

**Рецензия на выпускную квалификационную
работу обучающегося в СПбГУ
Каплуна Александра Владимировича
по теме “Алгебра эйконолов на метрическом графе”.**

О работе

Дипломная работа А.В.Каплуна посвящена исследованию структуры алгебры эйконолов \mathfrak{E}^T на метрическом графе. Эта алгебра введена в одной из статей М.И.Белишева и Н.Вады (2015 г) с целью дальнейшего использования в обратных задачах на графах. Алгебра \mathfrak{E}^T оказалась объектом, представляющим самостоятельный интерес. Особенно важной и перспективной для решения обратных задач является связь алгебраических инвариантов этой алгебры (ее структуры, спектра и проч.) с топологическими инвариантами графа. Ряд гипотез на этот счет высказан в упомянутой статье; там же установлены наиболее общие факты об алгебре \mathfrak{E}^T : в частности, выявлена ее блочная структура. Для дальнейшего исследования было бы полезно наработать “экспериментальный материал”, изучив в подробностях эту алгебру на достаточно простых примерах. Одним из таких примеров является трехлучевая звезда общего вида (с ребрами разной длины). Детальное исследование алгебры \mathfrak{E}^T для такого графа – главная задача данной дипломной работы. Эта задача успешно решена:

- содержание ВКР соответствует заявленной в названии теме;
- заявленная тема вполне раскрыта;
- структура ВКР обоснована поставленной задачей;
- актуальные проблемы теоретического и практического характера отражены;
- современная литература использована;
- выводы развернутым образом обоснованы;
- в целом работа производит хорошее впечатление, хотя и не свободна от недостатков, перечисленных ниже в Замечаниях;
- работа доступна читателям с точки зрения стиля и проч.

Замечания

Стр. 5 <... алгебра \mathfrak{A}' – замкнутая>. Следовало пояснить - в каком смысле.

Стр. 6. Обозначение $\dot{C}([0, \delta])$ не удачно, лучше было бы $\dot{C}([0, \delta]; \mathbb{M}^n)$, указывающее на матричный характер алгебры

Стр. 9. Упущено определение операции \vee .

Стр. 10 Следовало указать, что символ \cong означает изометрический изоморфизм алгебр.

Стр. 11. В Следствиях 2.1 и 3.1 не понятно, к чему относится запись $a \in \mathbb{M}^n$, $b \in \mathbb{M}^n$. Нумерация Следствий не вполне логична.

Стр. 12. Следовало пояснить, для чего предполагается и где используется вложение $\Omega \subset \mathbb{R}^3$.

Стр. 15. После представления (2) следовало указать, что из него вытекает соотношение $\text{supp } u^f(\cdot, t) \subset \overline{\Omega^t[\gamma]}$.

Стр. 16. Что такое x_1, x_2 в определении семейства Φ ?

Стр. 17. Соотношения на \tilde{t}_i приведены в неудобном для чтения виде. Лучше было бы $0 \leq \tilde{t}_1 < \tilde{t}'_1 \leq \tilde{t}_2 < \tilde{t}'_2 \leq \dots \leq \tilde{t}_{N_\Phi-1} < \tilde{t}_{N_\Phi} \leq T$.

Стр. 19. Изометричность отображения U требует пояснения.

Матрица p_Φ введена, но нигде в дальнейшем не фигурирует.

В статье [1] базис $\beta^{T,j}$ строится специальным образом по системе амплитудных векторов $\alpha^{T,i}$. Это следовало обязательно отметить, т.к. при другом выборе базиса в \mathbb{A}_Φ параметрическое представление эйконалов теряет смысл.

Стр. 20. Следовало отметить, что описание E_Φ^T через матрицы B_Φ и D_Φ представляет часть эйконала в подпространстве $\mathcal{H}\langle\Phi\rangle H_\Sigma^T H_\gamma^T$.

Стр. 22. Следовало пояснить, откуда взялось представление (5).

Стр. 23. В определении подпространств $U_{1,2}$ следует указать, что $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$.

Обозначения " $U_{1,2}$ " неудачны, символ U в работе перегружен.

Стр. 24. На Рис. 2 полезно указать времена \tilde{t}_i .

Стр. 25. Следовало описать матрицы B_Φ и D_Φ : без этого не ясно, откуда взялось представление (6).

Полезно отметить, что E_1 и E_2 коммутируют.

Стр. 26. При выборе полинома q для функции f^2 стоило отметить, что в силу $r_1 \neq r_2$ ни одно из значений $c - r_1$, $c + r_1$, $c + r_2$ не совпадает с $c - r_2$.

Стр. 29. На Рис. 3 следовало указать времена \tilde{t}_i для семейства Φ^3 .

Стр. 30. Не ясно, откуда взялось представление (8). До него следовало описать амплитудные векторы, базис $\beta^{T,j}$ и матрицы B_Φ и D_Φ .

Стр. 34. Первое предложение п. 4.5 не закончено.

Стр. 36. Как и в предыдущем, появлению матриц-функций E_1 и E_2 должно предшествовать описание амплитудных векторов и проч.

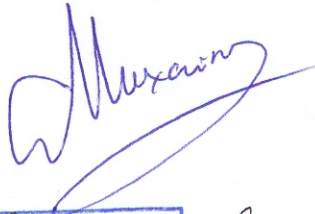
Дополнительно отметим следующее. Во Введении говорится о появлении кластера в спектре алгебры эйконалов. Однако, нигде в работе (за исключением стр.

8, где говорится об идеалах S_0^i) этот эффект не выделяется и не обсуждается. Из-за этого упущения изложение проигрывает. В тексте немало стилистических погрешностей. Автор не всегда удачно и уместно использует кванторную запись формул и предложений. Можно было бы улучшить качество рисунков и сделать их более информативными.

Заключение

Приведенные замечания в основном имеют технический характер и не меняют общего позитивного впечатления от работы. Результаты, полученные в ней, интересны и перспективны для дальнейшей разработки. Дипломный проект заслуживает оценки "отлично".

Старший научный сотрудник ПОМИ РАН
к.ф.-м.н.



А.С.Михайлов

