

## РЕЦЕНЗИЯ

на выпускную работу бакалавра

**Щербинина Артема Владимировича**

**Функционально непрерывные методы Рунге — Кутты с FSAL**

Представленная к защите выпускная квалификационная работа А.С.Щербинина посвящена исследованию явных методов типа Рунге-Кутты для прямого применения к функционально-дифференциальным уравнениям (ФДУ) запаздывающего типа. Подобные уравнения встречаются достаточно часто в практических приложениях. Несмотря на то, что их теоретическое исследование ведётся уже более полувека, методы численного решения подобных уравнений очень существенно отстают от методов для обыкновенных дифференциальных уравнений. Следует также отметить, что численная устойчивость методов решения ФДУ на настоящий момент не изучена в достаточной мере. В то же время большое число практических задач допускают применение явных методов, что и определяет актуальность их дальнейшего развития. В представленной к защите работе рассматриваются так называемые функционально-непрерывные методы, особенностью которых является то, что они сохраняют явность своей реализации для любых ФДУ запаздывающего типа.

Артем Владимирович в своем исследовании опирался на работу, в которой представлены явные методы типа Рунге — Кутты решения ФДУ. В указанной работе построены методы вплоть до четвёртого порядка, причём метод третьего порядка строится с четырьмя этапами, а четвёртого — с семью. В работе предлагается построить методы тех же порядков, пользуясь выведенными в упоминаемой работе условиями порядка, но с повторным использованием последнего из этапов на новом шаге, что позволит практически реализовывать метод третьего порядка с тремя, а четвёртого — с шестью этапами, что ускорит решение при той же точности.

Изложение работы ведётся согласно классическому представлению выполненной работы: от обоснования актуальности рассматриваемой задачи до ее решения. Следует заметить, что первая глава является реферативной. В ней описываются условия порядка для функционально-непрерывные методов Рунге — Кутты. Во второй главе решаются системы условий порядка, строятся методы третьего и четвёртого порядков с заявленным числом этапов и повторным использованием. Приводятся таблицы их коэффициентов.

В третьей главе представлены практические реализации построенных методов и оригинальных методов из основного использованного автором работы источника. Демонстрируется, что построенные методы имеют заявленный порядок. Сравнение по критерию затраты/точность показывает для одной задачи выигрыш методов, построенных в работе, а для другой — методов с большим числом этапов. По-видимому, это связано с разницей констант погрешности сравниваемых методов.

Работа завершается выводами, заключением и списком использованной литературы.

К сожалению представленная к защите работа не избежала определенных неаккуратностей. В частности, следует отметить, что работа оформлена достаточно небрежно (в частности, пропущены буквы, нарушено форматирование, опечатки и пр.) рисунки не имеют подписей, поэтому без пояснений невозможно понять, что на них приведено. Более серьезное замечание состоит в том, что в третьей главе формально идёт речь о двух тестах, однако сами тесты не представлены, что не представляет возможности проверить выводы автора. Описание процесса тестирования отсутствует, что не позволяет понять было ли рассматриваемое решение с постоянным шагом или строился автоматический выбор шага, а если да, то по какому алгоритму? Что касается используемого программного обеспечения, то не понятно в какой программной среде и на каком языке реализованы рассмотренные методы.

Даже при исправлении всех недостатков по оформлению, указанных выше, остаётся неясным, имеют ли новые методы преимущество над «старыми», ведь результаты тестирования не позволяют однозначно сделать вывод о предпочтении методов. Следует также заметить, что сам выбор свободных параметров в построенных методах не обоснован, кроме того, по-видимому, их следовало использовать для минимизации локальной погрешности. В целом ощущение от работы можно сформулировать как плохо формализованное, незаконченное (судя по вводной части, предполагалось существенно более широкое исследование) исследование, которое к тому же не аккуратно оформлено.

С учетом вышесказанного, считаю, что представленная работа Щербина А.В. «Функционально непрерывные методы Рунге — Кутты с FSAL» может быть оценена оценкой «удовлетворительно».

Профессор кафедры компьютерного моделирования и многопроцессорных систем факультета ПМ-ПУ



Андрианов С.Н.