Отзыв научного руководителя
о выпускной квалификационной работе Иосифа Александровича Гордона
“Комбинаторика многогранника липшицевых функций”

Работа Иосифа Гордона посвящена исследованию комбинаторной классификации метрических пространств, предложенной к исследованию в недавней работе Анатолия Моисеевича Вершика.

Именно, каждое метрическое пространство (X, ρ) допускает каноническое вложение в нормированное линейное пространство зарядов на X с суммарным зарядом 0: точке $x \in X$ сопоставляется заряд $e_{x,p} := (\delta_x - \delta_p)/\rho(x, p)$, где $p \in X$ — фиксированная точка (от неё ничего не зависит). Норма Канторовича – Рубинштейна заряда определяется как транспортное расстояние между его положительной и отрицательной компонентами. Равносильное определение: норма заряда η равна супремуму интегралов $\in f d\eta$, где f — 1-Липшицева функция на X. Единичный шар нормы Канторовича – Рубинштейна есть выпуклая оболочка $n(n-1)$ точек вида $e_{x,y}$. Таким образом, каждой метрике на данном конечном множестве X сопоставляется геометрический и комбинаторный объект — помеченный многогранник KR_ρ, являющийся единичным шаром нормы Канторовича – Рубинштейна. Его поляра — единичный шар пространства липшицевых функций многогранник LIP_ρ Если геометрия многогранников $\mathrm{KR}_\rho, \mathrm{LIP}_\rho$ позволяет однозначно восстановить метрику ρ, то комбинаторных типов таких многогранников имеется только конечное количество, что индуцирует разбиение конуса метрик на X на конечное количество частей.

Главный результат дипломной работы Гордона — доказано, что для метрики общего положения f-вектор многогранника KR_ρ (или, что эквивалентно, LIP_ρ) зависит только от n. Отмечу, что это красивое и неожиданное утверждение было высказано в качестве гипотезы самим И. Гордоном — я не сразу поверил, что это так. Затем он предложил использовать для доказательства тонкую комбинаторную идею созвездий, а позже обнаружил связь с унимодулярными триангуляциями многогранника корней.

В заключение приводятся оценки на число комбинаторных типов многогранников (это один из вопросов, поставленных в упомянутой работе Вершика) и устанавливается связь с числом регулярных унимодулярных триангуляций произведения двух симплексов (грани многогранника корней).

Я высоко оцениваю работу Гордона. Отмечу также, что статья по этим результатам опубликована в Arnold Mathematical Journal.

Считаю, что работа полностью заслуживает оценки “отлично.”

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук
доцент
Ф. В. Петров