

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КАФЕДРА КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И СИСТЕМ

**Нечипорук Антон Алексеевич**

**Выпускная квалификационная работа бакалавра**

**Стабилизация вращательного движения  
квадрокоптера с изменением углов тяги**

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,  
кандидат физ.-мат. наук,  
доцент  
Лепихин Т.А.

Санкт-Петербург

2017

# Содержание

Введение.....	3
Постановка задачи.....	4
Обзор литературы и актуальность.....	5
Глава 1. Теоретические сведения о квадрокоптере .....	6
1.1. Преимущества квадрокоптера .....	6
1.2. Недостатки квадрокоптера.....	9
Глава 2. Построение математической модели квадрокоптера .....	10
2.1. Математическая модель через изменение сил тяги.....	10
2.2. Математическая модель через изменение углов тяги.....	12
Глава 3. Построение управления и практическая реализация.....	14
3.1. Практическая реализация модели через изменение сил тяги.....	15
3.2. Практическая реализация модели через изменение углов тяги .....	22
Заключение .....	26
Выводы .....	27
Список литературы .....	28
Приложение .....	29
Приложение А. Подсистема Quadrotor .....	29
Приложение В. Подсистема Force2Control .....	30
Приложение С. Подсистема Force2Control .....	31

## Введение

Беспилотные летательные аппараты — одна из наиболее популярных и широко используемых тем. Они активно используются для различных целей от развлекательных до исследовательских, например, при работе в местах, опасных для людей. Все беспилотные летательные аппараты можно разделить на два типа:

1. С неподвижным крылом (fixed wing, например, самолеты).
2. С подвижным крылом (rotary wing, например, вертолеты и прочие мультикоптеры).

Основное преимущество аппаратов с подвижным крылом в том, что они способны сесть и взлететь, не используя для этого взлетно-посадочную полосу, а также в их способности к зависанию в воздухе. В свою очередь, аппараты с подвижным крылом различаются по количеству двигателей: одномоторные (single rotor, вертолет), четырехмоторные (quad-rotor, квадрокоптер) и прочие.

В работе будет рассмотрено управление квадрокоптером двумя способами:

1. Через изменение сил тяги моторов при фиксированных углах тяги.
2. Через изменение углов тяги при постоянной силе тяги.

## Постановка задачи

В качестве основной задачи настоящей работы рассматривается построение математической модели квадрокоптера с изменяющимся углом тяги и формирование стабилизирующего управления для его вращательного движения. Для решения поставленной задачи необходимо решить ряд подзадач, к которым относятся следующие:

- Построить математическую модель динамики квадрокоптера с изменяющимися углами тяги;
- сформировать стабилизирующее управляющее воздействие, основанное на изменении силы тяги при фиксированных углах сил тяги;
- сформировать стабилизирующее управляющее воздействие, учитывающее изменение углов сил тяги при фиксированном значении тяги;
- сравнить полученные результаты и сделать выводы.

## Обзор литературы и актуальность

Существует огромное множество работ, в которых строится математическая модель квадрокоптера и управление через изменение сил тяги. В качестве примера, есть работа авторов Chang long Liu, Jian Pan, Yufang Chang под названием PID and LQR trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental Studies [2].

Гораздо меньше работ, посвященных построению математических моделей мультироторных систем с изменяющимися углами наклона сил тяги. В частности, за последние пять лет количество работ по этой тематике не превышает десяти, что в понимании мирового научного сообщества ничтожно мало. Встречаются также работы старше 5 лет, но их тоже немного. Примером такой работы является работа Alastair K. Cooke под названием Modelling of the Flight Dynamics of a Quadrotor Helicopter (2007) [1].

Тем не менее, малочисленность работ по заданной тематике вовсе не свидетельствует об отсутствии актуальности исследуемой области. Поскольку количество работ все же возрастает с каждым годом. Возможно, сложность исследования заключается в том, что такие модели в основном являются нелинейными, а, как известно, исследование нелинейных моделей носит непростой характер.

В настоящее время, ведущие университеты Европы занимаются разработкой и исследованием мультироторных систем с изменяющимися углами сил тяги. В частности, активно ведутся разработки в КИТ (Технологический Институт Карлсруэ, Германия (прим. автора)). Поэтому настоящее исследование является актуальным.

# Глава 1. Теоретические сведения о квадрокоптере

Квадрокоптер – это винтокрылый летательный аппарат, состоящий из рамы и ведущих 4 моторов, расположенных симметрично вокруг центра в вершинах правильного 4-угольника. Он способен к парению, полетам в стороны, вертикальному взлету и посадке. Классифицируется как летательный аппарат с подвижным крылом.

Среди винтокрылых летательных аппаратов этот является довольно редким. Большинство из них ограничиваются наличием одного главного мотора и одного хвостового. Есть, как минимум, две причины этому:

1. Большинство полезных грузов можно перевести, используя лишь один мотор, следовательно, нет необходимости ставить их больше, что увеличит вес и сложность аппарата;
2. Отсутствие опыта проектирования вертолетов подобного типа, что в свою очередь является следствием первого пункта.

Из-за причин, описанных выше, конфигурация квадрокоптера обычно используется в паре экспериментальных машин. Однако в последнее время квадрокоптеры становятся все популярней. Причину этому можно искать в их преимуществах перед вертолетами других типов.

## 1.1. Преимущества квадрокоптера

Основные преимущества квадрокоптера:

1. Более высокая полезная нагрузка;
2. простота системы управления;
3. уменьшенные гироскопические эффекты;
4. лучшая стабилизация.

Рассмотрим каждое преимущество немного подробнее. Первое преимущество вполне очевидное. Сила тяги мотора увеличивается с увеличением диаметра его лопастей, однако есть предел, который

накладывается эффектом сжимаемости, возникающими на кончике винта, который будет двигаться настолько быстро, что приблизится к трансзвуковой области. В этом случае силу тяги можно увеличить, добавив больше винтов на мотор, но тут тоже есть ограничения, накладываемые механической сложностью и взаимодействием лопастей.

Для достижение большей силы тяги необходимо добавлять больше моторов. Обычно, для Х-коптерных систем число двигателей является четным и, соответственно, увеличивается по два: 2, 4, 6 и т.д. Однако, с увеличением количества моторов, увеличивается вес пустого аппарата, и может оказаться так, что полезная нагрузка, которую он может поднять будет равна 0, так как вся тяга будет направлена на подъем одного аппарата.

Второе преимущество определяет простоту системы управления. Далее будет показано, что управлять квадрокоптером можно всего лишь изменением количества оборотов в минуту у моторов.

В других конфигурациях вертолетов управление положением достигается путем изменения угла наклона винтов, в то время, как скорость вращения остается постоянной. Для изменения тангажа необходимы сложные механические системы, которые могут привести к неудачам, увеличивают вес аппарата и требуют частого технического обслуживания.

Однако, если контроль положения может быть достигнут лишь изменением количества оборотов в минуту, то в этих системах нет необходимости, что уменьшает стоимость, вес и объем аппарата. В частности, уменьшение веса и объема может быть очень полезно для некоторых задач, таких как беспилотные летательные аппараты. С другой стороны, простота этой системы управления позволяет легко автоматизировать ее, что является еще одной причиной, по которой конфигурация квадрокоптеров настолько хороша для беспилотных летательных аппаратов.

Следующим преимуществом является уменьшение гироскопических эффектов. Гироскопические эффекты влияют на все вращательные тела, в том числе и на роторы вертолета. Они зависят от числа оборотов в минуту и направления вращения роторов. В квадрокоптере два мотора вращаются по часовой стрелке, а два других, против. Если обороты на всех моторах одинаковы, то гироскопические эффекты будут скомпенсированы. На практике они могут компенсироваться не полностью из-за разных погрешностей в массах и положении роторов, но в любом случае они будут меньше, чем в одном моторе вертолета.

Четвертым преимуществом является улучшенная возможность стабилизации такого объекта управления. При равных массах, у квадрокоптера моменты инерции вокруг его трех осей будут больше чем у одного ротора вертолета. С другой стороны, можно показать, что время, затрачиваемое на разворот на определенный угол, пропорционально квадратному корню момента инерции. Например, рассмотрим уравнение поворота по углу тангажа вокруг центра масс летательного аппарата:

$$M = I_y \ddot{\theta},$$

где  $M$  – применяемый внешний момент,  $I_y$  – момент инерции вокруг оси  $y$ , а  $\theta$  – угол тангажа. Можно оценить момент следующим образом:

$$M \sim I_y \frac{\theta_c}{t_c^2},$$

где  $\theta_c$  – полученный угол тангажа, а  $t_c$  – время. Таким образом:

$$t_c \sim \sqrt{\frac{\theta_c}{M} I_y},$$

что и требовалось показать.

Следовательно, у квадрокоптера будет больше времени на стабилизацию, чем у одномоторного вертолета.



## 1.2. Недостатки квадрокоптера

К основным недостаткам квадрокоптера, в сравнении с другими конфигурациями винтокрылых аппаратов следует отнести следующие:

1. Более высокий вес. Более низкая полезная нагрузка;
2. более высокое энергопотребление;

## Глава 2. Построение математической модели квадрокоптера

Существует несколько способов построения математической модели квадрокоптера:

1. Через углы Эйлера;
2. через углы Крылова;
3. через кватернионы.

Рассмотрим подробнее первый вариант. Его суть заключается в рассмотрении двух систем координат, одна из которых связана с пилотом на земле, а другая с квадрокоптером. Для связи этих двух систем используется матрица поворота:

$$R_{EB} = R_{\psi}R_{\theta}R_{\varphi} = \begin{bmatrix} C_{\theta}C_{\psi} & C_{\psi}S_{\theta}S_{\varphi} - C_{\varphi}S_{\psi} & C_{\psi}S_{\theta}S_{\varphi} - C_{\varphi}S_{\psi} \\ C_{\theta}S_{\psi} & S_{\psi}S_{\theta}S_{\varphi} - C_{\varphi}C_{\psi} & C_{\varphi}S_{\theta}S_{\psi} - C_{\psi}S_{\varphi} \\ -S_{\theta} & C_{\theta}S_{\varphi} & C_{\theta}C_{\varphi} \end{bmatrix}$$

где  $C$  и  $S$  – тригонометрические функции косинуса и синуса соответственно, а углы:  $\psi$  – рысканье (yaw),  $\theta$  – тангаж (pitch),  $\varphi$  – крен (roll).

### 2.1. Математическая модель через изменение сил тяги

Силы тяги, действующие на квадрокоптер, в связанной с ним системе координат, можно записать следующим образом.

$$F_B = \begin{bmatrix} F_{xB} \\ F_{yB} \\ F_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}$$

Таким образом для связанной с пилотом системы координат:

$$F_E = \begin{bmatrix} F_{xE} \\ F_{yE} \\ F_{zE} \end{bmatrix} = R_{EB}F_B = \begin{bmatrix} C_{\varphi}C_{\psi}S_{\theta} + S_{\varphi}S_{\psi} \\ C_{\varphi}S_{\theta}S_{\psi} - C_{\psi}S_{\varphi} \\ C_{\theta}C_{\varphi} \end{bmatrix} \left( \sum_{i=1}^4 F_i \right)$$

Используя законы Ньютона, напишем сумму всех сил, действующих на квадрокоптер:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xE} \\ F_{yE} \\ F_{zE} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{fz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xE} - K_{fx}\dot{x} \\ F_{yE} - K_{fy}\dot{y} \\ F_{zE} - K_{fz}\dot{z} - mg \end{bmatrix}$$

где  $K_{fx}$ ,  $K_{fy}$ ,  $K_{fz}$  – коэффициенты сопротивления.

Рассмотрим, также используя законы Ньютона, вращательное движение квадрокоптера:

$$\ddot{\theta} = \frac{l(K_l(\omega_3^2 - \omega_1^2))}{I_y}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{l(K_l(\omega_4^2 - \omega_2^2))}{I_x}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{K_d(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2)}{I_z}$$

где  $l$  – расстояние от центра мотора до центра тяжести квадрокоптера,  $K_l$ ,  $K_d$  – коэффициенты подъемной силы (lift) и аэродинамического сопротивления (drag) соответственно,  $I_x$ ,  $I_y$ ,  $I_z$  – моменты инерции квадрокоптера,  $\omega_i$  – угловые скорости моторов.

Объединив вращательное и поступательное движения, получаем динамическую модель квадрокоптера:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{(\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)u_1 - K_{fx}\dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{(\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi)u_1 - K_{fy}\dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = \frac{(\cos \varphi \cos \theta)u_1 - K_{fz}\dot{z}}{m} - g \\ \ddot{\phi} = \frac{l(u_2 - K_l\dot{\phi})}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{l(u_3 - K_l\dot{\theta})}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{l(u_4 - K_d\dot{\psi})}{I_z} \end{array} \right.$$

где  $u_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) – управления подающиеся на вход данной модели:  $u_1$  – подъем и спуск,  $u_2$  – наклон влево вправо,  $u_3$  – наклон вперед назад,  $u_4$  – поворот вокруг своей оси влево вправо, представленные следующим образом

$$\begin{cases} u_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ u_2 = F_4 - F_2 \\ u_3 = F_3 - F_1 \\ u_4 = F_1 + F_3 - F_2 - F_4 \end{cases}$$

## 2.2. Математическая модель через изменение углов тяги

Сила тяги, создаваемая ротором, при его повороте, выражается следующим образом:

$$F_{\text{накл}} = F \sin \alpha$$

где  $F$  – непосредственная сила тяги мотора, а  $\alpha$  – угол, на который наклонился мотор.

Условимся, что сила тяги всех роторов будет постоянна и будет определяться высотой, заданной квадрокоптеру.

Распишем силы, действующие на квадрокоптер в связанной с его телом системе координат, с учетом наклона моторов:

$$F_B = \begin{bmatrix} F_{xB} \\ F_{yB} \\ F_{zB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \sin \alpha_1 \\ F_2 \sin \alpha_2 \\ F_3 \sin \alpha_3 \\ F_4 \sin \alpha_4 \end{bmatrix}$$

где  $\alpha_i$  – угол наклона  $i$ -го мотора.

В земной системе координат:

$$F_E = R_{EB} F_B = \begin{bmatrix} C_\varphi C_\psi S_\theta + S_\varphi S_\psi \\ C_\varphi S_\theta S_\psi - C_\psi S_\varphi \\ C_\theta C_\varphi \end{bmatrix} (F_1 \sin \alpha_1 + F_2 \sin \alpha_2 + F_3 \sin \alpha_3 + F_4 \sin \alpha_4)$$

И, используя Ньютоновские законы, выразим сумму всех сил, действующих на квадрокоптер:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xE} \\ F_{yE} \\ F_{zE} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & K_{fz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xE} - K_{fx}\dot{x} \\ F_{yE} - K_{fy}\dot{y} \\ F_{zE} - K_{fz}\dot{z} - mg \end{bmatrix}$$

Динамическая модель квадрокоптера останется такой же, как и в параграфе 2.1, а именно:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = \frac{(\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)u_1 - K_{fx}\dot{x}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{(\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi)u_1 - K_{fy}\dot{y}}{m} \\ \ddot{z} = \frac{(\cos \varphi \cos \theta)u_1 - K_{fz}\dot{z}}{m} - g \\ \ddot{\varphi} = \frac{l(u_2 - K_l\dot{\varphi})}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{l(\ddot{u}_3 - K_l\dot{\theta})}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{l(u_4 - K_d\dot{\psi})}{I_z} \end{array} \right.$$

Управления будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} u_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ u_2 = F_4 \sin \alpha_4 + F_2 \sin \alpha_2 \\ u_3 = F_3 \sin \alpha_3 + F_1 \sin \alpha_1 \\ u_4 = F_1 + F_3 - F_2 - F_4 \end{cases}$$

## Глава 3. Построение управления и практическая реализация

Квадрокоптер обладает характеристиками, представленными в таблице 3.1.

Параметр	Значение
Общая масса ( $m$ )	3
Длина плеча ( $l$ )	0,2
Коэффициент аэродинамического сопротивления ( $K_d$ )	1,5
Коэффициент подъемной силы ( $K_l$ )	6

Таблица 3.1 Характеристики квадрокоптера

Для управления квадрокоптером можно использовать, например, PID или LQR-регуляторы. Рассмотрим на примере PID-регулятор. Его общий вид:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

где  $e$  – ошибка.  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  – пропорциональный, интегральный и дифференциальный коэффициенты соответственно.

Таким образом управления для квадрокоптера выглядят следующим образом:

$$U_1 = \frac{K_{P1}(\alpha_d - \alpha) + K_{I1} \int_0^t (\alpha_d - \alpha) + K_{D1}(\dot{\alpha}_d - \dot{\alpha}) + mg}{\cos\theta \cos\varphi}$$

$$U_2 = K_{P2}(\varphi_d - \varphi) + K_{I2} \int_0^t (\varphi_d - \varphi) + K_{D2}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi})$$

$$U_3 = K_{P3}(\theta_d - \theta) + K_{I3} \int_0^t (\theta_d - \theta) + K_{D3}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta})$$

$$U_4 = K_{P4}(\psi_d - \psi) + K_{I4} \int_0^t (\psi_d - \psi) + K_{D4}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi})$$

Для нахождения коэффициентов регулятора применим метод Циглера-Никольса, алгоритм которого следующий:

1. Для начала обнуляем все коэффициенты регулятора (пропорциональный, интегральный и дифференциальный).
2. Постепенно начинаем увеличивать пропорциональный коэффициент и следим за реакцией системы. При определенном значении возникнут незатухающие колебания регулируемой величины.
3. Фиксируем коэффициент, при котором это произошло. Кроме того, замеряем период колебаний системы.
4. Из полученного коэффициента рассчитываем пропорциональный коэффициент PID-регулятора:  $K_P = K * 0,6$ .
5. Из пропорционального коэффициента получаем остальные:  $K_I = \frac{2 * K_P}{T}$ ,  
 $K_D = \frac{T * K_P}{8}$ .

### 3.1. Практическая реализация модели через изменение сил тяги

Модель реализована в Simulink и представлена на рис 3.1.

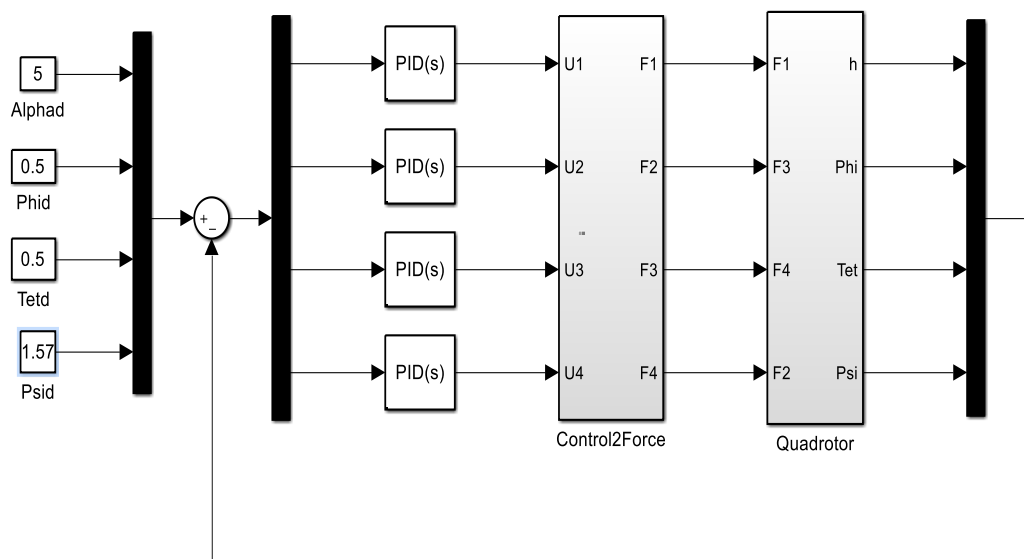


Рис 3.1 Simulink модель через изменение сил тяги

На вход модели подаются четыре сигнала, отвечающие за желаемые высоту, угол крена, угол тангажа и угол рыскания. Сигналы сравниваются с

текущим положением, откуда вычисляется ошибка. Она подается на PID регуляторы, в результате чего получается 4 управления.

Блок Control2Force (рис. 3.2) отвечает за преобразование управлений в силы тяги, которые подаются на блок Quadrotor (приложение А, В), где реализована математическая модель квадрокоптера. На выходе данного блока получается информация о текущем положении аппарата.

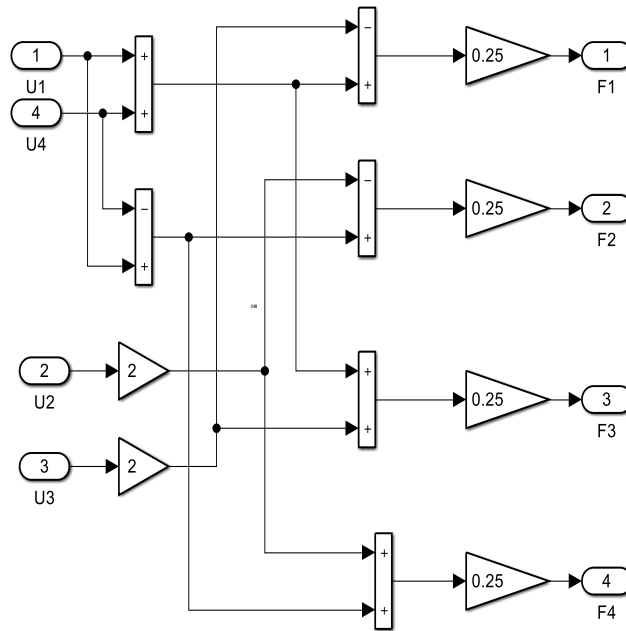


Рис 3.2 Подсистема Control2Force

Полученные для данной модели коэффициенты PID-регулятора представлены в таблице 3.1.

Коэффициент	Значение	Коэффициент	Значение
$K_{P1}$	20	$K_{P3}$	0,8
$K_{I1}$	13,4	$K_{I3}$	0,1
$K_{D1}$	8	$K_{D3}$	1,6
$K_{P2}$	2	$K_{P4}$	4
$K_{I2}$	0,4	$K_{I4}$	0
$K_{D2}$	2,5	$K_{D4}$	0

Таблица 3.2 Коэффициенты PID для модели через изменение сил тяги



На рис. 3.3 показан подъем на высоту 5 метров. На рис. 3.4 и рис. 3.5 показаны наклоны на заданные углы крена и тангажа. На рис. 3.6 показан поворот по рысканию.

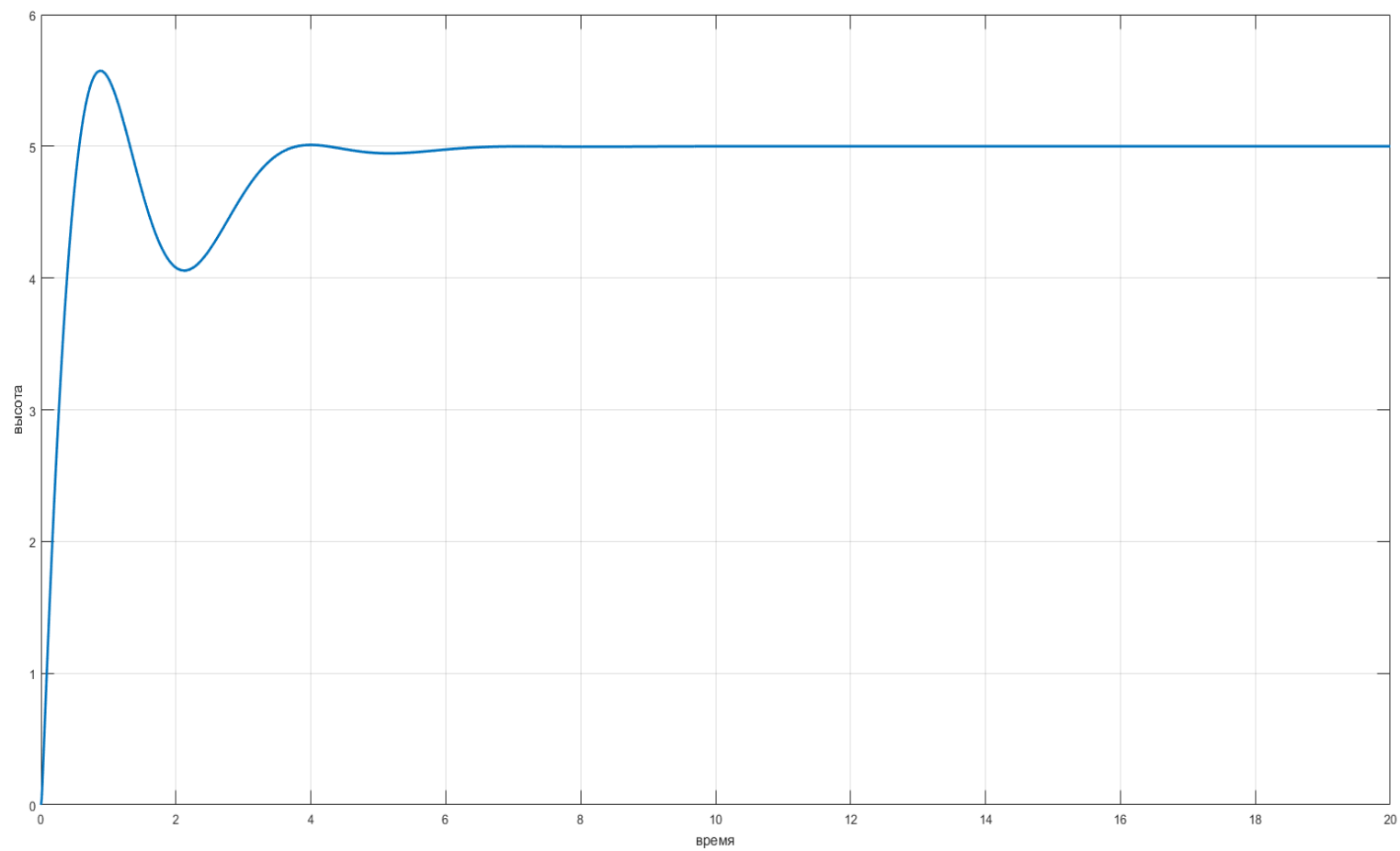


Рис. 3.3 Переходный процесс стабилизации по высоте

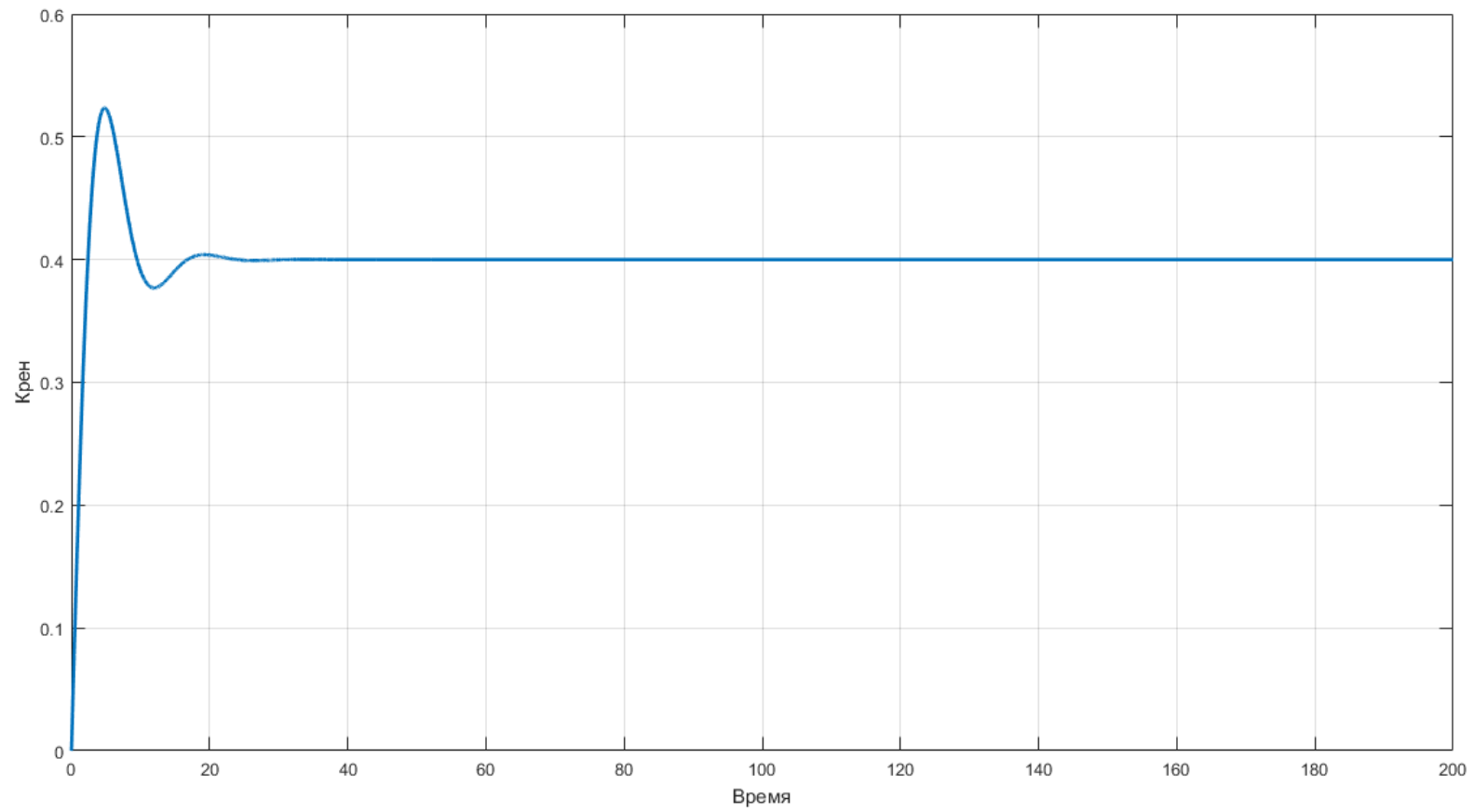


Рис. 3.4 Переходный процесс стабилизации по крену

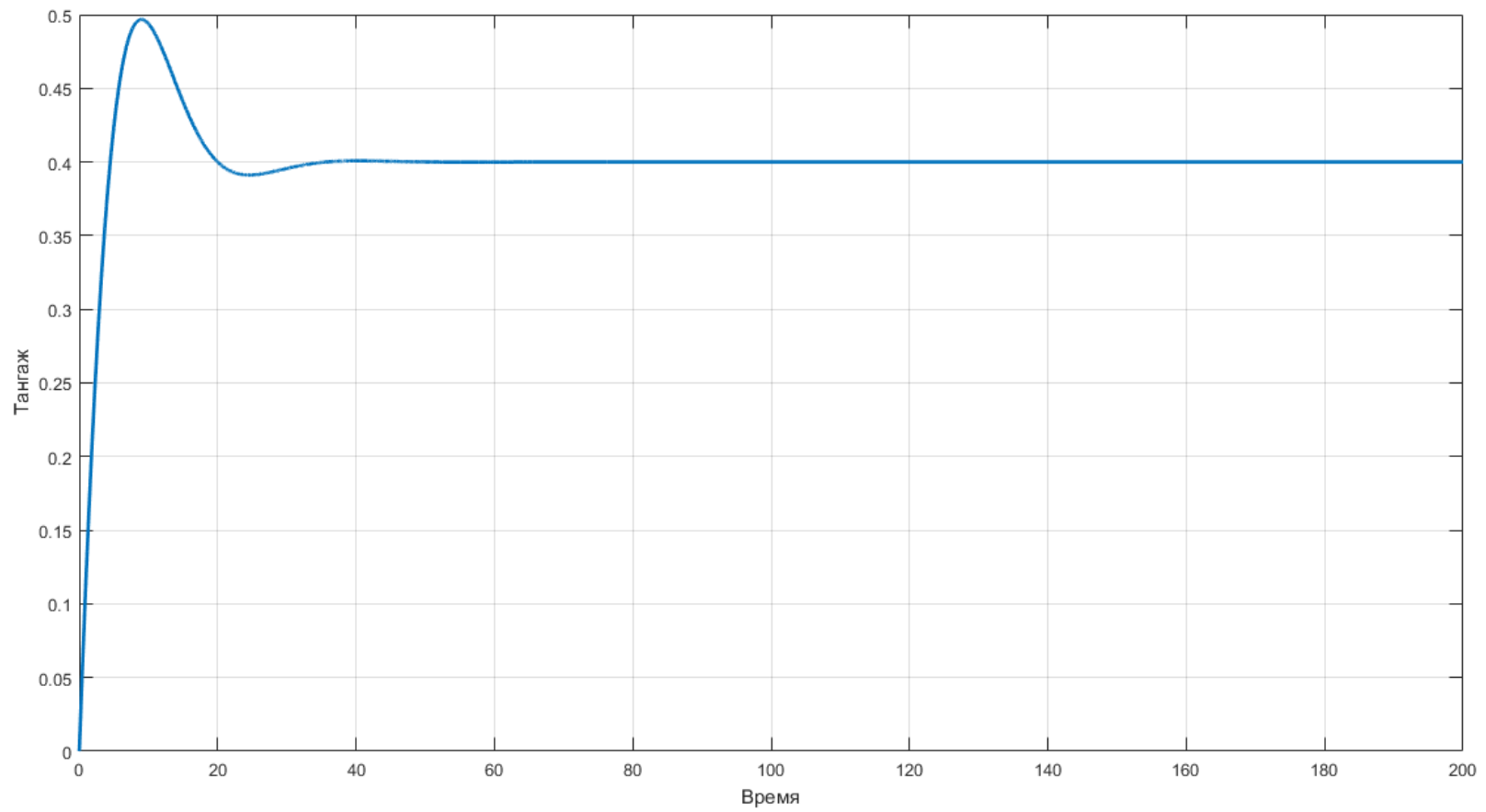


Рис. 3.5 Переходный процесс стабилизации по тангажу

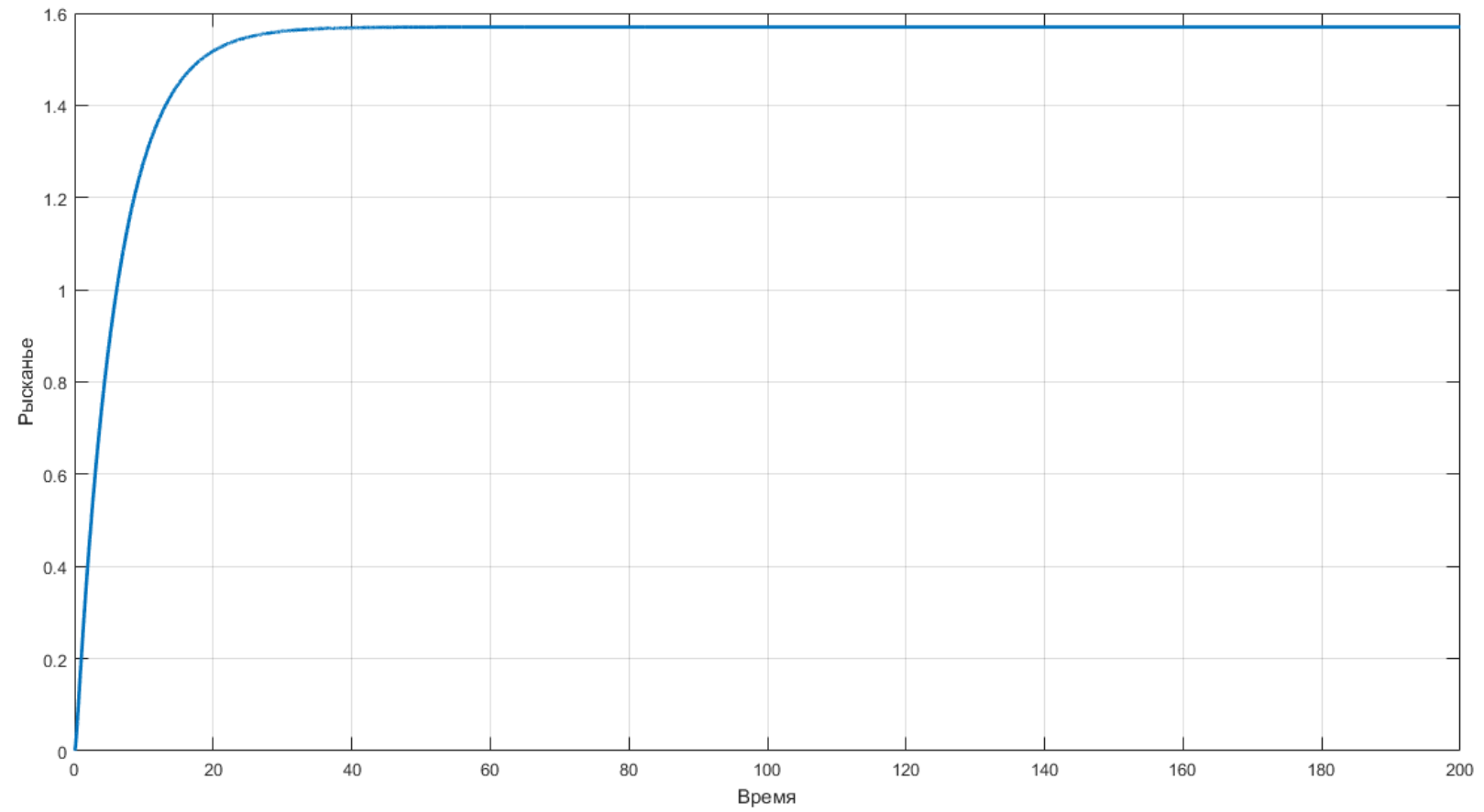


Рис. 3.6 Переходный процесс стабилизации по рисканию

### 3.2. Практическая реализация модели через изменение углов тяги

Программная модель реализована в среде Simulink и представлена на рис 3.7.

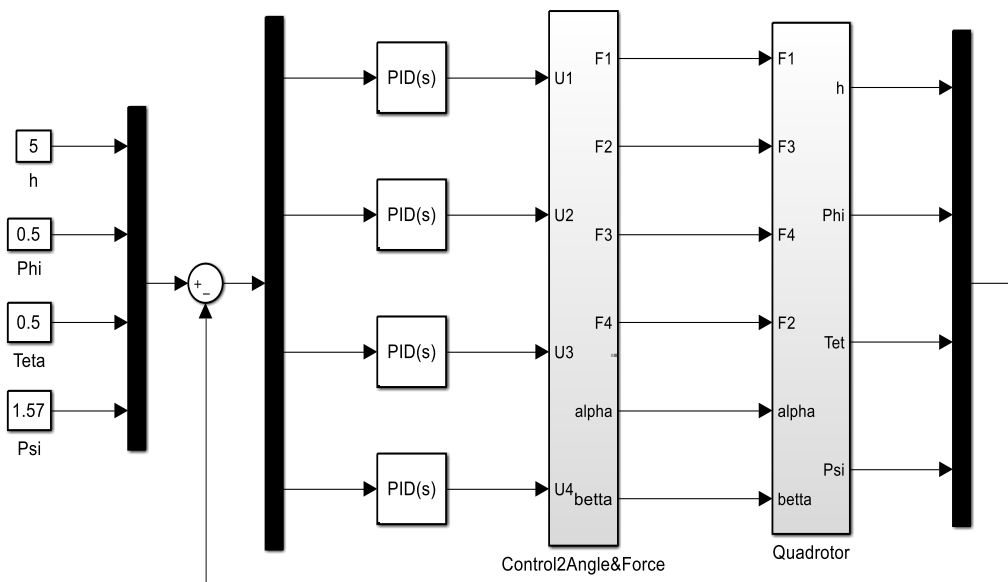


Рис 3.7 Simulink модель через изменение углов тяги

Для данной модели сила тяги будет меняться лишь в случае изменения высоты и поворота на заданный угол рыскания. В этих случаях, управления по крену и тангажу будут равны 0, а силы тяги будут перпендикулярны плоскости квадрокоптера. Очевидно, что, в силу данных условий, результаты для стабилизации высоты и угла рыскания будут таким же, как и в параграфе 3.1.

На вход данной модели подаются высота, угол крена, тангажа и рыскания. Вычисляется ошибки, которая подается на PID-регулятор. Полученные управления подаются на блок Control2Angle&Force (рис 3.8), в котором управления преобразовываются в силы тяги и углы наклона моторов, учитывая условия, описанные выше.

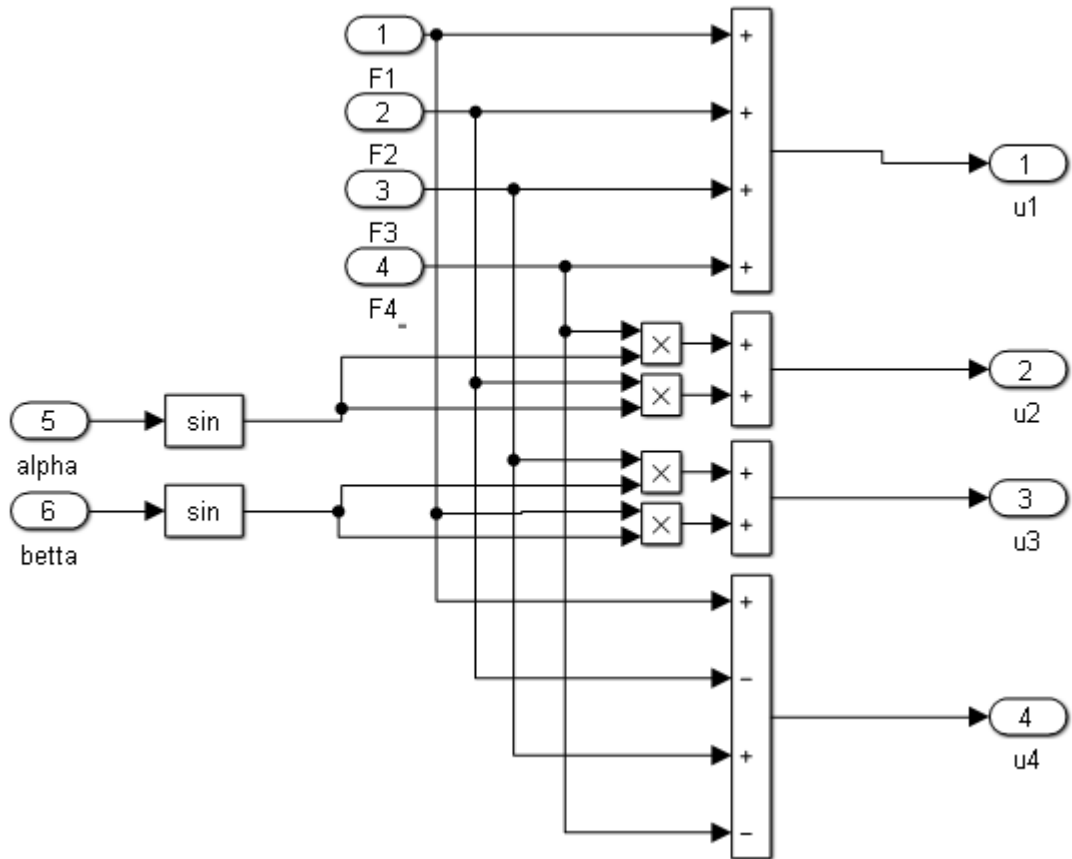


Рис 3.8 Подсистема Control2Angle&Force

Полученные силы и углы подаются на блок Quadrotor (Приложение А, С), на выходе которого получается текущее положение квадрокоптера.

Полученные для данной модели коэффициенты PID-регулятора представлены в таблице 3.2.

Коэффициент	Значение	Коэффициент	Значение
$K_{P1}$	20	$K_{P3}$	1,4
$K_{I1}$	13,4	$K_{I3}$	0,3
$K_{D1}$	8	$K_{D3}$	2,5
$K_{P2}$	1,3	$K_{P4}$	4
$K_{I2}$	0,3	$K_{I4}$	0
$K_{D2}$	2,5	$K_{D4}$	0

Таблица 3.2 Коэффициенты PID для модели через изменение углов тяги

На рис. 3.5 показано достижение заданного угла по крену. На рис 3.6 показано достижение заданного угла по тангажу.

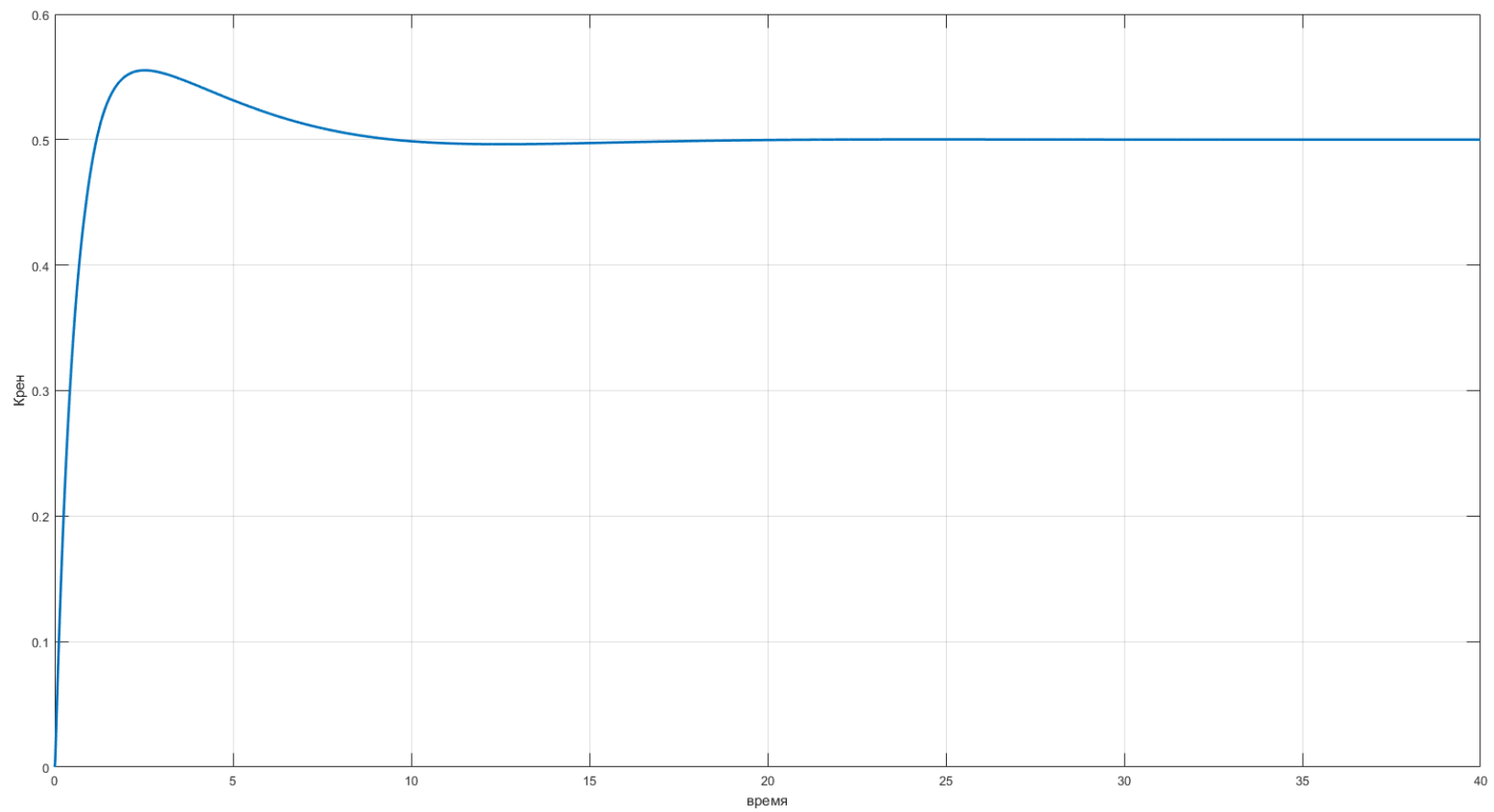


Рис 3.5 Наклон по крену



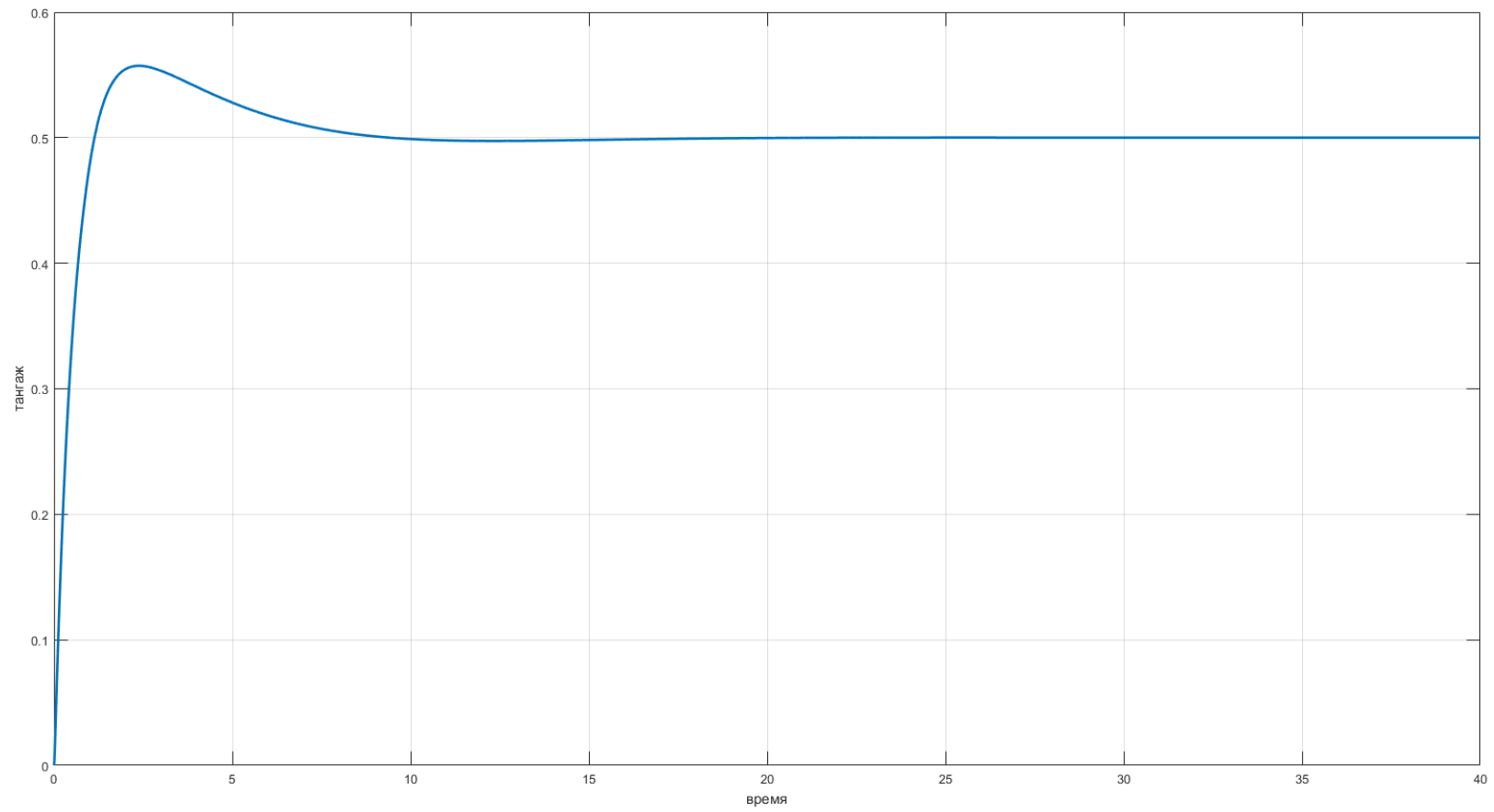


Рис 3.6 Наклон по тангажу

## Заключение

В работе была построена математическая модель квадрокоптера с изменяющимися углами сил тяги. Для построенной модели сформированы два вида стабилизирующего управления. Первый вид подразумевает изменение величин сил тяги при фиксированных направлениях этих сил. Второй вариант наоборот обусловлен изменением углов сил тяги при фиксированных значениях величины.

В качестве технологии поиска коэффициентов регуляторов в обоих случаях был применен метод построения пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулирования. Построенные управляющие воздействия обеспечивают стабилизацию вращательного движения исследуемого объекта управления. Кроме того, проведен сравнительный анализ построенных стабилизирующих воздействий и сделаны соответствующие выводы.

## Выводы

Возможность квадрокоптеру изменять углы тяги усложнила его физическую и математическую модель. В то же время, стабилизация вращательного движения стала намного быстрее и точнее. Также следует отметить, что при изменении углов тяги динамика объекта имеет меньшее перерегулирование.

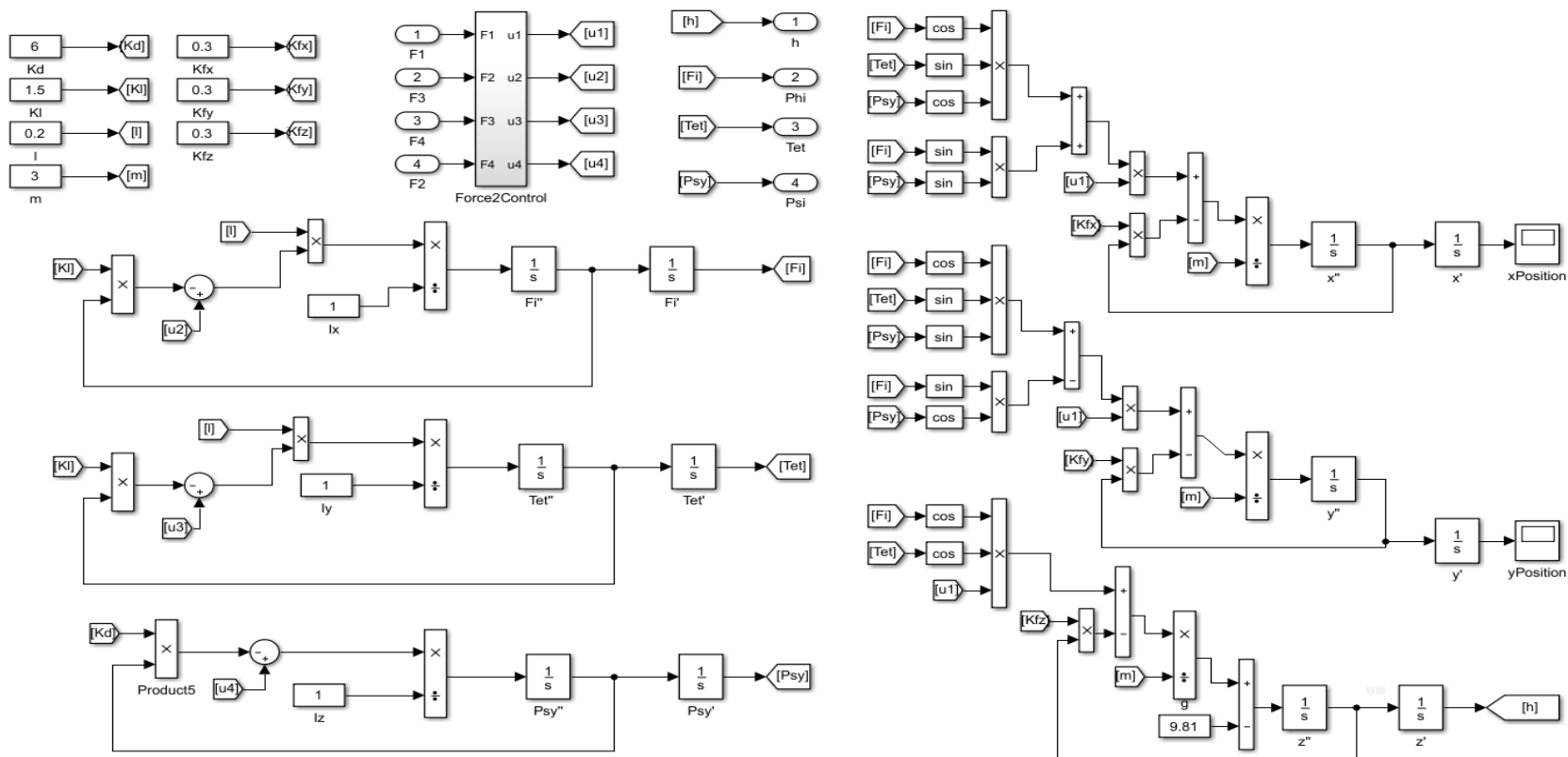
В качестве развития настоящего исследования можно рассмотреть задачу одновременного изменения и величины сил тяги и углов их наклона.

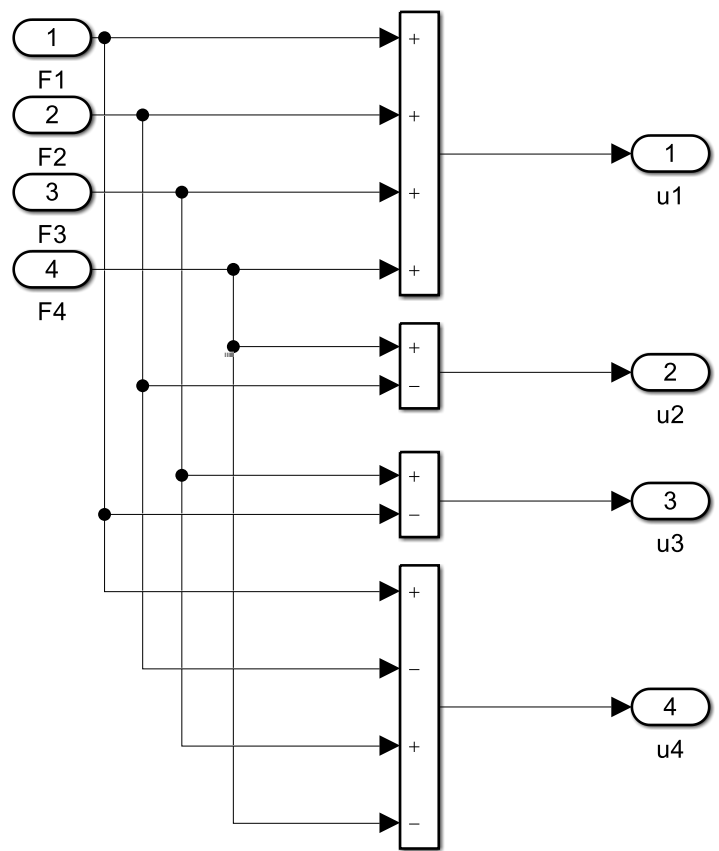
## Список литературы

1. Alastair K. Cooke Modelling of the Flight Dynamics of a Quadrotor Helicopter. Cranfield: 2007. 289 p.
2. Changlong Liu, Jian Pan, Yufang Chang PID and LQR trajectory tracking control for an unmanned quadrotor helicopter: Experimental Studies // 35th Chinese Control Conference. 2016. \linebreak P. 10845-10850.
3. Min B. C., Cho C. H., Choi K. M., Kim D. H. Development of a micro quadrotor UAV for monitoring an indoor environment // Advances in Robotics. 2009. P. 262-271.
4. Zavadskiy S., Sharovatova D. Improvement of quadrocopter command performance system // 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov. 2015. P. 609-610.

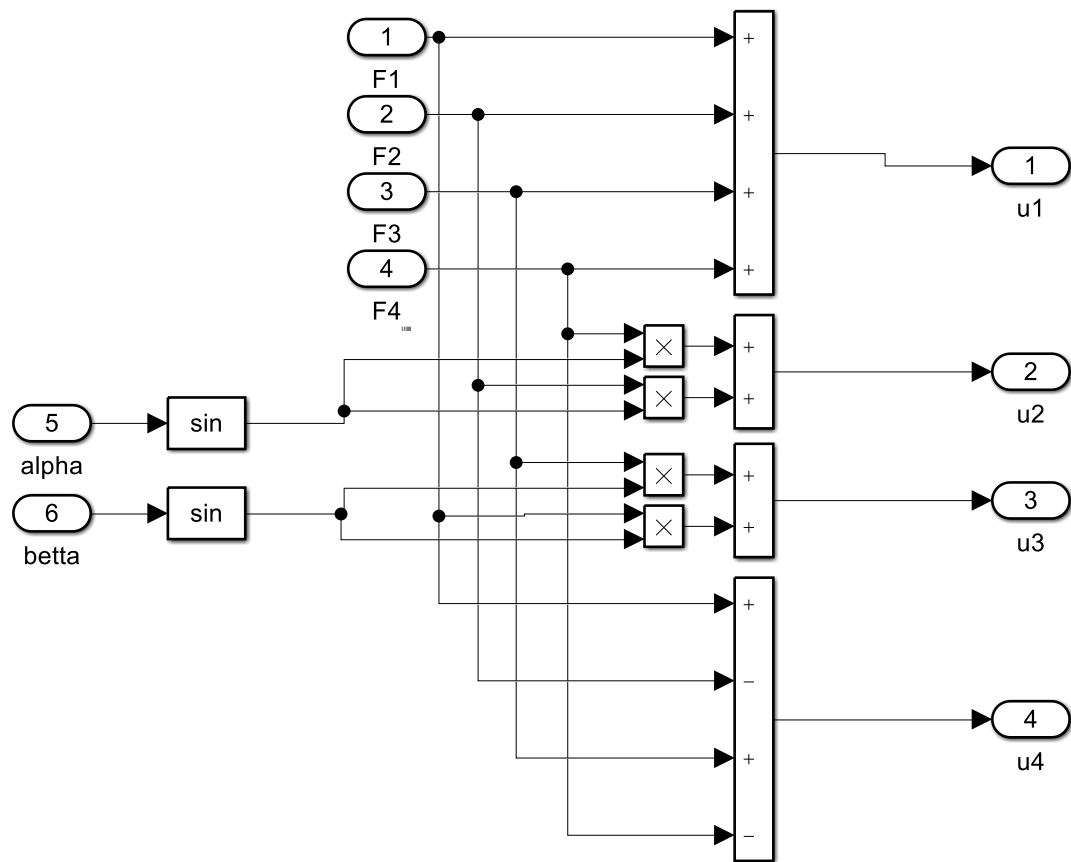
# Приложение

## Приложение А. Подсистема Quadrotor





**Приложение В. Подсистема Force2Control**



Приложение С. Подсистема Force2Control