

**РЕЦЕНЗИЯ**  
на магистерскую диссертацию  
студентки 2 курса магистратуры факультета ПМ-ПУ  
Ачкасовой Ирины Леонидовны  
«Функционально-непрерывные методы Рунге — Кутты  
для уравнений второго порядка»

Диссертация И. Л. Ачкасовой посвящена конструированию явных методов решения функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа второго порядка. Такие уравнения встречаются при моделировании различных процессов, например механических и управляемых систем. В работе изучается возможность построить для частного случая уравнений второго порядка методы более экономичные по соотношению точность/затраты, чем существующие на настоящий момент.

Диссертация организована следующим образом.

Во введении обосновывается интерес к поставленной задаче.

В первой главе описываются методы Рунге — Кутты для решения обыкновенных дифференциальных уравнений и методы Нюстрёма, которые позволяют решать уравнения второго порядка более экономично. Рассматриваются полностью явные методы для функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа и полученные аналогично случаю обыкновенных дифференциальных уравнений методы для уравнения второго порядка без зависимости правой части от производной неизвестной функции, так называемые функционально-непрерывные методы Рунге — Кутты — Нюстрёма.

Во второй главе ставится задача на построение экономичных по числу этапов методов решения функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа второго порядка для более общего случая, чем уравнения допускающие применение функционально-непрерывных методов Рунге — Кутты — Нюстрёма.

В третьей главе формулируются такие методы.

В четвёртой главе проводится построение системы условий порядка для рассматриваемых методов.

В пятой главе приводятся схемы построенных методов четвёртого и пятого порядков и проводится решение тестовых задач. Утверждается, что результаты моделирования подтверждают заявленные порядки методов.

Работа завершается выводами по полученным результатам, заключением, в котором суммируются полученные результаты и делаются выводы, и списком использованной литературы.

В приложении представлены коды на Maple и на Python.

По рецензируемой диссертации следует сделать несколько замечаний.

1. В Замечании 3 (стр. 11) используется термин «обычный порядок», ранее не определённый. Речь, видимо, о «равномерном порядке». При этом, с моей точки зрения, логичнее было бы называть «обычным» дискретный, а не равномерный порядок.

2. В главе 2 «Постановка задачи» (стр. 13) следовало бы привести примеры использования рассматриваемых уравнений второго порядка для моделирования, чтобы обосновать интерес именно к такой специальной форме. В частности, в упомянутой автором книге Т. Эрнё (источник [13] в работе) представлено немало подобных моделей.
3. В формулировке методов ФНРКН (стр. 11) и ФНРК2 (стр. 14) используется обозначение  $y'_n$ . Однако, оно нигде не введено. Скорее всего, это, аналогично введённому на стр. 9  $y_n$ , есть значение функции  $y'_{n-1}(1)$ . Всё же, стоило бы указать это явно.
4. В начале раздела 5.1.5 (стр. 40) написано, что метод пятого порядка строится при обнулении  $b_4$ , но приведённая в табл. 5.2 схема противоречит этому утверждению. Вероятно, утверждение, что  $b_4 = 0$  не правильное, тем более, что даётся без пояснений.
5. Подписи к рисункам 5.1 и 5.3 непонятны. В них упомянуты пунктирные линии и четыре (а–г) варианта. Рисунков только по три, а пунктирных линий — нет.
6. Подписи к осям рисунков тоже разные для одинаковых по сути графиков. Кроме того их очень сложно разобрать на печатном варианте — только при значительном увеличении на экране.
7. По-видимому работа была выполнена в довольно сжатые сроки и потому содержит упомянутые выше неточности и ряд недоработок в оформлении. Например, формулу (1.12) стоило записать в несколько строчек, чтобы так не теснить; в формуле без номера после формулы (1.15) пропущено  $t$  в скобках; в первой формуле стр. 25 точка съехала на новую строку; часто знак  $*$  используется как умножение (в частности, в коэфф. метода 5.1.4), что неправильно в работе по математике.

Поднятые в замечаниях вопросы несколько снижают общее положительное впечатление от работы, однако они не ставят под сомнение высокое качество исследования и значимость полученных результатов.

Представленная диссертация свидетельствует о способностях автора к самостоятельной проведению научных исследований и практической реализации теоретических результатов. Считаю, что магистерская диссертация И. Л. Ачкасовой представляет собой полноценное исследование и заслуживает оценки «отлично», а её автор — присвоения степени магистра.

Рецензент,  
Руководитель проекта  
ООО «Эремекс»

Прикота А. В.