Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Исследование операций и принятие решений в задачах оптимизации, управления и экономики

Ладина Татьяна Дмитриевна

Разработка пакета программ «Финансовое моделирование»: анализ финансовых инструментов

Выпускная квалификационная работа

Научный руководитель:
к. ф.-м. н., доцент В. В. Бухвалова

Рецензент:
Менеджер А. В. Ковальчук

Санкт-Петербург
2017

Saint Petersburg State University
Applied Mathematics and Computer Science
Operation Research and Decision Making in Optimisation, Control and Economics Problems

Ladina Tatiana

Development of software «Financial Modelling»: financial asset analysis

Graduation Project

Scientific Supervisor:
Associate professor V. V. Bukhvalova

Reviewer:
Manager A. V. Kovalchuk

Saint Petersburg
2017

Оглавление

Введение

Данная работа посвящена созданию пакета программ «Финансовое моделирование», сопровождающего учебный курс «Принципы корпоративных финансов» (Брейли Р., Майерс С., 2017). На сегодняшний день большинство ведущей учебной литературы по финансовому моделированию имеют вспомогательное программное обеспечение, облегчающее процесс обучения. В 2017 году вышло 16-е издание курса «Принципы корпоративных финансов», но до сих пор без программного сопровождения.

Пакет «Финансовое моделирование» предполагается использовать для решения широкого класса финансовых задач и рассмать не только как многофункциональный калькулятор, но и как обучающий материал.

В данной работе решается более узкая проблема, а именно разработка раздела «Анализ финансовых инструментов», включающий вспомогательные и следующие базовые модули:

1. Позиционные диаграммы,
2. Биномиальная модель оценки опционов,
3. Модель Блэка-Шоулза.

Реализация модулей подразумевает:

- изучение поставленных задач финансового моделирования,
- программирование макросов на языке VBA,
- создание интуитивно-понятного интерфейса,
- написание документации к программе.

Работа нацелена на исследование понятия опционов и методов их оценки. Наиболее распространенными методами являются биномиальная модель, предложенная в 1979 г. Дж. Коксом, С. Россом и М. Рубинштейном [6], а также ее предельный случай — формула Блэка-Шоулза, опубликованная в 1973 г. [5].

Биномиальная модель — эффективное средство для оценки европейских и американских опционов на акции без дивидендов и на акции с фиксированной дивидендной доходностью. Гибкость модели позволяет применять ее с небольшими изменениями также и к опционам на акции с фиксированными двидендами в денежной форме, но при таком подходе количество вычислений экспоненциально растет с каждой дополнительной выплатой. В данной работе помимо базовой биномиальной модели будут рассмотрены две модификации, предложенные в 1988 М. Шредером [8] и решающие проблему роста узлов.

Формула Блэка-Шоулза — аналитическая формула для европейских опционов на акции без дивидендов. Однако, вследствие сложности обобщения формулы на другие типы опционов, в остальных случаях удобно применять биномиальную модель, котороя хорошо аппроксимирует ценность опциона любого типа.

1. Основные определения

В этой главе приведены основные определения, используемые в тексте работы.

Определение. Опцион — это ценная бумага, подтверждающая право владельца на покупку или продажу определенного базового актива по заданной цене в заранее согласованное время.

Введем следующие обозначения:

S — текущая (спот) цена акции,

K — цена исполнения опциона,

C — ценность колл-опциона.

Различают следующие основные виды опционов:

Колл-опцион	Пут-опцион
Покупатель получает право, но не обязательство, купить актив	Покупатель получает право, но не обязательство, продать актив

Европейский опцион	Американский опцион
может быть исполнен только в дату исполнения	может быть исполнен в любой день до даты исполнения

Позиционные диаграммы на рис. 1 показывают, как ценность колл- и пут- опционов зависит от цены акции в дату исполнения. Если в дату исполнения $S \leqslant K$, то держатель колл-опциона предпочтет отказаться от покупки акции по цене $K \implies C = 0$. Если $S > K$, то $C = S - K$. Аналогично для пут-опциона.

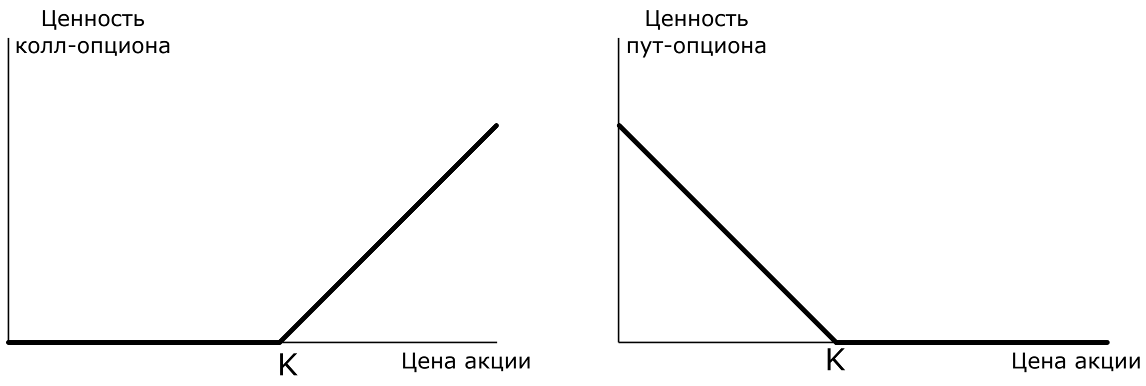

Рис. 1. Позиционные диаграммы: владелец опциона

С другой стороны, рассмотрим позицию продавца. Для него выплаты владельцу опциона оборачиваются потерей (рис. 2).

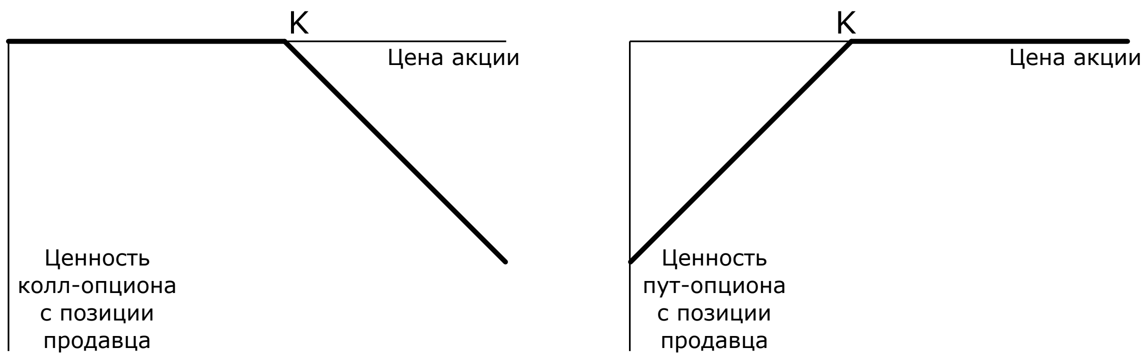

Рис. 2. Позиционные диаграммы: продавец опциона

Замечание. Следует помнить, что позиционные диаграммы показывают не прибыль, а только выплаты по финансовому инструменту.

2. Биномиальная модель

В этой главе будут описаны варианты биномиальной модели для оценки опционов: базовая модель, два варианта модели для акции с дивидендами. В тексте главы будут использоваться следующие обозначения:

S — текущая (спот) цена акции,

K — цена исполнения опциона,

u, d — коэффициенты изменения цены акции ($u \geqslant 1$, $0 \leqslant d \leqslant 1$),

t — время жизни (срок действия) опциона,

r — безрисковая годовая процентная ставка,

C — ценность колл-опциона,

P — ценность пут-опциона.

Модель оценивания опционов будет выводиться в предположении отсутствия арбитражных возможностей на рынке.

2.1. Базовая модель для одного периода

Рассмотрим европейский колл-опцион. Предположим, что в конце рассматриваемого периода могут реализоваться только два сценария: либо цена акции упадет до dS, либо возрастет до uS. Предположим также, что в рассматриваемый период по акции не выплачиваются дивиденды.

Если цена акции упадет до dS, то ценность опциона будет равной $C_d = \max[dS - K, 0]$, если возрастет до uS, то $C_u = \max[uS - K, 0]$. Составим эквивалентный портфель, состоящий из акций и облигаций, выплаты по которому будут совпадать с выплатами по опциону.

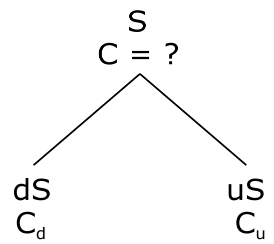

Рис. 3. Биномиальная решетка для колл-опциона для одного периода

Обозначим через Δ — количество акций в портфеле, L — сумму заимствований, $m = (1+r)^t$. Будем считать, что в начальный момент времени мы взяли кредит в размере L, добавили некоторое количество собственных денег и купили Δ акций. Тогда в конечный момент времени выплаты по портфелю будут следующими:

Цена акции	dS	uS
Продажа акции	ΔdS	ΔuS
Выплата кредита с процентами	$-Lm$	$-Lm$
Итого	$\Delta dS - Lm$	$\Delta uS - Lm$

Портфель, эквивалентный опциону, должен удовлетворять системе уравнений:

$$\begin{cases} \Delta dS - Lm = C_d \\ \Delta uS - Lm = C_u. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем формулы для вычисления Δ и L:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{uS - dS}, \tag{1}$$

$$L = \frac{dC_u - uC_d}{(u-d)m}. \tag{2}$$

Вычислим количество денег, затраченных на формирование такого портфеля, которое совпадает со стоимостью опциона:

$$C + L - \Delta S = 0 \implies$$

$$C = \Delta S - L = \frac{C_u - C_d}{u - d} - \frac{dC_u - uC_d}{(u-d)m} = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{m}, \tag{3}$$

где $p = \dfrac{m-d}{u-d}$.

Замечание. Возможен другой подход к получению формулы (3). Сформируем в начальный момент времени портфель, купив Δ акций и продав колл опцион C. Тогда в конечный момент времени ценность портфеля будет следующей:

Цена акции	dS	uS
Продажа акции	ΔdS	ΔuS
Выплаты по опциону	$-C_d$	$-C_u$
Итого	$\Delta dS - C_d$	$\Delta uS - C_u$

Чтобы портфель был свободен от рисков, необходимо равенство выплат по портфелю в обоих случаях:

$$\Delta dS - C_d = \Delta uS - C_u \implies (1).$$

Так как безрисковый портфель должен иметь доходность, равную безрисковой процентной ставке, в начальный момент времени имеем:

$$C - \Delta S + \frac{\Delta uS - C_u}{m} = 0 \implies$$

$$C = \frac{C_u - C_d}{u - d} - \frac{dC_u - uC_d}{(u-d)m} = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{m}, \text{ где } p = \frac{m-d}{u-d}.$$

Покажем, что при отклонении цены от C, появляется возможность арбитража. Пусть цена опциона на рынке $\widetilde{C} > C$, тогда в начальный момент времени продаем опцион по рыночной цене, берем кредит в размере L и покупаем Δ акций. Таким образом, в начальный момент времени получаем прибыль:

$$\widetilde{C} + L - \Delta S = \widetilde{C} - C > 0$$

.

В конечный момент времени выплаты будут следующими:

Цена акции	dS	uS
Продажа акции	ΔdS	ΔuS
Выплата кредита	$-Lm$	$-Lm$
Доход от опциона	$-C_d$	$-C_u$
Итого	$\Delta dS - Lm - C_d = 0$	$\Delta uS - Lm - C_u = 0$

Аналогичным образом выведем формулу для европейского пут-опциона.

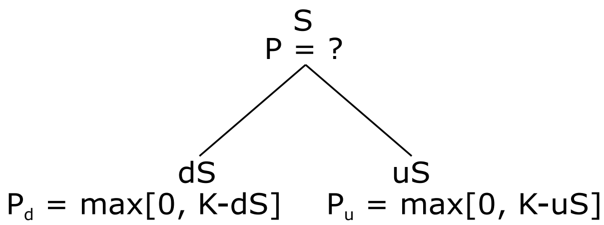

Рис. 4. Биномиальная решетка для пут-опциона для одного периода

Рассмотрим формулы (1) и (2) для вычисления Δ и L. Заметим, что для пут-опциона $P_u < P_d$, тогда $\Delta < 0$ и $L < 0$. То есть для составления эквивалентного пут-опциону портфеля необходимо в начальный момент времени коротко продать Δ акций, добавить некоторое количество собственных денег и купить облигаций на сумму L. Тогда в конечный момент времени выплаты по портфелю будут следующими:

Цена акции	dS	uS
Покупка акции	ΔdS	ΔuS
Доход от облигаций	$-Lm$	$-Lm$
Итого	$\Delta dS - Lm$	$\Delta uS - Lm$

Вычислим количество денег, затраченных на формирование такого портфеля, которое совпадает со стоимостью опциона:

$$P + L - \Delta S = 0 \implies$$
$$P = \Delta S - L = \frac{P_u - P_d}{u-d} - \frac{dP_u - uP_d}{(u-d)m} = \frac{pP_u + (1-p)P_d}{m}, \text{ где } p = \frac{m-d}{u-d}.$$

Рассмотрим американские опционы. Отличие заключается лишь в дополнительной проверке, не является ли исполнение опциона в данный момент более выгодным, чем в конечный. Получаем формулы:

$$C = \max\left[S - K, \frac{pC_u + (1-p)C_d}{m}\right],$$
$$P = \max\left[K - S, \frac{pP_u + (1-p)P_d}{m}\right].$$

Заметим следующее:

1. Если $K \leqslant dS \leqslant uS \implies uS - K \geqslant 0$ и $dS - K \geqslant 0$, то
$$\frac{pC_u + (1-p)C_d}{m} = \frac{p(uS-K) + (1-p)(dS-K)}{m} = \frac{mS - K}{m} \geqslant S - K.$$

2. Если $dS \leqslant K \leqslant uS \implies uS - K \geqslant 0$ и $dS - K \leqslant 0$, то
$$\frac{pC_u + (1-p)C_d}{m} = \frac{p(uS-K)}{m} \geqslant^{?} S - K. \tag{4}$$

   Заметим, что левая и правая части неравенства — линейные функции относительно K.

Если $K = dS$, тогда

$$(4) \Longrightarrow \frac{p(uS - dS)}{m} = \frac{S(m-d)}{m} \geqslant S - dS$$

Если $K = uS$, тогда

$$(4) \Longrightarrow \frac{p(uS - uS)}{m} = 0 \geqslant S - uS$$

Таким образом, формула (4) верна $\forall K : dS \leqslant K \leqslant uS$

3. Если $dS \leqslant uS \leqslant K \Longrightarrow uS - K \leqslant 0$ и $dS - K \leqslant 0$, то

$$\frac{pC_u + (1-p)C_d}{m} = 0 \geqslant S - K.$$

Таким образом, для оценки американского колл опциона достаточно формулы:

$$C = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{m}.$$

Существует связь между европейскими колл и пут опционами с одинаковыми ценой исполнения и датой исполнения:

$$P = C + \frac{K}{m} - S \tag{5}$$

Проверим эту формулу для случая $K \leqslant dS \leqslant uS$:

$$\frac{p \cdot 0 + (1-p) \cdot 0}{m} = \frac{p(uS - K) + (1-p)(dS - K)}{m} + \frac{K}{m} - S,$$

$$0 = \frac{puS - pK + dS - K - pdS + pK + K}{m} - S,$$

$$0 = \frac{S(u-d)\dfrac{m-d}{u-d} + dS - mS}{m}.$$

Аналогично формула проверяется для случаев $dS \leqslant K \leqslant uS$ и $dS \leqslant uS \leqslant K$.

2.2. Базовая модель для нескольких периодов

Чтобы сделать модель более реалистичной и получить более широкий спектр возможных цен акции на конец срока действия опциона, поделим t на n равных промежутков времени и для каждого промежутка применим описанную выше модель.

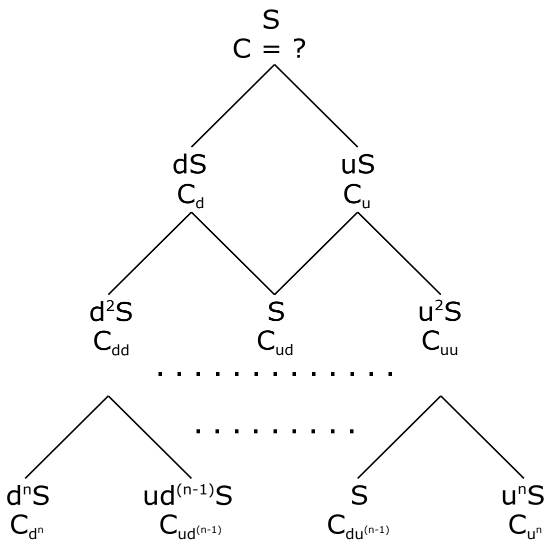

Рис. 5. Биномиальная решетка для n периодов

Очевидно, что должна использоваться новая безрисковая ставка за период:

$$m = (1 + r)^{t/n}$$

Однако возникает вопрос, как осмысленно выбрать параметры u и d? Существуют формулы, предложенные Коксом, Россом и Рубинштейном [6]:

$$u = \exp^{\sigma\sqrt{t/n}}, \tag{6}$$

$$d = 1/u. \tag{7}$$

где t — количество лет до исполнения опциона, σ — среднегодовая волатильность акции, n — число периодов в биномиальной модели.

2.3. Модель для акции с дивидендами

Если дивидендная доходность по акции фиксирована, то выплаты пропорциональны стоимости акции, и тогда цена акции после вверх-вниз движения совпадает с ценой после вниз-вверх движения. Таким образом, число узлов за каждый период увеличивается только на 1.

Пусть дивидендная доходность v по акции фиксирована и выплачивается только в первый период.

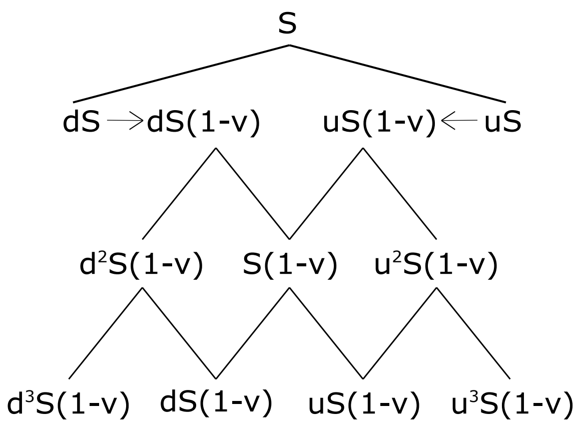

Рис. 6. Биномиальная решетка: дивиденд v в первый период

В случае акций с фиксированными денежными выплатами биномиальный метод становится громоздким и неэффективным. Дело в том, что число узлов за период после эксдивидендной даты удваивается и решетка имеет свойство разрастаться даже при небольшом количестве выплат. Решетка для 60 периодов будет содержать в общей сложности 1 891 узлов для акций без выплат или для акций с фиксированной дивидендной доходностью. Но число узлов сильно вырастет для акции с равноотстоящими фиксированными дененежными выплатами.

Кол-во выплат	Число узлов
0	1 891
1	15 841
2	106 491
3	589 816
4	2 784 691

Зафиксируем вместо дивидендной доходности размер дивиденда в денежной форме (f) (рис. 7).

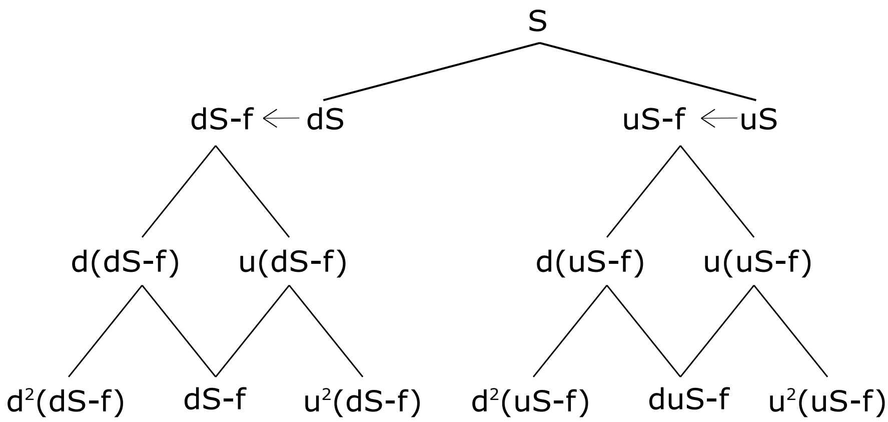

Рис. 7. Биномиальная решетка: дивиденд f в первый период

На самом деле, с небольшими модификациями эта модель также может использваться для оценки стоимости опционов с фиксированными денежными выплатами. Возможны два подхода.

1. Оценивать опцион в предположении, что эксдивидендная цена акции (цена акции минус приведенная стоимость выплат в течение жизни опциона) логнормально распределена. Тогда можно разделить цену акции на две компоненты: безрисковую, представляющую собой приведенную стоимость всех дивидендов за срок действия опциона, и рискованную.

2. Оценивать опцион в предположении, что цена акции с дивидендом логнормально распределена. Данный подход имеет смысл, если дивиденды акции известны, но ненадежны. В силу нашего предположения можно построить биномиальную решетку, игнорируя дивиденды и строя оценку опциона в эксдивидендные даты.

Замечание. Обычно при оценке долгосрочных опционов считают известной дивидендную доходность. Это связано со сложностью вычисления точного значения дивидендов в зависимости от падения и роста цены акции на рынке. Но в краткие промежутки времени, которые актуальны для большинства опционных контрактов, фирмы, как правило, платят фиксированные дивиденды в денежной форме.

Логнормальные эксдивидендными цены

Разделим цену акции на сумму двух частей — безрисковую и рискованную. Безрисковая часть акции — приведенная стоимость всех дивидендов за жизнь опциона, рискованная часть — оставшаяся часть цены. Предполагается, что рискованная часть акции имеет логнормальное распределение. В действительности под этим понимается гарантированная выплата дивидендов, иначе такое однозначное отделение безрисковой части цены невозможно. Увидим, что возможная цена акции может быть приближена без экспоненциального роста числа узлов.

Рассмотрим колл-опцион. В качестве отправной точки для биномиального процесса используется цена акции за вычетом приведенной стоимости всех выплачиваемых дивидендов за жизнь опциона. Параметры u и d, предложенные Коксом, Россом и Рубинштейном, могут быть использованы без изменений и рассчитываться по формулам (6) и (7).

В случае, если опцион американского типа, возможно его досрочное исполнение. Реализация колл-опциона может быть оптимальной только в эксдивидендные даты, и тогда величина поступлений есть безрисковая цена акции плюс приведенная стоимость всех диведендов, выплаченных за жизнь опциона, начиная с этого момента, минус цена исполнения.

Таким образом, стоимость колл-опциона в каждом узле вычисляется с помощью следующей формулы:

$$C = \max\left[\frac{pC_u + (1-p)C_d}{m},\, S^{net} + D - K\right] \tag{8}$$

в узлах, соответствующих эксдивидендным датам, и с помощью формулы:

$$C = \frac{pC_u + (1-p)C_d}{m} \tag{9}$$

во всех остальных узлах. D — приведенная стоимость всех дивидендов, начиная с этого момента, S^{net} — цена акции за исключением выплаченных дивидендов в будущем. В дату исполнения опциона, D будет равным диведенду на акцию, если таковые имеются в течение последнего периода биномиальной решетки, и ценность колл-опциона в каждом конечном узле будет равна:

$$C = \max\left[S^{net} + D - K,\, 0\right]. \tag{10}$$

Пример 1. Рассмотрим американский колл-опцион на акциию с ценой $S = \$100$. Будем считать, что опцион заключен на $t = 270$ дней с ценой исполнения $K = \$95$. Построим биномиальную модель с тремя периодами ($n = 3$), в конце каждого из которых по акции будут выплачиваться дивиденды в в размере $D = \$2$. Годовая безрисковая процентная ставка $r = 10\%$, среднегодовая волатильность акции $\sigma = 36\%$.

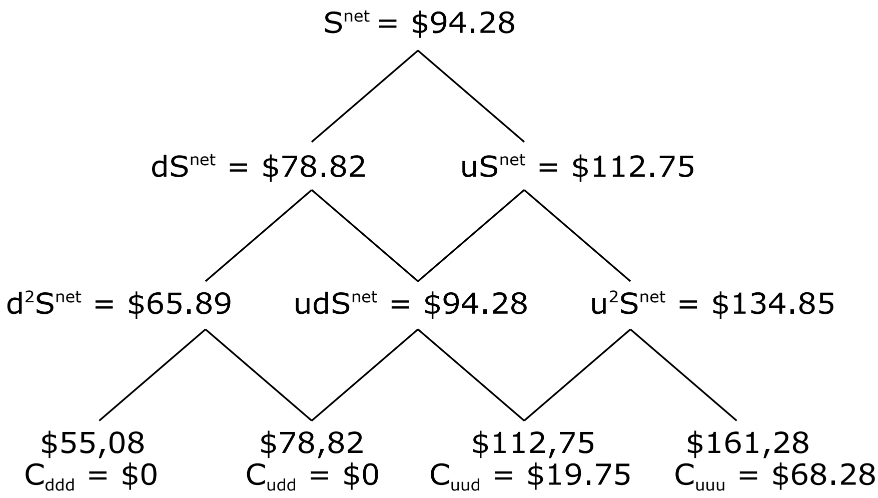

Рис. 8. Биномиальная решетка: пример 1 (часть 1)

$$u = \exp^{\sigma\sqrt{t/n}} = \exp^{0.36\sqrt{270/(365\cdot 3)}} = 1.196,$$
$$d = 1/u = 0.836,$$
$$m = (1+0.1)^{270/(365\cdot 3)} = 1.024,$$
$$p = (r-d)/(u-d) = 0.522.$$

Посчитаем отдельно рискованную часть цены акции:

$$S^{net} = 100 - \left(\frac{2}{1.024} + \frac{2}{1.024^2} + \frac{2}{1.024^3}\right) = 94.277$$

Построим биномиальную решетку, отражающее изменение S^{net}, а также вычислим стоимость опциона в момет исполнения по формуле (10). Заметим, что в конце третьего периода по акции выплачиваются дивиденды, то есть используем $D = \$2$ (рис. 8).

По формуле (8) вычисляем цену опциона в каждом узле решетки (рис. 9).

Замечание. Отличие оценки американских пут-опционов лишь в том, что их досрочное исполнение может оказаться выгодным в любой момент.

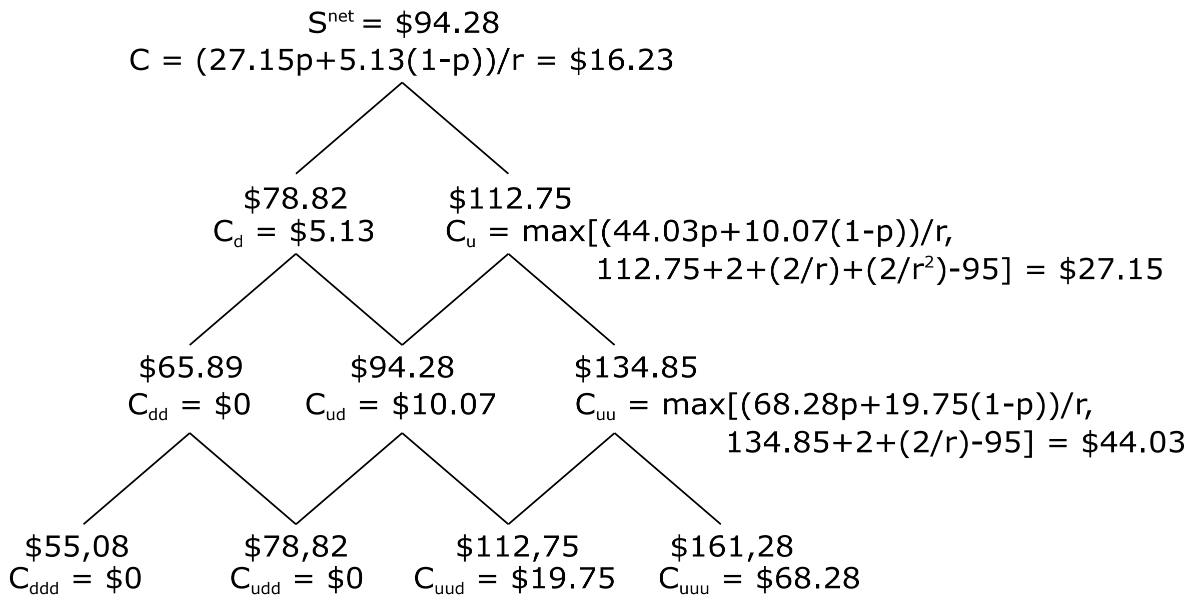

Рис. 9. Биномиальная решетка: пример 1 (часть 2)

Значит, в каждом узле надо использовать следующую формулу:

$$P = \max\left[\frac{pP_u + (1-p)P_d}{m},\ K - S^{net} - D\right] \tag{11}$$

Логнормальные цены

Предыдущая модификация биномиальной модели предполагает, что дивиденды, выплачиваемые в течение жизни опциона, надежны, а также, что цена акции за вычетом приведенной стоимость этих дивидендов логнормально распределена. Такое предположение может не соответствовать реальному описанию структуры фирмы.

Если стоимость фирмы падает достаточно сильно, то дивиденды могут быть выплачены не целиком или не выплачены вовсе. Вместо того, чтобы моделировать возможные траектории цены акции с учетом влияния дивидендов, можно использовать следующую идею.

1. Построить биномиальную решетку без учета двидендов.

2. Рассматривать цену акции в узле решетки как эксдивидендную.

3. Вычислять ценность опциона при цене акции с дивидендом.

4. Интерполировать цены опционов в эксдивидендные даты.

Таким образом, в узлах, соответствующих эксдивидентным датам, используем формулу:

$$C(S+D) = \max\left[\frac{(pC_u + (1-p)C_d)}{r}, S+D-K\right]$$

и формулу:

$$C(S) = \frac{(pC_u + (1-p)C_d)}{r}$$

в остальных случаях.

Пример 2. Рассмотрим предыдущий пример, но для оценки опциона используем новый подход. В данном примере используется линейная интерполяция (рис. 10)

Замечание. Иногда применяют интерполяцию с более высокой гладкостью. Но так как ценность опциона должна монотонно зависеть от цены акции, применение нелинейной интерполяции не кажется разумным.

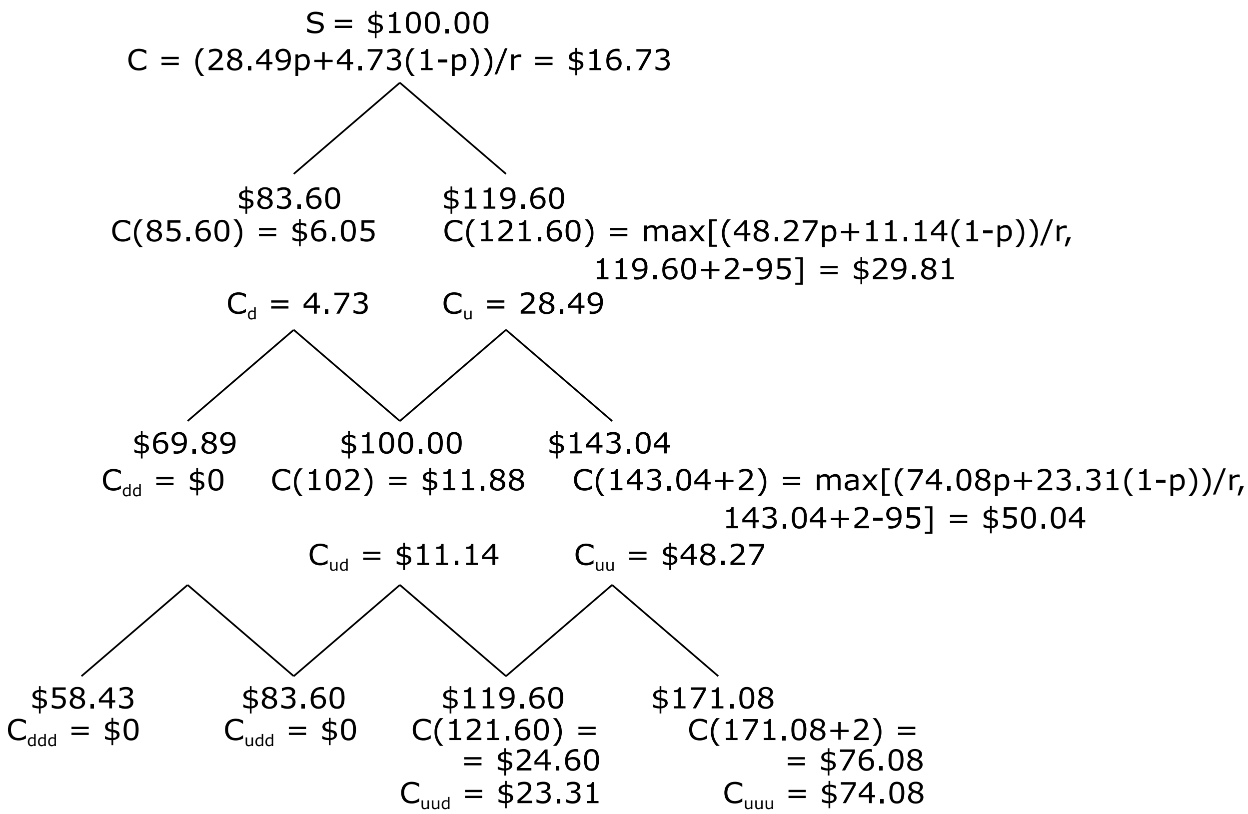

Рис. 10. Биномиальная решетка: пример 2

3. Формула Блэка-Шоулза

В этой главе приведена формула Блэка-Шоулза, известная также как формула Блэка-Шоулза-Мертона, которая на сегодняшний день является самым распространенным способом оценки опционов. Формула была опубликована в 1973 году [5], за свою работу Мертон и Шоулз в 1997 получили Нобелевскую премию по экономическим наукам.

В биномиальной модели мы делили срок жизни опциона на все большее количество периодов. Распределение изменений цены оставалось дискретным, но все больше напоминающим логнормальное. Это обусловлено выбором параметров u и d.

Если устремить количество периодов к бесконечности, то распределение цены станет непрерывным, а формула для вычисления ценности колл-опциона примет вид:

$$C = S\Phi(d_1) - K\exp{(-rt)}\Phi(d_2), \text{ где}$$
$$d_1 = \frac{\ln{(S/K)} + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}},$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t},$$

$\Phi(x)$ — функция распределения стандартного нормального распределения.

Ценность пут-опциона можно вычислить по формуле:

$$C = K\exp{(-rt)}\Phi(-d_2) - S\Phi(-d_1).$$

И получить формулу пут-колл паритета:

$$P = C + K\exp{(-rt)} - S. \tag{12}$$

С другой стороны, формула (12) естественным образом получается из формулы (5), если учесть, что при переходе к непрерывной модели Блэка-Шоулза дисконтирование тоже становится непрерывным.

Пример 3. Рассмотрим европейский колл-опцион со следующими параметрами: $S = \$100$, $k = \$95$, $t = 0.5$, $\sigma = 30\%$, $r = 10\%$. Вычислим ценность опциона, используя биномиальную модель и формулу Блэка-Шоулза.

Метод	C
Бин. модель $n = 1$	15.32
Бин. модель $n = 6$	13.78
Бин. модель $n = 12$	13.75
Формула Б.-Ш.	13.75

При $n \longrightarrow \infty$ ценность опциона, вычисленная с использованием биномиальной модели, сходится к ценности опциона, полученной по формуле Блэка-Шоулза.

Существует большое количество модификаций формулы Блэка-Шоулза, которые позволяют оценивать американские опционы, а также опионы на акции с дивидендами. Но в следствие того, что формула выводится из дифференциального уравнения, которое усложняется с каждым выплаченным по акции дивидендом, не всегда можно получить аналитическую формулу.

4. Пакет программ «Финансовое моделирование»

В этой главе приведено описание программы, состоящей из следующих модулей:

1. Процентные вычисления,
2. Позиционные диаграммы,
3. Биномиальная модель оценки опционов,
4. Модель Блэка-Шоулза.

Модуль «Процентные вычисления» реализован, но не рассмотрен в работе. Соответствующую ему теорию можно найти в любом вводном учебнике.

Программа написана на языке VBA.

После открытия файла программы лист «Главное меню» имеет следующий вид:

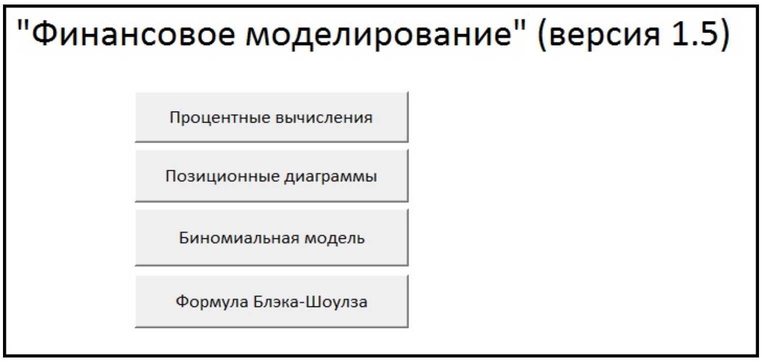

Рис. 11. Главное меню

Лист «Главное меню» предназначен для удобной навигации и объединяет основные разделы пакета.

4.1. Модуль «Позиционные диаграммы»

Модуль предназначен для построения позиционных диаграмм таких финансовых активов, как акции, облигации, пут-опционы, колл-опционы, и позиционной диаграммы портфеля, составленного из указанного числа данных активов.

Для запуска модуля необходимо ввести следующие параметры:

- n_1 — количество акций в портфеле ($n_1 \in \mathbb{Z}$),
- S_1 — цена акции ($S_1 \geqslant 0$),
- n_2 — количество колл-опционов в портфеле ($n_2 \in \mathbb{Z}$),
- S_2 — цена колл-опциона ($S_2 \geqslant 0$),
- n_3 — количество пут-опционов в портфеле ($n_3 \in \mathbb{Z}$),
- S_3 — цена пут-опциона ($S_3 \geqslant 0$),

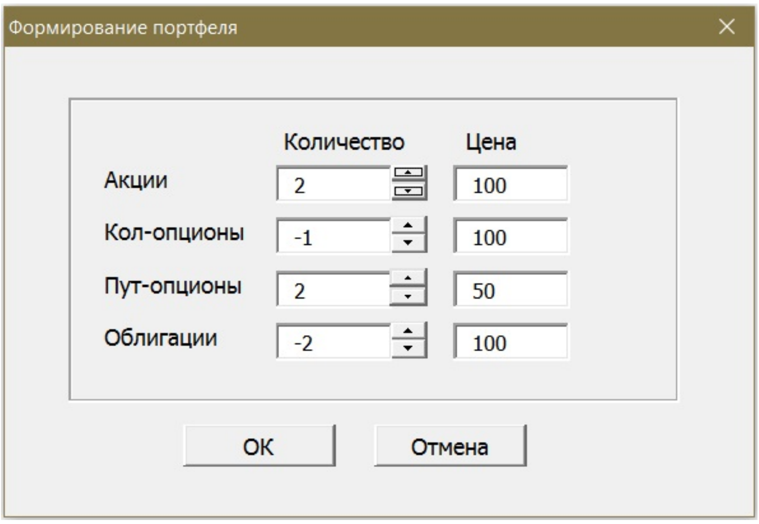

Рис. 12. Позиционные диаграммы: задание параметров

- n_4 — количество облигаций в портфеле ($n_4 \in \mathbb{Z}$),
- S_4 — цена облигации ($S_4 \geqslant 0$).

Отрицательные n_i, $i \in \overline{1,4}$ означают короткую продажу финансовых активов.

Пример ввода параметров на рис. 12.

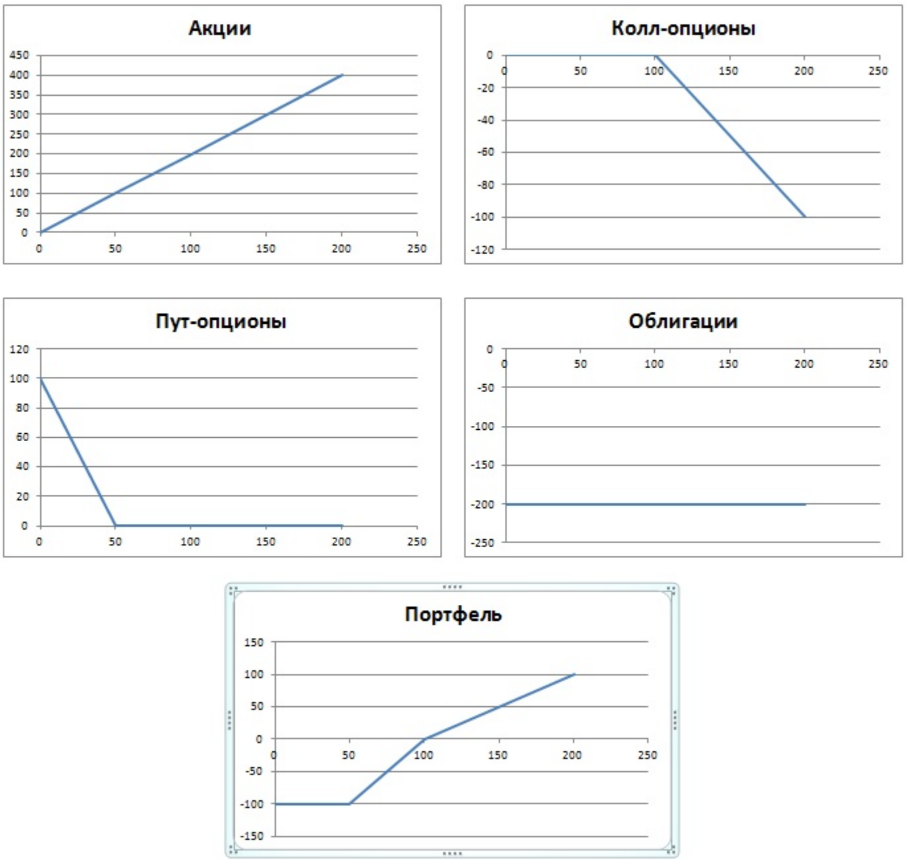

Рис. 13. Позиционные диаграммы: результат работы модуля

Модуль осуществляет вывод результатов на лист. Пользователь имеет следующие возможности:

1. Сохранить вычисления на отдельном листе.

2. Очистить лист.

3. Вернуться в главное меню.

4. Ввести новые параметры для запуска модуля.

На рис. 13 показан пример вывода.

4.2. Модуль «Биномиальная модель»

Модуль предназначен для:

1. Получения оценки опциона произвольного типа на акции с фиксированными дивидендами в денежной форме с использованием биномиальной модели.

2. Наглядного представления работы метода.

Для запуска модуля необходимо ввести следующие параметры:

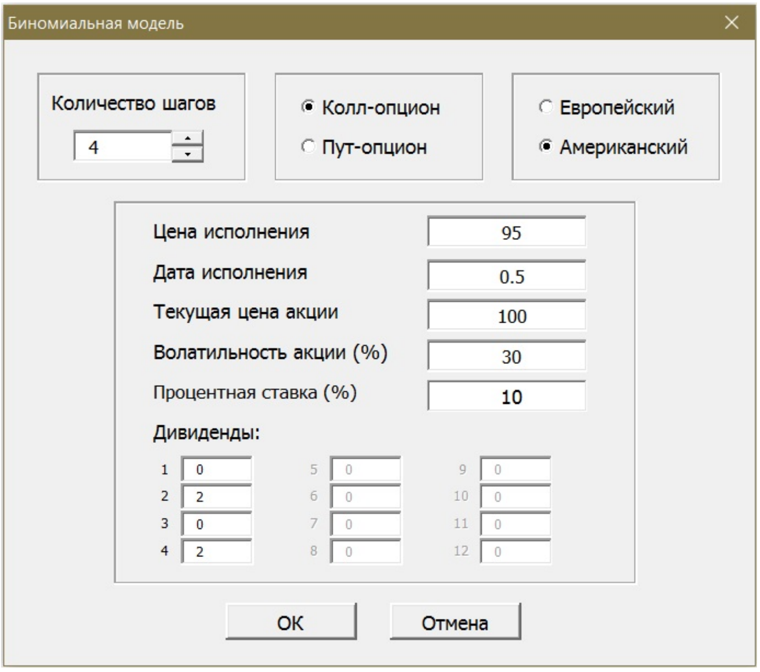

Рис. 14. Биномиальная модель: задание параметров

- n — количество периодов ($n \in \overline{1, 12}$),
- колл- или пут-опцион,
- европейский или американский опцион,
- K — цена исполнения ($K \geqslant 0$),

- t — дата исполнения ($t \geqslant 0$),
- S — текущая цена акции ($S \geqslant 0$),
- σ — волатильность акции ($\sigma \geqslant 0$),
- r — безрисковая процентная ставка ($r \geqslant 0$),
- $d_i, i \in \overline{1,n}$ — размер дивидендов, выплачиваемых на конец периода i ($d_i \geqslant 0, i \in \overline{1,n}$).

На рис. 14 показан пример ввода.

На рис. 15 показан пример вывода.

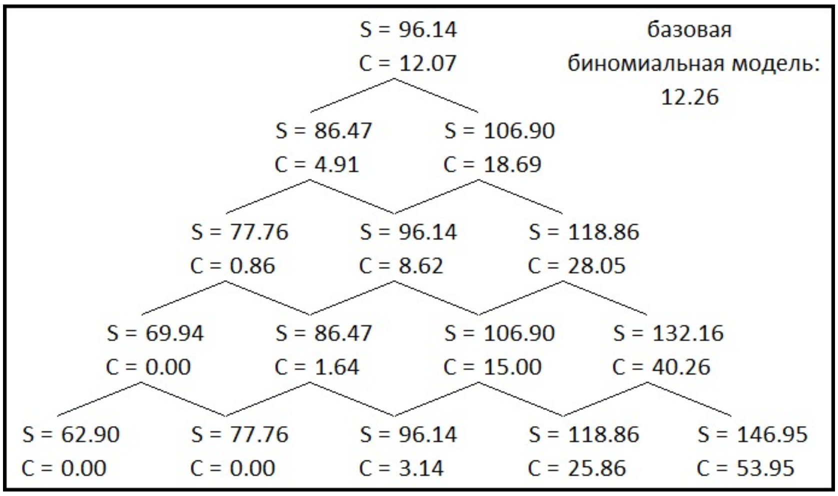

Рис. 15. Биномиальная модель: результат работы модуля

Для вычисления ценности опциона на акции без дивидендов модуль использует базовую биномиальную модель и строит по ней биномиальную решетку.

Для вычисления ценности опциона на акции с дивидендами модуль использует две модели: базовую биномиальную модель и модифицированную биномиальную модель с логнормальными эксдивидендными ценами. В этом случае биномиальная решетка строится только по модифицированной модели.

Модуль осуществляет вывод результатов на лист. Пользователь имеет следующие возможности:

1. Сохранить вычисления на отдельном листе.
2. Очистить лист.
3. Вернуться в главное меню.
4. Ввести новые параметры для запуска модуля.

4.3. Модуль «Формула Блэка-Шоулза»

Модуль предназначен для вычисления ценности европейского колл- или пут-опциона без дивидендов с указанными параметрами.

Для запуска модуля необходимо ввести следующие параметры:

- колл- или пут-опцион,
- K — цена исполнения ($K \geqslant 0$),
- t — дата исполнения ($t \geqslant 0$),
- S — текущая цена акции ($S \geqslant 0$),
- σ — волатильность акции ($\sigma \geqslant 0$),
- r — безрисковая процентная ставка ($r \geqslant 0$).

Модуль осуществляет вывод результата в соответствующее поле. Пользователь имеет следующие возможности:

1. Вернуться в главное меню.
2. Ввести новые параметры для запуска модуля.

На рис. 16 показаны примеры ввода и вывода.

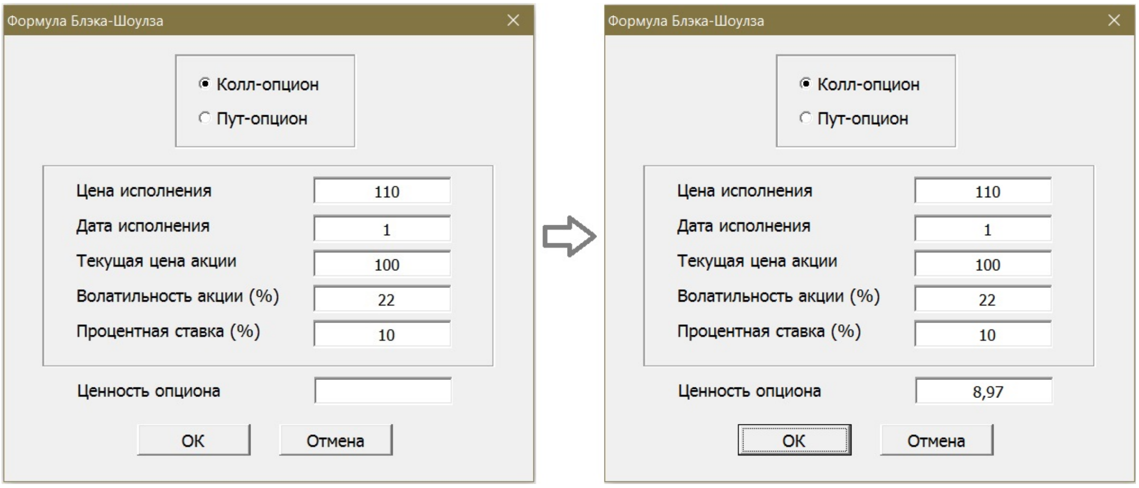

Рис. 16. Формула Блэка-Шоулза: задание параметров и результат работы модуля

Заключение

Пакет программ «Финансовое моделирование» предназначен не только для решения ряда задач финансового моделирования, но и для сопровождения процесса обучения. Он позволяет вычислить ценность опционов, используя биномиальную модель и формулу Блэка-Шоулза, а также наглядно демонстрирует понятие опциона с использованием позиционных диаграмм и работу модели.

Опционы имеют широкую область применения. Это финансовый инструмент, который используют для портфельного страхования, оценки возможностей инвестиционного проекта, и даже как часть компенсационного пакета руководителей компаний. Именно поэтому важно уметь оценивать не только простейшие опционы, но и опционы на акции с дивидендами.

Аналитическая формула Блэка-Шоулза для оценки опционов была получена еще в 1973 году и эффективно применяется до сих пор. Однако биномиальная модель имеет ряд преимуществ. Важным достоинством биномиальной модели является ее гибкость. Биномиальную модель можно легко применить к американским и европейским, колл- и пут- опционам, а в случае с фиксированными дивидендами еще и модифицировать ее так, чтобы вычислительные затраты не превышали затрат по оценке опционов на акции с нулевыми дивидендами или с фиксированной дивидендной доходностью.

Однако в рассмотренных моделях, присутствует ряд ограничений таких, как постоянная волатильность акции или невозможность их применения к азиатским опционам. В таких случаях прибегают к другим способам оценивания опционов, например, методу Монте-Карло и модификациям формулы Блэка-Шоулза.

Раздел «Анализ финансовых инструментов» пакета программ «Финансовое моделирование» можно скачать по ссылке https: .

Список литературы

1. *Брейли Р., Майерс С., Аллен Ф.* Принципы корпоративных финансов. Базовый курс — М.: Издательский дом «Вильямс», 2016.
2. *Бухвалов А.В., Бухвалова В.В.* Финансовые вычисления для менеджеров — СПб.: Издательский дом С.-Петерб. гос. ун-та, 2010.
3. *Уокенбах Дж.* Microsoft Office Excel 2010 профессиональное программирование на VBA — М.: Издательский дом «Вильямс», 2012.
4. *Халл Дж.К.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты — М.: Издательский дом «Вильямс», 2007.
5. *Black F., Scholes M.* The Pricing of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economy №81 pp. 637–654, 1973.
6. *Cox J., Ross S.,Rubinstein M.* Option pricing: a simplified approach // Journal of Financial Economics №7 pp.229–263, 1979.
7. *Georgiou P., Papaloizou P.* The PCF Toolkit — USA: McGraw-Hill, Inc., 1992.
8. *Schroder M.* Adapting the Binomial Model to Value Options on Assets with Fixed-Cash Payouts // Financial Analysts Journal №6 pp. 54–62, 1988.
9. *Yuh-Dauh Lyuu* Financial Engineering and Computation: Principles, Mathematics, and Algorithms — Cambridge University Press, 2002.