 19), для каждой станции отбирались 6 точек. Первый столбец – индекс точки, второй и третий – это координаты станции на карте, а четвертый и пятый столбец представляют собой координаты точки. Составив таким образом текстовый документ входных данных, отправляем его далее в скрипт.

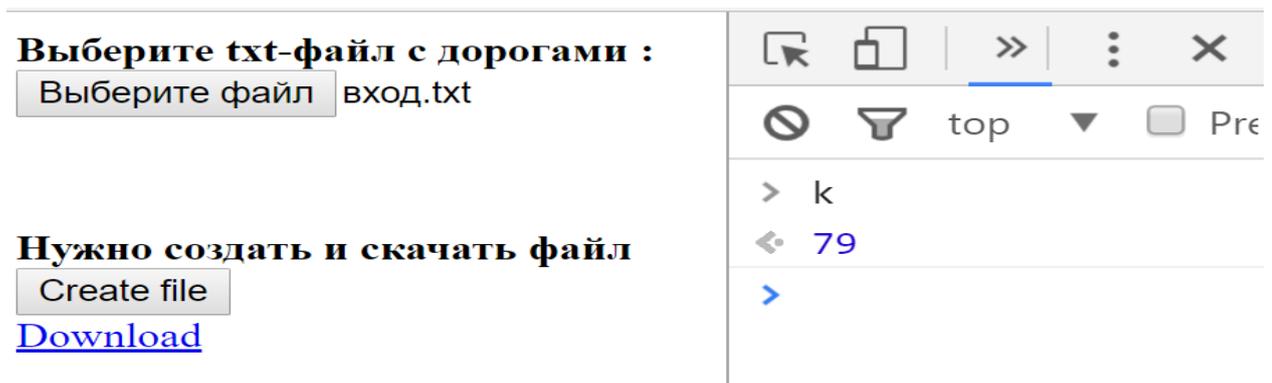


Рис. 20. Скрин работы скрипта.

Переменная k , которую мы можем наблюдать на консоли разработчика, помогает нам узнать, сколько строк уже обработано программой. Запуск программы происходит при нажатии клавиши “Create file”. Собрав таким образом информацию о скорости в районе, мы получаем следующий текстовый файл на выходе.

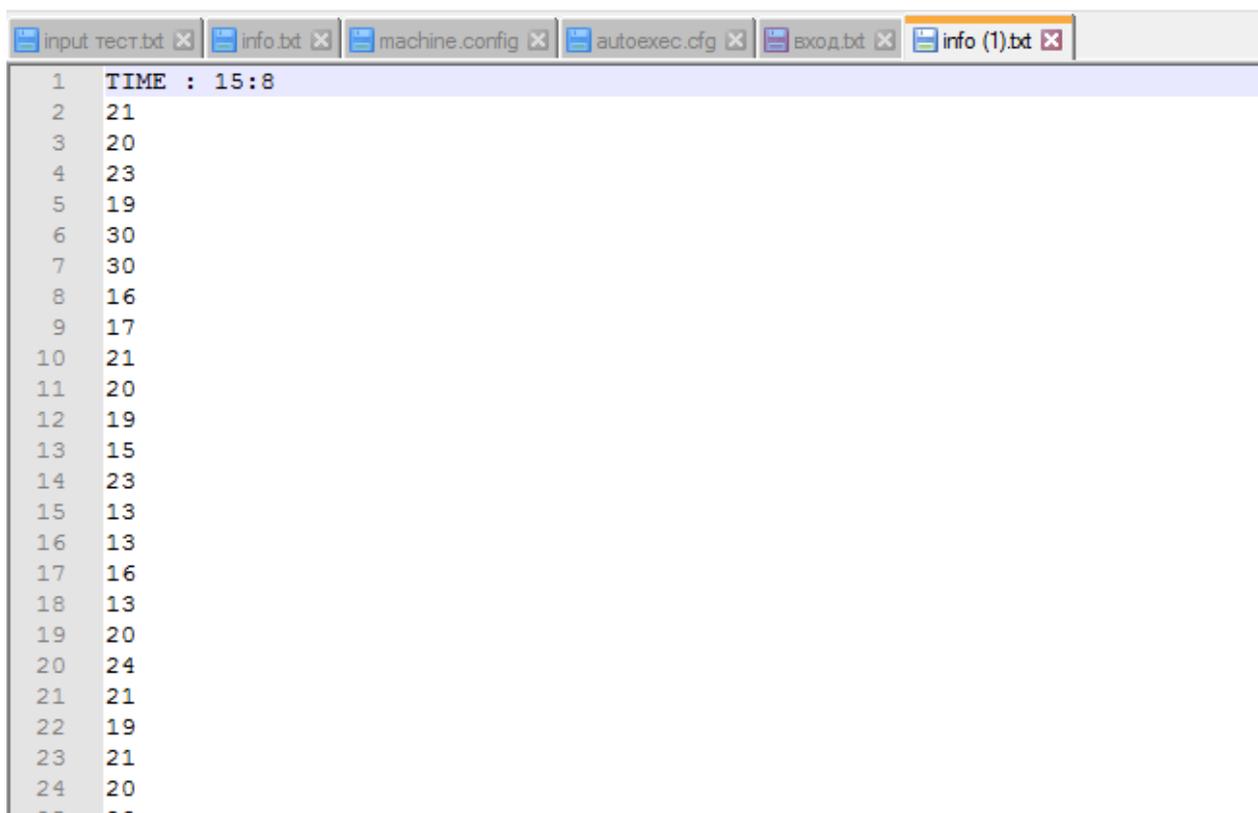


Рис. 21. Пример выходных данных.

2. количество машин 130 и ограничения на станции в 3 машины.
 3. количество машин 150 и ограничения на станции в 5 машины.
 4. количество машин 150 и ограничения на станции в 3 машины.
- Полученные решения задачи приведены на рисунках 23-26.

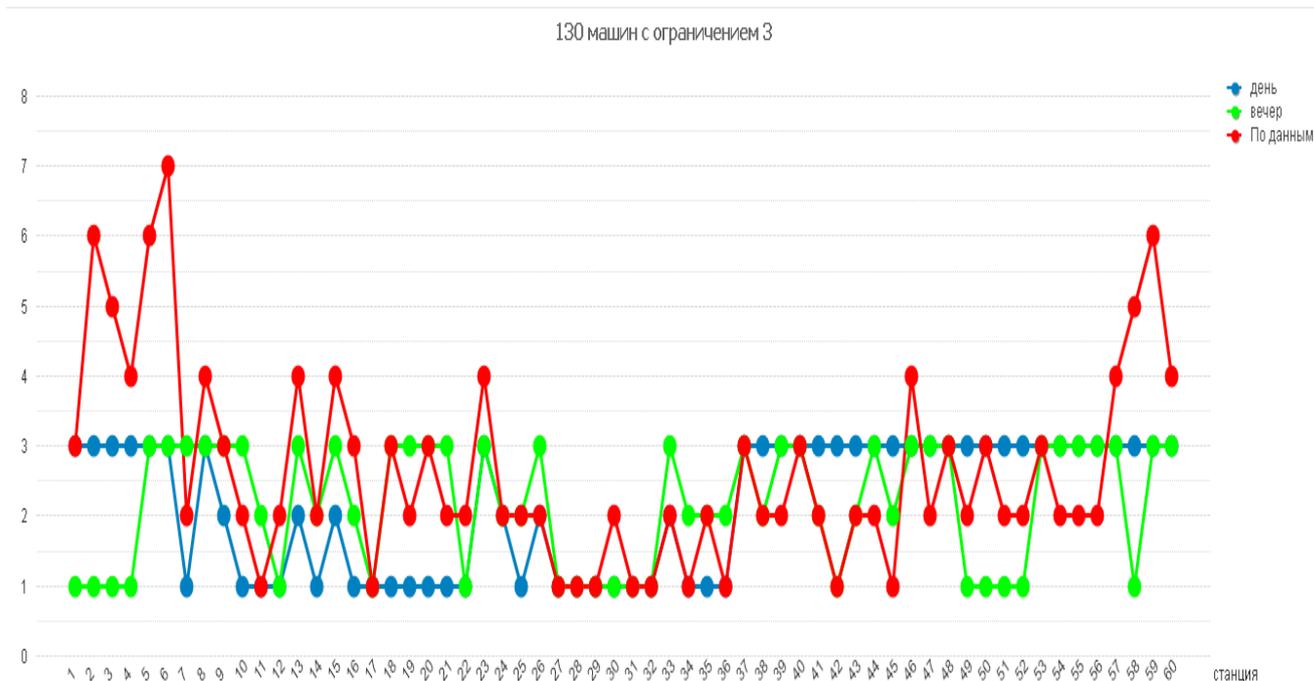


Рис.23. Решение при 130 машинах и ограничении в 3 машины.

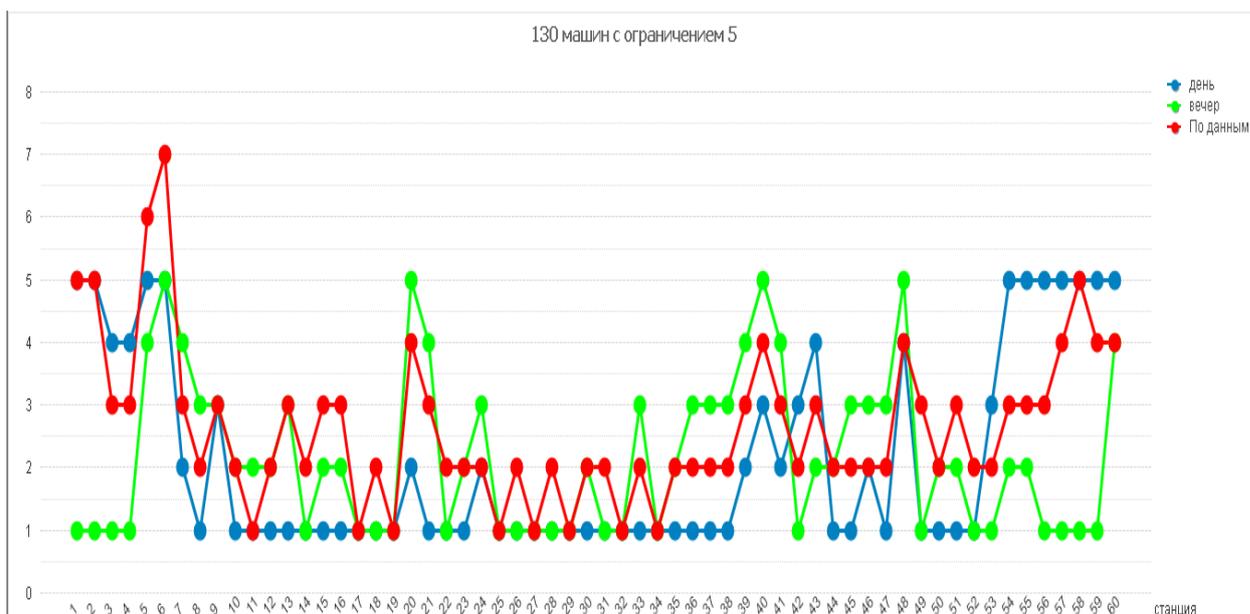


Рис.24. Решение при 130 машинах и ограничении в 5 машин.

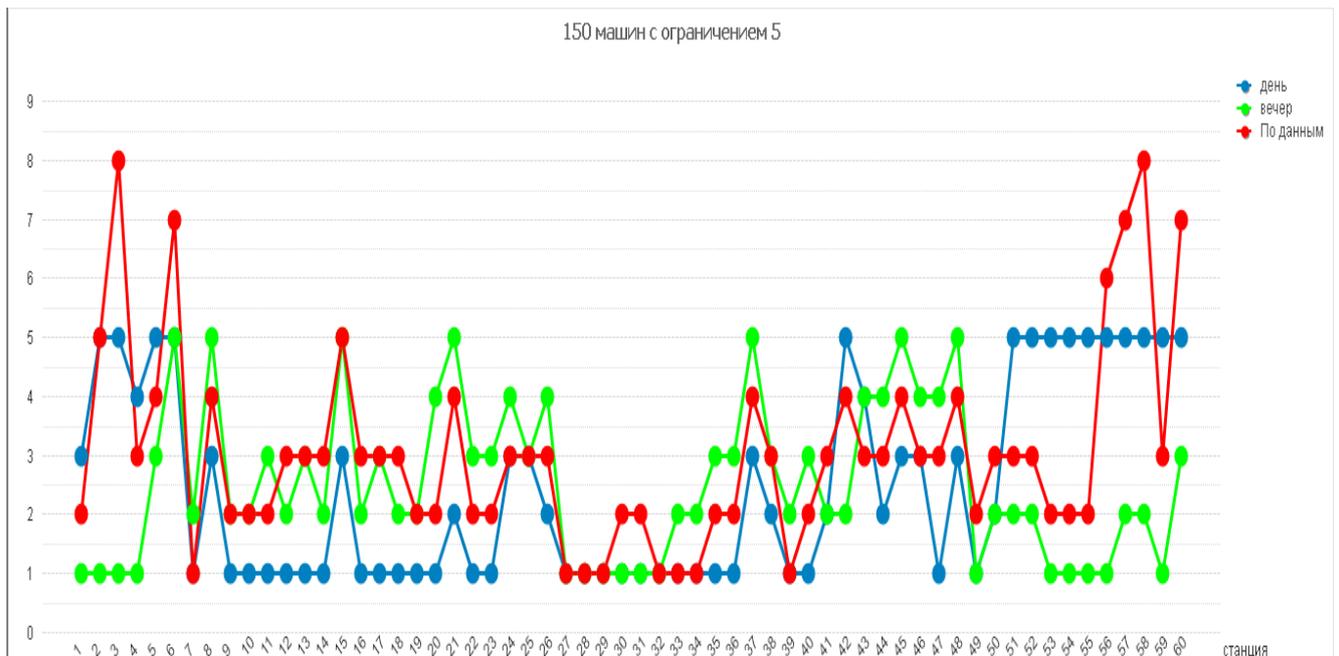


Рис. 25. Решение при 150 машинах и ограничении в 5 машин.

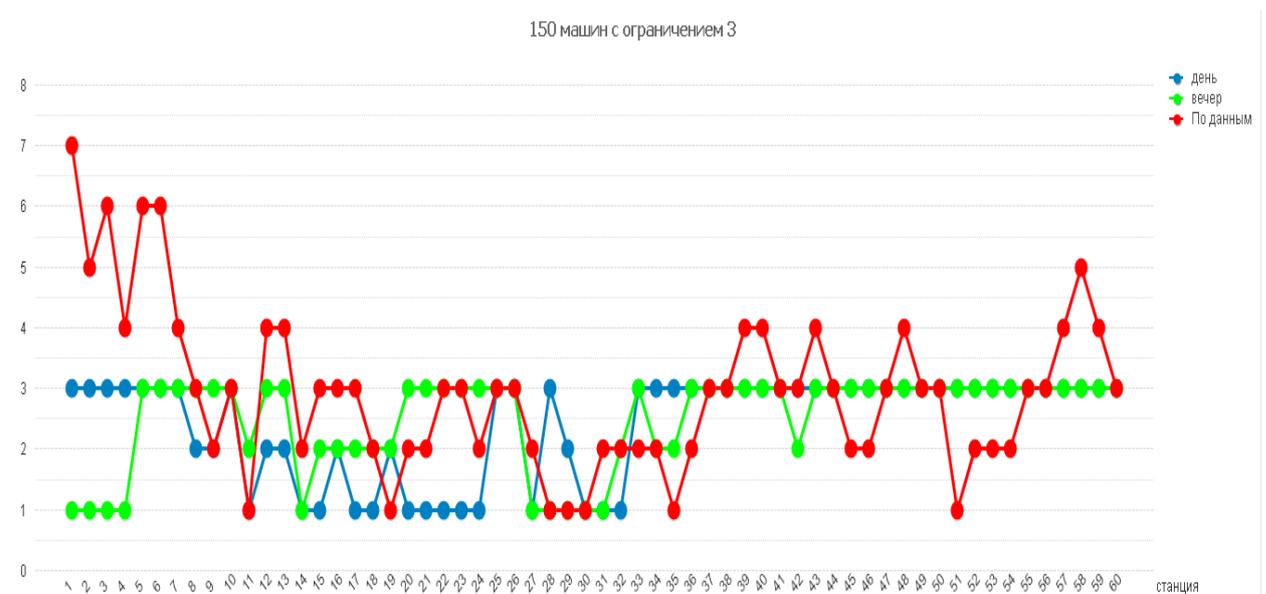


Рис. 26. Решение при 150 машинах и ограничении в 3 машины.

Рассмотрим внимательнее полученные результаты. Во-первых, стоит отметить, что линия «по данным» показывает необходимое распределение машин для полученного спроса, в случае отсутствия каких-либо ограничений. Количество машин в таком случае колебалось в пределах 165-190 единиц. При построении нашей модели мы делали акцент на том, чтобы перемещать или

убирать машины со станций с наименьшим показателем загруженности. Полученная загруженность системы для одной из наших задач представлена на диаграмме на рисунке 27.

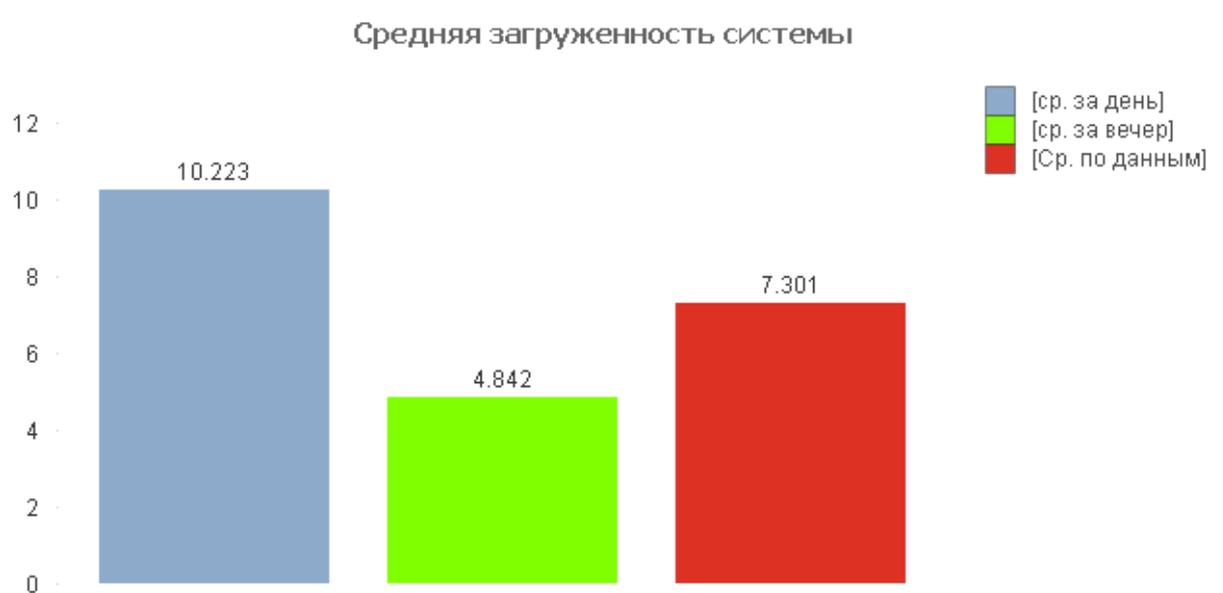


Рис. 27. Средняя загруженность системы в 150 машин и ограничением 5 машин.

После каждого изменения в расположении машин делается перерасчёт данного показателя, таким образом решение стремится к приблизительно одинаковой минимально возможной в предполагаемых условиях загруженности машин по городу. Рис. 27 показывает значения загруженности системы для каждого из рассмотренного случая. При расчёте данной величины для размера автопарка, который был получен без применения к нему ограничений, т.е. от 165 до 190 машин, было получено значение 7,3 вызова на одну машину в среднем по всему городу. После использования мультипериодичности мы добились уменьшения загруженности машин в вечерний период на 2,5 вызова, что составляет почти 35% от загруженности системы без ограничений на размер автопарка, поступающего на одну машину, но при этом в дневной период наблюдалось увеличение данного показателя почти на 3 вызова, что показывает повышение рассматриваемого значения практически на 40%. Причиной такому повышению служит большее количество машин скорой помощи в системе, когда мы не использовали

ограничения, в свою очередь, полученное понижение загруженности машин в вечерний период говорит об эффективности разработанного метода. Стоит также отметить, что линия, отмеченная красным цветом (на рис. 23-26), часто находится между зелёной и синей линиями, что говорит об эффективности использования мультипериодичности [14,58]. Если рассмотреть выявленный ранее выявленный «проблемный» Приморский район, то можно увидеть удивительный результат, что системы показывают приблизительно равный результат (рис. 28). Приморский район представляют станции 44-48. Как видно из графика загруженность этих станций практически не меняется в течение суток, что говорит о нагрузке, не требующей перераспределения в течение суточного периода.

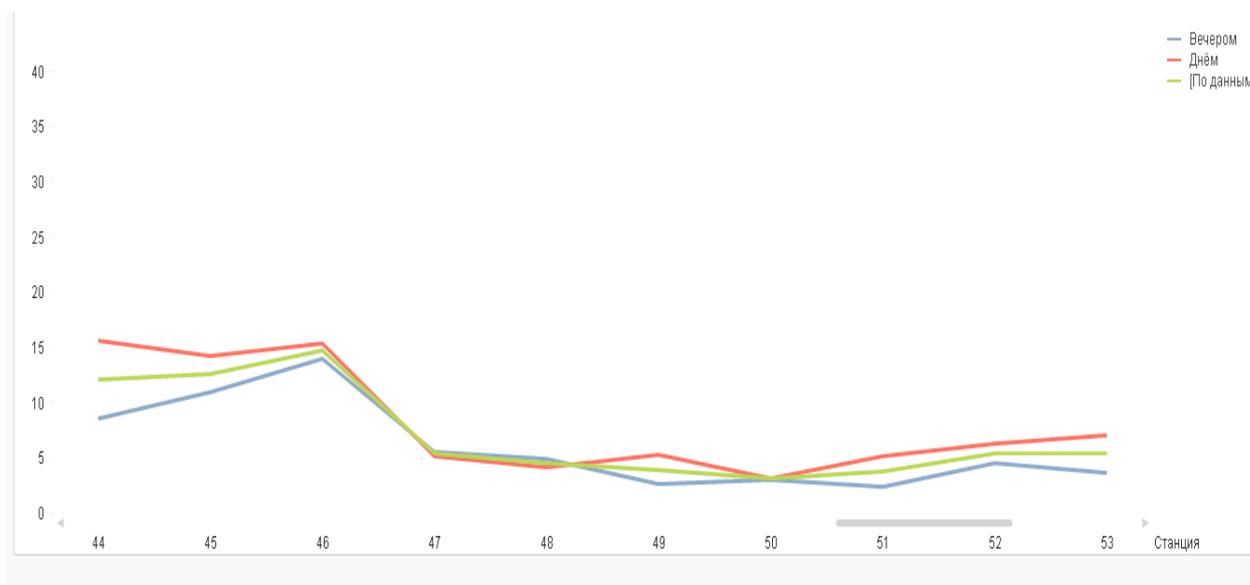


Рис. 28. Загруженность системы в 150 машин и ограничением 5 машин в Приморском районе.

При этом наблюдается существенная разница, например, в Петроградском районе (рис. 29). Как видно из графика на станциях, отмеченных на рис. 29 номерами 42 и 43, нагрузка на машину скорой помощи достигает достаточно большой величины. Причиной такого всплеска в дневное время суток является низкая скорость в районе работы станций. Таким образом, необходимость перераспределения машин из района, где есть всплеск в один из периодов и затишье в другом, при том, что мы уменьшили

количество машин в этом районе в вечерний период, подтверждает мысль об эффективности внедрения мультипериодичности для системы скорой помощи.

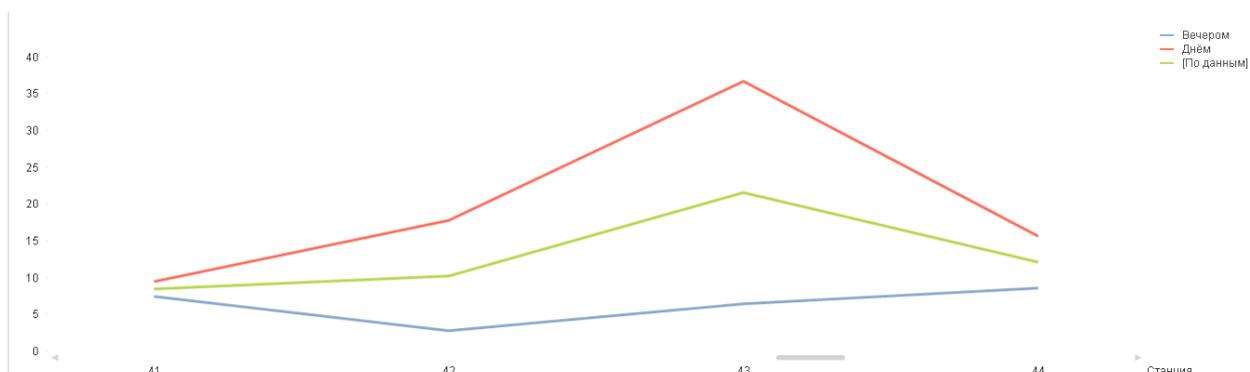


Рис. 29. Загруженность системы в 150 машин и ограничением 5 машин в Петроградском районе.

В процессе поиска информации по данным скорой медицинской были найдены источники других городов, что дало возможность рассчитать вероятность поступления звонка на станцию [56, 57]. По Санкт-Петербургу часть информации была предоставлена Медицинским Информационно-Аналитическим Центром, которая дала возможность расчёта функции спроса.

Заключение

В ходе выполнения работы были осуществлены следующие пункты:

- осуществлен обзор научной литературы, рассмотрены модели по системе скорой помощи и методы решения;
- проведен анализ работы системы скорой помощи в г. Санкт-Петербург;
- выявлены «проблемные» участки города Санкт-Петербург;
- осуществлено построение вероятностно-статистической модели распределения ресурсов системы скорой помощи, использующее введение мультипериодичности;
- проведено имитационное моделирование работы системы, в которой была использована мультипериодичность;
- разработано программное обеспечение для получения распределения машин для каждого из выбранных подпериодов.

Проведенное моделирование дает в результате рекомендованное расположение машин для выбранных подпериодов. При этом разработанная программа остается гибкой к изменениям условий или дополнению других элементов, которые необходимо рассмотреть.

Список литературы

1. [Электронный ресурс]: <http://www.03spb.ru/> Дата посещения: 23.03.2015.
2. [Электронный ресурс]: <http://www.aif.ru/dontknows/1230226>. Дата посещения: 15.03.2015.
3. Takeda R.A., Widmer J.A., Morabito R. Analysis of ambulance decentralization in urban emergency medical service using the hypercube queueing model // Computers and Operational Research. 2007. Vol. 34. P. 727-741.
4. [Электронный ресурс]: <http://www.rg.ru/2013/01/28/brit.html>. Дата посещения: 19.02.2015.
5. Электронный ресурс]: <https://www.rosminzdrav.ru/documents/9118-prikaz-ministerstva-zdravoohraneniya-rossiyskoy-federatsii-ot-20-iyunya-2013-g-388n-ob-utverzhenii-poryadka-okazaniya-skoroy-v-tom-chisle-skoroy-spetsializirovannoy-meditsinskoy-pomoschi>. Дата посещения: 20.09.2016
6. Информационно-правовой портал [Электронный ресурс]: <http://www.garant.ru/article/499754/>. Дата посещения: 22.02.2014.
7. Информационный портал [Электронный ресурс] http://ambulances.ru/wheel_types.shtml Дата посещения: 08.04.2017
8. Информационный портал [Электронный ресурс] <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs310/ru/>. Дата посещения: 08.04.2017
9. Крылатов А. Ю. Оптимальные стратегии управления транспортными потоками на сети из параллельных каналов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 10: Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2014. № 2. С. 120-129.
10. Единая межведомственная информационно-статистическая система [Электронный ресурс]: <http://www.fedstat.ru/indicator/data.do>. Дата посещения: 13.03.2015.

- 11.[Электронный ресурс]:
https://gov.spb.ru/gov/otrasl/c_health/news/102381/. Дата посещения:
21.01.2017.
- 12.[Электронный ресурс]: <http://topspb.tv/news/news25049//>. Дата
посещения: 08.04.2017
- 13.[Электронный ресурс]: <http://spb2020.livejournal.com/> Дата посещения:
05.04.2015.
- 14.Shavidze G.G., Balykina Y.E., Lejnina E.A., Svirkin M.V. Mathematical
model of ambulance resources in Saint Petersburg // AIP Conference
Proceedings. 2016, Vol. 1738. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4951883>
- 15.[Электронный ресурс]: <https://yandex.ru/maps> Дата посещения:
25.04.2015.
- 16.Toregas C.R., Swain R., ReVelle C.S., Bergman L. The location of emergency
service facilities // Operations Research. 1971. Vol.19. pp. 1363-1373.
- 17.Church R.L., ReVelle C.S. The maximal covering location problem // Papers
of the Regional Science Association. 1974. Vol. 32. pp. 101-118.
- 18.Hogan K., ReVelle C.S. Concepts and applications of backup coverage //
Management Science. 1986. Vol. 34. pp.1434-1444.
- 19.Berman O., Krass D., Drezner Z. The gradual covering decay location
problem on a network // European journal of Operational Research. 2003. Vol.
151. pp. 474-480.
- 20.Gendreau M., Laporte G., Semet F .Solving an ambulance location model by
Tabu search // Location Science. 1997. Vol. 27. pp. 1641-1653.
- 21.Schilling D.A., Elzinga D.J., Cohon J., Church R.L., ReVelle C.S. The
TEAM/FLEET models for simultaneous facility and equipment sitting //
Transportation Science. 1979. Vol. 13. pp. 163-175.
- 22.Daskin M.S. A maximum expected location model: Formulation, properties
and heuristic solution // Transportation Science. 1983. Vol. 7. pp. 48-70.

23. Pinto L.R., Silva P.M.S., Young T.P. A generic method to develop simulation models for ambulance systems // *Simulation Modelling Practice and Theory*. 2015. Vol. 51. pp. 170-183.
24. McCormack R., Coates G. A simulation model to enable the optimization of ambulance fleet allocation and base station location for increased patient survival // *European Journal of Operational Research*. 2015. Vol. 247. pp. 294-309.
25. Naoum-Sawaya J., Elhendi S. A stochastic optimization model for real-time ambulance redeployment // *Computers & Operations Research*. 2013. Vol. 40. pp. 1972-1978.
26. Knight V.A., Harper P.R., Smith L. Ambulance allocation for maximal survival with heterogeneous outcome measures // *Omega*. 2012, Vol. 40, Iss. 6. pp. 918-926.
27. Nickel S., Reuter-Oppermann M., Saldanha-da-Gama F. Ambulance location under stochastic demand: A sampling approach // *Operations Research for Health Care*. 2016. Vol. 8. pp. 24-32.
28. Shariat-Mohaymany A., Babaei M., Moadi S., Amiripour M. S. Linear upper-bound unavailability set covering models for locating ambulances: Application to Tehran rural roads // *European Journal of Operational Research*. 2012. Vol. 221. pp. 263-272.
29. Marianov V., Serra D. Probabilistic maximal covering location-allocation models for congested systems // *Journal of Regional Science*. 1998. pp. 401-424.
30. ReVelle C.S., Hogan K. The maximum availability location problem // *Transportation Science*. 1989. Vol. 23. p. 192-200.
31. ReVelle C., Hogan K. The maximum reliability location problem and alpha-reliable p-center problems: derivatives of probabilistic location set covering problem // *Annals of Operations Research*. 1989. Vol. 18. pp. 155-174.

32. Rajagopalan H.K., Saydam C. A minimum expected response model: Formulation, heuristic solution and application // *Socio-Economic Planning Sciences*. 2009. Vol. 43. pp. 253-262.
33. Batta R., Dolan J.M., Krishnamurty N.N. The maximal expected covering location problem: Revisited // *Transportation Science*. 1989. Vol. 23. pp. 277-287.
34. Ball M.O., Lin L.F. A reliability model applied to emergency service vehicle location // *Operations Research*. 1993. Vol. 41. pp. 18-36.
35. Marianov V., ReVelle C.S. The queuing probabilistic location set covering problem and some extensions // *Socio-Economic Planning Sciences*. 1994. Vol. 28, Iss. 3. pp. 167-178.
36. Goldberg J., Dietrich R., Chen J.M., Mitwasi M.G. Validating and applying a model for locating emergency medical services in Tucson, AZ // *European Journal of Operational Research*. 1990. Vol. 49, Iss. 3. pp. 308-324.
37. Repede J.F., Bernardo J.J. Developing and validating a decision support system for locating emergency medical vehicles in Louisville, Kentucky // *European Journal of Operational Research*. 1994. Vol. 75, Iss. 3. pp. 567-581.
38. Mandell M.B. Covering models for two-tiered emergency medical services systems // *Location Science*. 1998. Vol. 6. P. 355-368.
39. Gendreau M., Laporte G., Semet F. The maximal expected coverage relocation problem for emergency vehicles // *Journal of Operational Research Society*. 2006. Vol. 57, Iss. 1. pp. 22-28.
40. Maleki M., Majlesinasab N., Sepehri M. Two new models for redeployment of ambulances // *Computers & Industrial Engineering*. 2014. Vol 78. pp. 271-284.
41. Van den Berg L.P., Aardal K. Time-dependent MEXCLP with start-up and relocation cost // *European Journal of Operational Research*. 2015. Vol. 242. pp. 383-389.

42. Gendreau M., Laporte G., Semet F. A dynamic model and parallel Tabu search heuristic for real-time ambulance relocation // *Parallel Computing*. 2001. pp. 1641-1653.
43. Schmid V., Doerner K.F. Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times // *European Journal of Operational Research*. 2010. Vol. 207, Iss. 3. pp. 1293-1303.
44. Rahagopalan H.K., Saydam C., Xiao J. A multiperiod set covering location model for dynamic redeployment of ambulances // *Computers and Operations research*. 2008. Vol.35, Iss. 3. pp. 814-826.
45. Bulla D. N., P.M. Scott. Manpower requirement forecasting: a case example // *Strategic human resource planning applications*. 1987. pp 145-155.
46. [Электронный ресурс]:
http://petrostat.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_ts/petrostat/resources/4e67d90040bd4afc874f87a3e1dde74c/%D0%A1%D0%9F%D0%B1+%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB+%D0%BD%D0%B0+01.01.2017+%D0%BF%D0%BE+%D0%9C%D0%9E.pdf. Дата посещения: 22.02.2017.
47. [Электронный ресурс]:
<http://spb.allnw.ru/admiralteisky/admiralteiskyhistori.html>. Дата посещения: 26.10.2015.
48. Петростат [Электронный ресурс]:
http://petrostat.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_ts/petrostat/resources/6e3e7e80428b0a34a1a6ed2d59c15b71/ВПН-2010+Сборник+Возрастно-половой+состав+населения+СПб+и+состояние+в+браке.PDF Дата посещения: 30.08.2015.
49. [Электронный ресурс]:
<http://www.the-village.ru/village/city/situation/246267-pensioner>. Дата посещения: 23.01.2017.
50. [Электронный ресурс]:
http://petrostat.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_ts/petrostat/resources/e150360044c291d4b000f520d5236cbc/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B3%

D0%BD%D0%BE%D0%B7 2014 %D0%A1%D0%9F%D0%B1 %D0%9B%D0%9E.pdf Дата посещения: 23.01.2017.

51. Экологический портал [Электронный ресурс]: <http://www.infoeco.ru/index.php?id=53>. Дата посещения: 24.03.2017.
52. [Электронный ресурс]: http://mos03.ru/news/stationnews/Samoy_rasprostrannaya_prichina_vyzo_va_skoroy_pomoshchi_v_Moskve/. Дата посещения: 28.04.2015.
53. [Электронный ресурс]: <https://yandex.ru/company/researches/2016/spb/accidents>. Дата посещения: 19.02.2017.
54. [Электронный ресурс]: <http://www.03spb.ru/skoraya-pomoshh-pri-poliklinikah.html>. Дата посещения: 17.04.2015.
55. [Электронный ресурс]: <http://zdrav-spb.ru/>. Дата посещения: 07.05.2015.
56. [Электронный ресурс]: <http://03solikamsk.ru/doc/statisticheskie-dannye>. Дата посещения: 03.05.2015.
57. [Электронный ресурс]: <http://www.mos03.ru/>. Дата посещения: 17.05.2015.
58. Шавидзе Г.Г., Балыкина Ю. Е., Лежнина Е. А., Свиркин М. В. Математическое моделирование распределения ресурсов скорой помощи г. Санкт-Петербурга // Устойчивость и процессы управления. Материалы III международной конференции. 2015. стр. 453-454

Приложение 1 (Script)

```
<!DOCTYPE html><html>

<head>

  <title>Маршрут с учётом пробок</title>

  <meta charset="utf-8">

  <meta http-equiv="Content-Type" content="text/html; charset=utf-8" />

  <script src="http://api-maps.yandex.ru/2.0/?load=package.standard,package.geoObjects,package.route&lang=ru-
RU" type="text/javascript"></script>

  <script src="http://yandex.st/jquery/1.6.4/jquery.min.js" type="text/javascript"></script>

</head>

<body>

  <div id="page-wrapper">

    <strong> Выберите txt-файл с дорогами :

      <input type="file" id="fileInput"> </strong>

      <pre id="fileDisplayArea"><pre>

</div>

  <p id="result"></p>

  <p>&nbsp;</p>

  <strong> Нужно создать и скачать файл </strong>

  <button id="create">Create file</button> <a download="info.txt" id="downloadlink" style="display:
none">Download</a>

<script>

  var coors = "";

  var lines = "";

  var route;

  var k = 0;

  var d = new Date();

  var MyBlobBuilder = function() {

    this.parts = [];

  }

  MyBlobBuilder.prototype.append = function(part) {

    this.parts.push(part);
```

```

    this.blob = undefined;
};

MyBlobBuilder.prototype.getBlob = function() {
    if (!this.blob) {
        this.blob = new Blob(this.parts, {
            type: "text/plain"
        });
    }
    return this.blob;
};

var myBlobBuilder = new MyBlobBuilder();

myBlobBuilder.append("TIME : " + d.getHours().toString() + ":" + d.getMinutes().toString() + "\n");

window.onload = function() {
    var fileInput = document.getElementById('fileInput');
    var fileDisplayArea = document.getElementById('fileDisplayArea');

    fileInput.addEventListener('change', function(e) {
        var file = fileInput.files[0];

        var reader = new FileReader();

        reader.onload = function(e) {
            lines = reader.result.split("\n");

            workWithCoors(lines);
        }

        reader.readAsText(file);
    });
}

function workWithCoors(lines) {
    ymaps.ready(init);
}

function init() {
    var chain = Promise.resolve();

    lines.forEach(line =>

```

```

chain = chain

    .then(() => getRoute(line))

    .catch(() => Promise.resolve())

    .then(route => addToBlob(route))

);

}

function getRoute(line) {

    var coors = line.split(" ");

    if (coors[1] == 43 || coors[2] == 43 || coors[1] == 201 || coors[2] == 201 || coors[1] == 251 || coors[2] == 251 ||
coors[1] == 42 || coors[2] == 42 || coors[1] == 38 || coors[2] == 38 || coors[1] == 45 || coors[2] == 45 || coors[1] ==
252 || coors[2] == 252 || coors[1] == 199 || coors[2] == 199 || coors[1] == 142 || coors[2] == 142 || coors[1] == 11 ||
coors[2] == 11 || coors[1] == 21 || coors[2] == 21 || coors[1] == 79 || coors[2] == 79) {

        return route = ymaps.route([

            [parseFloat(coors[3]), parseFloat(coors[4])], {

                type: 'wayPoint',

                point: [parseFloat(coors[5]), parseFloat(coors[6])]

            }

        ], {

            avoidTrafficJams: true

        })

    } else {

        return route = ymaps.route([

            [parseFloat(coors[3]), parseFloat(coors[4])], {

                type: 'wayPoint',

                point: [parseFloat(coors[5]), parseFloat(coors[6])]

            }

        ])

    }

}

function addToBlob(route) {

    if (!route){

        document.getElementById("result").value = "Error: \"Can't construct a route\"";

```

```

        myBlobBuilder.append(document.getElementById("result").value.split("&")[0] + "\n");

        k = k + 1;

    } else{

        document.getElementById("result").value =
(parseInt(3.6*route.getLength()/route.getJamsTime())).toString();

        myBlobBuilder.append(document.getElementById("result").value.split("&")[0] + "\n");

        k = k + 1;

    }

    return Promise.resolve();

}

var urlOfTextFile = null;

var create = document.getElementById('create');

var textbox = document.getElementById('textbox');

create.addEventListener('click', function() {

    var link = document.getElementById('downloadlink');

    link.href = makeUrlForTextFile();

    link.style.display = 'block';

}, false);

makeUrlForTextFile = function() {

    var data = myBlobBuilder.getBlob();

    if (urlOfTextFile !== null) {

        window.URL.revokeObjectURL(urlOfTextFile);

    }

    urlOfTextFile = window.URL.createObjectURL(data);

    return urlOfTextFile;

};

</script>

</body>

</html>

```

Приложение 2 (Фрагмент кода программы)

```
package NIR;

import org.knowm.xchart.*;
import org.knowm.xchart.demo.charts.ExampleChart;
import org.knowm.xchart.demo.charts.theme.ThemeChart03;
import org.knowm.xchart.style.Styler;
import org.knowm.xchart.style.markers.SeriesMarkers;
import java.util.ArrayList;
import java.util.List;
/**
 * Created by Григорий on 21.11.2016.
 */
public class Solution{
    public static void main(String[] args) {
        DTP.dtp();
        Naselenie.NaselenieYtro.NaselenieYtro();
        Naselenie.NaselenieVecher.NaselenieVecher();
        VozrastnoeNaselenie.VozrastYtro.VozrastYtro();
        VozrastnoeNaselenie.VozrastVecher.VozrastVecher();
        Skorost.SkorostYtro();
        Skorost.SkorostVecher();
        Zagryaznenie.Zagryaznenie();
        Spros.SprosYtro.SprosYtro();
        Spros.SprosVecher.SprosVecher();

        Predlojenie.PloshadDlyaStancii();
        Predlojenie.PredlojenieYtro.PredlojenieYtro();

        Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RaspredelenieYtro();
        Predlojenie.PredlojenieVecher.PredlojenieVecher();
        Raspredelenie.RaspredelenieVecher.RaspredelenieVecher();

        System.out.println();
        int sum =0;
        for (int i = 0; i < 60; i++) {

System.out.print(Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RasredelenieMashinYtrom1[
i] + " ");
            sum +=
Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RasredelenieMashinYtrom1[i];
        }
        System.out.println();
        System.out.println(sum);
        for (int i = 0; i < 60; i++) {

System.out.print(Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RasredelenieMashinYtrom2[
i] + " ");
        }
        System.out.println();
        System.out.println();
        for (int i = 0; i < 60; i++) {

System.out.print(Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RasredelenieMashinYtrom[i
] + " ");
        }
        System.out.println();
        sum = 0;
        for (int i = 0; i < 60; i++) {
```

```

        sum +=
Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RasredelenieMashinYtrom[i];
    }
    System.out.println(sum);
    Raspredelenie.RaspredelenieVecher.RaspredelenieVecher();
    for (int i = 0; i < 60; i++) {

System.out.print (Raspredelenie.RaspredelenieVecher.RasredelenieMashinVeche
rom[i] + " ");
    }
    System.out.println();
    sum = 0;
    for (int i = 0; i < 60; i++) {
        sum +=
Raspredelenie.RaspredelenieVecher.RasredelenieMashinVecherom[i];
    }
    System.out.println(sum);
    System.out.println();
    double summ=0;
    for (int i = 0; i < 60; i++) {
        System.out.print (Spros.SprosYtro.SprosY[i] + " ");
        summ +=
Spros.SprosYtro.SprosY[i]/Raspredelenie.RaspredelenieYtro.RasredelenieMash
inYtrom[i];
    }
    System.out.println();
    System.out.println(summ/60);
    System.out.println();
    summ =0;
    for (int i = 0; i < 60; i++) {
        System.out.print (Spros.SprosVecher.SprosV[i] + " ");
        summ +=
Spros.SprosVecher.SprosV[i]/Raspredelenie.RaspredelenieVecher.Rasredelenie
MashinVecherom[i];
    }
    System.out.println();
    System.out.println(summ/60);

System.out.println(Predlojenie.PredlojenieYtro.PredlojenieSredneeYtro);

System.out.println(Predlojenie.PredlojenieVecher.PredlojenieSredneeVecher)
;
        System.out.println(Raspredelenie.RaspredelenieYtro.OgrSt);
        System.out.println(Raspredelenie.RaspredelenieVecher.OgrSt);
        XYChart chart = Grafic.getChart();
        new SwingWrapper<XYChart>(chart).displayChart();
    }
    public static class Ytro {
    }
    public static class Vecher{
    }
}

```