Санкт-Петербургский государственный университет
Факультет Прикладной математики - процессов управления
Кафедра МЭКС

Саакян Аветик Темиевич

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Моделирование лезвийного катода

Прикладная математика, физика и процессы управления

Направление 010900

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор
Виноградова Е. М.

Санкт-Петербург

2017

Содержание

Введение

Данная работа посвящена вычислению распределения электростатического потенциала диодной эмиссионной системы с лезвийным катодом.

Эмиттеры, принцип действия которых основан на явлении полевой электронной эмиссии, обладают уникальными свойствами. В настоящее время проявляется большой интерес к вакуумной нано- и микроэлектронной оптике, основу которой составляют процессы формирования, транспортировки и фокусировки пучков заряженных частиц электрическими и магнитными полями [1].

Полевая эмиссия обнаружена в 1897г. Р. У. Вудом. В 1928-29г. Р. Фаулер и Л. Нордхейм дали теоретическое объяснение полевой эмиссии на основе туннельного эффекта [2].

Явление полевой электронной эмиссии может использоваться для создания широкого круга приборов и устройств. В первую очередь, это источники электронов, применяемые в электронных микроскопах, плоских дисплеях на основе полевой эмиссии, системах диагностики поверхности, высокочастотных радиопередающих системах, приборах микро- и наноэлектроники. Полевой эмиттер в качестве интенсивного точечного источника электронов применяется в растровых микроскопах. Он перспективен в рентгеновской и обычной электронной микроскопии, в рентгеновской дефектоскопии, в рентгеновских микроанализаторах и электронно-лучевых приборах. Полевые эмиттеры могут также употребляться в микроэлектронных устройствах и в чувствительных индикаторах изменения напряжения. Металлические полевые эмиттеры используются, когда требуется высокая плотность тока, то есть там, где необходимы большие токи, либо концентрированные электронные пучки [2].

Электронные устройства на основе полевой эмиссии применяются во многих сферах научных исследований, в создании новых высокоточных приборов, в технологии производства экономически выгодных устройств микро- и нано электроники. Главным преимуществом таких устройств являются их малые геометрические размеры, монохроматические пучки, малые затраты мощности для эффективной работы. Полевые эмиссионные устройства используются в светоизлучающих приборах, в том числе световых индикаторах, лампах и плоских дисплеях. Источником электронов может являться полевой катод из различных углеродных материалов.

Для получения больших токов приходится создавать распределенные полевые эмиттеры большой площади. Среди распределенных эмиттеров большей популярностью пользуются многоострийные, которые обеспечивают достаточно большие токи эмиссии при умеренных рабочих напряжениях[3].

Постановка задачи

1. Цель работы: моделирование лезвийного катода

2. Задачи

2.1 Представить математическую модель диодной системы с лезвийным катодом

2.2 Найти распределение электростатического потенциала во всей области системы

2.3 Написать программу, реализующую полученное решение для диодной системы с полевым лезвийным катодом

Глава 1. Моделирование лезвийного катода

1.1. Физическая модель диодной системы с лезвийным катодом

В данной выпускной квалификационной работе вычисляется распределение электростатического потенциала во всей области диодной системы на основе полевого катода лезвийной формы и плоского анода (см. Рис.1).

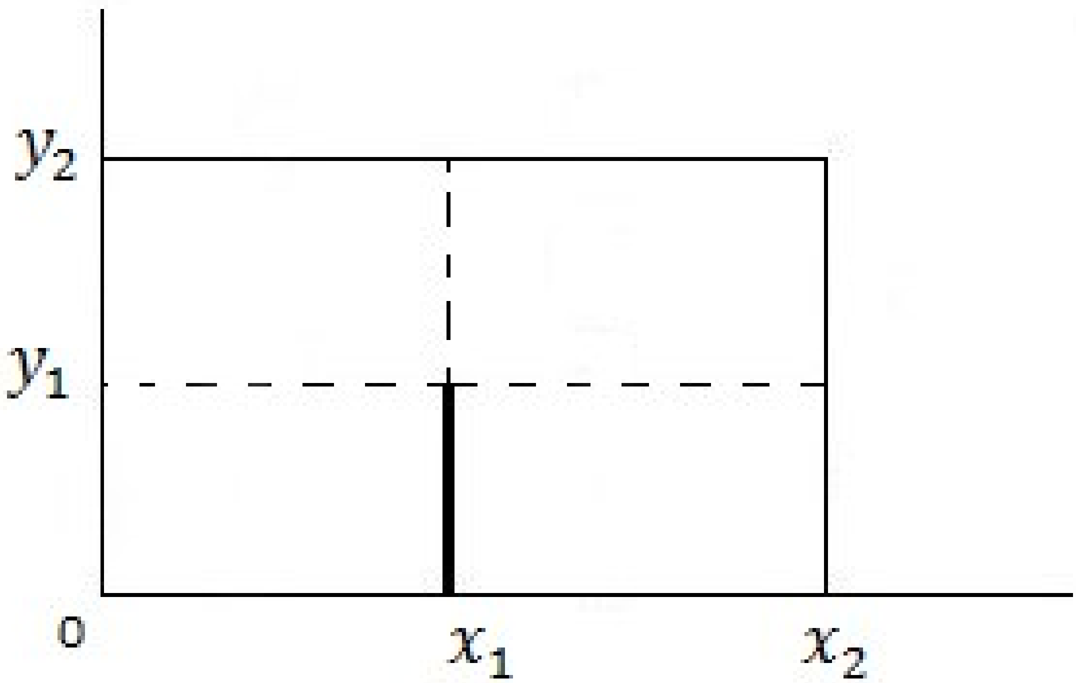

Рис. 1 Схематическое изображение диодной системы с лезвийным катодом

Катод расположен на плоской подложке, анод — плоскость, параллельная подложке. Катод лезвийной формы задается поверхностью: $x = x_1, (0 < y < y_1)$, поверхность подложки задается плоскостью: $y = 0, (0 < x < x_2)$, поверхность анода задается плоскостью: $y = y_2, (0 < x < x_2)$.

1.2. Математическая модель диодной системы с лезвийным катодом

Для нахождения распределения электростатического потенциала $U(x, y)$ требуется решить уравнение Лапласа [4 – 7]:

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \tag{1}$$

Граничные условия задачи заданы следующим образом:

$$\begin{aligned}
&U(x_1, y) = 0,\ 0 \le y \le y_1,\\
&U(0, y) = F_1(y),\ 0 \le y \le y_2,\\
&U(x_2, y) = F_3(y),\ 0 \le y \le y_2,\\
&U(x, y_2) = F_2(x),\ 0 \le x \le x_2,\\
&U(x, 0) = 0,\ 0 \le x \le x_2.
\end{aligned} \tag{2}$$

1.3. Решение граничной задачи для нахождения распределения потенциала

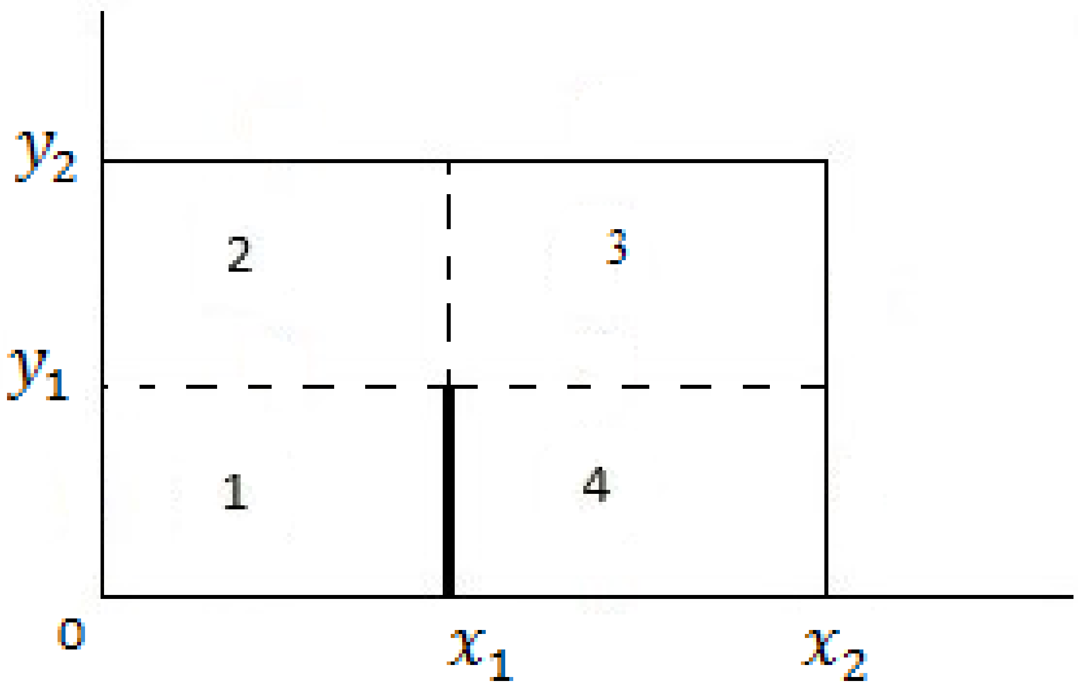

Рис. 2 Схематическое изображение диодной системы с лезвийным катодом

Для решения граничной задачи (1) – (2) необходимо разбить рассматриваемую область на четыре части:

Область 1: $0 < x < x_1,\ 0 < y < y_1,$

Область 2: $0 < x < x_1,\ y_1 < y < y_2,$

Область 3: $x_1 < x < x_2,\ y_1 < y < y_2,$

Область 4: $x_1 < x > x_2,\ 0 < y < y_1.$

Общее решение уравнения Лапласа в соответствии с методом разделения переменных можно записать в виде [4]:

$$
\begin{aligned}
U = (Ae^{\lambda x} + Be^{-\lambda x})(C\cos\lambda y + D\cos\lambda y) + \\
+ (A_1\cos\beta x + B_1\sin\beta x)(C_1 e^{\beta x} + D_1 e^{-\beta x}),
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где λ и β - собственные числа, определяемые из однородных граничных условий.

Пусть

$$
U(x,y) = \begin{cases} U_1(x,y), & \text{область 1,} \\ U_2(x,y), & \text{область 2,} \\ U_3(x,y), & \text{область 3,} \\ U_4(x,y), & \text{область 4.} \end{cases}
$$

После разбиения представленной области на четыре части, общее решение (3) имеет вид:

$$
\begin{gathered}
U_1(x,y) = \\
\sum_{m=1}^{\infty} h_m \frac{\sinh[\gamma_m(x_1 - x)]}{\sinh[\gamma_m y_1]} \sin[\gamma_m y] + \sum_{w=1}^{\infty} p_w \frac{\sinh[\xi_w y]}{\sinh[\xi_w y_1]} \sin[\xi_w x],
\end{gathered}
\tag{4}
$$

где $\gamma_m = \dfrac{\pi m}{y_2 - y_1}$, $p_w = \dfrac{\pi w}{x_1}$;

$$U_2(x,y) =$$
$$\sum_{i=1}^{\infty}\left(l_i\frac{\sinh[\lambda_i(x_1-x)]}{\sinh[\lambda_i x_1]}+a_i\frac{\sinh[\lambda_i x]}{\sinh[\lambda_i x_1]}\right)\sin[\lambda_i(y-y_1)]+$$
$$+\sum_{w=1}^{\infty}\left(p_w\frac{\sinh[\alpha_w(y_2-y)]}{\sinh[\alpha_w(y_2-y_1)]}+q_w\frac{\sinh[\alpha_w(y-y_1)]}{\sinh[\alpha_w(y_2-y_1)]}\right)\sin[\alpha_w x], \tag{5}$$

где $l_i = \dfrac{\pi i}{y_2-y_1}$, $q_w = \dfrac{\pi w}{y_2-y_1}$;

$$U_3(x,y) =$$
$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\frac{\sinh[\lambda_k(x_2-x)]}{\sinh[\lambda_k(x_2-x_1)]}+b_k\frac{\sinh[\lambda_k(x-x_1)]}{\sinh[\lambda_k(x_2-x_1)]}\right)\sin[\lambda_k(y-y_1)]+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n\frac{\sinh[\beta_n(y_2-y)]}{\sinh[\beta_n(y_2-y_1)]}+d_n\frac{\sinh[\beta_n(y-y_1)]}{\sinh[\beta_n(y_2-y_1)]}\right)\sin[\beta_n(x-x_1)], \tag{6}$$

где $\beta_n = \dfrac{\pi n}{x_2-x_1}$;

$$\begin{aligned} U_4(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k\frac{\sinh[\gamma_k(x-x_1)]}{\sinh[\gamma_k(x_2-x_1)]}\sin[\gamma_k y]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty} c_t\frac{\sinh[\beta_n(y_2-y)]}{\sinh[\beta_n y_1]}\sin[\beta_n(x-x_1)]. \end{aligned} \tag{7}$$

Коэффициенты h_m, l_i, q_w, d_n, b_k и z_a находятся в явном виде из граничных условий (2):

$$h_m\frac{y_1}{2} = \int_0^{y_1} F_1(y)\sin\frac{\pi m}{y_1}y dy,$$

$$l_i\frac{y_2-y_1}{2}=\int_{y_1}^{y_2}F_1(y)\sin\frac{\pi i}{y_2-y_1}(y-y_1)dy,$$

$$q_w\frac{x_1}{2}=\int_0^{x_1}F_2(x)\sin\frac{\pi w}{x_1}xdx,$$

$$d_n\frac{x_2-x_1}{2}=\int_{x_1}^{x_2}F_2(x)\sin\frac{\pi n}{x_2-x_1}(x-x_1)dx,$$

$$b_k\frac{y_2-y_1}{2}=\int_{y_1}^{y_2}F_3(y)\sin\frac{\pi k}{y_2-y_1}(y-y_1)dy,$$

$$z_a\frac{y_1}{2}=\int_0^{y_1}F_3(y)\sin\frac{\pi a}{y_1}ydy.$$

Глава 2. Результаты численных расчетов диодной системы с лезвийным катодом

Рассмотрим задачу со следующими граничными условиями:

$$
\begin{aligned}
&U(x_1, y) = 0,\ 0 \le y \le y_1,\\
&U(0, y) = 0,\ 0 \le y \le y_2,\\
&U(x_2, y) = 0,\ 0 \le y \le y_2,\\
&U(x, y) = F,\ 0 \le x \le x_2,\\
&U(x, 0) = 0,\ 0 \le x \le x_2.
\end{aligned} \tag{8}
$$

Тогда решение задачи (1), (8) для областей (1), (4) имеют вид:

$$
U_1(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\sinh[\alpha_n y]}{\sinh[\alpha_n y_1]} \sin \alpha_n x, \tag{9}
$$

$$
U_2(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \frac{\sinh[\alpha_n (y_2 - y)]}{\sinh[\alpha_n (y_2 - y_1)]} + d_n \frac{\sinh[\alpha_n (y - y_1)]}{\sinh[\alpha_n (y_2 - y_1)]} \right) \times
$$
$$
\times \sin \alpha_n x + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \frac{\sinh[\beta_m x]}{\sinh[\beta_m x_1]} \sin \beta_m (y - y_1), \tag{10}
$$

$$
U_3(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(c_k \frac{\sinh[\gamma_k (y_2 - y)]}{\sinh[\gamma_m (y_2 - y_1)]} + e_k \frac{\sinh[\gamma_k (y - y_1)]}{\sinh[\gamma_k (y_2 - y_1)]} \right) \times
$$
$$
\times \sin \gamma_k (x - x_1) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \frac{\sinh[\beta_m (x_2 - x)]}{\sinh[\beta_m (x_2 - x_1)]} \sin \beta_m (y - y_1), \tag{11}
$$

$$U_4(x,y) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \frac{\sinh[\gamma_k y]}{\sinh[\gamma_k y_1]} \sin \gamma_k (x - x_1), \tag{12}$$

где $\alpha_n = \dfrac{\pi n}{x_1}$, $\beta_m = \dfrac{\pi m}{y_2 - y_1}$, $\gamma_k = \dfrac{\pi k}{x_2 - x_1}$, коэффициенты a_n, b_m, c_k — искомые коэффициенты, а коэффициент d_n и e_k определяется в явном виде из граничных условий (8):

$$d_n = \frac{2F(1 - (-1)^n)}{\pi n},$$

$$e_k = \frac{2F(1 - (-1)^k)}{\pi k},$$

где $F = const$. Непрерывность потенциала на границах раздела областей (1) – (4) выполняется в силу построенного решения (9) – (12):

$$U_1(x, y_1) = U_2(x, y_1),$$

$$U_2(x_1, y) = U_3(x_1, y),$$

$$U_3(x, y_1) = U_4(x, y_1).$$

Непрерывность производной потенциала по нормали к границе областей [8, 9]:

$$\left.\frac{\partial U_1}{\partial y}\right|_{y=y_1} = \left.\frac{\partial U_2}{\partial y}\right|_{y=y_1}, \tag{13}$$

приводит к уравнению:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n a_n \operatorname{cth}\alpha_n y_1 \sin\alpha_n x =$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\Big(- a_n \operatorname{cth}\alpha_n(y_2-y_1) + \alpha_n\frac{1}{\sinh[\alpha_n(y_2-y_1)]}\Big)\sin\alpha_n x+$$
$$+\sum_{m=1}^{\infty}\beta_m b_m\frac{\sinh[\beta_m x]}{\sinh[\beta_m x_1]}, \tag{14}$$

выполнение условия:

$$\frac{\partial U_2}{\partial x}\bigg|_{x=x_1} = \frac{\partial U_3}{\partial x}\bigg|_{x=x_1}, \tag{15}$$

приводит к уравнению:

$$\sum_{n=1}^{\infty} d_n\Big(a_n\frac{\sinh[\alpha_n(y_2-y)]}{\sinh[\alpha_n(y_2-y_1)]} + d_n\frac{\sinh[\alpha_n(y-y_1)]}{\sinh[\alpha_n(y_2-y_1)]}\Big)(-1)^n+$$
$$+\sum_{m=1}^{\infty}\beta_m b_m \operatorname{cth}\beta_m x_1 \sin\beta_m(y-y_1) =$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty}\gamma_k\Big(c_k\frac{\sinh[\gamma_k(y_2-y)]}{\sinh[\gamma_m(y_2-y_1)]} + e_k\frac{\sinh[\gamma_k(y-y_1)]}{\sinh[\gamma_k(y_2-y_1)]}\Big)-$$
$$-\sum_{m=1}^{\infty}\beta_m b_m \operatorname{cth}\beta_m(x_2-x_1)\sin\beta_m(y-y_1), \tag{16}$$

выполнение условия:

$$\frac{\partial U_3}{\partial y}\bigg|_{y=y_1} = \frac{\partial U_4}{\partial y}\bigg|_{y=y_1}, \tag{17}$$

приводит к уравнению:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\Big(-c_k\gamma_k \operatorname{cth}\gamma_k(y_2-y_1)+e_k\gamma_k\frac{1}{\sinh[\gamma_k(y_2-y_1)]}\Big)\times$$
$$\times\sin\gamma_k(x-x_1)+\sum_{m=1}^{\infty}b_m\frac{\sinh\beta_m(x_2-x)}{\sinh\beta_m(x_2-x_1)}\beta_m= \tag{18}$$
$$=\sum_{k=1}^{\infty}c_k\gamma_k \operatorname{cth}\gamma_k y_1\sin\gamma_k(x-x_1).$$

Условие непрерывности нормальной составляющей вектора напряженности поля на границе раздела областей и ортогональность собственных функций приводят к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов, входящих в разложения потенциала в виде рядов [10, 11].

Из (13), (14) следует:

$$\begin{gathered}a_n(\operatorname{cth}\alpha_n y_1+\operatorname{cth}\alpha_n(y_2-y_1))+\\+\frac{(-1)^n}{x_1}\sum_{m=1}^{\infty}b_m\frac{\beta_m}{\beta_m^2+\alpha_n^2}=\frac{d_n}{\sinh\alpha_n(y_2-y_1)},\end{gathered} \tag{19}$$

Из (15), (16) следует:

$$\begin{gathered}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a_n}{y_2-y_1}\frac{\alpha_n}{\beta_m^2+\alpha_n^2}(-1)^{n+1}+b_m(\operatorname{cth}\beta_m x_1+\operatorname{cth}\beta_m(x_2-x_1))+\\+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2c_k}{y_2-y_1}\frac{\gamma_k}{\beta_m^2+\gamma_k^2}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2d_n}{y_2-y_1}\frac{\alpha_n}{\beta_m^2+\alpha_n^2}(-1)^{m+n}+\\+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2e_k}{y_2-y_1}\frac{\gamma_k}{\beta_m^2+\gamma_k^2}(-1)^{m+1},\end{gathered} \tag{20}$$

Из (17), (18) следует:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2b_m}{x_2 - x_1} \frac{\beta_m}{\beta_m^2 + \gamma_k^2} - c_k(\operatorname{cth} \gamma_k(y_2 - y_1) + \operatorname{cth} \gamma_k y_1) = \\ = \frac{-e_k}{\sinh \gamma_k(y_2 - y_1)}. \tag{21}$$

Таким образом, для нахождения распределения потенциала (9) – (12) требуется решить систему линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами (19) – (21).

В приложении представлена программа на языке C++, для расчета электростатического распределения потенциала во всей области исследуемой системы.

Параметры задачи расчета системы с лезвийным катодом в безразмерных велечинах: $x_1 = 2$; $x_2 = 4$; $y_1 = 2$; $y_2 = 4$; $F = 10000$.

На рисунке 3 приведен график распределения электростатического потенциала во всей области системы.

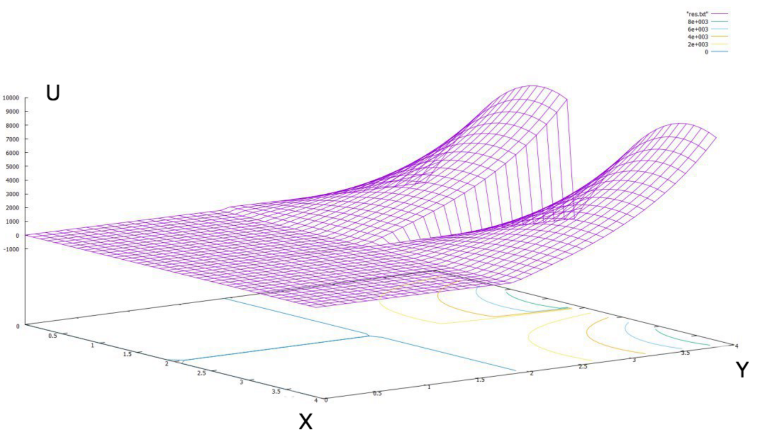

Рис. 3 Электростатическое распределение потенциала

Заключение

В главе 1 представлена математическая модель диодной системы с полевым катодом лезвийной формы (1), (2). Найдено распределение потенциала в аналитическом виде во всей области рассматриваемой системы в виде рядов по собственным функциям (4) – (7). Нахождение неизвестных коэффициентов рядов сведено к решению системы линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами (19) – (21).

В главе 2 рассмотрен частный случай задачи (1) с определенными граничными условиями (8). Реализованы программы для вычисления аналитических формул (9) – (12), представленных в главе 1. Программа вычисляет искомые коэффициенты рядов в распределении потенциала и само распределение потенциала во всей области исследуемой системы с полевым катодом лезвийной формы. Представлен график распределения электростатического потенциала.

Список литературы

1. Фурсей Г. Н. Автоэлектронная эмиссия // Соросовский образовательный журнал 2000.6. Т. 11. стр. 96-103.

2. Виноградова Е. М., Егоров Н. В., Телевный Д.С. Расчет триодной полевой эмиссионной системы с модулятором // Журнал технического физики. 2014. Т. 84. Вып. 2., стр. 136.

3. Соминский Г. Г., Тарадаев Е. П., Тумарева Т. А., Мишин М. В., Корнишин С.Ю. Простой в изготовлении многоострийный полевой эмиттер // Журнал технического физики. 2015. Т. 85. Вып. 7., стр. 85.

4. Виноградова Е. М., Егоров Н. В., Мутул М. Г., Чэ-Чоу Шень. Расчет электростатического потенциала диодной системы на основе полевого катода с острой кромкой // Журнал технической физики. 2010. Т. 80. Вып. 5. стр. 1-4

5. Телевный Д. С., Виноградова Е. М. Расчет диодной системы на основе полевого эмиттера с диэлектрической подложкой // Процессы управления и устойчивость. 2014. Т. 1 (17). стр. 224 - 229.

6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с.

7. Климаков А. А., Виноградова Е. М. Оптимизация фокусирующей системы полевой пушки с острийным катодом // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 1. стр. 184-189.

8. Виноградова Е. М., Егоров Н. В. Математическое моделирование диодной системы на основе полевого эмиттера // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. Вып. 9. стр. 1-5.

9. Елинсон М. И., Васильев Г. Ф. Автоэлектронная эмиссия. М.: Физматлит, 1958. 272 с.

10. Листрукова А. В., Виноградова Е. М. Математическое моделирование эмиссионной системы // Процессы управления и устойчивость. 2014. Т. 1 (17). стр. 185 - 190. 22

11. Устинов Р. Н., Виноградова Е. М. Математическое моделирование электронно-оптической системы с диэлектрической диафрагмой конечной толщины // Процессы управления и устойчивость. 2014. Т. 1 (17). стр. 236 - 241.

Приложение: Программа для вычисления распределения электростатического потенциала

```
#define _USE_MATH_DEFINES

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdlib>
#include <fstream>


using namespace std;
double h(int n){return 1;}
double e(int n){return 1;}
double g(int n){return 1;}
double p(int n){return 1;}
double gamm(int n){return 1;}
double ksi(int n){return 1;}
double l(int n){return 1;}
double a(int n){return 1;}
```

```
double q(int n){return 1;}

double lmd(int n){return 1;}

double alph(int n){return 1;}

double b(int n){return 1;}

double c(int n){return 1;}

double d(int n){return 1;}

double bet(int n){return 1;}

double z(int n){return 1;}

double s(int n){return 1;}

double nu(int n){return 1;}

double mu(int n){return 1;}


double U1(int mi, int wi, double y1,

double y, double x1, double x)

{double U1 = 0;

for (int m = 0; m < mi; m++)

{

U1 = U1 + (h(m)*((sinh(gamm(m)*(x1 - x)))

/ (sinh(gamm(m)*x1))) + e(m)*((sinh(gamm(m)*(x))

/ (sinh(gamm(m)*x1))))*sin((M_PI*m*y) / y1);

}
```

```
for (int w = 0; w < wi; w++)
{
U1 = U1 + (g(w)*((sinh(ksi(w)*(y1 - y)))
/ (sinh(ksi(w)*y1))) + p(w)*((sinh(ksi(w)*(y)))
/ (sinh(ksi(w)*y1))))*sin((M_PI*w*x) / x1);
}
return U1;
}
double U2(int ii, int wi, double y1,
double y, double x1, double x, double y2)
{
double U2 = 0;
for (int i = 0; i < ii; i++)
{
U2 = U2 + (l(i)*((sinh(lmd(i)*(x1 - x)))
/ (sinh(lmd(i)*x1))) + a(i)*((sinh(lmd(i)*(x)))
/ (sinh(lmd(i)*x1))))*sin(M_PI*i*(y2 - y1)
/ (y - y1));
}
for (int w = 0; w < wi; w++)
{
```

```
U2 = U2 + (p(w)*(sinh(alph(w)*(y2 - y)))
/ (sinh(alph(w)*(y2-y1))) + q(w)*((sinh(alph(w)*(y-y1)))
/ (sinh(alph(w)*(y2-y1)))))*sin((M_PI*w*x) / x1);
}
return U2;
}
double U3(int ki, int ni, double y1,
double y, double x1, double x, double y2, double x2)
{
double U3 = 0;
for (int k = 0; k < ki; k++)
{
U3 = U3 + (a(k)*((sinh(lmd(k)*(x2-x)))
/ (sinh(lmd(k)*(x2-x1)))) + b(k)*((sinh(lmd(k)*(x-x1)))
/ (sinh(lmd(k)*(x2-x1)))))*sin(M_PI*k*(y-y1)
/ (y2 - y1));
}
for (int n = 0; n < ni; n++)
{
U3 = U3 + (c(n)*(sinh(bet(n)*(y2-y)))
/ (sinh(bet(n)*(y2-y1)))+d(n)*((sinh(bet(n)*(y-y1)))
```

```
/ (sinh(bet(n)*(y2-y1)))))*sin(M_PI*n*(x-x1)
/ (x2 - x1));
}
return U3;
}
double U4(int vi, int ti, double y1, double y,
double x1, double x, double y2, double x2)
{
double U4 = 0;
for (int v = 0; v < vi; v++)
{
U4 = U4 + (e(v)*((sinh(nu(v)*(x2 - x)))
/ (sinh(nu(v)*(x2-x1))))+z(v)*((sinh(nu(v)*(x-x1)))
/ (sinh(nu(v)*(x2-x1))))))*sin(M_PI*v*y / y1);
}
for (int t = 0; t < ti; t++)
{
U4 = U4 + (c(t)*(sinh(mu(t)*(y1-y)))
/ (sinh(mu(t)*y1))+s(t)*(sinh(mu(t)*y))
/ (sinh(mu(t)*y1)))*sin(M_PI*t*(x-x1)
/ (x2 - x1));
```

```
}
return U4;
}

int main()
{
ofstream tet;
tet.open("res.txt");
int m = 100;
int w = 100;
int i = 100;
int k = 100;
int n = 100;
int v = 100;
int t = 100;
double y1 = 2;
double y2 = 4;
double x1 = 2;
double x2 = 4;
double x, y;
double U;
```

```
double qwe = 0.1;
tet << "# X   Y   Z" << endl;
for (x = 0; x < x1; x = x + qwe)
{
for (y = 0; y < y1; y = y + qwe)
{
U = U1(m, w, y1, y, x1, x);
tet << " " << x << " " << y << " " << U << "\n";
}
for (y = y1; y < y2; y = y + qwe)
{
U = U2(i, w, y1, y, x1, x, y2);
tet << " " << x << " " << y << " " << U << "\n";
}
tet << endl;
}
for (x = x1; x < x2; x = x + qwe)
{
for (y = 0; y < y1; y = y + qwe)
{
U = U4(k, n, y1, y, x1, x, y2, x2);
```

```
tet << " " << x << " " << y << " " << U << "\n";
}
for (y = y1; y < y2; y = y + qwe)
{
U = U3(i, w, y1, y, x1, x, y2, x2);
tet << " " << x << " " << y << " " << U << "\n";
}
tet << endl;
}
cout << "end";
getchar();

}
```