Санкт-Петербургский государственный университет

**Кафедра моделирования социально-экономических систем**

**Малышев Илья Игоревич**

**Выпускная квалификационная работа бакалавра**

**Формализация и анализ математической модели взаимодействия между участниками глобального рынка**

Направление 010400

Прикладная математика, фундаментальная информатика и программирование

Научный руководитель,

доктор физ.-мат. наук,

профессор

Малафеев О. А.

Санкт-Петербург

2017

Оглавление

[Введение 4](#_Toc482633851)

[Обзор литературы, связанной с моделями взаимодействия между геополитическими акторами глобального рынка 5](#_Toc482633852)

[Постановка задачи. Неформальное описание моделей взаимодействия между геополитическими акторами глобального рынка 7](#_Toc482633853)

[Глава 1. Модель взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при заключении договора в условиях неполной информации 10](#_Toc482633854)

* [1.1. Формализованное описание модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при заключении договора в условиях неполной информации 10](#_Toc482633855)
* [1.2. Нахождение оптимальных стратегий геополитических акторов глобального рынка и при заключении одного договора в условиях неполной информации 13](#_Toc482633856)
* [1.3. Нахождение оптимальных стратегий геополитических акторов глобального рынка и при заключении договоров в условиях неполной информации 16](#_Toc482633857)
* [1.4. Проверка секретности информации, доступной геополитическому актору глобального рынка при заключении договоров в условиях неполной информации 21](#_Toc482633858)

[Глава 2. Модель взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при дележе возможной прибыли в условиях неполной информации 23](#_Toc482633859)

* [2.1. Формализованное описание модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при дележе возможной прибыли в условиях неполной информации 23](#_Toc482633860)
* [2.2. Нахождение равновесных ситуаций для геополитического актора глобального рынка , который пользуется секретной информацией 27](#_Toc482633861)
* [2.3. Нахождение оптимальных стратегий геополитического актора глобального рынка , который не пользуется секретной информацией 29](#_Toc482633862)

[Глава 3. Модель взаимодействия геополитических акторов глобального рынка при выборе цен на поставки оружия 32](#_Toc482633863)

* [3.1. Алгоритм нахождения компромиссного решения для модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка при выборе цен на поставки оружия 32](#_Toc482633864)
* [3.2. Пример поиска компромиссного решения для модели взаимодействия трех геополитических акторов глобального рынка и при выборе цен на поставки оружия 34](#_Toc482633865)

[Заключение 37](#_Toc482633866)

[Список литературы 38](#_Toc482633867)

[Приложение 39](#_Toc482633868)

# Введение

За последние годы масштабы мирового или, как его еще называют глобального рынка, постоянно растут. Количество геополитических акторов также постоянно увеличивается. Они постоянно взаимодействуют между собой, и это взаимодействие может носить различный характер. Они могут сотрудничать друг с другом или же, наоборот, быть соперниками. Отсюда возникает огромное количество задач в области теории игр, которые требуют формализованного подхода к их решению. Для того чтобы описать общий характер взаимодействия между геополитическими акторами, а также выработать некие рекомендации по принятию решений в условиях неполной информации, составляются и анализируются математические модели данных ситуаций. Особенное внимание в данной работе уделяется моделям с неполной информацией. Неполная информированность одного из геополитических акторов означает, что в отличие от других акторов один из них владеет или имеет доступ к «секретной» информации.

# Обзор литературы, связанной с моделями взаимодействия между геополитическими акторами глобального рынка

В данной работе рассматриваются модели взаимодействия между геополитическими акторами глобального рынка, построенные с помощью моделей Aumann R. J., Maschler M. [1]. В их работе рассматриваются повторяющиеся игры с неполной информацией. Считается, что большинство игровых эпизодов имеет постоянные элементы. Когда акторы взаимодействуют между собой, они обычно взаимодействовали между собой в прошлом и рассчитывают сделать это снова в будущем. Это тот постоянный элемент, который изучают в теории повторяющихся игр. Скрытая информация, доступная одному из акторов, может быть рассекречена его конкурентом с помощью совершаемых действий этого актора. Поэтому, чтобы данная информация не оказалась рассекреченной его конкурентом, актору необходимо контролировать и не совершать компрометирующих его действий.

В статьях Jonathan Levin [2], Guillermo Ordonez [3] рассматриваются модели с неполной информацией. В них утверждается, что идея о том, что игроки не имеют общих знаний об игре, чрезвычайно важна для получения превосходства во многих экономических ситуациях, когда разнообразные особенности окружающей среды могут быть неизвестны. К скрытой информации, о которой игроки могут не знать, относятся: выплаты, иногда другие игроки, возможные шаги и результаты, знания и незнания оппонента.

Также в их статьях рассматриваются такие простые примеры, в которых: в ценовой или количественной конкуренции фирмы могут знать свои собственные затраты, но не затраты своих конкурентов; фирмы, инвестирующие в инновации могут знать, как их проект продвигается, но понятия не иметь, кто еще работает над той же проблемой; правительство может разработать налоговый кодекс, не предполагая, каких уловок люди придумали, чтобы избежать этих налогов; страны могут вести переговоры по соглашениям об изменении климата, но иметь разные убеждения относительно затрат и глобального изменения климата.

Также при написании данной работы, используется статья Martin W. Cripps and Jonathan P. Thomas [4]. В статье анализируется равновесие Нэша двухэтапных дисконтированных повторяющихся игр с односторонней неполной информацией и известными собственными выигрышами. Если информированный игрок произвольно терпелив, по отношению к неинформированному игроку, то характеристика выигрышей информированного игрока по существу такая же, как и в недисконтированном случае. Это означает, что даже небольшое количество неполной информации может привести к скачкообразному изменению набора равновесных выплат.

В работе Marcin Peski [5] анализируются дисконтированные повторные игры с неполной информацией, в которых подразумевается, что выигрыши игроков известны.

# Постановка задачи. Неформальное описание моделей взаимодействия между геополитическими акторами глобального рынка

В работе формализуются и исследуются три различные модели взаимодействия между геополитическими акторами глобального рынка.

В модели представлен анализ процесса заключения договора о сотрудничестве между двумя геополитическими акторами глобального рынка. Данные акторы заключают между собой договора, следуя которым, один из геополитических акторов оказывает за определенную сумму помощь в решении проблем другого актора. Договор может быть заключен двумя способами. Сумма, которую один геополитический актор обязан выплатить другому, зависит от способа заключения договора. Каждый из геополитических акторов, участвующих в заключении договора, самостоятельно решает каким именно способом заключать договор, не зная о намерениях оппонента. Если они решают заключить договор разными способами, то договор не будет заключен.

Существует также представитель контролирующих органов, который может уличить геополитических акторов в совершении противоправных действий, связанных с заключением данных договоров. Поэтому в данной модели возникает два эпизода: в первом представитель контролирующих органов проводит проверку, а во втором, соответственно, нет. В случае проверки представителем контролирующих органов второй способ заключения договора не будет зафиксирован им, но геополитический актор получит меньшую сумму. Если представитель контролирующих органов уличит геополитических акторов в заключении данного договора, то исполнитель будет обязан выплатить компенсацию заказчику и оказать этому геополитическому актору свои услуги бесплатно.

В этой модели решается задача нахождения оптимального поведения геополитических акторов глобального рынка в условиях асимметрии информации при заключении договоров. Неопределенность заключается в том, что только одному из геополитических акторов известно о намерении представителя контролирующих органов проводить проверку. Геополитическому актору глобального рынка, обратившемуся за помощью, известно только о стратегиях и выигрышах, а также о вероятности осуществления проверки представителем контролирующих органов.

В модели представлен анализ процесса дележа участка арктического шельфа между двумя геополитическими акторами глобального рынка. На данном участке располагаются месторождения полезных ископаемых. Участок может быть разделен его владельцем на две части тремя способами. Затем каждый из геополитических акторов выбирает одну часть. Если они выбирают одну и ту же часть, то она не достается никому. Только владелец знает, каким способом он разделил участок. Геополитическим акторам известны все возможные способы дележа и пропорции, в которых располагаются запасы полезных ископаемых в каждом из случаев, а также вероятности, с которыми может быть выбран один из способов дележа.

Один из геополитических акторов имеет возможность купить за отдельную плату у владельца информацию о способе дележа, чтобы выбрать наиболее прибыльный участок. Другой геополитический актор осведомлен о том, что его оппонент имеет такую возможность. В этой модели решается задача нахождения равновесных ситуаций в условиях асимметрии информации, при которых ожидаемый выигрыш будет максимальным, а также рассматривается необходимость покупки частной информации.

В модели представлен анализ модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка при выборе цен на поставки оружия. В некотором регионе идет война, и требуются поставки оружия. Организовать поставки способны три геополитических актора. Цены они устанавливают самостоятельно. Спрос на оружие зависит от цены и ограничен. Если цена одинаковая у нескольких геополитических акторов, то заказчик приобретает одинаковое количество оружия у каждого из них. Задача состоит в максимизации прибыли геополитических акторов при выборе цен на поставки оружия. Для этой модели найден алгоритм поиска компромиссного решения задачи.

# Глава 1. Модель взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при заключении договора в условиях неполной информации

## Формализованное описание модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при заключении договора в условиях неполной информации

В данном разделе рассматривается модель , в которой взаимодействуют два геополитических актора глобального рынка: . В процессе этого взаимодействия, актор и актор заключают между собой договора .

Неопределенность данной модели заключается в том, что представитель контролирующих органов может осуществить проверку и уличить геополитических акторов глобального рынка и в совершение противоправных действий, связанных с заключением данных договоров. Пусть представитель контролирующих органов осуществляет проверку с вероятностью равной .

Таким образом, рассматривается два возможных эпизода , в которых представитель контролирующих проводит проверку или нет. Предполагается, что геополитическому актору известно, в какой именно день представитель контролирующих органов собирается осуществить проверку. В то время как геополитическому актору известно только о вероятности проверки и последствиях в каждом из эпизодов.

Процесс заключения договора между геополитическими акторами глобального рынка и проходит одним из двух способов: , где означает, что договор заключается первым способом, а – вторым способом. Каждый геополитический актор самостоятельно принимает решение о способе заключения договора. Если они решают заключить договор разными способами, то договор не будет заключен.

Согласно договорам, которые заключают между собой геополитические акторы глобального рынка, актор должен заплатить актору сумму , где – это сумма, которую должен выплатить актор в ситуации , а – в ситуации . Пусть , .

Актор стремится максимизировать размер прибыли P, а актор стремится минимизировать свои затраты P.

В случае проверки представителем контролирующих органов, второй способ заключения договора не будет зафиксирован им, но геополитический актор получит меньшую сумму. Если же оба геополитических актора глобального рынка решают подписать договор первым способом , и представитель контролирующих органов осуществляет проверку, то договор вовсе не будет подписан, а актор будет обязан выплатить компенсацию актору в размере и оказать этому геополитическому актору свои услуги бесплатно. Также геополитический актор не подпишет договор, если актор предложит второй способ заключения в случае, когда представитель контролирующих органов не проводит проверку. Это произойдет потому, что геополитический актор осознает, что может получить прибыль большую, чем .

Рассмотрим заключение первого договора . Представим возможные эпизоды и , возникающие при заключении договора между геополитическими акторами глобального рынка и , в виде матричной игры с нулевой суммой. Прибыль, которую получит геополитический актор , указана в ячейках матриц.

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| Актор |  | 10 | 0 |
|  | 0 | 0 |

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| Актор |  | -2 | 0 |
|  | 0 | 5 |

Таблица 1. Матричные игры с нулевой суммой

Представим возможные эпизоды и в развернутой форме в виде графа, где левая ветвь описывает эпизод , а правая ветвь графа эпизод (Рисунок 1).

3/4

1/4

0

0

0

10

5

0

0

-2

 Рисунок 1. Игра

## Нахождение оптимальных стратегий геополитических акторов глобального рынка и при заключении одного договора в условиях неполной информации

В данном разделе рассмотрены возможные действия геополитического актора глобального рынка , если ему точно известно, что представитель контролирующих органов точно осуществит проверку. А также найдены оптимальные стратегии геополитических акторов глобального рынка и при заключении одного договора в условиях неполной информации.

Значение игры и обозначим за и . Значение игры отражает минимальную гарантированную прибыль геополитического актора , и сумму выше которой актор гарантированно не заплатит. Значение и .

Рассмотрим нормальную форму игры (табл. 2), в которой геополитический актор имеет 4 стратегии: , в которых, например, () означает, что актор в эпизоде выбирает стратегию , а в эпизоде – стратегию . В то время как геополитический актор имеет только 2 стратегии {, }, так как не обладает информацией о проверке представителя контролирующих органов. В ячейках матрицы обозначены ожидаемые выигрыши актора :

Пусть

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Актор |
| Актор |  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Таблица 2. Ожидаемые выигрыши акторов |  |

Третья строка в матрице игры (табл. 2) доминирует первую, вторую и четвертую. И так как , то ожидаемая прибыль геополитического актора равна . Стратегия является оптимальной. Таким образом, оптимальная стратегия геополитического актора , если представитель контролирующих органов осуществляет проверку – , если не осуществляет – . В то время как оптимальная стратегия геополитического актора в любом эпизоде – .

На рисунке 3 представлены оптимальные стратегии геополитических акторов глобального рынка и . Пунктир на рисунке 3 означает, что актор не знает, осуществит ли проверку представитель контролирующих органов.

3/4

1/4

0

0

0

10

5

-2

0

0

Рисунок 3. Оптимальные стратегии акторов

Покажем с помощью стрелок на графе оптимальные стратегии геополитических акторов глобального рынка и . Обозначим за – выигрыш актора , если оба геополитических актора глобального рынка следуют оптимальным стратегиям в эпизоде , а за – выигрыш актора , если оба геополитических актора следуют оптимальным стратегиям в эпизоде .

Напомним, что .

**Вывод:** если геополитические акторы глобального рынка в игре используют оптимальные стратегии, описанные выше, то ожидаемая прибыль геополитического актора в эпизоде равна значению : ; а прибыль геополитического актора в эпизоде выше, чем значение : .

## Нахождение оптимальных стратегий геополитических акторов глобального рынка и при заключении договоров в условиях неполной информации

В данном разделе найдены оптимальные стратегии геополитических акторов глобального рынка и при заключении договоров в один день в условиях неполной информации. Геополитический актор точно знает, будет ли представитель контролирующих органов осуществлять проверку. Таким образом, эпизоды или будут повторяться раз. Очевидно, что после совершения первой сделки, геополитическому актору станет известно, какую стратегию выбрал геополитический актор и прибыль, которую получил геополитический актор .

Рассмотрим эпизод, в котором геополитический актор будет использовать оптимальные стратегии, а именно выбирать стратегию , если перед ним эпизод и стратегию , если перед ним эпизод . Рассмотрим заключение первого договора:

3/4

1/4

0

0

0

10

5

0

0

-2

Рисунок 4. Заключение первого договора

Так как геополитическому актору известны стратегии и выигрыши геополитического актора , то геополитический актор может рассчитать оптимальные стратегии геополитического актора . Таким образом, если геополитический актор при заключении первого договора, пользуется оптимальными стратегиями, то геополитический актор немедленно узнает, осуществит ли представитель контролирующих органов проверку.

Рассмотрим заключение второго договора, в котором актору точно известно, какой перед ним эпизод или :

3/4

1/4

10

5

0

0

0

0

-2

0

Рисунок 5. Заключение второго договора.

Ожидаемая прибыль геополитического актора в любом из двух эпизодов будет равна нулю. Очевидно, что геополитический актор выберет стратегию , если узнает, что представитель контролирующих органов будет осуществлять проверку.

Обозначим за – среднюю ожидаемую прибыль геополитического актора при заключении договоров в количестве в определенный день, тогда:

где:

* – количество заключаемых договоров;
* — ожидаемая прибыль геополитического актора при заключении -ого договора, если геополитический актор использовал стратегию , а геополитический актор стратегию ;

Таким образом, средняя ожидаемая прибыль геополитического актора стремится к значению или в зависимости от планов представителя контролирующих органов.

Найдем стратегии, при помощи которых геополитический актор получит среднюю ожидаемую прибыль при заключении договоров больше чем . Рассмотрим модель, в которой геополитический актор игнорирует информацию о визите представителя контролирующих органов. Выигрыши и стратегии геополитических акторов глобального рынка и остаются прежними:

3/4

1/4

0

0

0

10

5

0

0

-2

Рисунок 6. Расширенная форма игры, в которой актора игнорирует информацию о проверке

Нормальная форма в которой геополитический актор игнорирует информацию о проверке представителем контролирующих органов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Актор |
| Актор |  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Таблица 3. Нормальная форма игры

Седловая точка отсутствует, поэтому находим равновесие в смешанных стратегиях:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Актор |
| Актор |  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Таблица 4. Вероятности выбора смешанных стратегий.

Таким образом, геополитический актор будет выбирать стратегию с вероятностью , а стратегию с вероятностью . Геополитический актор будет следовать тем же смешанным стратегиям (таблица 4). Обозначим за - ожидаемый выигрыш геополитического актора , тогда .

Обозначим за ожидаемый выигрыш геополитического актора в эпизоде , а за – ожидаемый выигрыш геополитического актора в эпизоде .

* Пусть – матрица выигрышей в эпизоде :
* Пусть – матрица выигрышей в эпизоде :

Пусть – вектор смешанных стратегий геополитического актора , а – вектор смешанных стратегий геополитического актора .

Тогда, ; =>

;

Рассмотрим эпизод, в котором геополитический актор будет использовать смешанные стратегии, описанные выше, тогда его средняя ожидаемая прибыль будет

Так как – целое число, то .

Это значение больше, чем средний ожидаемый выигрыш, если бы геополитический актор глобального рынка пользовался информацией о проверке представителем контролирующих органов.

Напомним, что . Получаем , а .

**Вывод:** если геополитический актор глобального рынка игнорирует информацию о проверке представителем контролирующих органов, то при заключении договоров в количестве равном , его средняя ожидаемая прибыль будет выше, чем средняя ожидаемая прибыль, если бы он пользовался информацией о проверке представителем контролирующих органов.

## Проверка секретности информации, доступной геополитическому актору глобального рынка при заключении договоров в условиях неполной информации

В данном разделе доказано, что геополитический актор глобального рынка , используя стратегии, описанные в предыдущем пункте, гарантирует себе, что информация о проверке представителем контролирующих органов не станет известна актору , если между геополитическими акторами глобального рынка и заключаются договора в количестве . Рассмотрим эпизоды и со стороны геополитического актора . Пусть геополитический актор после заключения первого договора оценивает вероятность возникновения эпизодов и . Пусть геополитический актор осведомлен, что геополитический актор пытается скрыть информацию о проверке представителем контролирующих органов . Таким образом, актор знает, что актор будет выбирать стратегию с вероятностью , а стратегию с вероятностью . Геополитический актор оценивает вероятность возникновения эпизодов и , используя формулы условной вероятности.

Рассмотрим стратегии актора при заключении ого договора (рисунок 7), где — вероятность, с которой актор выбирает стратегию в эпизоде , а — вероятность, с которой актор выбирает стратегию в эпизоде , а — вероятность появления эпизода ().

Рисунок 7. Стратегии актора при заключении ого договора

Рассмотрим подписание первого договора, то есть (рисунок 8). Геополитический актор оценивает вероятность возникновения эпизодов и , в зависимости от стратегии выбранной геополитическим актором :

;

;

Актор выбрал

Актор выбрал

3/4

1/4

3/4

1/4

Рисунок 8. Подписание первого договора.

Таким образом, если после каждого договора, геополитический актор оценивает вероятность появления эпизодов и , то значения этих вероятностей не будут отличаться от 1/4 и 3/4.

**Вывод:** если геополитический актор глобального рынка использует стратегии, предписывающие ему игнорировать информацию о проверке представителем контролирующих органов, то секретная информация никогда не будет доступна геополитическому актору , если заключаются договора в количестве *n*.

# Глава 2. Модель взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при дележе возможной прибыли в условиях неполной информации

## 2.1. Формализованное описание модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка и при дележе возможной прибыли в условиях неполной информации

В данном разделе представлена модель , в которой взаимодействуют два геополитических актора глобального рынка: .

Геополитическими акторы глобального рынка и делят между собой участок арктического шельфа Y. На данном участке располагаются месторождения полезных ископаемых. Участок Y может быть разделен его владельцем на две части тремя разными способам:

. Будем считать, что на всем участке Y возможная прибыль

Участок Y

A

B

C

Рисунок 9. Способы дележа участка.

Геополитическим акторам известны все возможные способы дележа и возможная прибыль от добычи полезных ископаемых на каждом из участков.

Пусть – это возможная прибыль одного из геополитических акторов , где – это возможная прибыль, если он выберет участок , – если он выберет участок .

В случае мы имеем возможную прибыль

Рис. 10

A

В случае мы имеем возможную прибыль

B

Рис. 11

В случае мы имеем возможную прибыль

C

Рис. 12

Геополитическим акторам также известны вероятности, с которыми владелец выбирает один из способов дележа:

.

Затем каждый из геополитических акторов выбирает одну из частей . Если оба актора выбирают одну и ту же часть, то она не достается никому. Только владельцу известно, каким способом он разделил участок. Геополитический актор имеет возможность купить за информацию у владельца о способе дележа, чтобы выбрать наиболее прибыльный участок. Геополитический актор осведомлен о том, что его оппонент имеет такую возможность.

Прибыль геополитического актора составляет разница между возможной прибылью на участке, который он выберет, и стоимостью информации. Прибыль геополитического актора составляет ровно ту часть возможной прибыли на участке, который он выберет.

Рассмотрим случаи , и в виде биматричных игр:

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (-2,0) | (2,16) |
|  | (14,4) | (-2,0) |

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | У1 | У2 |
| Актор | У1 | (-2,0) | (6,12) |
| У2 | (10,8) | (-2,0) |

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | У1 | У2 |
| Актор | У1 | (-2,0) | (13,5) |
| У2 | (3,15) | (-2,0) |

Таблица 5. Биматричные случаи игры .

Представим случаи , и , в развернутой форме в графа (рис. 13), где левая ветвь описывает случай , правая ветвь – , а средняя ветвь – .

1/2

1/4

1/4

***Актор***

***Актор***

(-2,0)

(-2,0)

(-2,0)

(-2,0)

(-2,0)

(-2,0)

(3,15)

(13,5)

(10,8)

(6,12)

(14,4)

(2,16)

Рисунок 13. Развернутая форма игры .

## 2.2. Нахождение равновесных ситуаций для геополитического актора глобального рынка , который пользуется секретной информацией

Найдем значение игры для геополитического актора (выигрыш актора в равновесной ситуации в смешанных стратегиях) в случаях , , и обозначим за , и , соответственно:

 (данные значения получены с помощью программы на сайте http://math.semestr.ru/games/bimatrix.php)

Рассмотрим нормальную форму игры (Табл. 6), в которой актор имеет 8 стратегий: {«», «», «», «», «», «», «», «»}, в которых, например «», означает что актор в случае выберет стратегию , в случае стратегию , а в случае стратегию . В то время как актор имеет только 2 стратегии {, }, так как не знает информации о способе деления участков.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Актор |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (-2, 0) | (6.75, 11.25) |
|  | (-0.75, 3.75) | (3, 10) |
|  | (4, 4) | (2.75, 5.25) |
|  | (5.25, 7.75) | (-1, 4) |
|  | (9.25, 8.75) | (-2, 0) |
|  | (8.5, 5) | (1.75, 1.25) |
|  | (3.25, 4.75) | (2, 6) |
|  | (2, 1) | (5.75, 7.25) |

Таблица 6. Нормальная форма игры .

Ситуации («»), ) и («»,) для актора и для актора являются равновесными.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Актор |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (-2, 0) | (6.75, 11.25) |
|  | (9.25, 8.75) | (-2, 0) |

Таблица 7. Поиск равновесия в смешанных стратегиях.

Найдем равновесие в смешанных стратегиях (Таблица 7):

Таким образом, актор в случаях , , выбирает стратегию с вероятностью , а стратегию с вероятностью . Актор выбирает стратегию с вероятностью , а стратегию с вероятностью . Ожидаемый выигрыш актора (значение игры) обозначим за и

Обозначим за , и ожидаемый выигрыш актора в случаях , и , соответственно.

Пусть

* Пусть – матрица выигрышей актора в случае :
* Пусть – матрица выигрышей актора в случае :
* Пусть – матрица выигрышей актора в случае :
* Пусть – вектор смешанных стратегий актора , а

 – вектор смешанных стратегий актора .

## 2.3. Нахождение оптимальных стратегий геополитического актора глобального рынка , который не пользуется секретной информацией

Предполагается, что выигрыши актора увеличиваются, если он не будет использовать секретную информацию. Тогда его выигрыши в случаях , , увеличатся на S=2. Рассматриваются три новых ситуации , , (Табл.8.):

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (0,0) | (4,16) |
|  | (16,4) | (0,0) |

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (0,0) | (8,12) |
|  | (12,8) | (0,0) |

 Актор

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (0,0) | (15,5) |
|  | (5,15) | (0,0) |

Таблица 8. Игра в нормальной форме.

Представим ситуации , , в виде игры (Рис.14.)

(15,5)

(12,8)

(8,12)

(16,4)

(4,16)

(0,0)

(0,0)

(0,0)

(0,0)

(0,0)

(0,0)

***Актор***

***Актор***

1/2

1/4

1/4

(5,15)

Рисунок 14. Игра в развернутой форме

Представим игру в нормальной форме (таблица 9), в которой актор и актор имеет 2 стратегии: {,}:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Актор |
|  |  |  |  |
| Актор |  | (0, 0) | (8.75, 11.25) |
|  | (11.25, 8.75) | (0, 0) |

Таблица 9. Игра в нормальной форме

Найдем равновесие в смешанных стратегиях:

Таким образом, актор выбирает стратегию с вероятностью , а стратегию с вероятностью . Актор выбирает стратегию с вероятностью , а стратегию с вероятностью . Ожидаемый выигрыш актора (значение игры) обозначим за и

Обозначим за , и ожидаемый выигрыш актора в случаях , и , соответственно.

Пусть

* Пусть –матрица выигрыша актора в случае :
* Пусть –матрица выигрыша актора в случае :
* Пусть –матрица выигрыша актора в случае :
* Пусть – вектор смешанных стратегий актора , а

 – вектор смешанных стратегий актора .

Таким образом, ; ; .

**Вывод:** при дележе некоторого участка между актором и актором , геополитический актор глобального рынка получает меньший выигрыш, если покупает секретную информацию при выборе способа дележа данного участка.

# Глава 3. Модель взаимодействия геополитических акторов глобального рынка при выборе цен на поставки оружия

## 3.1. Алгоритм нахождения компромиссного решения для модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка при выборе цен на поставки оружия

Пусть – множество геополитических акторов глобального рынка, конкурирующих на рынке поставок оружия.

Для нахождения компромиссного решения в задаче выбора цен необходимо задать функции выигрыша геополитических акторов. В рассматриваемой задаче функциями выигрыша будут прибыли геополитических акторов от продажи оружия.

 – цена геополитического актора за единицу оружия в случае .

 – количество единиц оружия, которое хотят приобрести заказчики в случае (спрос зависит от цен).

 – доля рынка, которая принадлежит геополитическому актору в случае .

– функция выигрыша геополитического актора при продаже оружия в случае .

 –

максимально-возможная прибыль геополитического актора .

Для всех возможных ситуаций составим матрицу

 – отклонение актора от его максимально-возможной прибыли в случае .

Для каждого случая выбираем максимальное значение

Выбираем минимальное значение . будет являться компромиссным решением данной задачи.

## 3.2. Пример поиска компромиссного решения для модели взаимодействия трех геополитических акторов глобального рынка и при выборе цен на поставки оружия

Рассмотрим случай, когда на рынке оружия конкурируют три геополитических актора: . Цены могут быть трех типов: . Цены указаны в тысячах у.е.

В следующих таблицах даны значения функций выигрыша каждого из геополитических акторов, доли рынка, которые принадлежат каждому их них, а также спрос в каждом из случаев.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Случай № | Цены на оружие, которые устанавливают геополитические акторы | Доли рынка, которые принадлежат каждому из акторов | Спрос в единицах товара |
|  |  |  |  |  |  | S |
| 1 | 100 | 100 | 100 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 400 |
| 2 | 100 | 100 | 70 | 0,20 | 0,20 | 0,60 | 500 |
| 3 | 100 | 100 | 50 | 0,08 | 0,08 | 0,83 | 550 |
| 4 | 100 | 70 | 70 | 0,13 | 0,40 | 0,40 | 600 |
| 5 | 100 | 70 | 50 | 0,17 | 0,33 | 0,50 | 650 |
| 6 | 100 | 50 | 50 | 0,09 | 0,45 | 0,45 | 700 |
| 7 | 70 | 70 | 70 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 710 |
| 8 | 70 | 70 | 50 | 0,20 | 0,20 | 0,60 | 750 |
| 9 | 70 | 50 | 50 | 0,20 | 0,40 | 0,40 | 800 |
| 10 | 50 | 50 | 50 | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 800 |
| 11 | 70 | 100 | 100 | 0,60 | 0,20 | 0,20 | 500 |
| 12 | 50 | 100 | 100 | 0,83 | 0,08 | 0,08 | 550 |
| 13 | 70 | 100 | 70 | 0,40 | 0,13 | 0,40 | 600 |
| 14 | 50 | 100 | 70 | 0,50 | 0,17 | 0,33 | 650 |
| 15 | 50 | 100 | 50 | 0,45 | 0,09 | 0,45 | 700 |
| 16 | 50 | 70 | 70 | 0,60 | 0,20 | 0,20 | 750 |
| 17 | 50 | 70 | 50 | 0,40 | 0,20 | 0,40 | 800 |
| 18 | 100 | 70 | 100 | 0,20 | 0,60 | 0,20 | 500 |
| 19 | 100 | 50 | 100 | 0,08 | 0,83 | 0,08 | 550 |
| 20 | 70 | 70 | 100 | 0,40 | 0,40 | 0,13 | 600 |
| 21 | 70 | 50 | 100 | 0,33 | 0,50 | 0,17 | 650 |
| 22 | 50 | 50 | 100 | 0,45 | 0,45 | 0,09 | 700 |
| 23 | 70 | 50 | 70 | 0,20 | 0,60 | 0,20 | 750 |
| 24 | 50 | 50 | 70 | 0,40 | 0,40 | 0,20 | 800 |

|  |  |
| --- | --- |
| Случай № | Функции выигрышей геополитических акторов |
|  |  |  |
| 1 | 13333,33 | 13333,33 | 13333,33 |
| 2 | 10000 | 10000 | 21000 |
| 3 | 4583,333 | 4583,333 | 22916,67 |
| 4 | 7500 | 16800 | 16800 |
| 5 | 10833,33 | 15166,67 | 16250 |
| 6 | 6363,63 | 15909,09 | 15909,09 |
| 7 | 16566,67 | 16566,67 | 16566,67 |
| 8 | 10500 | 10500 | 22500 |
| 9 | 11200 | 16000 | 16000 |
| 10 | 13333,33 | 13333,33 | 13333,33 |
| 11 | 21000 | 10000 | 10000 |
| 12 | 22916,67 | 4583,33 | 4583,333 |
| 13 | 16800 | 7500 | 16800 |
| 14 | 16250 | 10833,33 | 15166,67 |
| 15 | 15909,09 | 6363,63 | 15909,09 |
| 16 | 22500 | 10500 | 10500 |
| 17 | 16000 | 11200 | 16000 |
| 18 | 10000 | 21000 | 10000 |
| 19 | 4583,33 | 22916,67 | 4583,33 |
| 20 | 16800 | 16800 | 7500 |
| 21 | 15166,67 | 16250 | 10833,33 |
| 22 | 15909,09 | 15909,09 | 6363,63 |
| 23 | 10500 | 22500 | 10500 |
| 24 | 16000 | 16000 | 11200 |

|  |
| --- |
| Максимально-возможные прибыль геополитических акторов |
|  |  |  |
| 22916,67 | 22916,67 | 22916,67 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Случай № | Отклонение акторов от их максимально-возможных прибылей |  |
|  |  |  |  |
| 1 | 9583,33 | 9583,33 | 9583,33 | 9583,33 |
| 2 | 12916,67 | 12916,67 | 1916,67 | 12916,67 |
| 3 | 18333,33 | 18333,33 | 0 | 18333,33 |
| 4 | 15416,67 | 6116,67 | 6116,67 | 15416,67 |
| 5 | 12083,33 | 7750,00 | 6666,67 | 12083,33 |
| 6 | 16553,03 | 7007,58 | 7007,58 | 16553,03 |
| 7 | 6350,00 | 6350 | 6350 | 6350 |
| 8 | 12416,67 | 12416,67 | 416,67 | 12416,67 |
| 9 | 11716,67 | 6916,67 | 6916,67 | 11716,67 |
| 10 | 9583,33 | 9583,33 | 9583,33 | 9583,33 |
| 11 | 1916,67 | 12916,67 | 12916,67 | 12916,67 |
| 12 | 0 | 18333,33 | 18333,33 | 18333,33 |
| 13 | 6116,67 | 15416,67 | 6116,67 | 15416,67 |
| 14 | 6666,67 | 12083,33 | 7750,00 | 12083,33 |
| 15 | 7007,58 | 16553,03 | 7007,58 | 16553,03 |
| 16 | 416,67 | 12416,67 | 12416,67 | 12416,67 |
| 17 | 6916,67 | 11716,67 | 6916,67 | 11716,67 |
| 18 | 12916,67 | 1916,67 | 12916,67 | 12916,67 |
| 19 | 18333,33 | 0 | 18333,33 | 18333,33 |
| 20 | 6116,67 | 6116,67 | 15416,67 | 15416,67 |
| 21 | 7750,00 | 6666,67 | 12083,33 | 12083,33 |
| 22 | 7007,58 | 7007,58 | 16553,03 | 16553,03 |
| 23 | 12416,67 | 416,67 | 12416,67 | 12416,67 |
| 24 | 6916,67 | 6916,67 | 11716,67 | 11716,67 |

Компромиссным решением данной задачи является случай, когда все геополитические акторы установят цены по 70 тысяч у.е. за единицу оружия. Никто из геополитических акторов не сможет получить большей прибыли, не уменьшив прибыль своих конкурентов. А прибыль каждого из геополитических акторов составит тысяч у.е..

**Вывод**: если геополитические акторы максимизируют свою прибыль, используя только свои предпочтения, то они получают меньшую прибыль, чем в случае, если бы они использовали компромиссное решение данной задачи.

# Заключение

В работе произведен анализ и формализация трех моделей взаимодействия геополитических акторов глобального рынка.

В первой главе решена задача нахождения оптимального поведения геополитических акторов глобального рынка в условиях асимметрии информации при заключении договоров. Сделан вывод, что геополитический актор, который обладает секретной информацией, должен игнорировать ее, чтобы его средняя ожидаемая прибыль была выше при заключении договоров в количестве , а также для того, чтобы данная секретная информация не стала доступной его оппоненту.

Во второй главе произведен анализ процесса дележа участка арктического шельфа между двумя геополитическими акторами глобального рынка в условиях асимметрии информации. Сделан вывод о том, что геополитический актор, который имеет возможность приобрести частную информацию об участке, не должен ее покупать, так как в этом случае его средняя ожидаемая прибыль будет ниже.

В третьей главе решена задача максимизации прибыли для модели взаимодействия геополитических акторов глобального рынка при выборе цен на поставки оружия. Для этой модели найден алгоритм поиска компромиссного решения, и с помощью этого алгоритма решен пример для трех акторов, которые могут выбрать один из трех типов цен.

# Список литературы

[1] Aumann R. J., Maschler M. Repeated games with incomplete information // The MIT Press, 1995. P. 323

[2] Jonathan Levin Games of Incomplete Information. http://web.stanford.edu/~jdlevin/Econ%20203/Bayesian.pdf

[3] Guillermo Ordonez Notes on Bayesian Games. https://www.sas.upenn.edu/~ordonez/pdfs/ECON%20201/NoteBAYES.pdf

[4] Martin W. Cripps and Jonathan P. Thomas Some asymptotic results in discounted repeated games of one-sided incomplete information // Mathematics of Operations Research, 2003. 28(3), P. 433–462

[5] Marcin Peski Repeated games with incomplete information and discounting // Theoretical Economics, 2014. 9(3), P. 651–694

 https://econtheory.org/ojs/index.php/te/article/viewFile/20140651/11609/347

[6] Dana Nau Introduction to Game Theory. Incomplete-Information Games. https://www.cs.umd.edu/users/nau/game-theory/

[7] Debraj Ray Sequential Games with Incomplete Information.

http://www.econ.nyu.edu/user/debraj/Courses/GameTheory2006/Notes/lect09.pdf

[8] Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высш. шк., Книжный дом «Университет», 1998. 300 с.

[9] Малафеев О.А. Зубов А.Ф. Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических систем на уровне многоагентного взаимодействия (Введение в проблемы равновесия, устойчивости и надежности). СПб.: СПбГУ, 2006. 1006 с.

[10] Колокольцев В. Н., Малафеев О.А. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации. СПб: Лань, 2012. 624 с

# Приложение

Был написан программный код, который находит равновесные положения для бескоалиционных игр агентов, осуществляя перебор чистых стратегий, на которых для каждого агента достигается аргмаксимум. В качестве языка программирования был выбран python, для организации удобной индексации, по n-мерным матрицам, была использована библиотека numpy.

import numpy as np

from io import StringIO

def read(file):

 x = np.loadtxt(file,delimiter=',')

 t=int(x[0])

 dim = tuple(x[0:t+1].astype(int))

 a = np.zeros(dim)

 r = np.reshape(x[t+1:],dim)

 #print (r)

 return r

def argmax\_index(matrix):

 iz=0

 result=[]

 while iz< matrix.ndim-1:

 #print(matrix[iz])

 t = matrix[iz].argmax(axis=iz)

 #print (t)

 temp = []

 it = np.nditer(t , flags=['multi\_index'])

 while not it.finished:

 a = list(it.multi\_index)

 a.insert(iz, int(it[0]))

 #print (a)

 it.iternext()

 temp.append(tuple(a))

 iz=iz+1

 result.append(temp)

 return result,

def eq(index,N):

 result=set()

 i=0

 #print(index)

 for t in index:

 #print(t)

 for j in t:

 count =0

 for tt in index:

 if tt.count(j)>0:

 count =count+1

 # print(count)

 #print(count,j,t)

 if count == N-1:

 result.add(j)

 i=i+1

 return result

c = StringIO("2, 2, 2, 10,0,0,0,-2,0, 0,5 ")

matrix = read(c)

index=argmax\_index(matrix)

print(matrix)

print(index)

print(eq(index[0],matrix.ndim))