Санкт-Петербургский государственный университет

Фундаментальная математика и механика

Механика жидкости, газа и плазмы

Богомолов Руслан Викторович

Экспериментальное изучение вращательных колебаний осесимметричных тел в воздушном потоке

### Выпуская квалификационная работа

Научный руководитель:

Г.н.с., доктор

физико-математических наук

Рябинин Анатолий Николаевич

Рецензент:

Доцент, к.т.н.

Ежов Олег Николаевич

Санкт-Петербург

2017SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Fundamental mathematics and mechanics

Mechanics of liquid, gas and plasma

Bogomolov Ruslan

Experimental study of rotational oscillation of axisymmetric bodies in airflow

### Graduation Project

Scientific supervisor:

Head senior researcher, doctor

physical and mathematical Sciences

Ryabinin Anatoly

Reviewer:

Associate professor, PhD (Engineering)

Ezhov Oleg

Saint-Petersburg

2017

**Содержание**

1. Введение……………………………………………………….……..…4

2. Математическая модель………………..……………..………………..6

3. Описание экспериментальной установки ……….…...…………...…11

4. Обработка результатов эксперимента…...…..……….….…...….…..14

5. Заключение…………………………….…….………..………..………20

6. Список литературы………….…………….…………….........……….21

1. **Введение**

Когда действующие на тело аэродинамические силы зависят только от мгновенных углов атаки и скольжения, для описания колебаний тел, закрепленных на упругой подвеске, используют квазистационарное приближение – приравнивание аэродинамических сил, воздействующих на колеблющееся тело, к силам, действующим на стационарно закрепленный объект [1]. В то же время, необходимо учитывать, что квазистационарное приближение не может быть применимо как к вращательным колебаниям плохообтекаемых тел, когда аэродинамические силы зависят от производных мгновенных углов атаки и скольжения по времени [2, 3], так и для описания вращательных колебаний, когда радиус дуги окружности, по которой происходит движение, в несколько раз превышает размер вращающегося тела [4].

Актуальность исследования вращательных колебаний плохообтекаемых тел обоснована, в первую очередь, широкой распространенностью объектов подобных форм в реальных условиях. Примером таких объектов, регулярно подвергающихся ветровой нагрузке, могут служить кабинки подвесных канатных дорог, переносимые подъёмным краном балки, подвешенные под летательным аппаратом грузы [2, 3, 5].

В частности, основной формой движения кругового цилиндра в потоке, снабженного хвостовым стабилизатором, являются вращательные колебания вокруг оси, перпендикулярной вектору скорости набегающего потока и оси цилиндра [5]. Аэродинамические нагрузки, воздействующие на колеблющееся тело, зависят от расположения областей срыва потока, формы вихревого следа и многих других факторов.

Математическая модель, описывающая вращательные колебания некоторых тел, изучалась в работах [6–9]. Сложность численного расчета течения и наличие в модели параметров, определяющихся в ходе эксперимента, делают эксперимент основным методом исследования.

1. **Математическая модель**

Уравнение движения цилиндра, закрепленного на упругой подвеске в потоке, имеет вид

*,* (1)

где — момент инерции цилиндра относительно оси вращения, — угол наклона между вектором скорости набегающего потока и осью цилиндра, — угол в положении равновесия, — момент аэродинамических сил, — момент сил, действующих со стороны подвески, — плотность окружающей среды, — скорость набегающего потока, — характерная площадь цилиндра, равная его площади основания, *L* — длина цилиндра, — коэффициент аэродинамического момента сил, — коэффициент аэродинамической производной [10], — жесткость упругой подвески, — расстояние от места крепления подвески до оси вращения, — коэффициент вязкого сопротивления подвески. Точка над символом обозначает дифференцирование по времени.

Принимаем, что коэффициент момента сил пропорционален , а коэффициент вращательной производной описывается формулой [5]:

*, .*  (2)

В выражения (2) входят безразмерные параметры , и .

После подстановки выражений (2) в уравнение движения (1) получим

*,*

где

*, , , .*

Принимая, что момент упругих сил подвески намного больше составляющей аэродинамического момента сил, пропорциональной углу , придем к уравнению

. (3)

Для удобства, обозначим правую часть за, получим:

Обозначим

Полагая μ малым параметром, систему уравнений (3) можно решать методом Крылова—Боголюбова в первом приближении [11].

Запишем решение в виде:

Здесь амплитуда и фаза — медленно меняющиеся функции временного параметра . На этом основывается ключевая идея модели. Амплитуда мало меняется за один период колебаний. Используя это предположение, имеем:

.

После подстановки получаем:

Преобразуем данные уравнения: умножим первое уравнение на , второе уравнение на и сложим. В итоге получим:

Аналогично, умножая первое уравнение на , второе на и складывая, получаем

После подстановки , и находим:

,

Раскрыв скобки, воспользуемся предположением о малости периода по сравнению со временем изменения амплитуды колебаний. Усредним правую часть уравнения по периоду цикла по формуле:

,

,

,

,

В результате получим дифференциальные уравнения для вращательных колебаний:

*, .* (4)

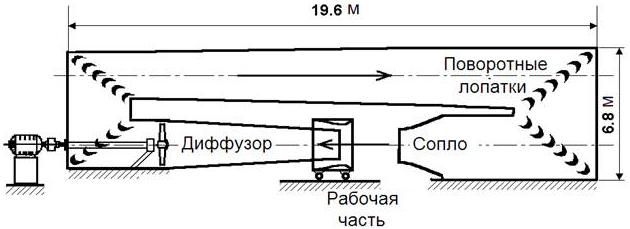
Приравнивая производную амплитуды нулю в первом из уравнений (4), что соответствует колебаниям с постоянной амплитудой, получаем

. (5)

Коэффициенты и в настоящей работе определяются экспериментально. Коэффициент принимает значение точки пересечения аппроксимирующей прямой экспериментальных данных с осью ординат, а – величину наклона этой прямой.

1. **Описание экспериментальной установки**

Эксперименты проводились в дозвуковой аэродинамической трубе АТ-12 Санкт-Петербургского государственного университета, описанной в работе [12]. Установка имеет открытую рабочую часть и принадлежит трубам геттингенского типа. Диаметр струи, выходящей из сопла круглого сечения, равен 1,5 м, длина рабочей части – 2,5 м. Максимальная скорость потока, получаемая в рабочей части трубы, достигает 40 м/с. Начальная степень турбулентности набегающего потока, определенная по критическому числу Рейнольдса шара, составляет 0,4%. На рисунке 1 приведена схема аэродинамической трубы.



***Рисунок 1. Общая конструкция аэродинамической трубы АТ-12.***

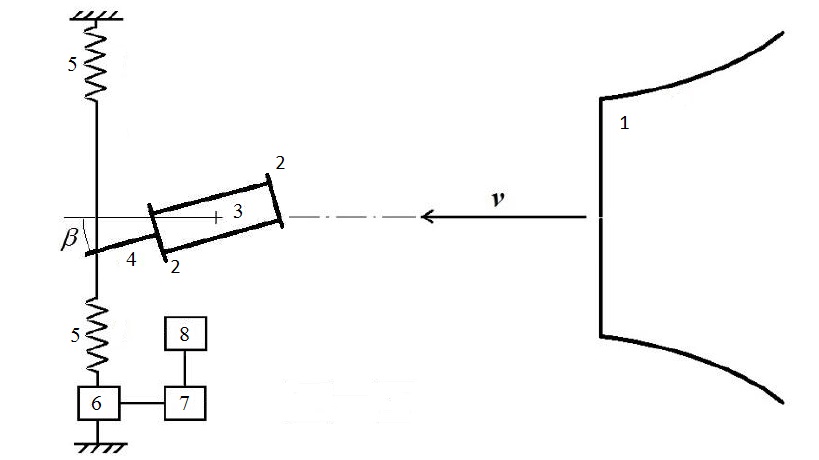
Деревянный цилиндр длиной м и диаметром м был закреплен на упругой подвеске. Подвеска позволяла цилиндру вращаться вокруг оси, проходящей через центр цилиндра и перпендикулярной вектору скорости набегающего потока. К подветренному торцу цилиндра была приделана хвостовая державка, соединенная с двумя пружинами. Так же в ходе эксперимента к обоим торцам цилиндра были прикреплены диски разных диаметров. Сначала были использованы диски диаметром м, затем они были заменены на диски диаметром м и м. Механизм изменения угла атаки давал возможность менять равновесный угол атаки в диапазоне нескольких градусов. При возникновения колебаний угол атаки периодически изменялся, а средний угол атаки оставался равным равновесному.

Верхняя пружина соединялась с механизмом изменения угла атаки аэродинамических весов. По измеряемой силе натяжения нижней пружины в диапазоне от 0 до 50 Н с помощью полупроводникового тензопреобразователя С-50, находящегося между нижней пружиной и закрепленной балкой, находились амплитуды колебания цилиндра. Информация с тензопреобразователя поступала на персональный компьютер через PC-осциллограф Velleman PCS500, работающий в режиме самописца.

Данные с частотой 100 Гц на протяжении 17 секунд записывались компьютерной программой PCLAB2000SE в файл для дальнейшей обработки.   
 Калибровка прибора была произведена с помощью закрепления на конце хвостовой державки груза массой 1 кг. Смещение пятна от лазерного луча, направленного на цилиндр, позволяло определить коэффициент жесткости системы.

Период колебаний цилиндра с, который нашли, поделив временной интервал одного замера на общее число периодов в этом замере, не зависит от скорости воздушного потока. При отсутствии в рабочей части потока колебания цилиндра затухали. Под действием набегающего потока частота колебаний сохранялась неизменной в пределах погрешности испытания. Этот факт подтверждает предположение о малости аэродинамических сил по сравнению с упругими силами, действующими со стороны подвески.

Схема эксперимента продемонстрирована на рисунке 2.

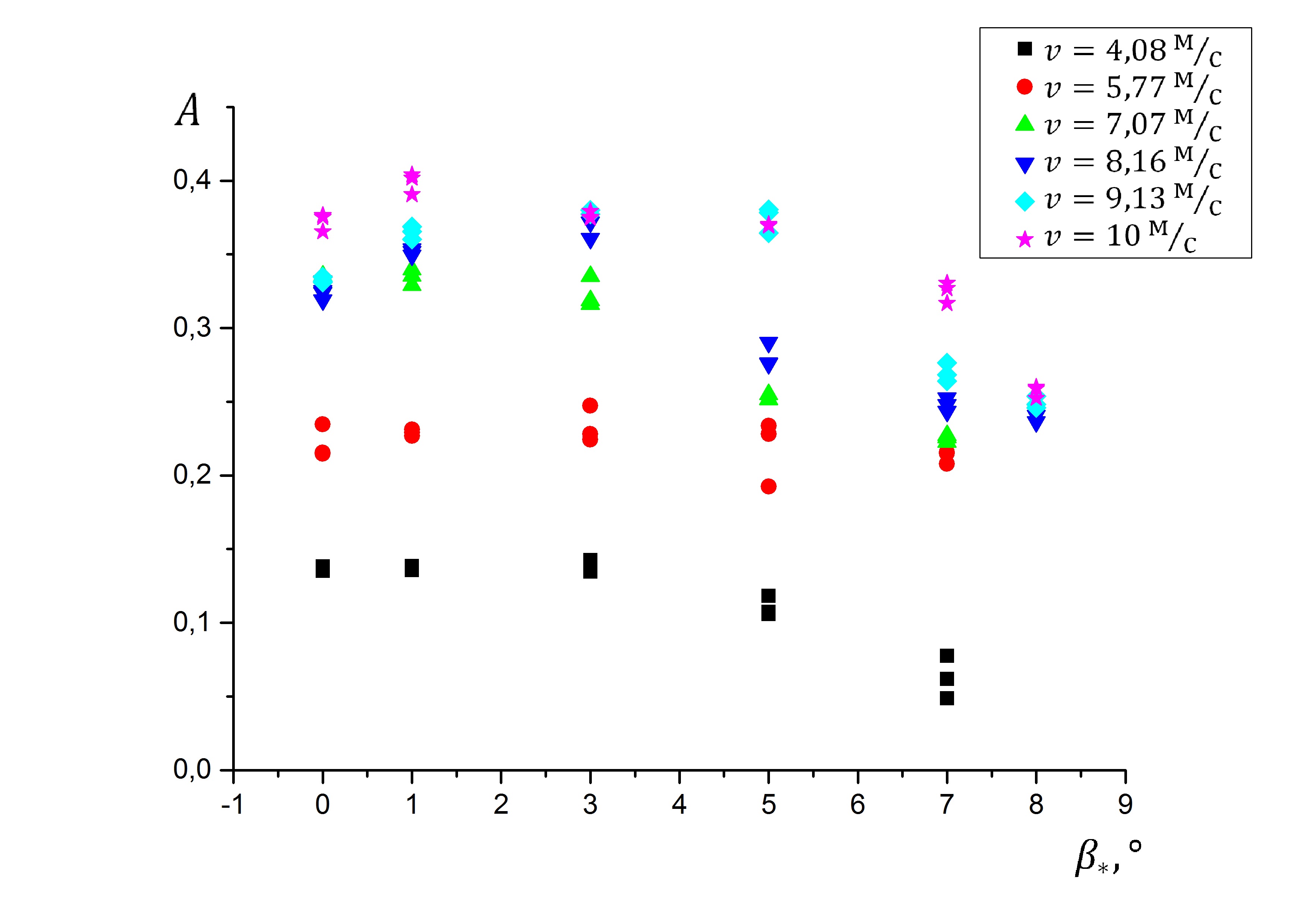
***Рисунок 2. Схема испытаний в аэродинамической трубе: 1 – сопло аэродинамической трубы, 2 – концевые диски, 3 – ось вращения цилиндра, 4 – хвостовая державка, 5 – пружины, 6 – полупроводниковый тензопреобразователь С-50, 7 – PC-осциллограф Velleman PCS500, 8 – компьютер***

1. **Обработка результатов эксперимента**

Ранее проводились исследования вращательных колебаний круглого цилиндра без концевых дисков различных удлинений при разных углах атаки, описанные в работах [6, 9, 13].

Математическая модель, описанная выше, позволяет прогнозировать поведение цилиндра в потоке при различных углах атаки и скоростях.

Мы установили, что цилиндр без концевых дисков удлинения в потоке не совершает колебаний, в то время как наличие дисков приводит не только к их возникновению, но и к увеличению диапазона равновесных углов атаки, при которых существуют колебания, цилиндров без концевых дисков. Оказалось, что амплитуда колебаний цилиндра с концевыми дисками слабо зависит от равновесного угла атаки в диапазоне для цилиндра с дисками разных размеров (рис. 3).



***Рисунок 3.*** ***Зависимость амплитуды колебаний от равновесного угла атаки для цилиндра с дисками диаметра м.***

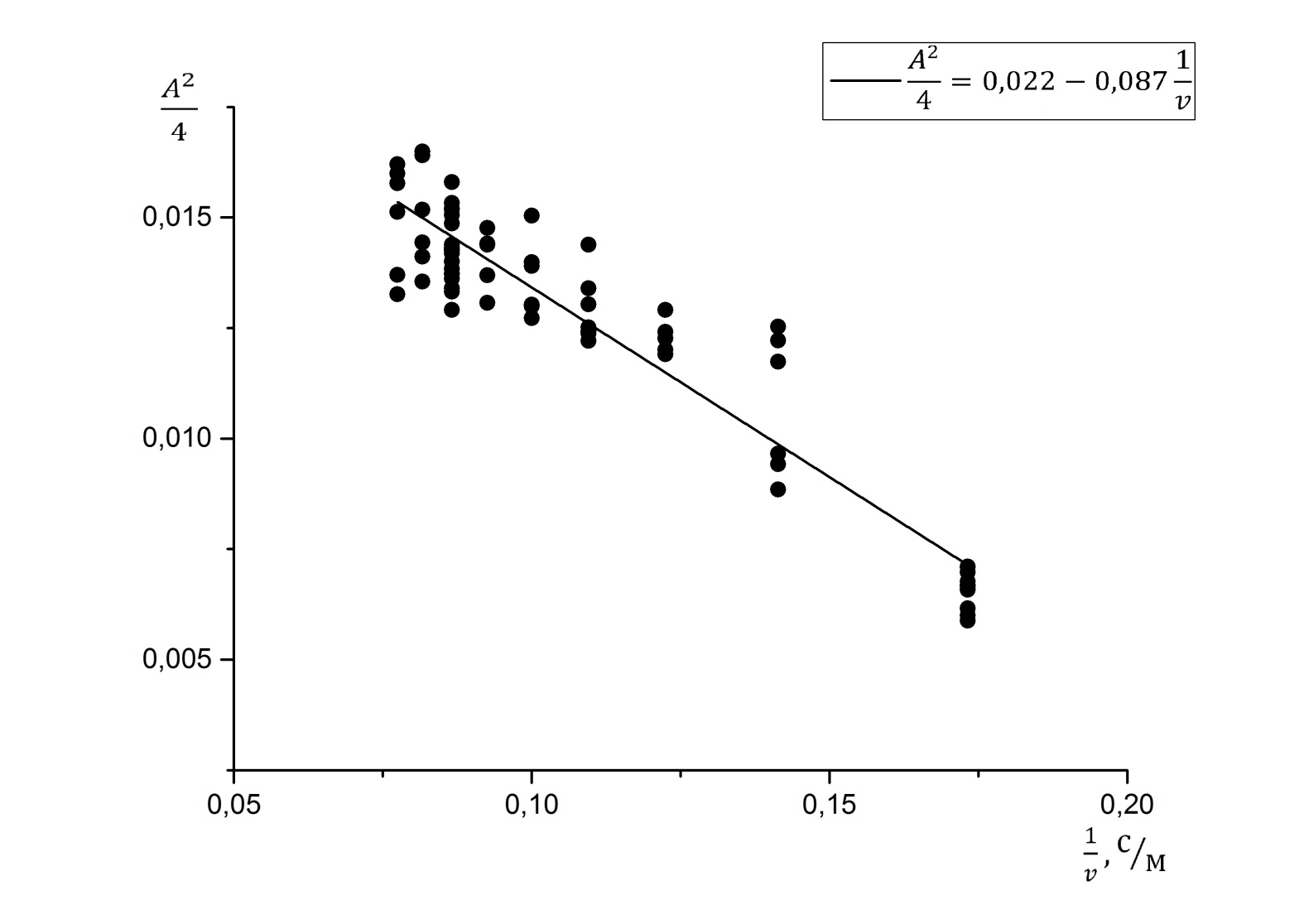
Скорости потока для каждого измерения по показаниям микроманометра, вычисленные по формуле , приведены в

таблице 1:

***Таблица 1.***

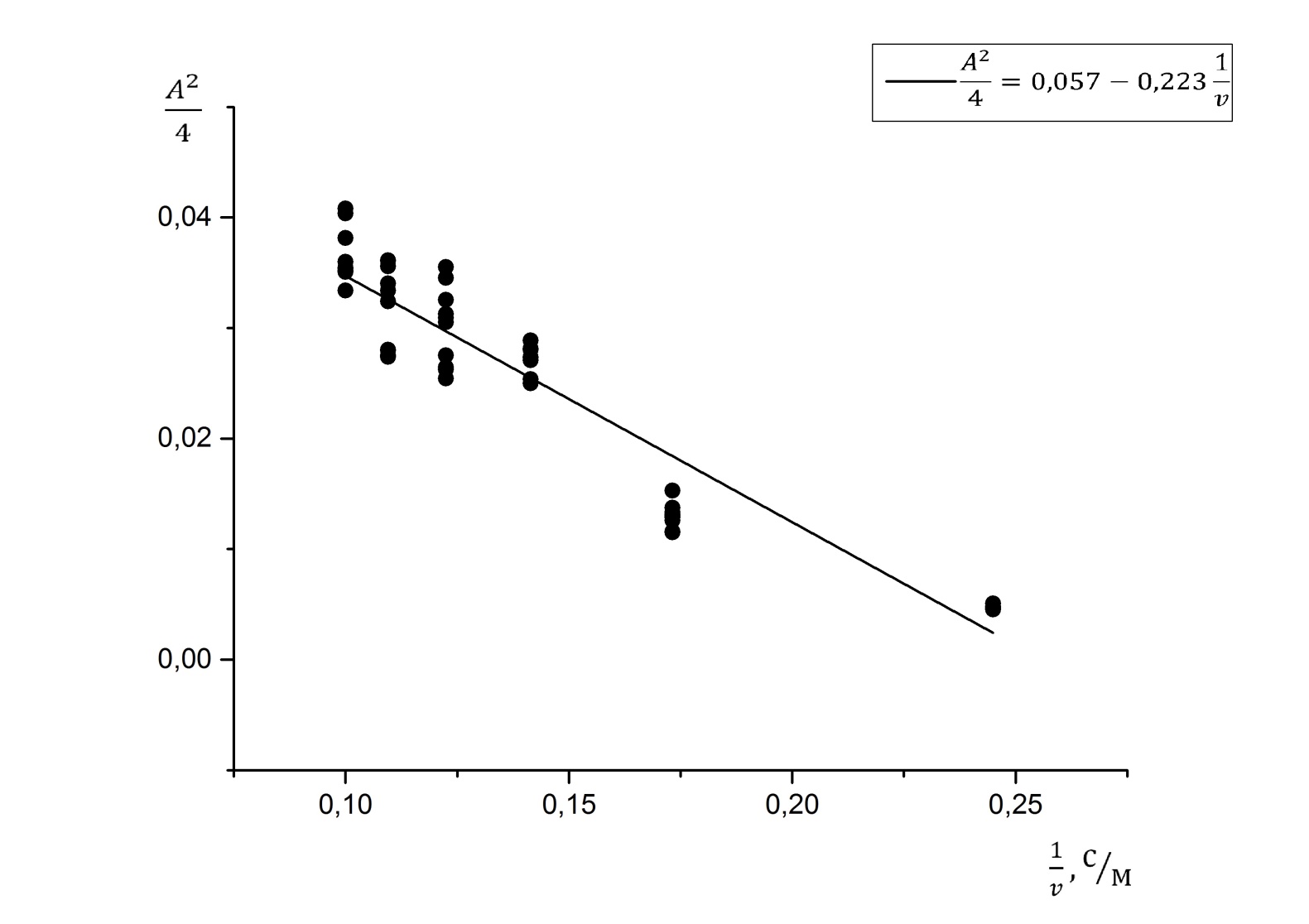
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
|  | 4,08 | 5,77 | 7,07 | 8,16 | 9,13 | 10 |
|  | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
|  | 10,80 | 11,55 | 12,25 | 12,91 | 13,54 | 14,14 |

Ниже представлены зависимости от для цилиндров с концевыми дисками диаметром м (рис. 4) и м (рис. 5) для равновесных углов .



***Рисунок 4.*** ***Зависимость от обратной скорости для дисков диаметром***

***м.***

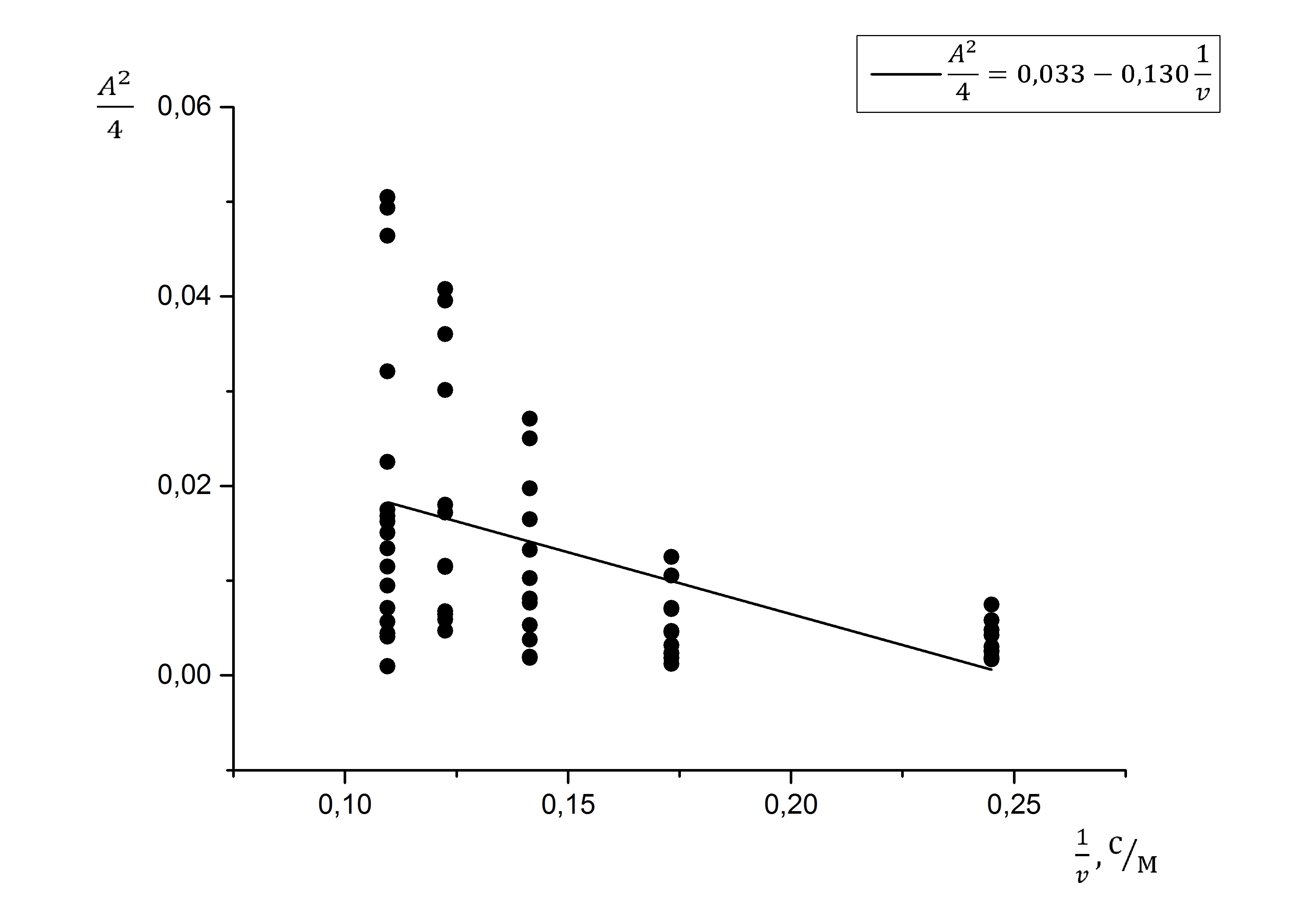


***Рисунок 5.*** ***Зависимость от обратной скорости для дисков диаметром***

***м.***

Из приведенных графиков можно сделать вывод, что математическая модель, используемая для описания колебаний цилиндра без концевых дисков (5), для цилиндра с дисками работает не совсем корректно, хотя точки, соответствующие разным равновесным углам атаки, практически лежат на аппроксимирующей прямой.

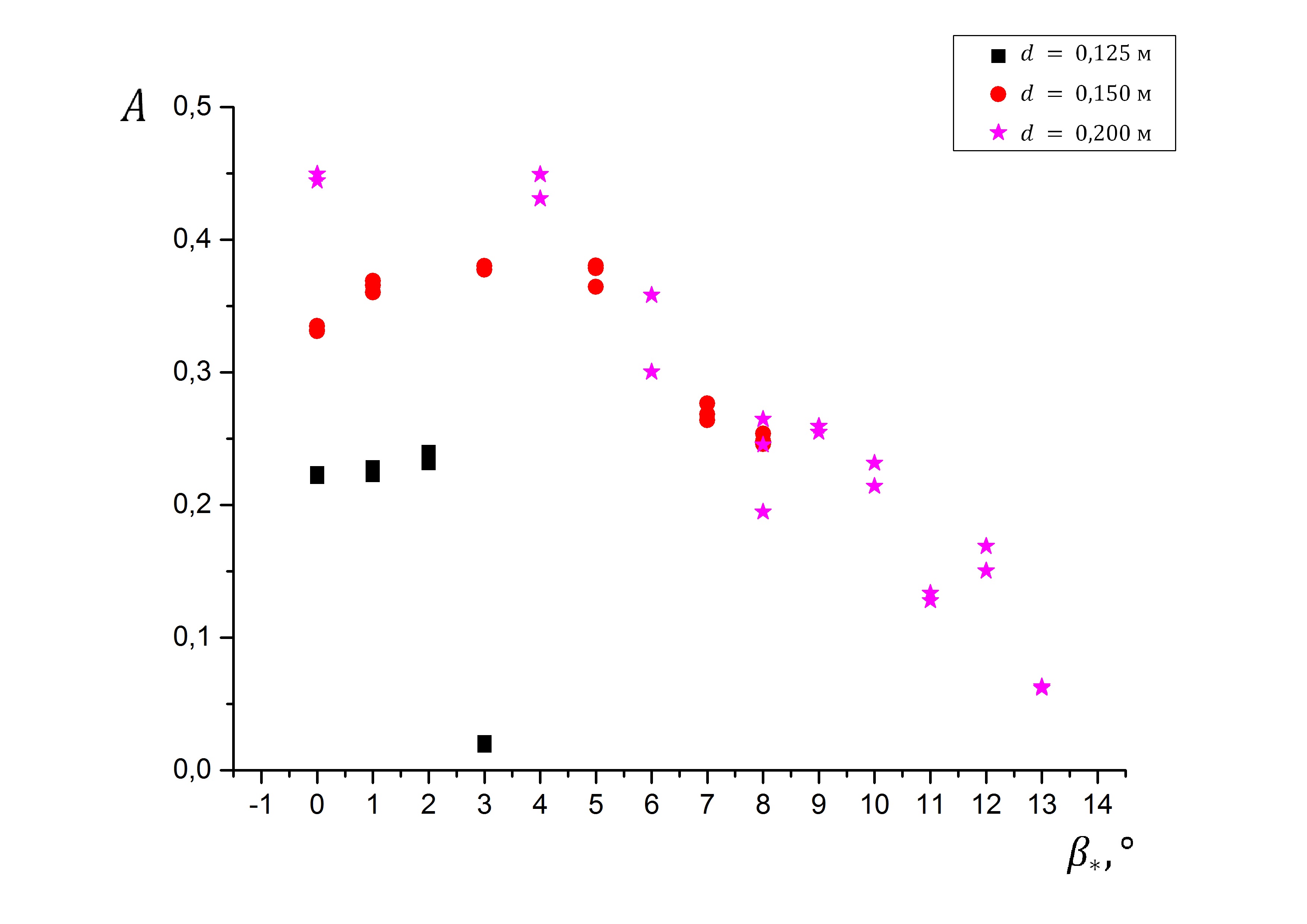
Если же рассматривать весь диапазон колебаний цилиндров с дисками, то можно заметить закономерность – чем больше диаметр дисков, тем больше расхождение между экспериментальными данными и теорией, изложенной выше. Это видно на рисунке 6.



***Рисунок 6.*** ***Зависимость от обратной скорости для дисков диаметром***

***м.***

На рисунке 7 продемонстрирован график зависимости амплитуды вращательных колебаний от равновесного угла атаки при скорости для цилиндров с дисками разного диаметра. Как видно из графиков, амплитуда колебаний растет с увеличением радиуса дисков.



***Рисунок 7. Зависимость амплитуды колебаний от равновесного угла атаки на скорости.***

В работе [13] рассматривался случай колебания цилиндра с удлинением . После сравнения результатов с нашими для цилиндра с «эффективным удлинением» , не сложно заметить, что амплитуда колебаний у цилиндра с дисками больше более чем в два раза. Вероятно, на разницу амплитуд влияет разница в моментах инерции конструкций.

1. **Заключение**

Присутствие дисков на торцах цилиндра приводит к колебаниям цилиндра в воздушном потоке, а также диапазон равновесных углов атаки, при которых существуют колебания, увеличивается по сравнению с цилиндрами без концевых дисков.

Амплитуда автоколебаний зависит как от размера концевых дисков, так и от скорости набегающего потока.

Математическая модель, используемая для описания колебаний цилиндра без дисков, некорректно предсказывает колебания цилиндра с концевыми дисками. Результаты работы опубликованы в статье [14]. Также была подана заявка на участие в конференции, посвященной столетию Валландера.

1. **Список литературы**

1. *Люсин В.Д., Рябинин А.Н.* Исследование влияния удлинения призмы на ее аэродинамические характеристики и амплитуду колебаний при галопировании // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2011. Вып. 2. С. 139–145.

2. *Рябинин А. Н., Тюрин Б. Ф.* Поведение груза, подвешенного под вертолетом // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 1993. Вып. 1. С. 87–91.

3. *Рябинин А.Н.* Колебания маятника со стабилизатором в воздушном потоке // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 1997. Вып. 2. С. 71–77.4. *Габдылхакова В. Г., Рябинин А. Н.* Экспериментальное исследование вращательных колебаний призмы в воздушном потоке // Седьмые Поляховские чтения. Тезисы докладов Международной научной конференции по механике, Санкт-Петербург, 2–6 февраля 2015 г. М., 2015. С.92.5. *Рябинин А.Н.* Некоторые задачи аэродинамики плохообтекаемых тел. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1997.

6. *Лущенко И.В., Рябинин А.Н.* Экспериментальные исследования колебаний цилиндра в воздушном потоке // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. 2007. Вып. 2. С. 120–123.

7. *Рябинин А.Н., Титаренко И.С*. Исследование вращательных колебаний параллелепипеда в потоке газа // Струйные, отрывные и нестационарные течения. XXII Юбилейный семинар. Тезисы докладов. СПб., 2010. С. 231–232.

8. *Киселев Н.А., Рябинин А.Н.* Вращательные колебания цилиндров // Седьмые Поляховские чтения. Тезисы докладов Международной научной конференции по механике. Санкт-Петербург, 2–6 февраля 2015 г. М., 2015. С. 109.

9. *Киселев Н.А., Рябинин А.Н.* Исследование вращательных колебаний цилиндра в воздушном потоке // Естественные и математические науки в современном мире. 2014. №2(15). С.83–87.10. *Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В. Г.* Крыло в нестационарном потоке газа. М., 1971. 768 с.11. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / 4-е изд. М.: Наука, 1974. 504 с.

12*. Ковалев М.А.* О расчете и исследовании аэродинамических труб // Уч. зап. Ленингр. ун-та. — 1939. — Вып. 7. — С. 61—86. 13. *Рябинин А.Н., Киселев Н.А.* Влияние положения оси вращения цилиндра на его вращательные колебания в воздушном потоке // Вестник СПбГУ. Сер. 1, — 2016. — T. 3(61), — Вып. 2. — С. 315-323.

14. *Богомолов Р.В., Рябинин А.Н.* Исследование вращательных колебаний цилиндра с концевыми дисками в воздушном потоке // Естественные и математические науки в современном мире, 2017. — № 1(48). — С. 73-77.