

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СИСТЕМ

Агафонов Юрий Олегович

Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Компьютерное моделирование нелинейных
наблюдателей в морских системах динамического
позиционирования**

Направление 010300

Фундаментальная информатика и информационные технологии

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор
Веремей Е. И.

Санкт-Петербург

2017

Содержание

Введение.....	3
Обзор литературы	5
Глава 1. Содержательная постановка задачи	7
1.1. Задача минимизации времени переходного процесса	7
1.2. Задача минимизации дисперсии ошибки оценивания	7
1.3. Трудности поиска решений	8
Глава 2. Математическая постановка задачи	10
2.1. Математическая модель	10
2.2. Формальная постановка задач	12
2.2.1. Задача минимизации времени переходного процесса	12
2.2.2. Аддитивный белый Гауссов шум.....	13
2.2.3. Задача минимизации дисперсии ошибки оценивания	13
Глава 3. Предлагаемый подход к решению.....	15
3.1. Многокритериальная оптимизация.....	15
3.2. Линейная свертка критериев.....	15
3.3. Свертка критериев введением ограничений	16
3.4. Варианты вспомогательных функционалов.....	18
Глава 4. Вопросы численной реализации.....	20
4.1. Имитационно-моделирующий комплекс.....	20
4.2. Настройка системы	23
4.3. Анализ чувствительности	24
4.4. Метод решения.....	25
4.5. Решение задачи	25
Выводы.....	30
Заключение	32
Список литературы	33
Приложение	34

Введение

Асимптотические наблюдатели восстанавливают информацию о векторе состояния динамического объекта по результатам измерений доступных переменных. Точность этого восстановления играет важную роль в достижении высокого качества процессов управления, в которых используются формируемые оценки. В связи с этим актуальна задача о минимизации времени переходного процесса, определяющего схождение оценки к восстанавливаемому вектору состояния, за счет выбора параметров наблюдателя. Для линейных наблюдателей эта задача решается относительно просто с применением метода модальной параметрической оптимизации [1]. Если же наблюдатель нелинейный, то возникает ряд проблем аналитического и вычислительного характера.

Кроме того, в реальных условиях почти все измерения состояний динамического объекта зачастую зашумлены, что нельзя не принимать во внимание. Это, в свою очередь, приводит к возникновению помех в измерениях состояний динамического объекта и росту ошибки оценивания. Решение этой проблемы особо важно, так как при больших значениях ошибки оценивания разница между измерениями состояний и их реальными значениями будет достигать слишком больших значений, что будет негативно влиять на качество процессов управления, в которых используются формируемые оценки.

Системы управления динамическим позиционированием предназначены для удержания судна в заданной позиции или на заданном курсе, его следования по заданному маршруту или перемещения на небольшие расстояния автоматически с высокой точностью посредством использования судовых движителей и подруливающих устройств. Эти системы представляют особую важность в первую очередь для судов, которые в связи с характером выполняемых работ должны длительное время удерживать заданную позицию или менять свои позиции строго в заданном

порядке и с высокой точностью. К таким судам можно отнести суда снабжения, мобильные буровые платформы и буровые суда, суда-кабелеукладчики и суда-трубоукладчики. Задачи, выполняемые перечисленными судами крайне важны, ошибки при выполнении подобных работ недопустимы и стоят очень дорого. Время переходного процесса и дисперсия ошибки оценивания играют существенную роль в управлении системами динамического позиционирования, что позволяет говорить об актуальности обозначенных задач.

Данная работа посвящена преодолению ряда трудностей для частной ситуации, относящейся к синтезу системы управления динамическим позиционированием надводного судна. Предлагается вычислительный подход к настройке нелинейного наблюдателя с использованием системы MATLAB Simulink.

Обзор литературы

В учебном пособии [1] рассматривается ряд центральных вопросов, определяющих современные подходы к моделированию, анализу и синтезу линейных стационарных систем с обратными связями. В частности, в нем рассматривается метод модальной параметрической оптимизации, с помощью которого можно решать задачи, аналогичные рассмотренным в настоящей работе, но для линейных систем.

Работа [2] посвящена рассмотрению метода линейной свертки критериев с позиций общей модели многокритериального выбора. Основное внимание уделяется корректности применения этого метода при решении многокритериальных задач.

Отдельно рассматривается ряд вопросов, касающихся нелинейных систем дифференциальных уравнений и переходных процессов, возникающих в этих системах, в работе [3]. Предложенные в пособии методы не подошли для исследования рассматриваемой модели, так как их реализация для конкретной модели требует исключительной вычислительной мощности.

В статье [4] рассматривается математическая модель динамики судна, строится нелинейный наблюдатель для этой модели и подробно описываются преимущества построенного наблюдателя и его особые свойства (например, такие, как глобальная экспоненциальная устойчивость, оценка низкочастотных составляющих для положения и скорости судна из зашумленного измерения). Модель нелинейного наблюдателя из этой статьи была взята за основу для проведения исследований.

Минимизация времени переходного процесса рассматривается во многих трудах, что говорит об актуальности этой задачи. Кратко скажем о некоторых из них [6, 7].

Метод определения длительности переходного процесса в $\Sigma\Delta$ -АЦП с однобитным Δ -модулятором высокого порядка, находящемся в режиме

хаотических колебаний, рассматривается в статье [6]. Сложность задачи, рассматриваемой в этой статье, обусловлена тем, что выходной сигнал Δ -модулятора представляет собой однобитный сигнал. На этой особенности строится дальнейшее решение задачи. В модели из статьи [4] подобная особенность отсутствует, что не позволяет применять используемый в [6] подход к решению.

Статья [7] посвящена моделированию переходного процесса в системе, автоматически стабилизирующей угол крена для летательного аппарата. Рассматриваемая модель связана напрямую именно с креном и его особенностями, например с возможностью для летательного аппарата сделать «бочку», прежде чем достичь предельного значения или достижения предельного значения крена без бочкообразного движения. Эти особенности также не позволяют переносить полученный результат на исследование переходного процесса в ошибке оценивания состояния системы нелинейным наблюдателем.

Глава 1. Содержательная постановка задачи

В этой главе рассмотрены основные задачи, возникающие при проведении исследовательской работы, общие сведения об этих задачах и проблемы, возникающие при их решении.

1.1. Задача минимизации времени переходного процесса

Переходный процесс есть реакция динамической системы на приложенное к ней внешнее воздействие с момента приложения этого воздействия до достижения некоторого установившегося состояния. Для асимптотических наблюдателей установившимся состоянием являются фактические значения сигналов, то есть переходный процесс в них завершается при достижении оценками состояний их фактических значений. Важной характеристикой переходного процесса является время его завершения, которое подлежит минимизации для улучшения качества процессов управления.

Задачу минимизации времени переходного процесса можно сформулировать следующим образом: необходимо подобрать такие значения коэффициентов наблюдателя, при которых переходный процесс завершается за кратчайшее либо за заданное ограниченное время.

Критерием, определяющим завершение переходного процесса и время его протекания, будет достижение ошибкой оценивания значения, равного пяти процентам от величины этой ошибки в начале переходного процесса. Этот критерий является общепринятым при решении задач подобного рода и широко используется на практике.

1.2. Задача минимизации дисперсии ошибки оценивания

При практической реализации систем динамического позиционирования нужно учитывать тот факт, что большинство измерений состояний динамического объекта зашумлены. Шум в измерениях может иметь различную природу, он представляет собой помехи в измерениях

состояний динамического объекта. С математической точки зрения шум может быть аддитивным и мультипликативным, он является некоторым случайным процессом, наиболее близко описывающим зашумляющее воздействие.

Так или иначе, его наличие порождает не затухающее во времени отклонение от измеряемых переменных в измерениях. Рассматривать каждое такое движение не представляется возможным из-за их большого количества и, как следствие, больших вычислительных трудностей. В связи с этим описанное явление будем считать стационарным, которое можно характеризовать дисперсией ошибки оценивания.

Задачу минимизации дисперсии для ошибки оценивания на содержательном уровне можно поставить следующим образом: нужно подобрать коэффициенты наблюдателя таким образом, чтобы значение дисперсии было минимальным либо удовлетворяло заданному ограничению.

1.3. Трудности поиска решений

Методы решения подобных задач, описанные в [6, 7] в данном случае не подходят, поскольку ориентированы на вполне определенные особенности решаемых ими задач. Кроме того, даже если попытаться применить аналогичный подход, это приведет к неоправданным вычислительным и аналитическим сложностям, которые не будут относиться к существу решаемой задачи.

Нужно отметить, что решить обе обозначенные задачи одновременно не удастся: при нахождении минимального времени переходного процесса получается не приемлемое значение дисперсии, и, наоборот, при достижении минимума дисперсии время переходного процесса становится больше желаемого значения. Это происходит из-за того, что при минимизации времени переходного процесса коэффициенты наблюдателя настраиваются на наиболее резкое схождение ошибки к нужному значению, а при минимизации дисперсии – на более плавное схождение, так как величина

отклонений из-за шума гораздо меньше отклонений, для которых рассматривается задача минимизации времени переходного процесса.

Наличие указанной проблемы заставляет искать некоторый компромисс между достижениями минимума указанных характеристик системы, что определяет типичную ситуацию, связанную с проблемой многокритериальной оптимизации.

Глава 2. Математическая постановка задачи

В этой главе приведена математическая модель, взятая за основу для исследований, а также формально поставлены задачи для последующего решения.

2.1. Математическая модель

В качестве исследуемой модели выбрана математическая модель динамики судна, предложенная в статье [4]:

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= \Omega\xi, \\ \dot{\eta} &= J(y)\upsilon, \\ \dot{b} &= -T^{-1}b, \\ M\dot{\upsilon} &= -D\upsilon + J^T(y)b + \tau, \\ y &= \eta + \Gamma\xi,\end{aligned}$$

где использованы следующие векторы: $\xi \in R^6$ – состояние морского волнения, $\eta \in R^3$ – положение судна (продольный и боковой сдвиг, а также курсовой угол ψ), $b \in R^3$ – внешнее медленно меняющееся воздействие (ветер, течение), $\upsilon \in R^3$ – скорость судна (продольная и боковая, а также угловая), $\tau \in R^3$ – управляющее воздействие, $J(y) \in R^{3 \times 3}$ – матрица поворота, $y \in R^3$ – измеряемые переменные.

Рассматриваемая модель нелинейна за счет матрицы поворота, которая формируется по следующей формуле:

$$J(y) = J(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Нелинейный наблюдатель для этой модели строится следующим образом [4]:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{\xi}} &= \Omega \hat{\xi} + K_1 \tilde{y}, \\
\dot{\hat{\eta}} &= J(y) \hat{\eta} + K_2 \tilde{y}, \\
\dot{\hat{b}} &= -T^{-1} \hat{b} + \frac{1}{\gamma} \Lambda \tilde{y}, \\
M \dot{\hat{u}} &= -D \hat{u} + J^T(y) \hat{b} + \tau + \frac{1}{\gamma} J^T(y) K \tilde{y}, \\
\hat{y} &= \hat{\eta} + \Gamma \hat{\xi}, \\
\tilde{y} &= y - \hat{y},
\end{aligned} \tag{1}$$

где

$$K_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{12} & 0 \\ 0 & 0 & k_{13} \\ k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{15} & 0 \\ 0 & 0 & k_{16} \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} k_{21} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{23} \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

– матрицы коэффициентов наблюдателя, γ – дополнительный постоянный коэффициент наблюдателя. Здесь использованы следующие векторы: $\hat{\xi} \in R^6$ – вектор оценки состояния морского волнения, $\hat{\eta} \in R^3$ – вектор оценки положения судна (продольный и боковой сдвиг, а также курсовой угла), $\hat{b} \in R^3$ – вектор оценки медленно меняющегося внешнего воздействия, $\hat{u} \in R^3$ – вектор оценки скорости (продольной и боковой, а также угловой), $\hat{y} \in R^3$ – вектор оценки измеряемых переменных, $\tilde{y} \in R^3$ – вектор ошибки оценивания состояния системы. Матрицы $M \in R^{3 \times 3}$, $D \in R^{3 \times 3}$, $\Omega \in R^{6 \times 6}$, $\Gamma \in R^{3 \times 6}$ и $T \in R^{3 \times 3}$ как в модели динамики, так и в наблюдателе, постоянны и задают характеристики судна и внешней среды.

Определение 1: Система $\dot{x} = f(t, x)$, $f(t, 0) = 0, \forall t \geq 0$, где $x \in R^n$, $f(t, x)$ – кусочно-непрерывная в t и локально липшицева в x , называется

глобально экспоненциально устойчивой, если существует $\gamma > 0$ и класс K функций $k(\cdot)$ таких, что $\|x(t)\| \leq k(\|x(t_0)\|) \cdot \exp[-\gamma(t - t_0)]$.

Положение равновесия рассмотренной модели нелинейного наблюдателя (1) является глобально экспоненциально устойчивым, при выполнении следующих требований [4]:

1. $M = M^T$, M – положительно определенная матрица. Это утверждение истинно, если судно симметрично и движется с малой скоростью хода.
2. $J(y) = J(\eta)$: это утверждение предполагает малые отклонения курсового угла, определяемые внешними воздействиями (не более пяти градусов в экстремальных условиях и не более одного в нормальных).

2.2. Формальная постановка задач

2.2.1. Задача минимизации времени переходного процесса

Если нулевое положение равновесия для системы, записанной в ошибках оценивания, является асимптотически устойчивым, то при ненулевых начальных условиях по ошибкам вектор \hat{y} с неограниченным ростом времени будет сходиться к вектору y , и, начиная с некоторого минимального момента времени, для любого заданного $\varepsilon > 0$ получим, что время переходного процесса задается следующим выражением:

$$T_p = \inf\{T^* : \forall t > T^*, \|y(t) - \hat{y}(t)\| < \varepsilon\}. \quad (2)$$

Задача минимизации времени переходного процесса заключается в поиске такого набора $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \in R^m$ коэффициентов наблюдателя (определенных элементов матриц K_1, K_2, K, Λ и коэффициента γ), что выполняется условие

$$T_p(\mathbf{h}_0) = \min_{\mathbf{h} \in \mathfrak{R}} T_p(\mathbf{h}), \quad (3)$$

где \mathfrak{R} – такая совокупность искомых параметров, для которых сохраняется устойчивость.

2.2.2. Аддитивный белый Гауссов шум

Аддитивность означает суммирование помехи с измеряемыми величинами. В работе в качестве шума в измерении используется аддитивный гауссов белый шум: значения этого процесса в фиксированные моменты времени представляют собой случайные величины с нормальным законом распределения, плотность которого выражается следующей формулой:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}. \quad (4)$$

Заметим, что при таком выборе шума в измерениях вектор $\tilde{y} \in R^3$ ошибки оценивания состояния системы является стационарным эргодическим векторным случайным процессом с нулевым средним.

Такое свойство, как эргодичность, позволяет не проводить множество экспериментов по реализации случайного процесса и сделать нужные выводы из одной реализации.

2.2.3. Задача минимизации дисперсии ошибки оценивания

Для решения задачи о минимизации дисперсии, необходимо рассмотреть следующую величину

$$D_\varepsilon = \lim_{T \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{T} \int_0^T (\tilde{y}(t) + \theta(t))^2 dt \right), \quad (5)$$

где $\theta(t)$ – непрерывный случайный процесс с плотностью распределения вероятности (4).

Поскольку $\theta(t)$ – процесс стационарный, а $\tilde{y}(t)$ – имеет нулевое положение равновесия, предел (5), задающий несобственный интеграл, существует.

Как и при минимизации времени переходного процесса, задача минимизации дисперсии заключается в поиске такого набора $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \in R^m$ коэффициентов наблюдателя, что выполняется условие

$$D_\varepsilon(\mathbf{h}_0) = \min_{\mathbf{h} \in \mathfrak{R}} D_\varepsilon(\mathbf{h}), \quad (6)$$

где \mathfrak{R} – такая совокупность искомым параметров, для которых сохраняется устойчивость.

Глава 3. Предлагаемый подход к решению

В этой главе предлагается решение поставленных задач как одной задачи многокритериальной оптимизации с помощью метода линейной свертки критериев.

3.1. Многокритериальная оптимизация

Поиск оптимальных решений для функционалов, введенных в предыдущей главе, есть типичная ситуация, относящаяся к теории многокритериальной оптимизации.

В общем случае задача многокритериальной оптимизации представляет собой процесс одновременной оптимизации двух и более конфликтующих целевых функций в заданной области определения. Формально это можно записать так:

$$\min_x \{F_i(\mathbf{h})\}, i = \overline{1, n}, \mathbf{h} \in S \subset R^m, n \geq 2,$$

где S – непустая область определения F_i , $F_i : S \rightarrow R$.

Оптимальность можно трактовать по-разному в зависимости от целей, достижение которых преследуется. Одно из наиболее популярных определений оптимальности – оптимальность по Парето.

В случае минимизации критериев решение $\mathbf{h}^* \in R^m$ называется *оптимальным по Парето (или Парето-оптимальным)*, если не существует такого $\mathbf{h}' \in R^m$, что $F_i(\mathbf{h}') \leq F_i(\mathbf{h}^*)$ и $F_i(\mathbf{h}') < F_i(\mathbf{h}^*)$ хотя бы для одного i .

3.2. Линейная свертка критериев

Линейная свертка критериев – метод решения задачи многокритериальной оптимизации, который сводит эту задачу к минимизации одного функционала следующего вида:

$$G(\mathbf{h}) = \sum_{i=1}^n \mu_i F_i(\mathbf{h}), \sum_{i=1}^n \mu_i = 1.$$

Минимизация функционала $G(\mathbf{h})$ с заданным набором весовых коэффициентов уже является задачей однокритериальной оптимизации, для

ее решения можно применять стандартные методы поиска экстремума.

Выбор значений коэффициентов μ_i позволяет задать некоторый приоритет для оптимизируемых критериев. Минусом использования линейной свертки критериев является отсутствие конкретных правил задания весовых коэффициентов μ_i , выбор значений которых проводится субъективно.

Отдельно стоит вопрос о том, можно ли с уверенностью говорить о Парето-оптимальности решения, найденного с помощью метода линейной свертки. В связи с этим приведем следующую теорему [2]:

Теорема 1: Пусть множество $Y^* = \{y^* \in R^n \mid y_i^* \leq y_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ при некотором $y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in Y$ является выпуклым. Тогда для того, чтобы вектор $y^0 \in Y$ был Парето-оптимальным, необходимо существование набора неотрицательных целых чисел $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n, \sum_{i=1}^n \mu_i = 1$, при котором имеет место равенство:

$$\sum_{i=1}^n \mu_i y^0 = \max_{y \in Y} \sum_{i=1}^n \mu_i y_i. \quad (7)$$

Обратно, выполнение равенства (7) при некоторых положительных $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$, влечет Парето-оптимальность вектора $y^0 \in Y$.

В обозначениях, принятых в формулировке теоремы, Y – множество значений критериев, подлежащих оптимизации.

Отметим отдельно, что в работе рассматривается задача поиска наименьших значений, поэтому условия задания множества Y^* и (7) были заменены на противоположные, что является допустимым.

Особо отметим, что исследование выпуклости множества значений критериев для рассмотренных моделей представляет трудоемкую задачу, которая требует проведения особого исследования.

3.3. Свертка критериев введением ограничений

Трудоемкость обоснования применимости линейной свертки

определяет желание упростить задачу, сохраняя тенденцию одновременного уменьшения значений обоих функционалов, характеризующих функционирование нелинейного наблюдателя.

Одним из наиболее удобных способов подобного упрощения является переход от задач минимизации функционалов $F_i(\mathbf{h})$ к задаче о поиске такого вектора параметров \mathbf{h}_0 , который обеспечивает одновременное выполнение ограничений

$$F_i(\mathbf{h}_0) \leq F_i^0, i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

Здесь величины $F_i^0 > 0$ определяют наперед заданные ограничения на значения рассматриваемых функционалов.

Свертка критериев в данном случае может быть выполнена путем введения следующего единого функционала:

$$G'(\mathbf{h}) = \sum_{i=1}^n \mu_i (F_i(\mathbf{h}) - F_i^0 + |F_i(\mathbf{h}) - F_i^0|), \sum_{i=1}^n \mu_i = 1. \quad (9)$$

Очевидно, что если в результате минимизации функционала $G'(\mathbf{h})$ будет достигнуто его нулевое значение, то ограничения (8) будут выполнены. Таким образом, в данном случае целью оптимизации будет достижение нулевого значения функционала (9).

Заметим, что если поставленная цель будет достигнута при некотором выборе значений F_i^0 , то имеет смысл уменьшить их значения и повторить минимизацию вспомогательного функционала $G'(\mathbf{h})$. Подобное уменьшение (сжатие ограничений) имеет смысл повторять до тех пор, пока будет достигаться нулевой минимум. Это следует делать для того, чтобы в наибольшей степени приблизиться к минимальным значениям исходных функционалов $F_i(\mathbf{h})$.

3.4. Варианты вспомогательных функционалов

Заметим, что свертка критериев в задаче с ограничениями может быть выполнена не только в виде (9), но и другими способами. Рассмотрим различные варианты введения функционалов-сверток.

Итак, зададимся целью найти такой вектор параметров \mathbf{h}_0 , чтобы для функционалов (2) и (5) были верны следующие соотношения:

$$T_p(\mathbf{h}_0) \leq T_0,$$

$$D_\varepsilon(\mathbf{h}_0) \leq D_0.$$

Здесь величины T_0 и D_0 определяют наперед заданные ограничения на значения рассматриваемых функционалов. В общем случае эти величины может задавать эксперт, учитывая специфику решаемой задачи. Тем не менее, как было отмечено выше, значения T_0 и D_0 в процессе решения могут быть уменьшены, если такое уменьшение допускается принятым вариантом свертки.

Построим функционалы, являющиеся сверткой критериев для рассматриваемой задачи, в нескольких вариантах:

$$J_1(\mathbf{h}) = \alpha T_p(\mathbf{h}) + (1 - \alpha) D_\varepsilon(\mathbf{h}), \quad (10)$$

$$J_2(\mathbf{h}) = \alpha T_p(\mathbf{h}) + (1 - \alpha) [D_\varepsilon(\mathbf{h}) - D_0 + |D_\varepsilon(\mathbf{h}) - D_0|], \quad (11)$$

$$J_3(\mathbf{h}) = \alpha [T_p(\mathbf{h}) - T_0 + |T_p(\mathbf{h}) - T_0|] + (1 - \alpha) [D_\varepsilon(\mathbf{h}) - D_0 + |D_\varepsilon(\mathbf{h}) - D_0|], \quad (12)$$

где $D_0 = 1,1 \times \min_{\mathbf{h} \in \mathfrak{R}} D_\varepsilon(\mathbf{h})$, $T_0 = 1,1 \times \min_{\mathbf{h} \in \mathfrak{R}} T_p(\mathbf{h})$, $0 \leq \alpha \leq 1$.

Заметим, что вспомогательный функционал (10) представляет собой метод линейной свертки в чистом виде с весовым коэффициентом α . Минимизация этого функционала непосредственно не может гарантировать выполнения каких-либо ограничений, однако, принимая значения $\alpha = 1$ или $\alpha = 0$, мы приходим к задачам (3) или (6) по отдельности. Полученные при этом результаты минимизации можно использовать для задания ограничений в функционалах (11) и (12) путем допуска некоторого увеличения значений функционалов (2) и (5) по сравнению с минимальными значениями.

В ходе проведения экспериментов было принято решение об установлении ограничений, на 10% превышающих минимальные значения соответствующих критериев.

В варианте (11) во вспомогательный функционал вводится ограничение на значение дисперсии, что позволит говорить о поиске наименьшего значения времени переходного процесса и значении дисперсии, удовлетворяющему некоторому ограничению. Естественно, что достижение нулевого значения в данном случае не предполагается.

В варианте (12) во вспомогательный функционал вводятся ограничения как по времени переходного процесса, так и по значению дисперсии. Целью оптимизации данного функционала будет достижение его нулевого значения при определенных значениях параметров.

Таким образом, поиск оптимальных решений задач (3) и (6) сводится к минимизации одного из функционалов (11) или (12) при фиксированном значении коэффициента α .

Для реализации вычисления значений рассмотренных функционалов сформирован программный код на языке MATLAB, текст которого приведен в Приложении.

Подсистема «Ship» моделирует динамику судна. У нее один входной сигнал – вектор управляющего воздействия и один выходной сигнал – вектор измеряемых переменных. Её подробная схема представлена на рис. 2.

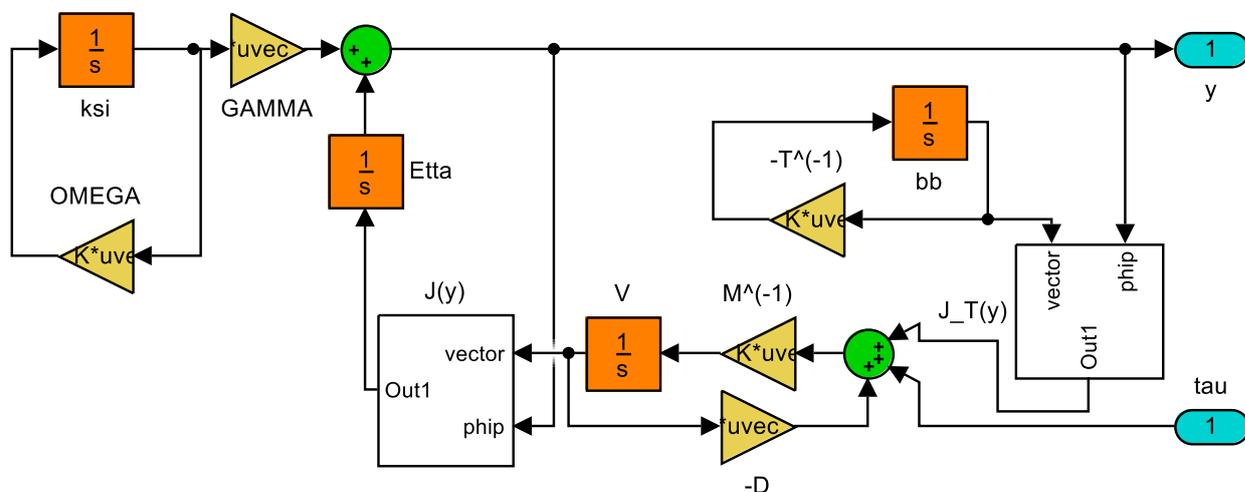


Рис. 2. Блок-схема подсистемы «Ship»

Подсистема «Observer» реализует модель нелинейного наблюдателя, оценивающего динамику судна. У этой подсистемы два входных сигнала: первый – вектор управляющего воздействия, второй – вектор измеряемых переменных, в нашем случае полученный из модели динамики судна (в общем случае он может быть получен и другими способами, например с помощью DGPS [4]). В одном случае на эту подсистему подается «чистый» сигнал, в другом – зашумленный (см. рис. 1).

Подробная схема подсистемы представлена на рис. 3.

В подсистемах «Ship» и «Observer» используются подсистемы «J» и «J_T», которые реализуют преобразование векторного сигнала постоянно меняющейся матрицей поворота. В эти подсистемы заложено простое правило умножения матрицы на вектор. На вход у обеих из них подается два сигнала: угол поворота и вектор, преобразование которого необходимо произвести с помощью матрицы поворота или ее транспонированного варианта. Выходным сигналом обеих систем является преобразованный входной сигнал. Подробные схемы этих подсистем представлены на рис. 4 и 5.

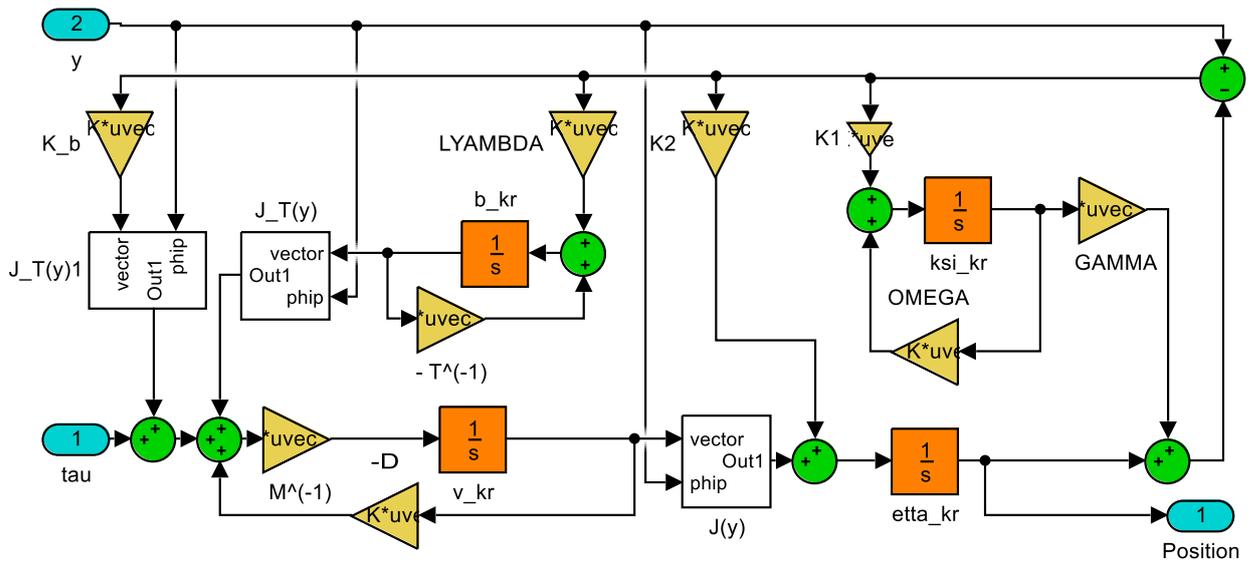


Рис. 3. Блок-схема подсистемы «Observer»

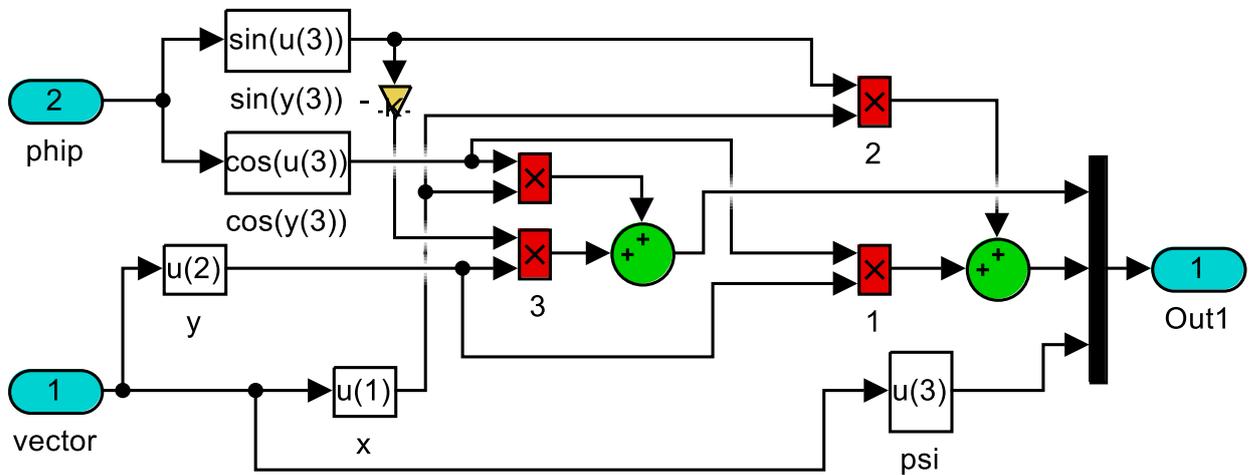


Рис. 4. Блок-схема подсистемы «J(y)»

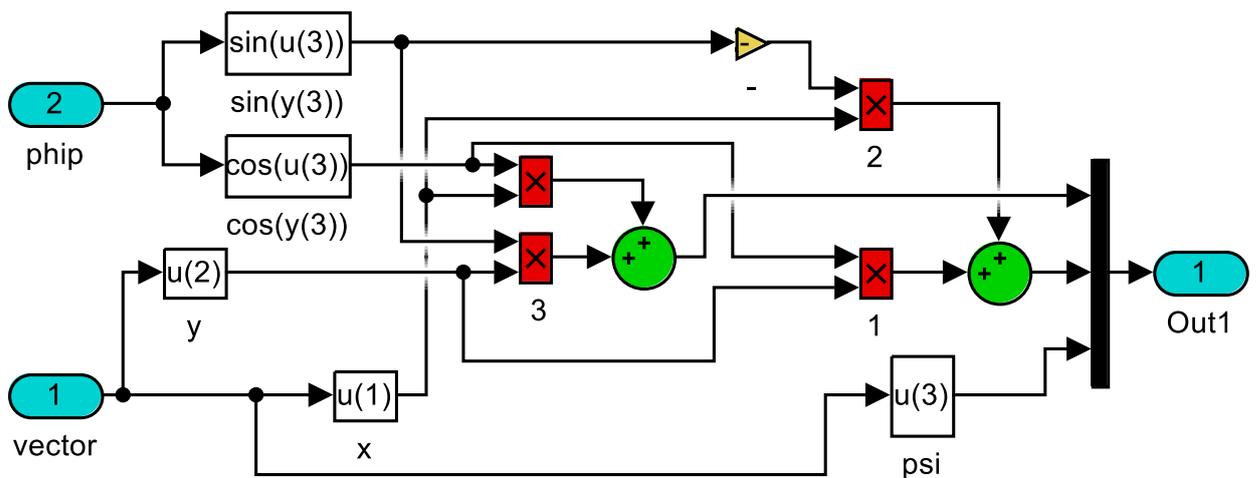


Рис. 5. Блок-схема подсистемы «J_T(y)»

В модели также присутствует подсистема «Control», задача которой формировать тестовый векторный управляющий сигнал следующего вида:

$$\tau_i = A(1 - e^{-k_i t}) \sin \omega_i t, i = 1, 2, 3.$$

Схема этой подсистемы представлена на рис. 6.

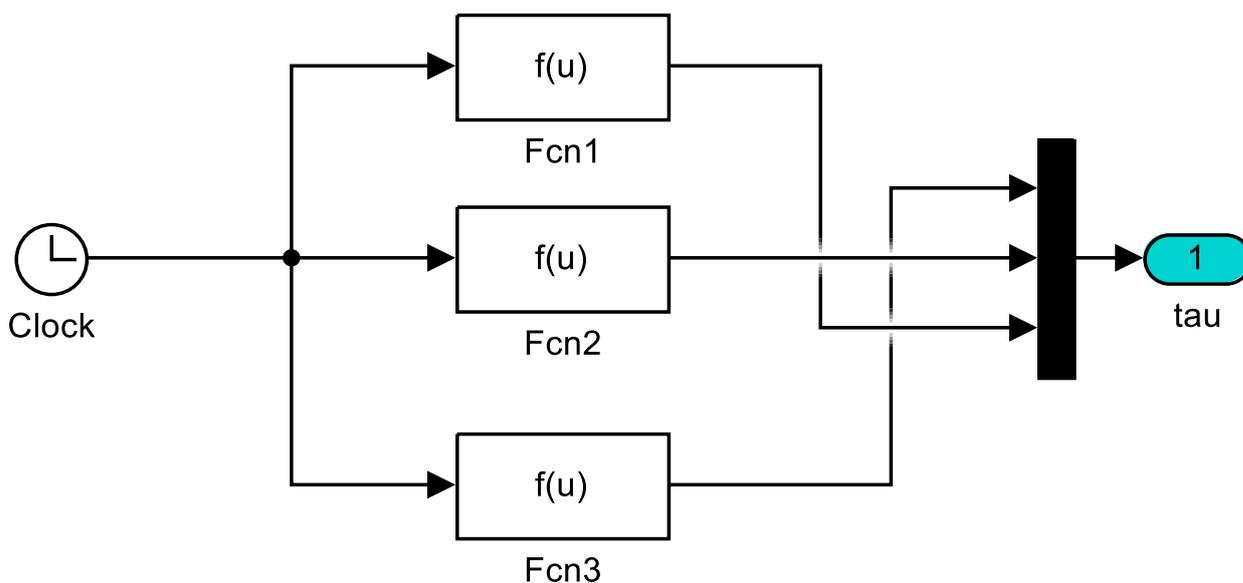


Рис. 6. Блок-схема подсистемы «Control»

4.2. Настройка системы

В качестве конкретных числовых значений параметров судна и исходного набора коэффициентов наблюдателя возьмем данные из примера, приведенного в статье [4]:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,8 & 0 & 0 & -0,18 & 0 & 0 \\ 0 & -0,8 & 0 & 0 & -0,18 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 & 0 & 0 & -0,18 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 10^3 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 5,3122 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 2,2831 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 3,7454 \cdot 10^9 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 5,0242 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2,7229 \cdot 10^5 & -4,3933 \cdot 10^6 \\ 0 & -4,3933 \cdot 10^6 & 4,1894 \cdot 10^8 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 \end{bmatrix},$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} -2,2059 & 0 & 0 \\ 0 & -2,2059 & 0 \\ 0 & 0 & -2,2059 \\ 1,6157 & 0 & 0 \\ 0 & 1,6157 & 0 \\ 0 & 0 & 1,6157 \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & 0 \\ 0 & 1,1 & 0 \\ 0 & 0 & 1,1 \end{bmatrix}, \Lambda = 0,1 \cdot K, \gamma = 1.$$

Во всех интегрирующих блоках модели, кроме двух, начальные условия были взяты нулевые. В блоке «etta_kr» каждой подсистемы «Observer» начальные условия взяты следующие [30; 20; 60], что имитирует возникновение ошибки оценивания.

В первую очередь была проведена настройка параметров управления с целью раскачки судна в пределах 1,5 от нулевого положения. Настройка произведена с помощью встроенного пакета MATLAB Response Optimization. Полученные в результате настройки колебания приведены на рис. 7. Ось абсцисс соответствует времени, ось ординат – положению судна по продольному сдвигу.

4.3. Анализ чувствительности

После настройки параметров управления было необходимо выявить коэффициенты наблюдателя, к которым наиболее чувствительны время переходного процесса и дисперсия ошибки оценивания. Для этого произведено варьирование значений всех коэффициентов на десять процентов.

Отметим, что, в соответствии с [4], в рамках таких изменений асимптотическая устойчивость наблюдателя сохраняется.

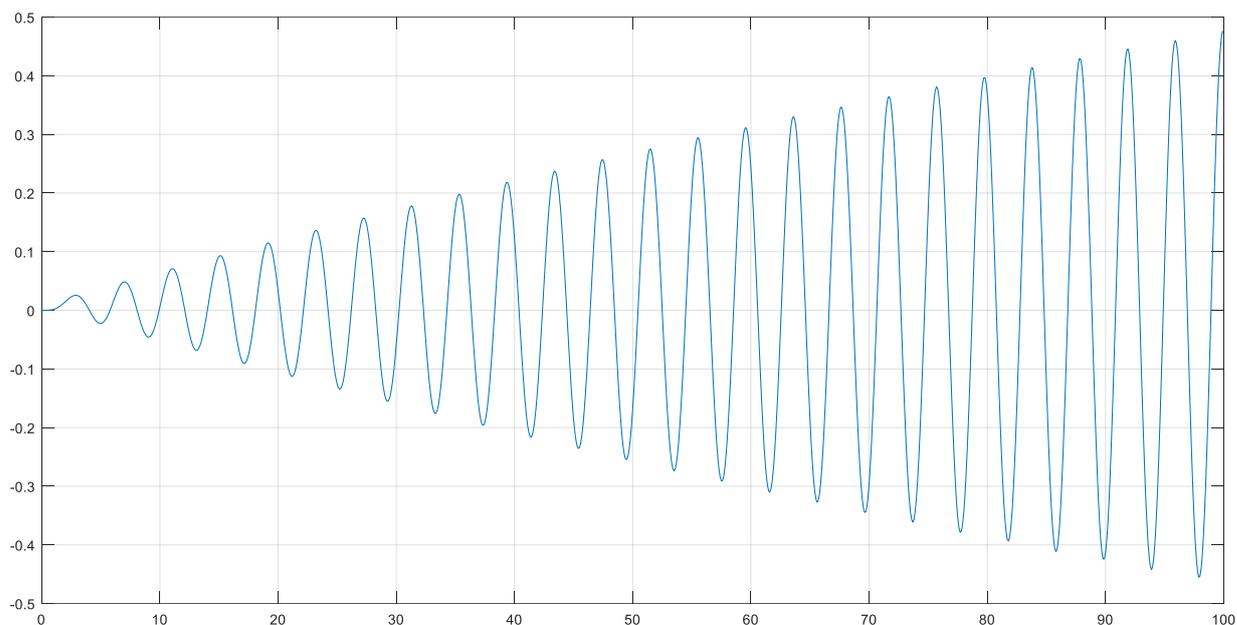


Рис. 7. Продольные колебания судна после настройки управления

Было установлено, что наиболее влияние на T_p и D_ε оказывает изменение коэффициентов матрицы K_2 и верхнего блока матрицы K_1 . В пространстве выявленных параметров производилось решение поставленных задач многокритериальной оптимизации.

4.4. Метод решения

В качестве численного метода минимизации (10), (11) и (12) был выбран численный метод поиска безусловного локального экстремума Нелдера–Мида [5]. Этот метод особенно удобен в условиях решаемой задачи, так как не требует вычисления производной минимизируемой функции, которая в рассматриваемом случае не задана явно. Также этот метод может работать с зашумленными сигналами, что позволяет использовать его при минимизации дисперсии ошибки оценивания.

4.5. Решение задачи

Нужно отдельно отметить, что в качестве нормы в (2) будем подразумевать следующую функцию: $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$. Выбор такой нормы позволяет искать минимум для каждой компоненты вектора ошибки

оценивания в отдельности, что упрощает вычислительную мощность алгоритма и более удобно для исследования. Конкретно это удобство заключается в том, что на каждую компоненту вектора ошибки оценивания оказывают влияние только два коэффициента наблюдателя из перечисленных шести, что существенно упрощает поиск точки экстремума. В дальнейшем будем рассматривать работу с первой компонентой ошибки оценивания, для оставшихся двух процесс полностью аналогичен.

Поскольку метод осуществляет поиск локального экстремума, было принято решение о поиске минимума функционала в прямоугольной окрестности начальных значений параметров, что позволит избежать попадания в «плохие» локальные экстремумы и выбрать лучших из всех найденных.

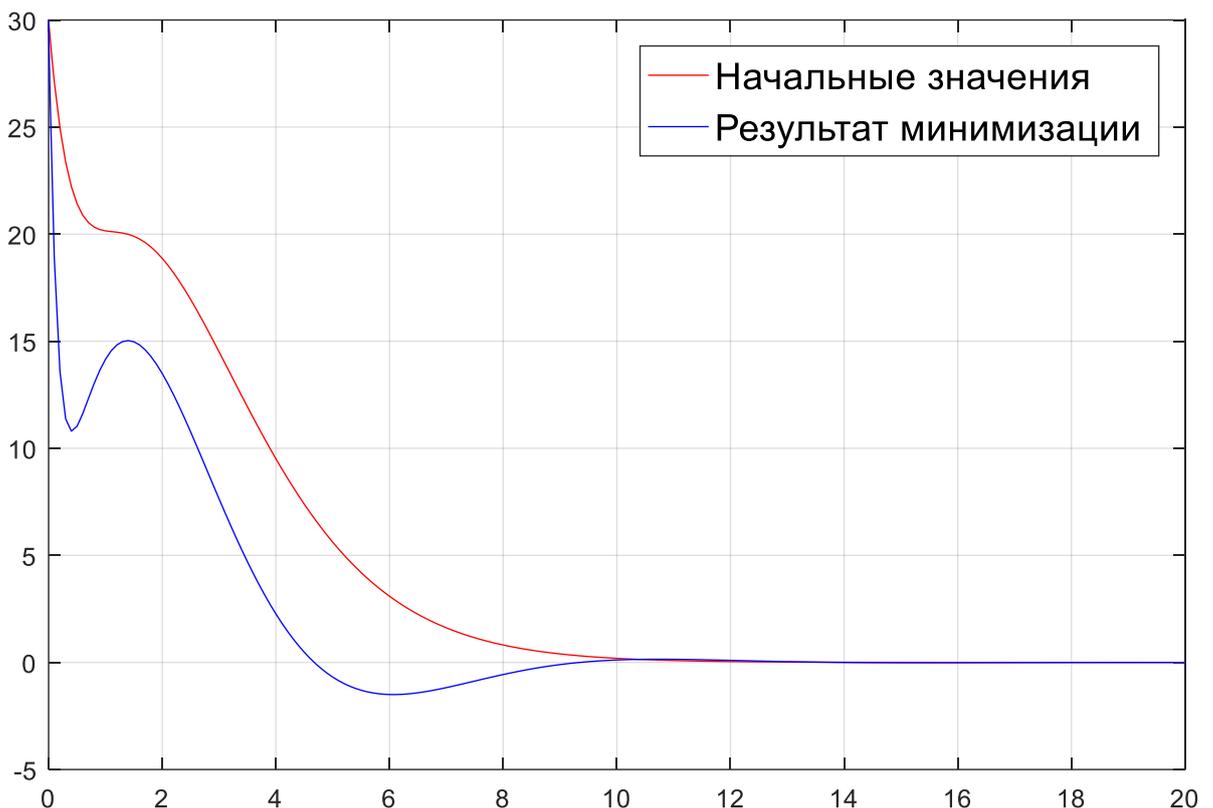


Рис. 8. Результат минимизации времени переходного процесса

В первую очередь, необходимо найти минимум времени переходного процесса. В решении этой задачи нужно рассмотреть функционал (9) со значением α равным единице. Было найдено следующее значение:

$T_p(\mathbf{h}) = 4,2$ при значениях коэффициентов $k_{11} = -6$, $k_{21} = 5,1354$. Результат минимизации приведен на рис. 8. Здесь и далее на рисунках ось абсцисс соответствует времени, ось ординат – значению ошибки оценивания.

Аналогичные результаты для минимизации времени переходного процесса были получены и при других значениях начальных условий, что наглядно представлено на рис. 9.

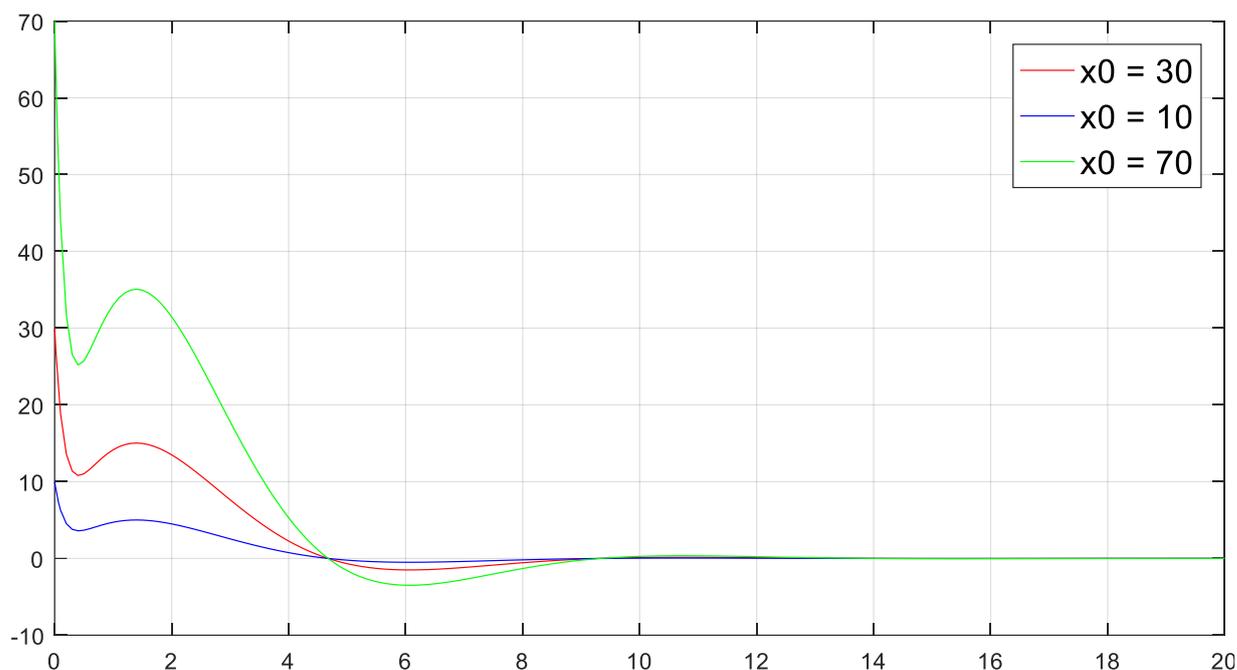


Рис. 9. Переходный процесс при различных значениях ошибки оценивания

Значение дисперсии определяется несобственным интегралом (5), точное вычисление которого представляет собой довольно трудоемкую задачу в силу неявного задания подынтегрального выражения. Поэтому было принято решение о его приближенном численном поиске методом трапеций при достаточно большом значении $T = 3000$. Методическая ошибка метода трапеций при нахождении дисперсии является допустимой. Формула трапеций представлена ниже:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^n \frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2} (x_i - x_{i-1}),$$

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b.$$

Чтобы найти минимум D_ε нужно найти минимум функционала (10) со значением α равным нулю. Было найдено следующее значение $D_\varepsilon(\mathbf{h}) = 0,16$ при значениях коэффициентов $k_{11} = -1,1219$, $k_{21} = 2,5033$. Результат минимизации приведен на рис. 10.



Рис. 10. Результат минимизации дисперсии ошибки

Полученные значения времени переходного процесса и дисперсии ошибки оценивания были использованы для вычисления значений T_0 и D_0 .

Минимизация функционалов (10), (11) и (12) производилась с разными значениями α . При этом нулевое и единичное значение во внимание не брались, так как в случае таких значений веса использование линейной свертки критериев теряет свой смысл: будет производиться простая минимизация одного из критериев. Подробные результаты приведены в табл. 1. Графическая интерпретация результата представлена на рис. 11.

Нулевые значение функционала (12) достигнуты с точностью до трех знаков после запятой, что обусловлено невыполнением в найденной точке

экстремума ограничения на значение дисперсии. Значение времени переходного процесса ограничению удовлетворяет, более того, удалось уменьшить значение ограничения для него: $T_0 = 4,4$.

α	$J_1(\mathbf{h})$	$J_2(\mathbf{h})$	$J_3(\mathbf{h})$	k_{11}	k_{21}
0,1	0,599	0,44	0	-3,957	3,3
0,2	1,021	0,88	0	-3,957	3,3
0,3	1,443	1,32	0	-3,957	3,3
0,4	1,866	1,76	0	-3,957	3,3
0,5	2,288	2,2	0	-3,957	3,3
0,6	2,711	2,64	0	-3,957	3,3
0,7	3,133	3,08	0	-3,957	3,3
0,8	3,555	3,52	0	-3,957	3,3
0,9	3,978	3,96	0	-3,957	3,3

Табл. 1. Числовые результаты поиска экстремума различных функционалов при разных значениях весового коэффициента

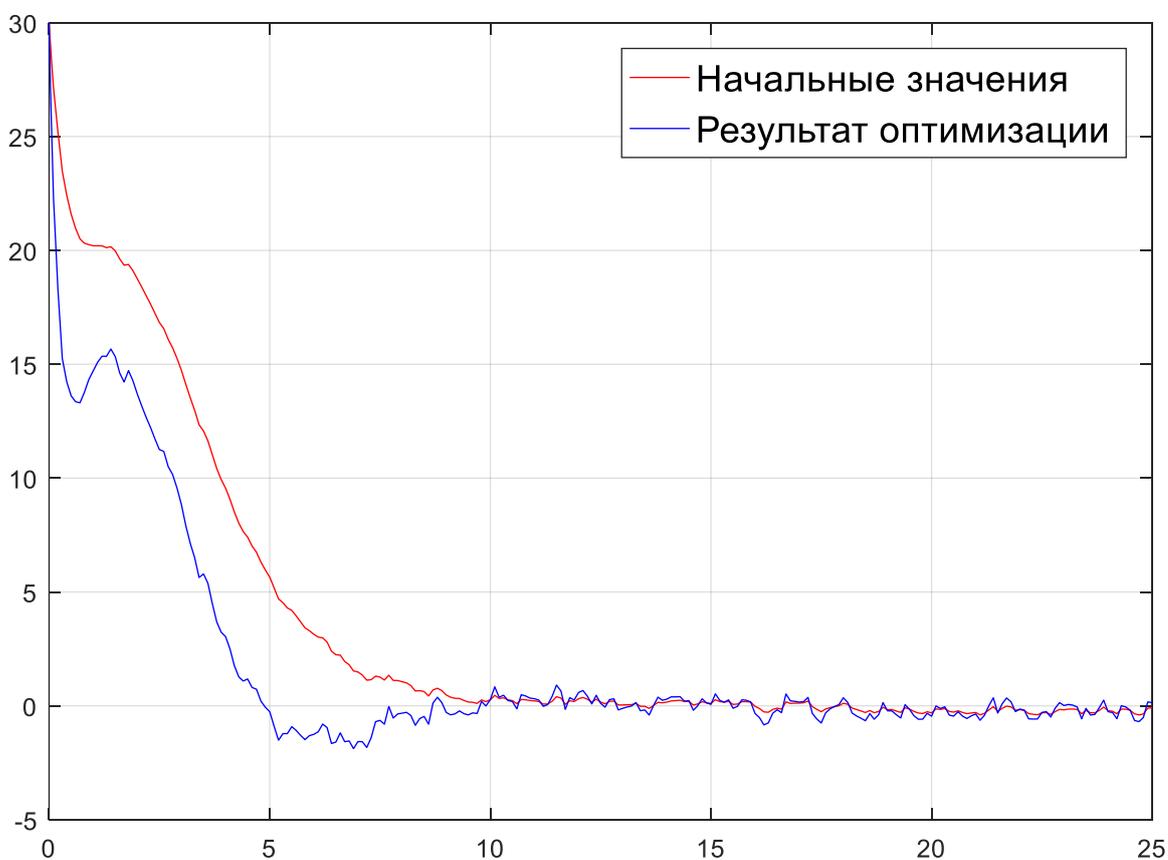


Рис. 11. Итоговый результат оптимизации

Выводы

В ходе проделанной работы проведена успешная многокритериальная оптимизация нелинейного наблюдателя для системы управления динамическим позиционированием надводного судна с использованием различных способов свертки критериев. В качестве функционалов рассматривались время переходного процесса и дисперсия ошибки оценивания нелинейного наблюдателя. Поиск Парето-оптимальных решений произведен не был, но были получены решения, удовлетворяющие заданным ограничениям.

Эффективность полученного способа оптимизации подтвердилась в ходе компьютерного и имитационного моделирования в системе MATLAB Simulink, при котором была реализована модель динамики судна и нелинейного наблюдателя, предложенные в [4]. Использование предложенного алгоритма возможно на практике, так как настройка коэффициентов наблюдателя производится лишь один раз, дальнейшая работа системы происходит в режиме реального времени.

Получено решение задачи, удовлетворяющее заданным ограничениям. Ограничения для времени переходного процесса удалось несколько уменьшить.

В дальнейшем возможно рассмотрение более совершенных численных методов поиска значения несобственных интегралов для вычисления значения дисперсии ошибки оценивания, но в данной работе просто метода трапеций более чем достаточно.

Открытой остается проблема анализа выпуклости множества значений минимизируемых критериев, ее решение является приоритетным в дальнейшем исследовании, поскольку в случае его выпуклости можно будет смело утверждать, что мы можем найти Парето-оптимальное решение задачи методом линейной свертки критериев.

Также стоит отметить, что значение дисперсии ошибки оценивания и времени переходного процесса отличаются в разы, поэтому в дальнейших исследованиях планируется рассмотрение нормированных значений указанных критериев, чтобы задание весовых коэффициентов при поиске оптимальных решений имело большую значимость.

Заключение

В ходе проведенного исследования получены следующие результаты, которые выносятся на защиту:

1. Сформулирована задача многокритериальной оптимизации нелинейного асимптотического наблюдателя и предложены способы ее численного решения.
2. Разработан имитационно-моделирующий комплекс в среде MATLAB-Simulink для проведения числовых экспериментов с разработанными методами.
3. Проведено численное решение задачи о построении нелинейного асимптотического наблюдателя для конкретного практического примера.

Список литературы

1. Веремей Е. И. Линейные системы с обратной связью. СПб.: Лань, 2013. 448 с.
2. Ногин В. Д. Линейная свертка критериев в многокритериальной оптимизации // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2014. – № 4. – С. 73–82.
3. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016. – 560 с.
4. Fossen T. I., Strand J. P. Passive nonlinear observer design for ships using Lyapunov methods: full-scale experiments with a supply vessel // Automatica 35. 1999. P. 3–16.
5. Nelder J. A., Mead R. A simplex method for function minimization // Computer Journal. 1965. Vol. 7. P. 308–313.
6. Ашанин В. Н., Чувыкин Б. В., Тер-Аракелян Р. Г. Метод определения длительности переходного процесса в $\Sigma\Delta$ -АЦП с однобитным Δ -модулятором высокого порядка // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2010. – № 3 (15). – С. 70–81.
7. Геложе Ю. А., Клименко П. П. Моделирование переходных процессов в нелинейных системах автоматической стабилизации угла крена // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 1998. – № 3.

Приложение

Ниже представлен код на языке MATLAB для вычисления функционалов (11), (12) или (13).

```
function [result] = J(k)
global k11 k21 x0 s alfa
k11 = k(1);
k21 = k(2);
xeps = x0*0.05;
Tp = 10^9;
Ti = 1;
De0 = 0.176;
Tp0 = 4.62;
sum = 0;
tmp = sim('ship_model');
xt = epsxTp;
xd = epsxDe;

for i = 2:length(xt)
    if abs(xt(i,2)) <= xeps && abs(xt(i-1,2)) > xeps
        Tp = xt(i,1);
        Ti = i;
    end
    if abs(xt(i,2)) > xeps && abs(xt(i-1,2)) <= xeps
        Tp = 10^9;
    end
end
xd(:,2) = xd(:,2).*xd(:,2);
for i = Ti:length(xd)-1
    sum = sum + ((xd(i+1,1)-
xd(i,1))*(xd(i,2)+xd(i+1,2)))/2;
end
De = sum/3000;
if s == 1
    result = alfa*Tp + (1-alfa)*De;
end
if s == 2
    result = alfa*Tp + (1-alfa)*(De-De0+abs(De-De0));
end
if s == 3
    result = alfa*(Tp - Tp0 + abs(Tp - Tp0)) + (1-
alfa)*(De-De0+abs(De-De0));
end
end
```